

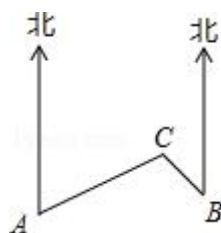
2013 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列分数中，能化为有限小数的是 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{9}$
2. (4 分) 如果 $\sqrt{(1-2a)^2} = 2a - 1$ ，那么 ()
- A. $a < \frac{1}{2}$ B. $a \leq \frac{1}{2}$ C. $a > \frac{1}{2}$ D. $a \geq \frac{1}{2}$
3. (4 分) 下列图形中，是旋转对称但不是中心对称图形的是 ()
- A. 线段 B. 正五边形 C. 正八边形 D. 圆
4. (4 分) 如果等腰三角形的两边长分别是方程 $x^2 - 10x + 21 = 0$ 的两根，那么它的周长为 ()
- A. 10 B. 13 C. 17 D. 21
5. (4 分) 一组数据共有 6 个正整数，分别为 6、7、8、9、10、 n ，如果这组数据的众数和平均数相同，那么 n 的值为 ()
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
6. (4 分) 如果两圆有两个交点，且圆心距为 13，那么此两圆的半径可能为 ()
- A. 1、10 B. 5、8 C. 25、40 D. 20、30

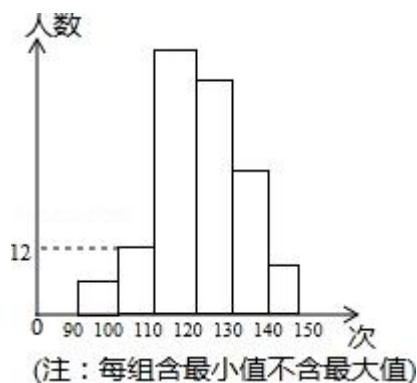
二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 8 的立方根是_____.
8. (4 分) 太阳半径约为 696 000 千米，数字 696 000 用科学记数法表示为_____.
9. (4 分) 计算： $(x^2)^3 =$ _____.
10. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，点 $(-2, 3)$ 在这个函数的图象上，那么当 $x > 0$ 时，随 x 的增大而_____。（增大或减小）
11. (4 分) 在 1~9 这九个数中，任何一个数能被 3 整除的概率是_____.
12. (4 分) 如图，已知 C 岛在 A 岛的北偏东 60° 方向，在 B 岛的北偏西 45° 的方向，那么 $\angle ACB =$ _____度.

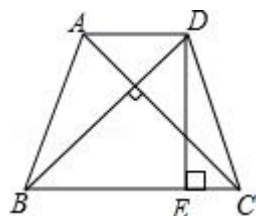


13. (4分) 化简: $2(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}) - 3(\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.

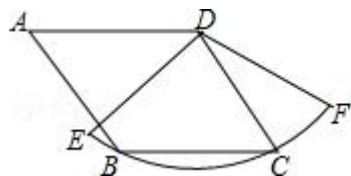
14. (4分) 在中考体育测试前, 某校抽取了部分学生的一分钟跳绳测试成绩, 将测试成绩整理后作出如图所示的统计图. 小红计算出 90~100 和 100~110 两组的频率和是 0.12, 小明计算出 90~100 组的频率为 0.04, 结合统计图中的信息, 可知这次共抽取了_____名学生的 一分钟跳绳测试成绩.



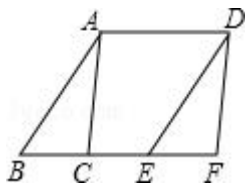
15. (4分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, $AC = BD$, 且 $AC \perp BD$, 如果梯形的高 $DE = 3$, 那么梯形 $ABCD$ 的中位线长为_____.



16. (4分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, 点 E 、 B 、 C 、 F 都在以 O 为圆心的同一圆弧上, 且 $\angle ADE = \angle CDF$, 那么 $\widehat{EF}$ 的长度等于_____. (结果保留 π)



17. (4分) 如图, 面积为 12cm^2 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle DEF$ 位置, 平移的距离是边 BC 长的两倍, 则图中的四边形 $ACED$ 的面积是_____ cm^2 .



18. (4分) 边长为1的正方形内有一个正三角形, 如果这个正三角形的一个顶点与正方形的一个顶点重合, 另两个顶点都在这个正方形的边上, 那么这个正三角形的边长是_____.

三、解答题 (共7小题, 满分78分)

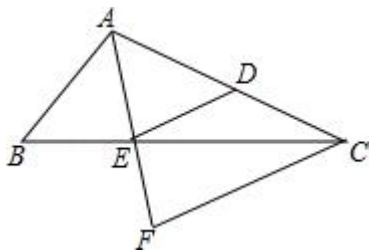
19. (10分) 计算: $(\pi - \sqrt[3]{8})^0 - (\frac{1}{3})^{-1} + |2 - \sqrt{3}| + \frac{1}{3^2}$.

20. (10分) 先化简, 再求值: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} - \frac{1}{x+2}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 2$.

21. (10分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E 在边 BC 上, 将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠, 点 B 恰好落在边 AC 上的点 D 处, 点 F 在线段 AE 的延长线上, 如果 $\angle FCA = \angle B = 2\angle ACB$, $AB = 5$, $AC = 9$.

求: (1) $\frac{BE}{CF}$ 的值;

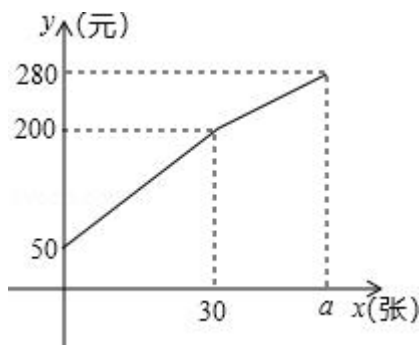
(2) CE 的值.



22. (10分) 学校组织“义捐义卖”活动, 小明的小组准备自制贺年卡进行义卖. 活动当天, 为了方便, 小组准备了一些零钱备用, 按照定价售出一些贺年卡后, 又降价出售, 小组所拥有的所有钱数 y (元) 与售出卡片数 x (张) 之间的关系如图所示.

(1) 求降价前 y (元) 与 x (张) 之间的函数解析式, 并写出定义域.

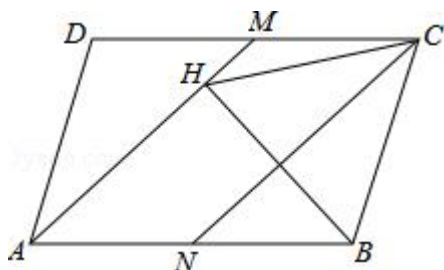
(2) 如果按照定价打八折后, 将剩余的卡片全部卖出, 这时, 小组一共有 280 元 (含备用零钱), 求该小组一共准备了多少张卡片.



