

2013 年上海市虹口区中考数学二模试卷

一、选择题：本大题共 6 分，每小题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号填涂在答案纸的相应位置上]

1.（4 分）在下列各数中，属于无理数的是（ ）

A. $\frac{5}{3}$

B. π

C. $\sqrt{4}$

D. $\sqrt[3]{27}$

2.（4 分）在下列一元二次方程中，没有实数根的是（ ）

A. $x^2 - x = 0$

B. $x^2 - 1 = 0$

C. $x^2 - 2x - 3 = 0$

D. $x^2 - 2x + 3 = 0$

3.（4 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -x + 2$ 经过（ ）

A. 第一、二、三象限

B. 第一、二、四象限

C. 第一、三、三象限

D. 第二、三、四象限

4.（4 分）某课外小组的同学们在社会实践活动中调查了 20 户家庭某月的用电量，如表所示：

用电量（度）	120	140	160	180	200
户数	2	3	6	7	2

则这 20 户家庭该月用电量的众数和中位数分别是（ ）

A. 180, 160

B. 160, 180

C. 160, 160

D. 180, 180

5.（4 分）已知两圆内切，圆心距为 5，其中一个圆的半径长为 8，那么，另一个圆的半径长为（ ）

A. 3

B. 13

C. 3 或 13

D. 以上都不对

6.（4 分）下列命题中，假命题是（ ）

A. 两腰相等的梯形是等腰梯形

B. 对角线相等的梯形是等腰梯形

C. 两个底角相等的梯形是等腰梯形

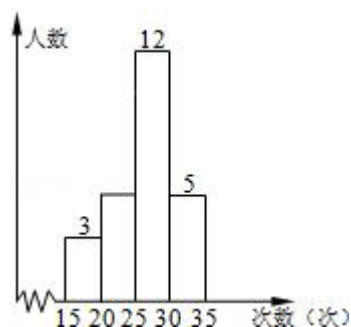
D. 平行于等腰三角形底边的直线截两腰所得的四边形是等腰梯形

二、填空题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答案纸的相应位置]

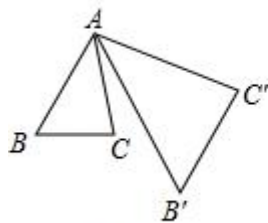
7.（4 分）计算： $2^{-2} =$ _____.

8.（4 分）不等式组 $\begin{cases} 2x+4 > 0 \\ x-5 < 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

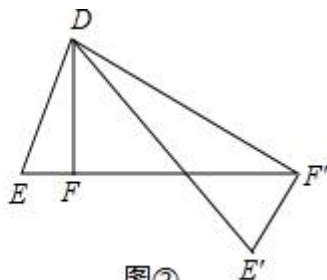
9. (4分) 用换元法解分式方程 $\frac{x+1}{x} - \frac{3x}{x+1} + 2 = 0$ 时, 如果设 $\frac{x+1}{x} = y$, 那么原方程化为关于 y 的整式方程可以是_____.
10. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____.
11. (4分) 对于双曲线 $y = \frac{k-1}{x}$, 若在每个象限内, y 随 x 的增大而增大, 则 k 的取值范围是_____.
12. (4分) 将抛物线 $y = 3x^2$ 向上平移 2 个单位, 得到抛物线的解析式是_____.
13. (4分) 在一个不透明的盒子中装有 8 个白球, n 个黄球, 它们除颜色不同外, 其余均相同. 若从中随机摸出一个球, 它是白球的概率为 $\frac{2}{3}$, 则 $n =$ _____.
14. (4分) 为了解某校九年级学生体能情况, 随机抽查了其中的 25 名学生, 测试了 1 分钟仰卧起坐的次数, 并绘制成频数分布直方图 (如图所示), 那么仰卧起坐的次数在 20 ~ 25 的频率是_____.



15. (4分) 若正六边形的边长是 1, 则它的半径是_____.
16. (4分) 在 $\square ABCD$ 中, 已知 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, 则用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AB}$ 为_____.
17. (4分) 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 θ 度, 并将各边长变为原来的 n 倍得 $\triangle AB' C'$, 即如图①, $\angle BAB' = \theta$, $\frac{AB'}{AB} = \frac{B' C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = n$, 我们将这种变换记为 $[\theta, n]$. 如图②, 在 $\triangle DEF$ 中, $\angle DFE = 90^\circ$, 将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转, 做变换 $[60^\circ, n]$ 得 $\triangle DE' F'$, 如果点 E 、 F 、 F' 恰好在同一直线上, 那么 $n =$ _____.

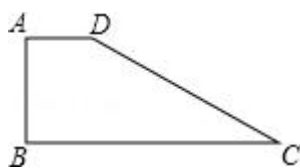


图①



图②

18. (4分) 如图, 在直角梯形纸片 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, 点 F 是 CD 边上的一点, 将纸片沿 BF 折叠, 点 C 落在 E 点, 使直线 BE 经过点 D , 若 $BF = CF = 8$, 则 AD 的长为_____.

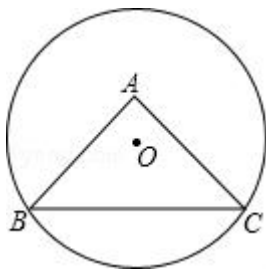


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (11分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-4}{x^2+2x} \div (\frac{x^2+4}{x}-4)$, 其中 $x = \sqrt{5}$.

20. (11分) 解方程组:
$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ x^2-2x+y^2=1 \end{cases}$$

21. (11分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$, 圆 O 经过点 B 、 C , 圆心 O 在 $\triangle ABC$ 的内部, 且到点 A 的距离为 2, 求圆 O 的半径.