23. (12分) 已知：平行四边形 $ABCD$ 中，点 M 为边 CD 的中点，点 N 为边 AB 的中点，连接 AM 、 CN ，

(1) 求证： $AM \parallel CN$ 。

(2) 过点 B 作 $BH \perp AM$ ，垂足为 H ，联结 CH ，求证： $\triangle BCH$ 是等腰三角形。



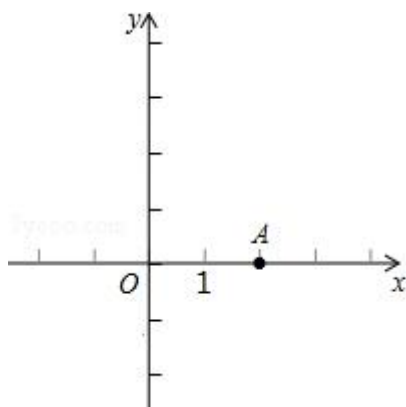
24. (12分) 已知：如图，点 $A(2, 0)$ ，点 B 在 y 轴正半轴上，且 $OB = \frac{1}{2}OA$ ，

将点 B 绕点 A 顺时针方向旋转 90° 至点 C 。旋转前后的点 B 和点 C 都在抛物线 $y = -\frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 上，

(1) 求点 B 、 C 的坐标；

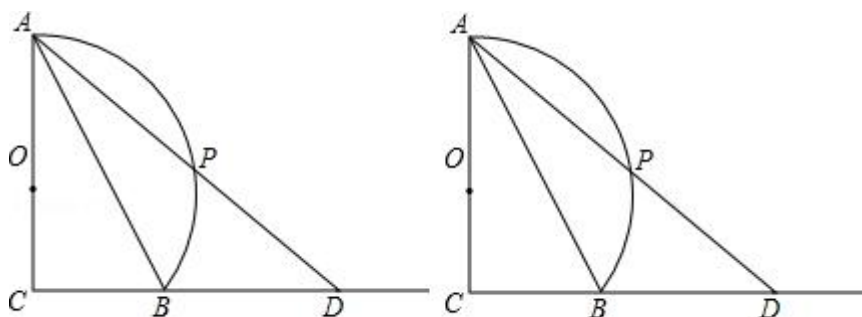
(2) 求该抛物线的表达式；

(3) 联结 AC ，该抛物线上是否存在异于点 B 的点 P ，使点 P 与 AC 构成以 AC 为直角边的等腰直角三角形？如果存在，求出符合所有条件的 P 点坐标；如果不存在，请说明理由。



25. (14分) 已知: 如图, 在 $RT\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 4$, $\tan \angle CAB = \frac{1}{2}$,

点 O 在边 AC 上, 以点 O 为圆心的圆过 A 、 B 两点, 点 P 为 $\widehat{AB}$ 上一动点.



备用图

- (1) 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 联结 AP 并延长, 交边 CB 延长线于点 D , 设 $AP = x$, $BD = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 联结 BP , 当点 P 是 $\widehat{AB}$ 的中点时, 求 $\triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积比 $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ABD}}$.

2013 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列分数中，能化为有限小数的是（ ）

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{7}$

D. $\frac{1}{9}$

【考点】1D：有理数的除法．

【专题】11：计算题．

【分析】本题需根据有理数的除法法则分别对每一项进行计算，即可求出结果．

【解答】解： $A \because \frac{1}{3} = 0.3\cdots$ 故本选项错误；

$B、\because \frac{1}{5} = 0.2$ 故本选项正确；

$C、\frac{1}{7} = 0.142857\cdots$ 故本选项错误；

$D、\frac{1}{9} = 0.1\cdots$ 故本选项错误．

故选：B．

【点评】本题主要考查了有理数的除法，在解题时要根据有理数的除法法则分别计算是解题的关键．

2.（4 分）如果 $\sqrt{(1-2a)^2} = 2a - 1$ ，那么（ ）

A. $a < \frac{1}{2}$

B. $a \leq \frac{1}{2}$

C. $a > \frac{1}{2}$

D. $a \geq \frac{1}{2}$

【考点】73：二次根式的性质与化简．

【专题】11：计算题．

【分析】由二次根式的化简公式得到 $1 - 2a$ 为非正数，即可求出 a 的范围．

【解答】解： $\because \sqrt{(1-2a)^2} = |1 - 2a| = 2a - 1$ ，

$$\therefore 1 - 2a \leq 0,$$

$$\text{解得：} a \geq \frac{1}{2}.$$

故选：D．

【点评】此题考查了二次根式的性质与化简，熟练掌握二次根式的化简公式是解本题的关键．

3. (4分) 下列图形中, 是旋转对称但不是中心对称图形的是 ()

- A. 线段 B. 正五边形 C. 正八边形 D. 圆

【考点】 R3: 旋转对称图形; R5: 中心对称图形.

【分析】 根据旋转对称图形和中心对称图形的概念即可作出判断.

【解答】 解: A、线段是旋转对称图形, 也是中心对称图形, 故本选项错误;

B、正五边形是旋转对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项正确;

C、正八边形是旋转对称图形, 也是中心对称图形, 故本选项错误;

D、圆是旋转对称图形, 也是中心对称图形, 故本选项错误.

故选: B.

【点评】 本题考查了旋转对称图形和中心对称图形的概念.

中心对称图形的概念: 把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

旋转对称图形的概念: 如果某一个图形围绕某一点旋转一定的角度(小于 360°) 后能与原图形重合, 那么这个图形就叫做旋转对称图形.

4. (4分) 如果等腰三角形的两边长分别是方程 $x^2 - 10x + 21 = 0$ 的两根, 那么它的周长为 ()

- A. 10 B. 13 C. 17 D. 21

【考点】 A8: 解一元二次方程 - 因式分解法; K6: 三角形三边关系; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】 先解方程 $x^2 - 10x + 21 = 0$ 求出 x 的值, 即求出等腰三角形的边长, 然后再求三角形的周长就容易了, 注意要分两种情况讨论, 以防漏解.

【解答】 解: $\because x^2 - 10x + 21 = 0$,

$$\therefore (x - 3)(x - 7) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 3, x_2 = 7,$$

当等腰三角形的边长是 3、3、7 时, $3+3 < 7$, 不符合三角形的三边关系, 应舍去;

当等腰三角形的边长是 7、7、3 时, 这个三角形的周长是 $7+7+3 = 17$.

故选: C.

【点评】 本题考查了因式分解法解一元二次方程以及等腰三角形的性质, 解题的

关键是求出方程的两根，此题注意分类思想的运用.

5. (4分) 一组数据共有6个正整数，分别为6、7、8、9、10、 n ，如果这组数据的众数和平均数相同，那么 n 的值为()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【考点】W1: 算术平均数; W5: 众数.

【分析】将6、7、8、9分别代入以上数据进行验证即可.

【解答】解: A、当 $n=6$ 时，众数为6， $\frac{6+6+7+8+9+10}{6} \neq 6$ ，故本选项错误;

B、当 $n=7$ 时，众数为7， $\frac{6+7+7+8+9+10}{6} \neq 7$ ，故本选项错误;

C、当 $n=8$ 时，众数为8， $\frac{6+7+8+8+9+10}{6} = 8$ ，故本选项正确;

D、当 $n=9$ 时，众数为9， $\frac{6+7+8+9+9+10}{6} \neq 9$ ，故本选项错误;

故选: C.

【点评】本题考查了众数、平均数，知道平均数的运算方法和众数的定义是解题的关键.

6. (4分) 如果两圆有两个交点，且圆心距为13，那么此两圆的半径可能为()

A. 1、10 B. 5、8 C. 25、40 D. 20、30

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】首先确定两圆有两个交点得到两圆相交，然后根据半径与圆心距之间的关系找到可能的答案即可.

【解答】解: $\because$ 两圆有两个交点，

$\therefore$ 两圆相交，

$\therefore$ 圆心距为13

$\therefore$ 两圆的半径之差小于13，半径之和大于13，

故选: D.

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系，解题的关键是了解两圆相交时两圆的圆心距和两圆的半径之间的关系.

二、填空题(本大题共12题，每题4分，满分48分)

7. (4分) 8的立方根是2.

【考点】24: 立方根.

【专题】11：计算题.

【分析】利用立方根的定义计算即可得到结果.

【解答】解：8 的立方根为 2，

故答案为：2.

【点评】此题考查了立方根，熟练掌握立方根的定义是解本题的关键.

8. (4 分) 太阳半径约为 696 000 千米，数字 696 000 用科学记数法表示为 6.96×10^5 .

【考点】11：科学记数法—表示较大的数.

【专题】12：应用题.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 本题中 696 000 有 6 位整数， $n = 6 - 1 = 5$.

【解答】解：696 000 = 6.96×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

9. (4 分) 计算： $(x^2)^3 = \underline{x^6}$.

【考点】47：幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据幂的乘方，底数不变，指数相乘，进行计算.

【解答】解：原式 = $x^{2 \times 3} = x^6$.

故答案为 x^6 .

【点评】此题考查了幂的乘方的性质.

10. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，点 $(-2, 3)$ 在这个函数的图象上，

那么当 $x > 0$ 时，随 x 的增大而 增大. (增大或减小)

【考点】G4：反比例函数的性质；G7：待定系数法求反比例函数解析式.

【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征，可得 $k = -2 \times 3 = -6$ ，再根据 $k < 0$ ，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大可得答案.

【解答】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 过点 $(-2, 3)$ ，

$$\therefore k = -2 \times 3 = -6,$$

$$\therefore k = -6 < 0,$$

∴当 $x > 0$ 时，随 x 的增大而增大，

故答案为：增大．

【点评】此题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，以及反比例函数图象的性质，关键是正确求出 k 的值．

11. (4分) 在 1~9 这九个数中，任何一个数能被 3 整除的概率是 $\frac{1}{3}$ ．

【考点】X4：概率公式．

【专题】2B：探究型．

【分析】先找出 1~9 这九个数中能被 3 整除的数，再求出其概率即可．

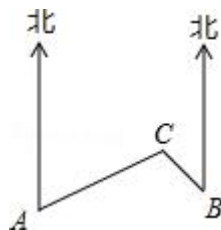
【解答】解：∵在 1~9 这九个数中能被 3 整除的数有：3，6，9 共 3 个，

∴任何一个数能被 3 整除的概率 $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ．

故答案为： $\frac{1}{3}$ ．

【点评】本题考查的是概率公式，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

12. (4分) 如图，已知 C 岛在 A 岛的北偏东 60° 方向，在 B 岛的北偏西 45° 的方向，那么 $\angle ACB = 105$ 度．



【考点】IH：方向角．

【分析】连接 AB ．先求出 $\angle CAB$ 及 $\angle ABC$ 的度数，再根据三角形内角和是 180° 即可进行解答．

【解答】解：连接 AB ．

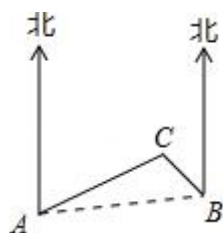
∵ C 岛在 A 岛的北偏东 60° 方向，在 B 岛的北偏西 45° 方向，

∴ $\angle CAB + \angle ABC = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$ ，

∵ 三角形内角和是 180° ，

∴ $\angle ACB = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$ ．

故答案为：105．



【点评】 本题考查的是方向角的概念及三角形内角和定理，根据题意得出 $\angle CAB$ 及 $\angle ABC$ 的度数是解答此题的关键．

13. (4 分) 化简: $2(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}) - 3(\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}) = \underline{\vec{a} - 4\vec{b}}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 根据向量的运算，先去掉括号，再合并即可得解．

【解答】 解: $2(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}) - 3(\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b})$

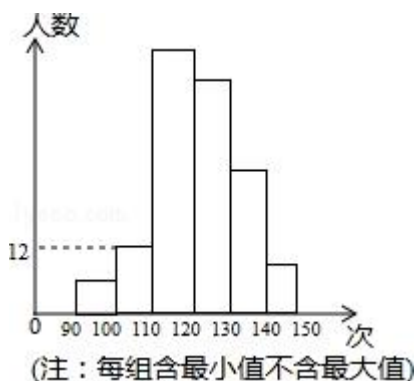
$$= 2\vec{a} - \vec{b} - \vec{a} - 3\vec{b}$$

$$= \vec{a} - 4\vec{b}.$$

故答案为: $\vec{a} - 4\vec{b}$.

【点评】 本题考查了向量的计算，是基础题，计算时要注意符号的处理．

14. (4 分) 在中考体育测试前，某校抽取了部分学生的一分钟跳绳测试成绩，将测试成绩整理后作出如图所示的统计图．小红计算出 90 ~ 100 和 100 - 110 两组的频率和是 0.12，小明计算出 90 ~ 100 组的频率为 0.04，结合统计图中的信息，可知这次共抽取了 150 名学生的一分钟跳绳测试成绩．



【考点】 V8: 频数(率)分布直方图.