22. (11分) 某超市进了一批成本为 6 元/个 的文具. 调查后发现: 这种文具每周的销售量 y (个) 与销售价 x (元/个) 之间的关系满足一次函数关系, 如表所示

销售价 x (元/个)	8	9.5	11	14
销售量 y (个)	220	205	190	160

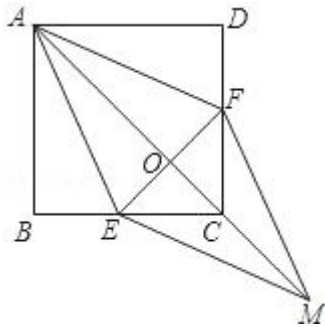
(1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不必写出定义域);

(2) 已知该超市这种文具每周的进货量不少于 60 个, 若该超市某周销售这种文具 (不考虑其他原因) 的利润为 800 元, 求该周每个文具的销售量.

23. (11 分) 已知: 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在 BC 和 CD 上, $AE = AF$.

(1) 求证: $BE = DF$;

(2) 连接 AC 交 EF 于点 O , 延长 OC 至点 M , 使 $OM = OA$, 连接 EM , FM , 判断四边形 $AEMF$ 是什么特殊四边形? 并证明你的结论.

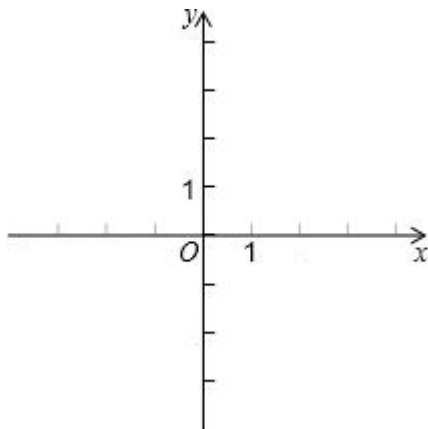


24. (11 分) 已知: 直线 $y = -2x + 4$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 点 C 为 x 轴上一点, $AC = 1$, 且 $OC < OA$. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 A 、 B 、 C .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 D 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 P 为线段 AB 上的一点, 当锐角 $\angle PDO$ 的正切值是 $\frac{1}{2}$ 时, 求点 P 的坐标;

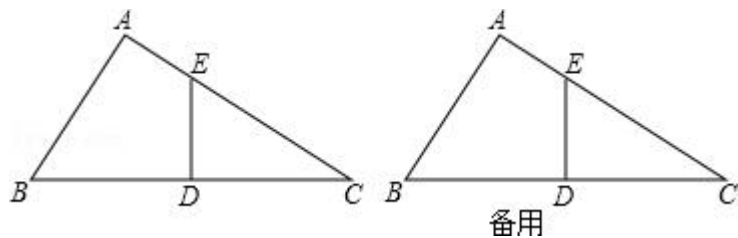
(3) 在 (2) 的条件下, 该抛物线上的一点 E 在 x 轴下方, 当 $\triangle ADE$ 的面积等与四边形 $APCE$ 的面积时, 求点 E 的坐标.



25. (12 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$, 点 D 为边 BC 的中

点, $DE \perp BC$ 交边 AC 于点 E , 点 P 为射线 AB 上的一动点, 点 Q 为边 AC 上的一动点, 且 $\angle PDQ = 90^\circ$

- (1) 求 ED 、 EC 的长;
- (2) 若 $BP = 2$, 求 CQ 的长;
- (3) 记线段 PQ 与线段 DE 的交点为点 F , 若 $\triangle PDF$ 为等腰三角形, 求 BP 的长.



2013 年上海市虹口区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 6 分，每小题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号填涂在答案纸的相应位置上]

1.（4 分）在下列各数中，属于无理数的是（ ）

A. $\frac{5}{3}$

B. π

C. $\sqrt{4}$

D. $\sqrt[3]{27}$

【考点】26：无理数.

【分析】根据无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，结合选项进行判断即可.

【解答】解：A、是有理数，故本选项错误；

B、 π 是无理数，故本选项正确；

C、 $\sqrt{4}=2$ ，是有理数，故本选项错误；

D、 $\sqrt[3]{27}=3$ ，是有理数，故本选项错误；

故选：B.

【点评】本题考查了无理数的定义，属于基础题，掌握无理数的三种形式是解答本题的关键.

2.（4 分）在下列一元二次方程中，没有实数根的是（ ）

A. $x^2 - x = 0$

B. $x^2 - 1 = 0$

C. $x^2 - 2x - 3 = 0$

D. $x^2 - 2x + 3 = 0$

【考点】AA：根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】找出各选项中的 a ， b 及 c 的值，计算出根的判别式的值，当根的判别式的值小于 0 时满足题意.

【解答】解：A、这里 $a=1$ ， $b=-1$ ， $c=0$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 1 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，不合题意；

B、这里 $a=1$ ， $b=0$ ， $c=-1$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，不合题意；

C、这里 $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$,

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = 16 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根, 不合题意;

D、这里 $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$,

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = -8 < 0,$$

$\therefore$ 方程没有实数根, 符合题意,

故选: D.

【点评】 此题考查了根的判别式, 根的判别式的值大于 0, 方程有两个不相等的实数根; 根的判别式的值等于 0, 方程有两个相等的实数根; 根的判别式的值小于 0, 方程没有实数根.

3. (4 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -x + 2$ 经过 ()

A. 第一、二、三象限

B. 第一、二、四象限

C. 第一、三、三象限

D. 第二、三、四象限

【考点】 F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中的 k 、 b 的符号来确定该函数图象所经过的象限.

【解答】 解: $\because$ 直线 $y = -x + 2$ 中的 $k = -1 < 0$, $b = 2 > 0$;

该直线经过第二、四象限, 且与 y 轴交于正半轴,

即直线 $y = -x + 2$ 经过第一、二、四象限.

故选: B.

【点评】 本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系. 解答本题注意理解: 直线 $y = kx + b$ 所在的位置与 k 、 b 的符号有直接的关系. $k > 0$ 时, 直线必经过一、三象限. $k < 0$ 时, 直线必经过二、四象限. $b > 0$ 时, 直线与 y 轴正半轴相交. $b = 0$ 时, 直线过原点; $b < 0$ 时, 直线与 y 轴负半轴相交.