【分析】 首先求得 100 - 110 两组的频率，利用 12 除以这组的频率即可求解．

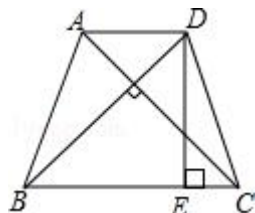
【解答】 解: 100 - 110 两组的频率是: $0.12 - 0.04 = 0.08$,

则抽查的总人数是: $12 \div 0.08 = 150$ (人).

故答案是：150.

【点评】 本题用到的知识点是：频率 = 频数 ÷ 总数，用样本估计整体让整体 × 样本的百分比即可.

15. (4分) 如图，四边形 $ABCD$ 是梯形， $AD \parallel BC$ ， $AC = BD$ ，且 $AC \perp BD$ ，如果梯形的高 $DE = 3$ ，那么梯形 $ABCD$ 的中位线长为 3.



【考点】 LL：梯形中位线定理.

【分析】 过点 D 作 $DF \parallel AC$ 交 BC 的延长线于 F ，可得四边形 $ACFD$ 是平行四边形，根据平行四边形的性质可得 $AD = CF$ ，再判定 $\triangle BDF$ 是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质求出 $DE = \frac{1}{2}BF$ ，再根据梯形的中位线等于两底边和的一半解答.

【解答】 解：如图，过点 D 作 $DF \parallel AC$ 交 BC 的延长线于 F ，
则四边形 $ACFD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = CF,$$

$$\therefore AD + BC = BF,$$

$$\because AC = BD, AC \perp BD,$$

$$\therefore \triangle BDF \text{ 是等腰直角三角形},$$

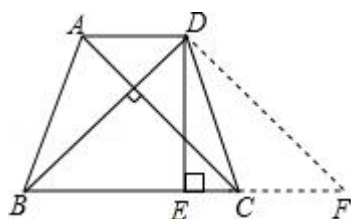
$$\therefore DE = \frac{1}{2}BF,$$

$$\therefore \text{梯形的中位线长等于 } DE \text{ 的长度},$$

$$\because DE = 3,$$

$$\therefore \text{梯形的中位线长为 } 3.$$

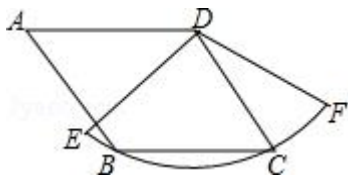
故答案为：3.



【点评】 本题考查了梯形的中位线，等腰直角三角形的判定与性质，平行四边形

的判定与性质，梯形的问题关键在于准确作出辅助线．

16. (4分) 如图，已知四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，点 E 、 B 、 C 、 F 都在以 O 为圆心的同一圆弧上，且 $\angle ADE = \angle CDF$ ，那么 $\widehat{EF}$ 的长度等于 $\frac{4\pi}{3}$ ．（结果保留 π ）



【考点】KM：等边三角形的判定与性质；L8：菱形的性质；MN：弧长的计算．

【分析】 B ， C 两点恰好落在扇形 AEF 的 $\widehat{EF}$ 上，即 B 、 C 在同一个圆上，连接 BD ，易证 $\triangle BDC$ 是等边三角形，即可求得 $\widehat{BC}$ 的圆心角的度数，根据 $\angle ADE = \angle CDF$ 可知 $\angle ADC = \angle EDF$ ，即可证明 $\widehat{EF}$ 的长 $= 2\widehat{BC}$ ，然后利用弧长公式即可求解．

【解答】解：连接 BD ，

$\because$ 菱形 $ABCD$ 中， $DC = BC$ ，

又 $\because BD = DC$ ，

$\therefore BD = DC = BC$ ，即 $\triangle DBC$ 是等边三角形．

$\therefore \angle BDC = 60^\circ$ ，

$$\therefore \widehat{BC} = \frac{60 \times 2\pi}{180} = \frac{2\pi}{3},$$

$\because \angle ADE = \angle CDF$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle EDF$ ，

$\because \angle ADC = 2\angle BDC$ ，

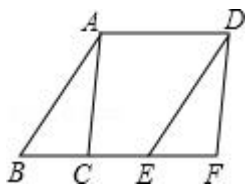
$\therefore \angle EDF = 2\angle BDC$ ，

$$\therefore \widehat{EF} = 2\widehat{BC} = 2 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}.$$

【点评】本题考查了弧长公式，理解 B ， C 两点恰好落在扇形 AEF 的 $\widehat{EF}$ 上，即 B 、 C 在同一个圆上，得到 $\triangle BDC$ 是等边三角形是关键．

17. (4分) 如图，面积为 12cm^2 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle DEF$ 位置，平移

的距离是边 BC 长的两倍，则图中的四边形 $ACED$ 的面积是 36 cm^2 。



【考点】 Q2: 平移的性质.

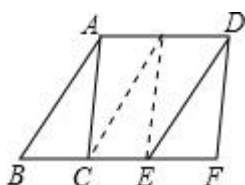
【分析】 根据平移的性质可以知道四边形 $ACED$ 的面积是三个 $\triangle ABC$ 的面积，依此计算即可.

【解答】 解： $\because$ 平移的距离是边 BC 长的两倍，

$$\therefore BC = CE = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 的面积是三个 $\triangle ABC$ 的面积；

$$\therefore \text{四边形 } ACED \text{ 的面积} = 12 \times 3 = 36 cm^2.$$



【点评】 本题的关键是得出四边形 $ACED$ 的面积是三个 $\triangle ABC$ 的面积. 然后根据已知条件计算.

18. (4 分) 边长为 1 的正方形内有一个正三角形，如果这个正三角形的一个顶点与正方形的一个顶点重合，另两个顶点都在这个正方形的边上，那么这个正三角形的边长是 $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ 。

【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质；KQ: 勾股定理；LE: 正方形的性质.

【分析】 设 $AE = x$, $CF = y$, 利用正方形的性质及勾股定理求出 $x = y$, 然后列出关于 x 的一元二次方程，求出 x 的值，最后求出正三角形的边长.

【解答】 解：设 $AE = x$, $CF = y$,

在 $Rt\triangle BAE$ 中，

$$\because AB = 1, AE = x,$$

$$\therefore BE = \sqrt{x^2 + 1},$$

在 $Rt\triangle BCD$ 中，

$$\because BC = 1, CF = y,$$

$$\therefore BF = \sqrt{y^2 + 1},$$

$$\because BE = BF,$$

$$\therefore x = y,$$

在 $\text{Rt}\triangle EDF$ 中,

$$\therefore DE = DF = 1 - x,$$

$$\therefore EF = \sqrt{2}(1 - x),$$

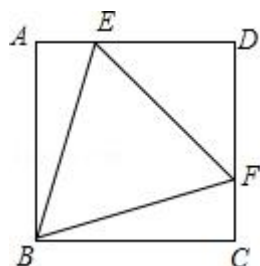
$$\because BE = BF = EF,$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2}(1 - x),$$

$$\text{解得 } x = 2 - \sqrt{3},$$

$$\therefore BE = \sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{8 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{12} + 2} = \sqrt{6} - \sqrt{2}.$$

故答案为 $\sqrt{6} - \sqrt{2}$.



【点评】 本题主要考查正方形的性质和勾股定理的知识点，解答本题的关键是求出 $AE = CF$ ，此题难度不大.

三、解答题（共 7 小题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算: $(\pi - \sqrt[3]{8})^0 - (\frac{1}{3})^{-1} + |2 - \sqrt{3}| + \frac{1}{3^2}.$

【考点】 2C: 实数的运算; 2F: 分数指数幂; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】 分别进行零指数幂、负整数指数幂、绝对值、乘方等运算，然后按照实数的运算法则计算即可.

【解答】 解: 原式 $= 1 - 3 + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3}$

$$= 0.$$

【点评】 本题考查了实数的运算，涉及了零指数幂、负整数指数幂、绝对值、乘

方等知识，属于基础题.

20. (10分) 先化简，再求值： $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} - \frac{1}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{3}-2$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【分析】原式三项通分并利用同分母分式的加减法则计算得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= \frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{(x+2)(x-2)} - \frac{1}{x+2}$

$$= \frac{(x+2)^2 - 16 - (x-2)}{(x+2)(x-2)}$$
$$= \frac{x^2 + 3x - 10}{(x+2)(x-2)}$$
$$= \frac{(x-2)(x+5)}{(x+2)(x-2)}$$
$$= \frac{x+5}{x+2},$$

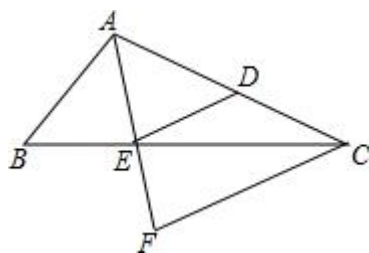
当 $x = \sqrt{3}-2$ 时，原式 $= \frac{\sqrt{3}-2+5}{\sqrt{3}-2+2} = 1+\sqrt{3}$.

【点评】此题考查了分式的化简求值，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分母；分式的乘除运算关键是约分，约分的关键是找公因式.

21. (10分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 在边 BC 上，将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠，点 B 恰好落在边 AC 上的点 D 处，点 F 在线段 AE 的延长线上，如果 $\angle FCA = \angle B = 2\angle ACB$ ， $AB = 5$ ， $AC = 9$.

求：(1) $\frac{BE}{CF}$ 的值；

(2) CE 的值.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 先由折叠的性质得出 $\triangle ABE \cong \triangle ADE$ ，则 $\angle B = \angle ADE$ ， $AB = AD = 5$ ，再由 $\angle FCA = \angle B$ ，得到 $\angle FCA = \angle ADE$ ，判定 $DE \parallel CF$ ，则 $\triangle ADE \sim \triangle ACF$ ，根据相似三角形对应边成比例得到 $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{AC} = \frac{5}{9}$ ，即可求出 $\frac{BE}{CF}$ 的值；

(2) 先由已知条件及平行线的性质得出 $\angle ACE = \angle DEC$, 根据等角对等边得到 $DE = DC = 4$, 再由 $\triangle ABE \cong \triangle ADE$, 得出 $BE = DE = 4$, $\angle BAE = \angle DAE$, 然后由角平分线的性质得到 $\frac{BE}{CE} = \frac{AB}{AC}$, 将数值代入, 即可求出 CE 的值.

【解答】解: (1) $\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠, 点 B 恰好落在边 AC 上的点 D 处,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADE$,
 $\therefore \angle B = \angle ADE$, $AB = AD = 5$,
 $\because \angle FCA = \angle B$,
 $\therefore \angle FCA = \angle ADE$,
 $\therefore DE \parallel CF$,
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACF$,
 $\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{AC} = \frac{5}{9}$,
 $\therefore \frac{BE}{CF} = \frac{5}{9}$;

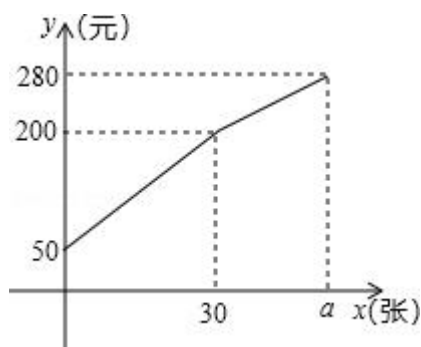
(2) $\because \angle FCA = 2\angle ACB$,
 $\therefore \angle ACE = \angle FCE$.
 $\because DE \parallel CF$,
 $\therefore \angle DEC = \angle FCE$,
 $\therefore \angle ACE = \angle DEC$,
 $\therefore DE = DC = AC - AD = 9 - 5 = 4$,
 $\because \triangle ABE \cong \triangle ADE$,
 $\therefore BE = DE = 4$, $\angle BAE = \angle DAE$,
 $\therefore \frac{BE}{CE} = \frac{AB}{AC}$, $\frac{4}{CE} = \frac{5}{9}$,
 解得 $CE = \frac{36}{5}$.

【点评】 本题考查了轴对称的性质, 相似三角形的判定与性质, 平行线的判定与性质, 等腰三角形的判定, 角平分线的性质等知识, 综合性较强, 有一定难度.

22. (10分) 学校组织“义捐义卖”活动, 小明的小组准备自制贺年卡进行义卖. 活动当天, 为了方便, 小组准备了一些零钱备用, 按照定价售出一些贺年卡后,

又降价出售，小组所拥有的所有钱数 y （元）与售出卡片数 x （张）之间的关系如图所示.

- (1) 求降价前 y （元）与 x （张）之间的函数解析式，并写出定义域.
- (2) 如果按照定价打八折后，将剩余的卡片全部卖出，这时，小组一共有 280 元（含备用零钱），求该小组一共准备了多少张卡片.