4. (4 分) 某课外小组的同学们在社会实践活动中调查了 20 户家庭某月的用电量, 如表所示:

用电量(度)	120	140	160	180	200
户数	2	3	6	7	2

则这 20 户家庭该月用电量的众数和中位数分别是 ()

- A. 180, 160 B. 160, 180 C. 160, 160 D. 180, 180

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据众数和中位数的定义就可以解决.

【解答】解: 在这一组数据中 180 是出现次数最多的, 故众数是 180;

将这组数据从小到大的顺序排列后, 处于中间位置的两个数是 160, 160, 那么

由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是 $(160+160) \div 2 = 160$.

故选: A.

【点评】本题为统计题, 考查众数与中位数的意义. 众数是一组数据中出现次数最多的数, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数.

5. (4 分) 已知两圆内切, 圆心距为 5, 其中一个圆的半径长为 8, 那么, 另一个圆的半径长为 ()

- A. 3 B. 13 C. 3 或 13 D. 以上都不对

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】根据数量关系与两圆位置关系的对应情况便可直接得出答案.

外离, 则 $P > R+r$; 外切, 则 $P = R+r$; 相交, 则 $R-r < P < R+r$; 内切, 则 $P = R-r$; 内含, 则 $P < R-r$.

(P 表示圆心距, R, r 分别表示两圆的半径).

【解答】解: $\because$ 两圆内切, 一个圆的半径是 8, 圆心距是 5,

$\therefore$ 另一个圆的半径 $= 8 - 5 = 3$;

或另一个圆的半径 $= 8 + 5 = 13$.

故选: C.

【点评】本题考查了根据两圆位置关系来求圆的半径的方法. 注意圆的半径是 3, 要分大圆和小圆两种情况讨论.

6. (4 分) 下列命题中, 假命题是 ()

- A. 两腰相等的梯形是等腰梯形
B. 对角线相等的梯形是等腰梯形
C. 两个底角相等的梯形是等腰梯形

D、平行于等腰三角形底边的直线截两腰所得的四边形是等腰梯形

【考点】LK：等腰梯形的判定；O1：命题与定理.

【分析】根据梯形的判定方法即可得到正确的答案.

【解答】解：A、利用梯形的定义可以判定两腰相等的梯形是等腰梯形，故本答案是真命题；

B、根据梯形的判定定理可知对角线相等的梯形是等腰梯形，故本答案是真命题；

C、根据等腰梯形的判定定理可知同一底上的两个底角相等的梯形的等腰梯形，故本答案是假命题；

D、平行于等腰三角形底边的直线截两腰所得的四边形是等腰梯形是真命题.

故选：C.

【点评】本题考查了等腰梯形的判定，解题的关键是熟知等腰梯形的判定定理.

二、填空题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答案纸的相应位置]

7.（4 分）计算： $2^{-2} = \frac{1}{4}$.

【考点】6F：负整数指数幂.

【专题】11：计算题.

【分析】根据负整数指数幂的定义求解： $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ （ $a \neq 0$ ， p 为正整数）

【解答】解： $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$,

故答案为 $\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查了负整数指数幂的定义，解题时牢记定义是关键，此题比较简单，易于掌握.

8.（4 分）不等式组 $\begin{cases} 2x+4 > 0 \\ x-5 < 0 \end{cases}$ 的解集是 $-2 < x < 5$.

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【专题】11：计算题.

【分析】先求出两个不等式的解集，再求其公共解.

【解答】解： $\begin{cases} 2x+4 > 0 \text{ ①} \\ x-5 < 0 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得, $x > -2$,

由②得, $x < 5$,

所以, 不等式组的解集是 $-2 < x < 5$.

故答案为: $-2 < x < 5$.

【点评】 本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

9. (4分) 用换元法解分式方程 $\frac{x+1}{x} - \frac{3x}{x+1} + 2 = 0$ 时, 如果设 $\frac{x+1}{x} = y$, 那么原方程化为关于 y 的整式方程可以是 $y^2 + 2y - 3 = 0$.

【考点】 B4: 换元法解分式方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 将分式方程中的 $\frac{x+1}{x}$ 换为 y , $\frac{x}{x+1}$ 换为 $\frac{1}{y}$, 去分母即可得到结果.

【解答】 解: 根据题意得: $y - \frac{3}{y} + 2 = 0$,

去分母得: $y^2 + 2y - 3 = 0$.

故答案为: $y^2 + 2y - 3 = 0$.

【点评】 此题考查了换元法解分式方程, 用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法, 根据方程特点设出相应未知数, 解方程能够使问题简单化, 注意求出方程解后要验根.

10. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为 3.

【考点】 AG: 无理方程.

【分析】 首先把方程两边分别平方, 然后解一元二次方程即可求出 x 的值.

【解答】 解: 两边平方得: $2x+3 = x^2$

$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0$,

解方程得: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$,

检验: 当 $x_1 = 3$ 时, 方程的左边 = 右边, 所以 $x_1 = 3$ 为原方程的解,

当 $x_2 = -1$ 时, 原方程的左边 $\neq$ 右边, 所以 $x_2 = -1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点评】 本题主要考查解无理方程, 关键在于首先把方程的两边平方, 注意最后

要把 x 的值代入原方程进行检验.

11. (4分) 对于双曲线 $y = \frac{k-1}{x}$, 若在每个象限内, y 随 x 的增大而增大, 则 k 的取值范围是 $k < 1$.

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】根据反比例函数的性质可得 $k - 1 < 0$, 再解不等式即可.

【解答】解: $\because$ 双曲线 $y = \frac{k-1}{x}$, 若在每个象限内, y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore k - 1 < 0,$$

解得: $k < 1$,

故答案为: $k < 1$.

【点评】此题主要考查了反比例函数的性质. 对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当 $k > 0$ 时, 在每一个象限内, 函数值 y 随自变量 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 在每一个象限内, 函数值 y 随自变量 x 增大而增大.

12. (4分) 将抛物线 $y = 3x^2$ 向上平移 2 个单位, 得到抛物线的解析式是 $y = 3x^2 + 2$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】11: 计算题.