【考点】 FH：一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据函数图象由待定系数法就可以直接求出降价前 y （元）与 x （张）之间的函数解析式；

(2) 根据 (1) 的结论求出卡片原来的定价，设一共准备了 a 张卡片，则降价出售了 $(a - 30)$ 张，就有由条件建立方程求出其值.

【解答】 解：设降价前 y （元）与 x （张）之间的函数解析式为 $y = kx + b$ ，根据图象得

$$\begin{cases} 50 = b \\ 200 = 30k + b \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k = 5 \\ b = 50 \end{cases},$

$\therefore$ 降价前 y （元）与 x （张）之间的函数解析式为： $y = 5x + 50$.

由图象得自变量的取值范围为： $0 \leq x \leq 30$ （且 x 为正整数）

(2) 由题意，得

每张卡片的售价为： $(200 - 50) \div 30 = 5$ 元.

设一共准备了 a 张卡片，则降价出售了 $(a - 30)$ 张，由图象，得

$$5 \times 0.8 \times (a - 30) = 280 - 200,$$

解得： $a = 50$ 张.

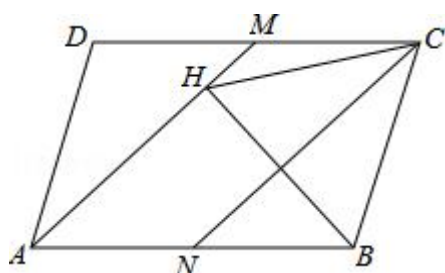
答：该小组一共准备了 50 张卡片.

【点评】 本题是一道一次函数的综合试题，考查了运用待定系数法求一次函数的解析式的运用，列一元一次方程解实际问题的运用，解答时弄清函数图象的含义是关键.

23. (12分) 已知：平行四边形 $ABCD$ 中，点 M 为边 CD 的中点，点 N 为边 AB 的中点，连接 AM 、 CN ，

(1) 求证： $AM \parallel CN$.

(2) 过点 B 作 $BH \perp AM$ ，垂足为 H ，联结 CH ，求证： $\triangle BCH$ 是等腰三角形.



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；KI：等腰三角形的判定；KP：直角三角形斜边上的中线；L7：平行四边形的判定与性质.

【专题】 14：证明题.

【分析】 (1) 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，根据平行四边形的性质，可得 $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ，又由点 M 为边 CD 的中点，点 N 为边 AB 的中点，即可得 $CM = AN$ ，继而可判定四边形 $ANCM$ 是平行四边形，则可证得 $AM \parallel CN$.

(2) 由 $AM \parallel CN$ ， $BH \perp AM$ ，点 N 为边 AB 的中点，可证得 $BH \perp CN$ ， ME 是 $\triangle BAH$ 的中位线，则可得 CN 是 BH 的垂直平分线，继而证得： $\triangle BCH$ 是等腰三角形.

【解答】 证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, AB = CD,$$

$\because$ 点 M 为边 CD 的中点，点 N 为边 AB 的中点，

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CD, AN = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore CM = AN,$$

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 是平行四边形，

$$\therefore AM \parallel CN;$$

(2) 设 BH 与 CN 交于点 E ,

$\because AM \parallel CN, BH \perp AM,$

$\therefore BH \perp CN,$

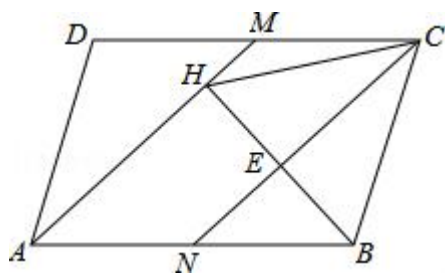
$\because N$ 是 AB 的中点,

$\therefore EN$ 是 $\triangle BAH$ 的中位线,

$\therefore BE = EH,$

$\therefore CH = CB,$

$\therefore \triangle BCH$ 是等腰三角形.



【点评】 此题考查了平行四边形的判定与性质、线段垂直平分线的性质以及等腰三角形的判定. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

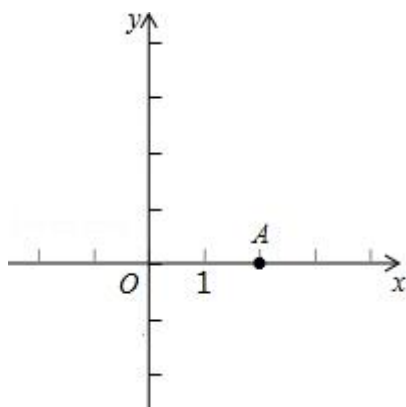
24. (12分) 已知: 如图, 点 $A(2, 0)$, 点 B 在 y 轴正半轴上, 且 $OB = \frac{1}{2}OA$,

将点 B 绕点 A 顺时针方向旋转 90° 至点 C . 旋转前后的点 B 和点 C 都在抛物线 $y = -\frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 上,

(1) 求点 B 、 C 的坐标;

(2) 求该抛物线的表达式;

(3) 联结 AC , 该抛物线上是否存在异于点 B 的点 P , 使点 P 与 AC 构成以 AC 为直角边的等腰直角三角形? 如果存在, 求出符合所有条件的 P 点坐标; 如果不存在, 请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1)由 A 点坐标求出 OA 的长,根据点 B 在 y 轴正半轴上,且 $OB = \frac{1}{2}OA$,

可求出点 B 的坐标为 $(0, 1)$;过点 C 作 CD 垂直于 x 轴于 D ,由点 B 绕点 A 顺时针方向旋转 90° 至点 C ,根据旋转的性质得到 $AB = AC$,且 $\angle BAC$ 为直角,可得 $\angle OAB$ 与 $\angle CAD$ 互余,由 $\angle AOB$ 为直角,可得 $\angle OAB$ 与 $\angle ABO$ 互余,根据同角的余角相等可得一对角相等,再加上一对直角相等,利用 ASA 可证明三角形 ACD 与三角形 AOB 全等,根据全等三角形的对应边相等可得 $AD = OB$, $CD = OA$,进而求出 C 的坐标;

(2)将 B 、 C 两点的坐标代入抛物线解析式,运用待定系数法即可确定抛物线的解析式;