【分析】抛物线 $y = 3x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$, 向上平移 2 个单位后, 得到的抛物线顶点坐标为 $(0, 2)$, 利用顶点式求出新抛物线解析式.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = 3x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$,

$\therefore$ 向上移 2 个单位后的抛物线顶点坐标为 $(0, 2)$,

$\therefore$ 新抛物线解析式为 $y = 3x^2 + 2$.

故本题答案为: $y = 3x^2 + 2$.

【点评】本题考查了抛物线的平移规律. 关键是确定平移前后抛物线的顶点坐标, 求出新抛物线解析式.

13. (4分) 在一个不透明的盒子中装有 8 个白球, n 个黄球, 它们除颜色不同外, 其余均相同. 若从中随机摸出一个球, 它是白球的概率为 $\frac{2}{3}$, 则 $n =$ 4.

【考点】X4: 概率公式.

【专题】11: 计算题; 34: 方程思想.

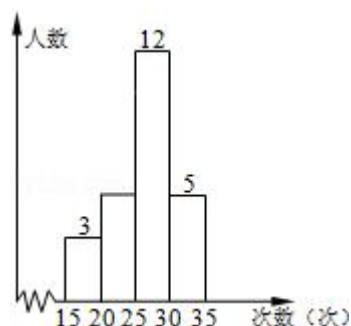
【分析】根据白球的概率公式列出关于 n 的方程，求出 n 的值即可解答．

【解答】解：由题意知： $\frac{8}{8+n} = \frac{2}{3}$ ，解得 $n = 4$ ．

故答案为 4．

【点评】此题考查了概率公式的应用．解此题的关键是根据概率公式列出关于 n 的方程，再利用方程思想求解．

14. (4 分) 为了解某校九年级学生体能情况，随机抽查了其中的 25 名学生，测试了 1 分钟仰卧起坐的次数，并绘制成频数分布直方图（如图所示），那么仰卧起坐的次数在 20～25 的频率是 0.2．



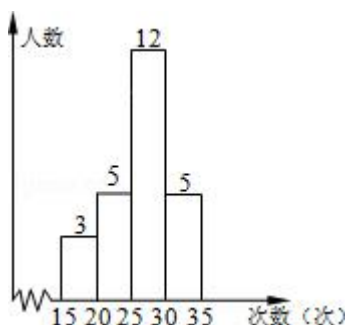
【考点】V8：频数（率）分布直方图．

【分析】首先利用总人数 25 减去其它各组的人数即可求得仰卧起坐的次数在 20～25 的人数，然后利用频率的计算公式即可求解．

【解答】解：仰卧起坐的次数在 20～25 的人数是： $25 - 3 - 12 - 5 = 5$ （人），

则仰卧起坐的次数在 20～25 的频率是： $\frac{5}{25} = 0.2$ ．

故答案是：0.2．



【点评】本题考查了频率的计算公式：频率 = 频数 ÷ 总数，正确理解公式是关键．

15. (4 分) 若正六边形的边长是 1，则它的半径是 1．

【考点】MM：正多边形和圆．

【分析】先根据题意画出图形，再根据正六边形的性质求出 $\angle BOC$ 的度数，判

断出 $\triangle BOC$ 为等边三角形即可求出答案.

【解答】解：如图所示，连接 OB 、 OC ；

$\because$ 此六边形是正六边形，

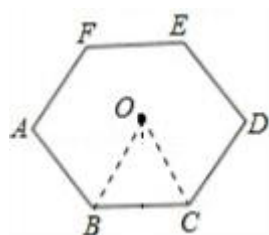
$$\therefore \angle BOC = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\therefore OB = OC = 1,$$

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形，

$$\therefore OB = OC = BC = 1.$$

故答案为：1



【点评】本题考查了正多边形与圆的知识，解答此题的关键是根据题意画出图形，作出辅助线；由正六边形的性质判断出 $\triangle BOC$ 的形状是解答此题的关键.

16. (4分) 在 $\square ABCD$ 中，已知 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$ ，则用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AB}$ 为

$$\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

【考点】LM：*平面向量.

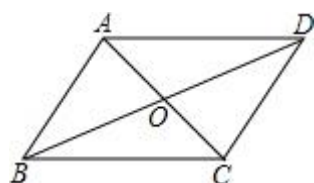
【分析】根据平行四边形的对角线互相平分的性质，可得出 $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}\vec{b}$ ， $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a}$ ，从而可表示出向量 $\overrightarrow{AB}$.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}\vec{b}, \quad \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a},$$

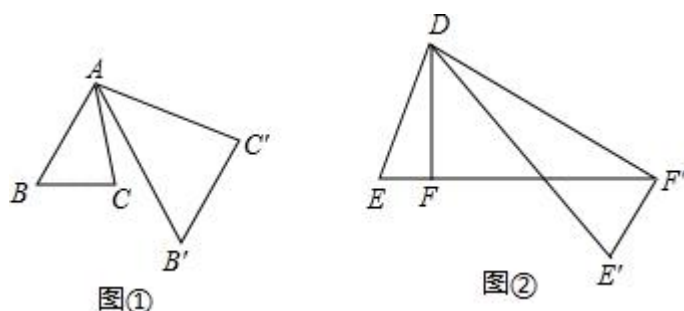
$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为： $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.



【点评】本题考查了平面向量的知识，注意掌握向量的加减，平行四边形对角线互相平分的性质.

17. (4分) 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 θ 度，并将各边长变为原来的 n 倍得 $\triangle AB'C'$ ，即如图①， $\angle BAB' = \theta$ ， $\frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = n$ ，我们将这种变换记为 $[\theta, n]$. 如图②，在 $\triangle DEF$ 中， $\angle DFE = 90^\circ$ ，将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转，做变换 $[60^\circ, n]$ 得 $\triangle DE'F'$ ，如果点 E, F, F' 恰好在同一直线上，那么 $n = \underline{2}$.



【考点】RB：几何变换综合题.

【分析】由题意可得 $\angle DFF' = 90^\circ$ ，然后由 θ 的度数，又由含 30° 角的直角三角形的性质，即可求得 n 的值.

【解答】解： $\because \angle DFE = 90^\circ$ ，将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转，做变换 $[60^\circ, n]$ 得 $\triangle DE'F'$ ，

$$\therefore \angle DFF' = 90^\circ, \theta = \angle FDF' = 60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle FDF'$ 中， $\angle DFF' = 90^\circ$ ， $\angle FDF' = 60^\circ$ ，

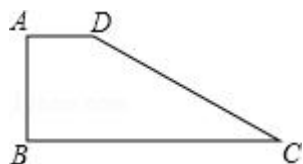
$$\therefore \angle DF'F = 30^\circ,$$

$$\therefore n = \frac{DF'}{DF} = 2;$$

故答案为：2.

【点评】此题考查了直角三角形的性质、旋转的性质和直角三角形中 30° 所对边与斜边的关系等知识，注意数形结合思想思想的应用是解题关键.

18. (4分) 如图，在直角梯形纸片 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，点 F 是 CD 边上的一点，将纸片沿 BF 折叠，点 C 落在 E 点，使直线 BE 经过点 D ，若 $BF = CF = 8$ ，则 AD 的长为 $\underline{2\sqrt{3}}$.



【考点】LI：直角梯形；PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】利用等边对等角可以得到 $\angle FBC = \angle C = 30^\circ$ ，再利用折叠的性质可以得到 $\angle EBF = \angle CBF = 30^\circ$ ，从而可以求得 $\angle BDF = 90^\circ$ ．即可求得线段 BD 的长，然后在直角三角形 ABD 中求得 AD 即可．

【解答】解：如图： $\because BF = CF = 8$,

$$\therefore \angle FBC = \angle C = 30^\circ,$$

$\because$ 折叠纸片使 BC 经过点 D ，点 C 落在点 E 处， BF 是折痕，

$$\therefore \angle EBF = \angle CBF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDF = 90^\circ,$$

$$\because BF = CF = 8,$$

$$\therefore BD = BF \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3},$$

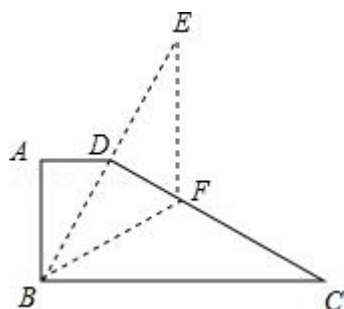
$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle EBC = 60^\circ,$$

$$\because \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = BD \cdot \cos 60^\circ = 2\sqrt{3}.$$

故答案为： $2\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了梯形的性质、三角函数、等腰三角形的性质以及折叠的性质．此题难度适中，注意掌握折叠前后图形的对应关系，注意数形结合思想的应用．

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (11分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-4}{x^2+2x} \div (\frac{x^2+4}{x}-4)$, 其中 $x=\sqrt{5}$.

【考点】6D: 分式的化简求值.

【专题】11: 计算题.

【分析】现将括号内的部分通分, 再将分式的分子分母因式分解, 然后将除法转化为乘法, 约分后再代入求值.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解: 原式} &= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} \div \left(\frac{x^2+4}{x} - \frac{4x}{x} \right) \\ &= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} \div \frac{x^2-4x+4}{x} \\ &= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} \div \frac{(x-2)^2}{x} \\ &= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} \cdot \frac{x}{(x-2)^2} \\ &= \frac{1}{x-2},\end{aligned}$$

$$\text{当 } x=\sqrt{5} \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2.$$

【点评】本题考查了分式的化简求值, 熟悉因式分解及通分是解题的关键.

20. (11分) 解方程组: $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x^2-2x+y^2=1 \end{cases}$.

【考点】AF: 高次方程.

【分析】先把①转化成 $y=3-2x$, 再把它代入得到一个关于 x 的二元一次方程, 求出 x 的值, 最后把求得结果代入一个较简单的方程中求出 y 的值即可.

$$\text{【解答】解: } \begin{cases} 2x+y=3 & \text{①} \\ x^2-2x+y^2=1 & \text{②} \end{cases},$$

$$\text{由①得: } y=3-2x \text{③}$$

$$\text{把 } y=3-2x \text{ 代入②得: } x^2-2x+(3-2x)^2=1,$$

$$5x^2-14x+8=0,$$

$$(5x-4)(x-2)=0,$$

$$x_1=\frac{4}{5}, x_2=2,$$

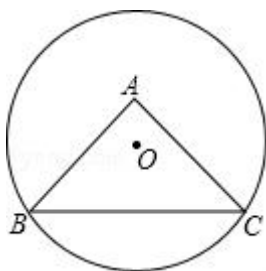
$$\text{把 } x_1=\frac{4}{5}, \text{ 代入③得: } y_1=\frac{7}{5},$$

$$\text{把 } x_2=2 \text{ 代入③得: } y_2=-1,$$

则原方程组的解是：
$$\begin{cases} x_1 = \frac{4}{5} \\ y_1 = \frac{7}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}.$$

【点评】此题考查了高次方程，解题的关键是用代入法消去一个未知数，得到一个二元一次方程，再进行求解.

21. (11分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$ ， $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$ ，圆 O 经过点 B 、 C ，圆心 O 在 $\triangle ABC$ 的内部，且到点 A 的距离为2，求圆 O 的半径.



【考点】M2：垂径定理；T7：解直角三角形.

【分析】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ，连接 OB ，由于 $AB = AC$ ，所以 $BD = CD$ ，故 AD 过圆心 O ，再根据 $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$ 求出 AD 的长，根据勾股定理得出 BD 的长，在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中根据勾股定理求出 OB 的长即可.