(3)假设存在点 P 使 $\triangle ABP$ 是以 AB 为直角边的等腰直角三角形,分三种情况考虑:(i)当以 AC 为直角边,点 A 为直角顶点,则延长 BA 至点 P_1 ,使得 $P_1A = CA$,得到等腰直角三角形 ACP_1 ,过点 P_1 作 $P_1M \perp x$ 轴,如图所示,根据一对对顶角相等,一对直角相等, $AB = AP_1$,利用 AAS 可证明三角形 AP_1M 与三角形 ABO 全等,得出 AP_1 与 P_1M 的长,再由 P_1 为第四象限的点,得出此时 P_1 的坐标,代入抛物线解析式中检验满足;(ii)当以 AC 为直角边,点 C 为直角顶点,则过点 C 作 $CP_2 \perp AC$,且使得 $CP_2 = AC$,得到等腰直角三角形 ACP_2 ,过点 P_2 作 y 轴的平行线,过点 C 作 x 轴的平行线,两线交于点 N ,如图所示,同理证明三角形 CP_2N 与三角形 AOB 全等,得出 P_2N 与 CN 的长,由 P_2 为第一象限的点,写出 P_2 的坐标,代入抛物线解析式中检验满足;(iii)当以 AC 为直角边,点 C 为直角顶点,则过点 C 作 $CP_3 \perp AC$,且使得 $CP_3 = AC$,得到等腰直角三角形 ACP_3 ,过点 P_3 作 x 轴的平行线,过点 C 作 y 轴的

平行线，两线交于点 H ，如图所示，同理可证明三角形 CP_3H 全等于三角形 AOB ，可得出 P_3H 与 CH 的长，由 P_3 为第一象限的点，写出 P_3 的坐标，代入抛物线解析式检验，不满足，综上，得到所有满足题意的 P 的坐标.

【解答】解：（1） $\because$ 点 $A(2, 0)$,

$$\therefore OA = 2,$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2}OA = 1,$$

$\because$ 点 B 在 y 轴正半轴上，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 1)$;

过 C 作 $CD \perp x$ 轴，垂足为 D ,

$$\because BA \perp AC, \therefore \angle OAB + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \angle AOB = 90^\circ, \therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle OBA, \text{ 又 } AB = AC, \angle AOB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle CDA,$$

$$\therefore OA = CD = 2, OB = AD = 1,$$

$$\therefore OD = OA + AD = 3, \text{ 又 } C \text{ 为第一象限的点},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (3, 2);$$

$$(2) \because \text{点 } B \text{ 和点 } C \text{ 都在抛物线 } y = -\frac{5}{6}x^2 + bx + c \text{ 上},$$

$\therefore$ 把 $B(0, 1)$, $C(3, 2)$ 代入，

$$\text{得} \begin{cases} c=1 \\ -\frac{5}{6} \times 9 + 3b + c = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{17}{6} \\ c = 1 \end{cases},$$

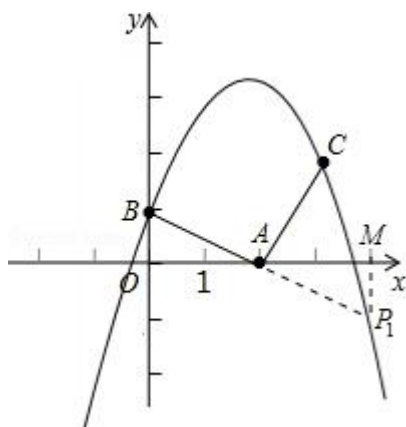
$$\text{则抛物线的解析式为 } y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{17}{6}x + 1;$$

（3）该抛物线上存在点 P ， $\triangle ACP$ 是以 AC 为直角边的等腰直角三角形，分三种情况：

（i）若以 AC 为直角边，点 A 为直角顶点，则延长 BA 至点 P_1 ，使得 $P_1A = CA$,

得到等腰直角三角形 ACP_1 ,

过点 P_1 作 $P_1M \perp x$ 轴, 如图所示,



$$\because AP_1 = CA = AB, \angle MAP_1 = \angle OAB, \angle P_1MA = \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AMP_1 \cong \triangle AOB,$$

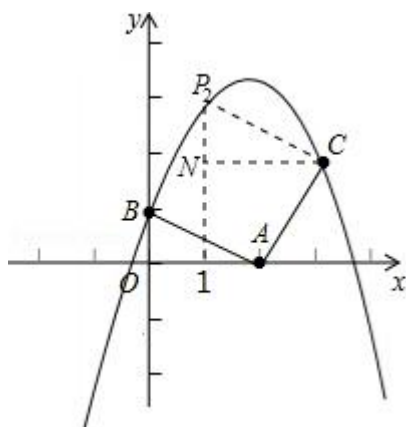
$$\therefore AM = AO = 2, P_1M = OB = 1,$$

$$\therefore OM = OA + AM = 4,$$

$$\therefore P_1(4, -1), \text{ 经检验点 } P_1 \text{ 在抛物线 } y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{17}{6}x + 1 \text{ 上};$$

(ii) 若以 AC 为直角边, 点 C 为直角顶点, 则过点 C 作 $CP_2 \perp AC$, 且使得 $CP_2 = AC$, 得到等腰直角三角形 ACP_2 ,

过点 P_2 作 y 轴的平行线, 过点 C 作 x 轴的平行线, 两线交于点 N , 如图,



同理可证 $\triangle CP_2N \cong \triangle ABO$,

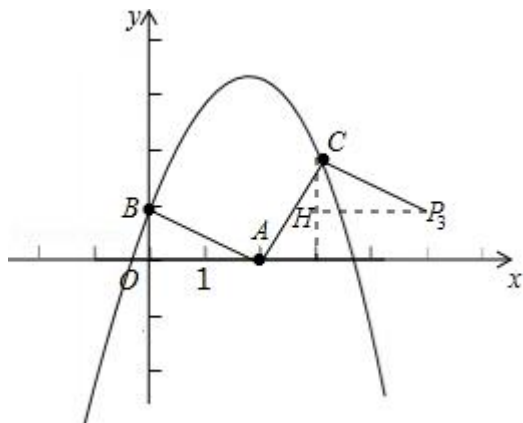
$$\therefore CN = OA = 2, NP_2 = OB = 1,$$

又 $\because C$ 的坐标为 $(3, 2)$,

$$\therefore P_2(1, 3), \text{ 经检验 } P_2 \text{ 也在抛物线 } y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{17}{6}x + 1 \text{ 上};$$

(iii) 若以 AC 为直角边, 点 C 为直角顶点, 则过点 C 作 $CP_3 \perp AC$, 且使得 $CP_3 = AC$, 得到等腰直角三角形 ACP_3 ,