【解答】解：过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ，连接 OB ，

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore AD \text{ 过圆心 } O,$$

$$\because \sin \angle ABC = \frac{3}{5}, \text{ 即 } \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD = \frac{3AB}{5} = \frac{3 \times 10}{5} = 6,$$

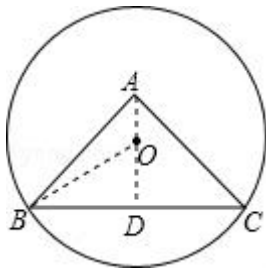
$$\therefore OD = AD - OA = 6 - 2 = 4,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中，

$$\because OD = 4, BD = 8,$$

$$\therefore OB = \sqrt{OD^2 + BD^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}, \text{ 即 } \odot O \text{ 的半径为 } 4\sqrt{5}.$$



【点评】 本题考查的是垂径定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键

22. (11 分) 某超市进了一批成本为 6 元/个 的文具. 调查后发现: 这种文具每周的销售量 y (个) 与销售价 x (元/个) 之间的关系满足一次函数关系, 如表所示

销售价 x (元/个)	8	9.5	11	14
销售量 y (个)	220	205	190	160

(1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不必写出定义域);

(2) 已知该超市这种文具每周的进货量不少于 60 个, 若该超市某周销售这种文具 (不考虑其他原因) 的利润为 800 元, 求该周每个文具的销售量.

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 通过统计表的数据建立方程组求出其解即可;

(2) 设销售单价为 a 元, 则利润为 $(a - 6)$ 元, 销售量为 $(-10a + 300)$ 个, 由总利润为 800 元建立方程求出其解就可以求出销量.

【解答】 解: (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 由题意, 得

$$\begin{cases} 220 = 8k + b \\ 190 = 11k + b \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k = -10 \\ b = 300 \end{cases},$

故 y 与 x 的函数关系式为: $y = -10x + 300$;

(2) 设销售单价为 a 元, 则利润为 $(a - 6)$ 元, 销售量为 $(-10a + 300)$ 个, 由题意, 得

$$(a - 6)(-10a + 300) = 800,$$

解得： $a_1 = 10$ ， $a_2 = 26$.

当 $a = 10$ 时，

销售量为： 200，

当 $a = 26$ 时，

销售量为： 40，

$\because a \geq 60$ ，

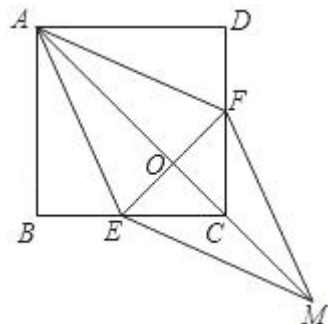
$\therefore$ 销售量为： 200 .

【点评】 本题考查了运用待定系数法求一次函数的解析式的运用，列一元一次方程解实际问题的运用，解答时求出一次函数的解析式是关键 .

23. (11 分) 已知：如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 BC 和 CD 上，
 $AE = AF$.

(1) 求证： $BE = DF$ ；

(2) 连接 AC 交 EF 于点 O ，延长 OC 至点 M ，使 $OM = OA$ ，连接 EM ， FM ，
判断四边形 $AEMF$ 是什么特殊四边形？并证明你的结论 .



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；L9：菱形的判定；LE：正方形的性质 .

【专题】 152：几何综合题 .

【分析】 (1) 求简单的线段相等，可证线段所在的三角形全等，即证 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ；

(2) 由于四边形 $ABCD$ 是正方形，易得 $\angle ECO = \angle FCO = 45^\circ$ ， $BC = CD$ ；联立 (1) 的结论，可证得 $EC = CF$ ，根据等腰三角形三线合一的性质可证得 OC (即 AM) 垂直平分 EF ；已知 $OA = OM$ ，则 EF 、 AM 互相平分，再根据一组邻边相等的平行四边形是菱形，即可判定四边形 $AEMF$ 是菱形 .

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = AD, \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AD=AB \\ AF=AE \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle ABE \text{ (HL)}$$

$$\therefore BE = DF;$$

(2) 解: 四边形 $AEMF$ 是菱形, 理由为:

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle BCA = \angle DCA = 45^\circ \text{ (正方形的对角线平分一组对角)},$$

$$BC = DC \text{ (正方形四条边相等)},$$

$$\therefore BE = DF \text{ (已证)},$$

$$\therefore BC - BE = DC - DF \text{ (等式的性质)},$$

$$\text{即 } CE = CF,$$

在 $\triangle COE$ 和 $\triangle COF$ 中,

$$\begin{cases} CE=CF \\ \angle ACB=\angle ACD, \\ OC=OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle COE \cong \triangle COF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore OE = OF, \text{ 又 } OM = OA,$$

$$\therefore \text{四边形 } AEMF \text{ 是平行四边形 (对角线互相平分的四边形是平行四边形)},$$

$$\therefore AE = AF,$$

$$\therefore \text{平行四边形 } AEMF \text{ 是菱形}.$$

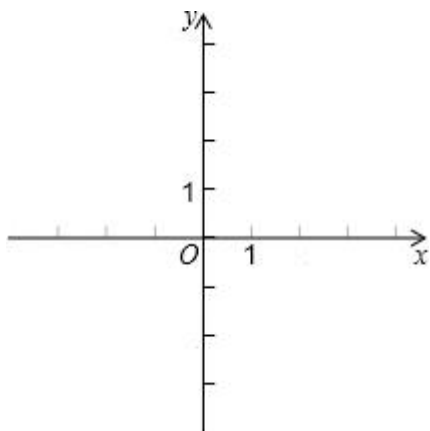
【点评】 本题主要考查对正方形的性质, 平行四边形的判定, 菱形的判定, 平行线分线段成比例定理, 全等三角形的性质和判定等知识点的理解和掌握, 能综合运用这些性质进行推理是解此题的关键.

24. (11 分) 已知: 直线 $y = -2x+4$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 点 C 为 x 轴上一点, $AC = 1$, 且 $OC < OA$. 抛物线 $y = ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过点 A 、 B 、 C .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 D 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 P 为线段 AB 上的一点, 当锐角 $\angle PDO$ 的正切值是 $\frac{1}{2}$ 时, 求点 P 的坐标;

(3) 在(2)的条件下, 该抛物线上的一点 E 在 x 轴下方, 当 $\triangle ADE$ 的面积等与四边形 $APCE$ 的面积时, 求点 E 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】153：代数几何综合题.

【分析】(1) 根据直线解析式求出点 A 、 B 的坐标, 再求出点 C 的坐标, 然后利用待定系数法求二次函数解析式解答;

(2) 根据点 D 的坐标求出 OD 的长, 再根据 $\angle PDO$ 的正切值求出 PD 与 y 轴的交点 F 的坐标, 然后利用待定系数法求出直线 PD 的解析式, 再与直线 $y = -2x+4$ 联立求解即可得到点 P 的坐标;

(3) 设点 E 到 x 轴的距离为 h , 根据点 A 、 C 、 D 的坐标求出 AC 、 AD 的长, 然后根据三角形的面积公式列式计算求出 h , 从而得到点 E 的纵坐标, 再代入抛物线解析式求出点 E 的横坐标, 即可得解.

【解答】解: (1) 令 $y=0$, 则 $-2x+4=0$,

解得 $x=2$,

令 $x=0$, 则 $y=4$,

所以, 点 $A(2, 0)$, $B(0, 4)$,

$\because AC=1$, 且 $OC < OA$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(1, 0)$,

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过点 A 、 B 、 C ,

$$\therefore \begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ c=4 \\ a+b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=2 \\ b=-6, \\ c=4 \end{cases}$$

$\therefore$ 该抛物线的表达式为 $y = 2x^2 - 6x + 4$;

(2) $\because D$ 的坐标为 $(-3, 0)$,

$\therefore OD = 3$,

设 PD 与 y 轴的交点为 F ,

$\because \angle PDO$ 的正切值是 $\frac{1}{2}$,

$$\therefore OF = \frac{1}{2} \cdot OD = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(0, \frac{3}{2})$,

设直线 PD 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, k 、 b 为常数),

$$\text{则} \begin{cases} -3k + b = 0 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases},$$

所以, 直线 PD 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ y = -2x + 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(1, 2)$;

(3) 设点 E 到 x 轴的距离为 h ,

$\because A(2, 0)$, $C(1, 0)$, $D(-3, 0)$,

$\therefore AC = 1$, $AD = 2 - (-3) = 5$,

$\because \triangle ADE$ 的面积等于四边形 $APCE$ 的面积,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 5h = \frac{1}{2} \times 1h + \frac{1}{2} \times 1 \times 2,$$

解得 $h = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 点 E 在 x 轴的下方,

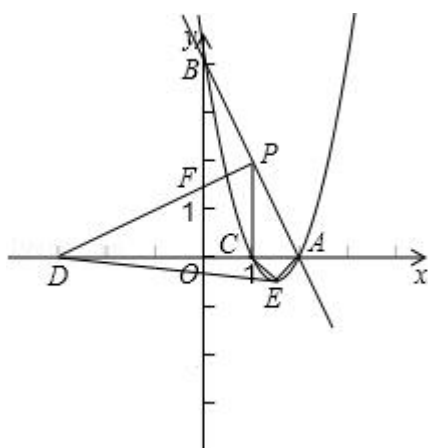
$\therefore$ 点 E 的纵坐标为 $-\frac{1}{2}$,

$\therefore 2x^2 - 6x + 4 = -\frac{1}{2}$,

整理得, $4x^2 - 12x + 9 = 0$,

解得 $x = \frac{3}{2}$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$.



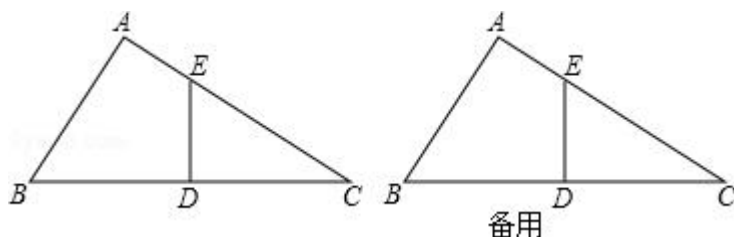
【点评】 本题是二次函数综合题型, 主要考查了待定系数法求二次函数解析式, 待定系数法求一次函数解析式, 联立两直线解析式求交点坐标的方法, 三角形的面积, 综合题, 但难度不大, 作出图形更形象直观.

25. (12分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$, 点 D 为边 BC 的中点, $DE \perp BC$ 交边 AC 于点 E , 点 P 为射线 AB 上的一动点, 点 Q 为边 AC 上的一动点, 且 $\angle PDQ = 90^\circ$

(1) 求 ED 、 EC 的长;

(2) 若 $BP = 2$, 求 CQ 的长;

(3) 记线段 PQ 与线段 DE 的交点为点 F , 若 $\triangle PDF$ 为等腰三角形, 求 BP 的长.



【考点】SO：相似形综合题.

【分析】(1) 由勾股定理求得 $BC = 10$. 通过“两角法”证得 $\triangle CDE \sim \triangle CAB$,

则对应边成比例 $DE: AB = CE: CB = CD: CA$, 由此可以求得 DE 、 CE 的值;

(2) 如图 2, 当 P 点在 AB 上时, 由 $\angle PDQ = 90^\circ$ 就可以得出 $\angle 2 = \angle 4$, 就可以证明 $\triangle PBD \sim \triangle QED$, 就可以 EQ 的值, 从而求得 CQ 的值; 如图 2 - 1, 当 P 点在 AB 的延长线上时, 证明 $\triangle PBD \sim \triangle QED$, 由相似三角形的性质就可以求出结论;

(3) 如图 3, 4, 5 由条件可以求出 $\triangle BPD \sim \triangle EQD$, 就有 $\frac{BP}{EQ} = \frac{BD}{ED} = \frac{PD}{QD} = \frac{4}{3}$. 设

$BP = x$, 则 $EQ = \frac{3}{4}x$, $CQ = \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x$. 由三角函数值可以得出 $\triangle PDF \sim \triangle$

CDQ . 由 $\triangle PDF$ 为等腰三角形就可以得出 $\triangle CDQ$ 为等腰三角形, 根据等腰三角形的性质, 分三种情况讨论就可以求出结论.