过点 P_3 作 x 轴的平行线, 过点 C 作 y 轴的平行线, 两线交于点 H , 如图,



同理可证 $\triangle CP_3H \cong \triangle BAO$,

$$\therefore HP_3 = OA = 2, CH = OB = 1,$$

又 $\because C$ 的坐标为 $(3, 2)$,

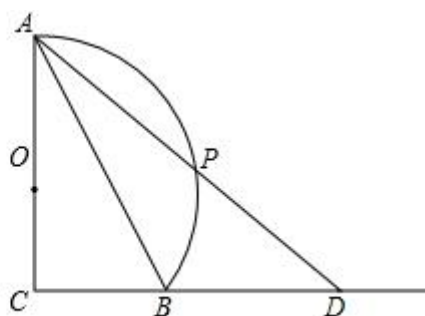
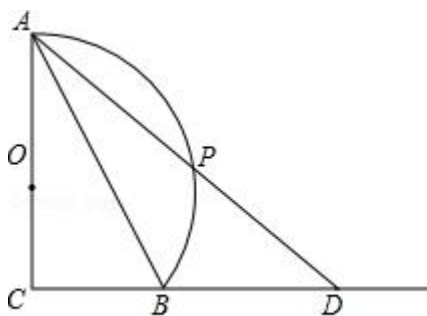
$$\therefore P_3(5, 1), \text{ 经检验 } P_3 \text{ 不在抛物线 } y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{17}{6}x + 1 \text{ 上};$$

则符合条件的点有 $P_1(4, -1)$, $P_2(1, 3)$ 两点.

【点评】 此题属于二次函数的综合题, 涉及的知识有: 全等三角形的判定与性质, 待定系数法求二次函数的解析式, 以及等腰直角三角形的性质等知识. 此题综合性强, 难度较大, 解题的关键是要注意数形结合思想、方程思想与分类讨论思想的应用.

25. (14 分) 已知: 如图, 在 $RT\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 4$, $\tan \angle CAB = \frac{1}{2}$,

点 O 在边 AC 上, 以点 O 为圆心的圆过 A 、 B 两点, 点 P 为 $\widehat{AB}$ 上一动点.



备用图

(1) 求 $\odot O$ 的半径;

(2) 联结 AP 并延长, 交边 CB 延长线于点 D , 设 $AP = x$, $BD = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 联结 BP , 当点 P 是 $\widehat{AB}$ 的中点时, 求 $\triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积比 $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ABD}}$.

【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】11: 计算题.

【分析】(1) 首先求出 $AC = 2BC$, 再利用勾股定理 $OB^2 = OC^2 + BC^2$, 求出 r 求出即可;

(2) 首先得出 $\text{Rt}\triangle OAH \sim \text{Rt}\triangle DAC$, 进而得出 y 与 x 之间的函数关系;

(3) 首先求出 AQ , PQ 的长, 进而求出 $\triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积比.

【解答】解: (1) 连结 OB , 如图 (1),

$$\because \angle C = 90^\circ, BC = 4, \tan \angle CAB = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle CAB = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AC = 2BC = 8,$$

设 $OA = OB = r$, 则 $OC = 8 - r$,

在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中, $\because OB^2 = OC^2 + BC^2$,

$$\therefore r^2 = (8 - r)^2 + 4^2,$$

解得: $r = 5$,

即 $\odot O$ 的半径为 5;

(2) 作 $OH \perp AP$, 如图 (1),

$$\therefore AH = PH = \frac{1}{2}x,$$

$$\because \angle OAH = \angle DAC,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OAH \sim \text{Rt}\triangle DAC,$$

$$\therefore OH : CD = AH : AC,$$

$$\text{即 } OH : (4 + y) = \frac{1}{2}x : 8,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{16}x(4 + y),$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOH \text{ 中, } OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - \frac{1}{4}x^2} = \frac{1}{2}\sqrt{100 - x^2},$$

$$\therefore \frac{1}{2}\sqrt{100 - x^2} = \frac{1}{16}x(4+y),$$

$$\therefore y = \frac{8\sqrt{100 - x^2}}{x} - 4,$$

$$\because AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore \text{定义域为 } 0 < x < 4\sqrt{5};$$

(3) 连结 OP 交 AB 于 Q , 如图 (2),

$\because$ 点 P 是 $\widehat{AB}$ 的中点,

$\therefore OQ$ 垂直平分 AB ,

$$\therefore AQ = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OAQ \text{ 中, } OQ = \sqrt{AO^2 - AQ^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore PQ = PO - OQ = 5 - \sqrt{5},$$

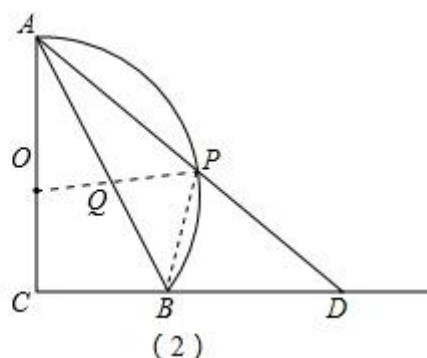
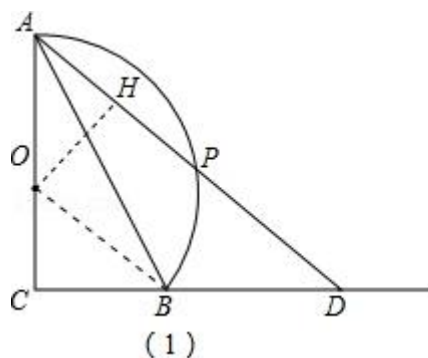
$$\therefore S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}AB \cdot PQ = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times (5 - \sqrt{5}) = 10\sqrt{5} - 10,$$

$$\text{在 Rt}\triangle APQ \text{ 中, } AP^2 = PQ^2 + AQ^2 = (5 - \sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 50 - 10\sqrt{5},$$

$$\text{即 } x^2 = 50 - 10\sqrt{5}, \quad x = \sqrt{50 - 10\sqrt{5}},$$

$$\therefore y = \frac{8\sqrt{100 - (50 - 10\sqrt{5})}}{\sqrt{50 - 10\sqrt{5}}} - 4 = 8 \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1} - 4 = 8 \times \frac{\sqrt{5} + 1}{2} - 4 = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot PQ}{\frac{1}{2}BD \cdot AC} = \frac{4\sqrt{5} \cdot (5 - \sqrt{5})}{4\sqrt{5} \cdot 8} = \frac{5 - \sqrt{5}}{8}.$$



【点评】 本题考查了圆的综合题：垂径定理及其讨论在有关圆的几何计算中常常用到，同时勾股定理以及三角形相似的性质是几何计算常用的定理．