【解答】解: (1) 如图 1, $\because \angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$,

$\therefore$ 根据勾股定理得到, $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10$

$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 5$.

$\because DE \perp BC$.

$\therefore \angle A = \angle CDE = 90^\circ$ $\angle C = \angle C$

$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAB$

$\therefore DE: AB = CE: CB = CD: CA$,

即 $DE: 6 = CE: 10 = 5: 8$

$\therefore DE = \frac{15}{4}$, $CE = \frac{25}{4}$;

(2) 如图 2, $\because \triangle CDE \sim \triangle CAB$,

$\therefore \angle B = \angle DEC$.

$\because \angle PDQ = 90^\circ$

$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$.

$\because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

$\therefore \angle 2 = \angle 4$,

$\therefore \triangle PBD \sim \triangle QED$,

$$\therefore \frac{PB}{EQ} = \frac{BD}{ED},$$

$$\therefore \frac{2}{EQ} = \frac{5}{\frac{15}{4}},$$

$$\therefore EQ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CQ = CE - EQ = \frac{25}{4} - \frac{3}{2} = \frac{19}{4}.$$

如图 2 - 1, $\because \angle B = DEC$,

$$\therefore \angle PBD = \angle QED.$$

$$\because \angle PDQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

$$\because \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \triangle PBD \sim \triangle QED$$

$$\therefore \frac{PB}{EQ} = \frac{BD}{ED},$$

$$\therefore \frac{2}{EQ} = \frac{5}{\frac{15}{4}},$$

$$\therefore EQ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CQ = \frac{25}{4} + \frac{3}{2} = \frac{31}{4}$$

$$\text{故 } CQ = \frac{19}{4} \text{ 或 } \frac{31}{4};$$

(3) $\because$ 线段 PQ 与线段 DE 的交点为点 F ,

$\therefore$ 点 P 在边 AB 上

$$\because \triangle BPD \sim \triangle EQD$$

$$\therefore \frac{BP}{EQ} = \frac{BD}{ED} = \frac{PD}{QD} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{若设 } BP = x, \text{ 则 } EQ = \frac{3}{4}x, \quad CQ = \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x.$$

$$\because \cot \angle QPD = \frac{PD}{QD} = \frac{4}{3}, \quad \cot \angle C = \frac{CD}{ED} = \frac{5}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \angle QPD = \angle C$$

$$\because \angle PDE = \angle CDQ,$$

$$\therefore \triangle PDF \sim \triangle CDQ.$$

$\because \triangle PDF$ 为等腰三角形,

$\therefore \triangle CDQ$ 为等腰三角形.

$$\textcircled{1} \text{ 当 } CQ = CD \text{ 时, 可得: } \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x = 5, \text{ 解得: } x = \frac{5}{3}.$$

$\textcircled{2}$ 当 $QC = QD$ 时, 过点 Q 作 $QM \perp CB$ 于 M ,

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CD = \frac{5}{2}.$$

$$\because \cos \angle C = \frac{CM}{CQ} = \frac{CA}{BC} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{\frac{5}{2}}{CQ} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CQ = \frac{25}{8}.$$

$$\therefore \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x = \frac{25}{8}$$

$$\text{解得: } x = \frac{25}{6} \cdots (1 \text{ 分})$$

$\textcircled{3}$ 当 $DC = DQ$ 时, 过点 D 作 $DN \perp CQ$ 于 N ,

$$\therefore CQ = 2CN.$$

$$\because \cos \angle C = \frac{4}{5} = \frac{CN}{CD}$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{CN}{5},$$

$$\therefore CN = 4,$$

$$\therefore CQ = 8,$$

$$\therefore \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x = 8$$

$$\text{解得: } x = -\frac{7}{3} \text{ (舍去).}$$

$$\therefore \text{综上所述, } BP = \frac{5}{3} \text{ 或 } \frac{25}{6}.$$

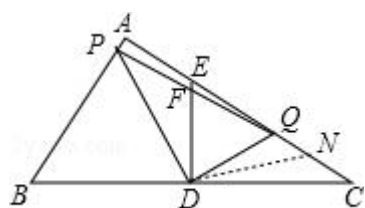


图5

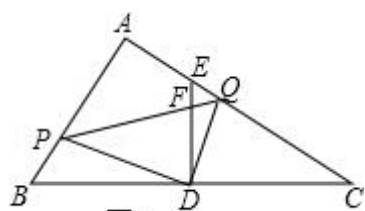


图4

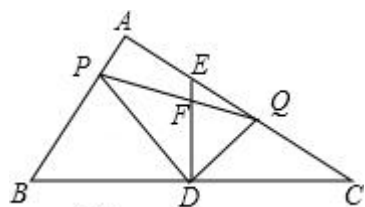


图3

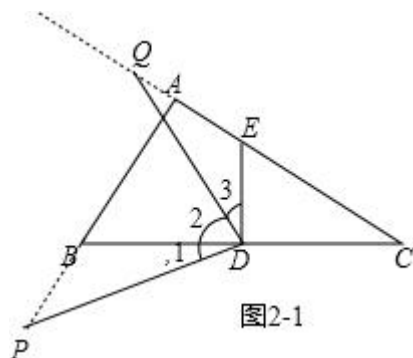


图2-1

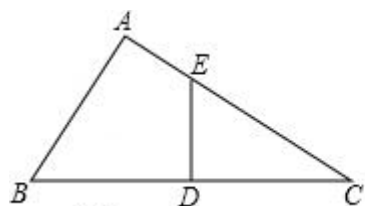


图1

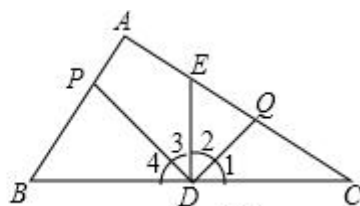


图2

【点评】 本题考查了直角三角形的性质的运用，勾股定理的运用，相似三角形的判定及性质的运用，分类讨论思想在解实际问题的运用，等腰三角形的性质的运用，三角函数值的运用，解答时运用三角函数值求证三角形的角相等是难点，证明三角形相似是关键。