

2013 年上海市松江区中考数学二模试卷

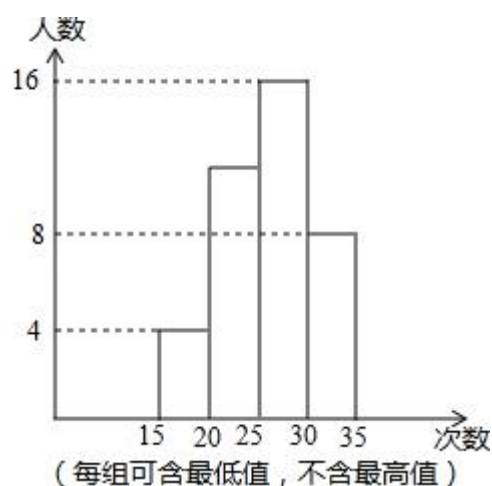
一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)(下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. (4 分) 下列各运算中，正确的运算是 ()
A. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ B. $(-2a^3)^2 = 4a^6$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(a-3)^2 = a^2 - 9$
2. (4 分) 用换元法解方程 $\frac{x-3}{x} - \frac{2x}{x-3} = 1$ 时，可以设 $y = \frac{x-3}{x}$ ，那么原方程可以化为 ()
A. $y^2 + y - 2 = 0$ B. $y^2 + y - 1 = 0$ C. $y^2 - 2y - 1 = 0$ D. $y^2 - y - 2 = 0$
3. (4 分) 数据 10、5、7、12、10、8 的众数和中位数分别是 ()
A. 10, 9 B. 10, 8 C. 8, 10 D. 10, 10
4. (4 分) 已知 $a > b$ ，下列关系式中一定正确的是 ()
A. $-a > -b$ B. $2a < 2b$ C. $2 - a < 2 - b$ D. $a^2 > ab$
5. (4 分) 现有两根木棒，它们的长度分别是 $5dm$ 和 $8dm$ 。如果不改变木棒的长度，要钉成一个三角形的木架，那么在下列四根木棒中应选取 ()
A. $3dm$ 长的木棒 B. $8dm$ 长的木棒
C. $13dm$ 长的木棒 D. $16dm$ 长的木棒
6. (4 分) 下列命题正确的是 ()
A. 一组对边平行且另一组对边相等的四边形是平行四边形
B. 两条对角线相等的四边形是矩形
C. 顺次联结等腰梯形各边中点所得的四边形是菱形
D. 四条边相等的四边形是正方形

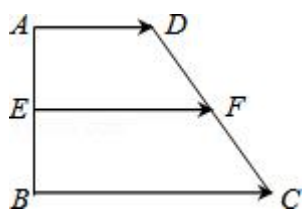
二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)(请将结果直接填入答题纸的相应位置上)

7. (4 分) 计算： $3^{-2} =$ _____.
8. (4 分) 因式分解： $4 - a^2 =$ _____.
9. (4 分) 方程 $\sqrt{2x-1} = 1$ 的根是_____.

10. (4分) 在函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象所在的每个象限中, y 的值随 x 的值增大而_____. (增大或减小)
11. (4分) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是_____.
12. (4分) 把抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位, 所得抛物线的函数表达式为_____.
13. (4分) 一个不透明的口袋中, 装有红球 6 个, 白球 9 个, 黑球 3 个, 这些球除颜色不同外没有任何区别, 现从中任意摸出一个球, 恰好是黑球的概率为_____.
14. (4分) 为了解九年级学生体能情况, 随机抽查了其中的 40 名学生, 测试了 1 分钟仰卧起坐的次数, 并绘制成如图的频数分布直方图, 则仰卧起坐的次数在 20~25 次之间的频率是_____.



15. (4分) 已知斜坡的坡度为 $i = 1:5$, 如果这一斜坡的高度为 2 米, 那么这一斜坡的水平距离为_____米.
16. (4分) 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 外切, $O_1O_2 = 8$, 若 $\odot O_1$ 的半径为 3, 则 $\odot O_2$ 的半径为_____.
17. (4分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 DC 的中点, $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{EF} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC} =$ _____. (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



18. (4分) 三角形的三条高或其延长线相交于一点, 这点称为三角形的垂心. 边长为 2 的等边三角形的垂心到这个三角形各顶点之间的距离之和为_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 先化简, 再求值: $\frac{a^2-4a+4}{a^2-a} \div (1-\frac{1}{a-1})$, 其中 $a=\sqrt{2}$.

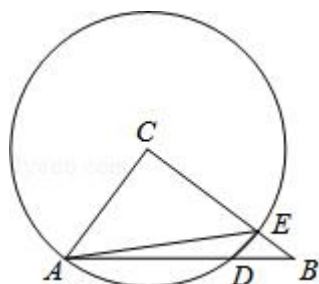
20. (10分) 解方程组: $\begin{cases} 2x-y=6 \\ x^2-5xy+6y^2=0 \end{cases}$.

21. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AC=15$, $AB=25$, $\sin \angle CAB = \frac{4}{5}$, 以 CA

为半径的 $\odot C$ 与 AB 、 BC 分别交于点 D 、 E , 联结 AE , DE .

(1) 求 BC 的长;

(2) 求 $\triangle AED$ 的面积.



22. (10分) 声音在空气中传播的速度 y (米/秒) (简称音速) 是气温 x ($^{\circ}\text{C}$) ($0 \leq x \leq 30$) 的一次函数. 下表列出了一组不同气温时的音速:

气温 x ($^{\circ}\text{C}$)	...	5	10	15	20	...
音速 y (米/秒)	...	334	337	340	343	...

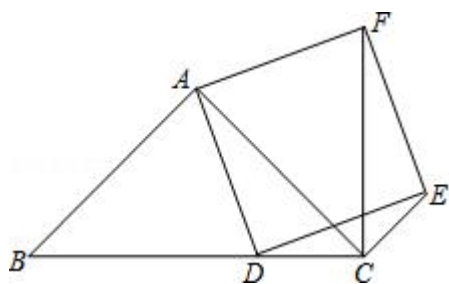
(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 小明在距烟花燃放地点 503.7 米处看到烟花燃放 1.5 秒后才听到声响, 求此时的气温.

23. (12分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^{\circ}$, $AB = AC$, 点 D 在边 BC 上, 以 AD 为边作正方形 $ADEF$, 联结 CF , CE .

(1) 求证: $FC \perp BC$;

(2) 如果 $BD = AC$, 求证: $CD = CE$.

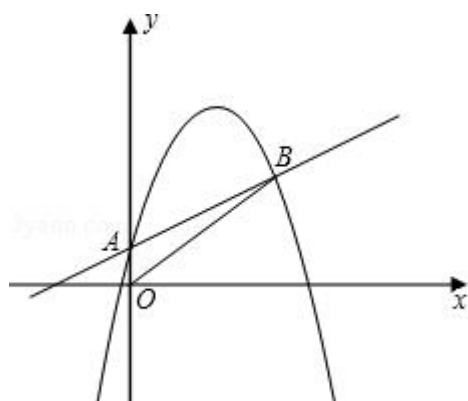


24. (12 分) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 1)$, $B(4, 3)$.

(1) 求抛物线的函数解析式;

(2) 求 $\tan \angle ABO$ 的值;

(3) 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为 C , 在对称轴的左侧且平行于 y 轴的直线交线段 AB 于点 N , 交抛物线于点 M , 若四边形 $MNCB$ 为平行四边形, 求点 M 的坐标.

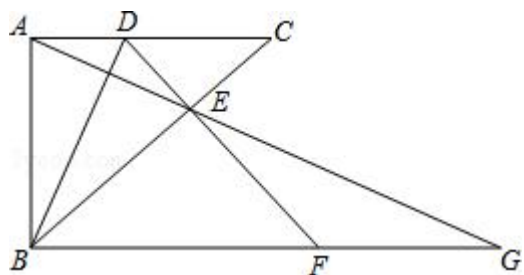


25. (14 分) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 4$, 点 D 在边 AC 上, $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折, 点 A 与 BC 边上的点 E 重合, 过点 B 作 $BG \parallel AC$ 交 AE 的延长线于点 G , 交 DE 的延长线于点 F .

(1) 当 $\angle ABC = 60^\circ$ 时, 求 CD 的长;

(2) 如果 $AC = x$, $AD = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域;

(3) 联结 CG , 如果 $\angle ACB = \angle CGB$, 求 AC 的长.



2013 年上海市松江区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)(下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. (4 分) 下列各运算中，正确的运算是 ()

A. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$

B. $(-2a^3)^2 = 4a^6$

C. $a^6 \div a^2 = a^3$

D. $(a-3)^2 = a^2 - 9$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法；4C：完全平方公式；78：二次根式的加减法.

【分析】分别根据合并同类项、幂的乘方与积的乘方法则、同底数幂的除法法则对各选项进行逐一判断即可.

【解答】解：A、 $\because \sqrt{3}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式， $\therefore$ 不能合并，故本选项错误；

B、原式 $= 4a^6$ ，故本选项正确；

C、原式 $= a^{6-2} = a^4$ ，故本选项错误；

D、原式 $= a^2 + 9 - 6a$ ，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查的是二次根式的加减法，熟知合并同类项、幂的乘方与积的乘方法则、同底数幂的除法法则等知识是解答此题的关键.

2. (4 分) 用换元法解方程 $\frac{x-3}{x} - \frac{2x}{x-3} = 1$ 时，可以设 $y = \frac{x-3}{x}$ ，那么原方程可以化为 ()

A. $y^2 + y - 2 = 0$

B. $y^2 + y - 1 = 0$

C. $y^2 - 2y - 1 = 0$

D. $y^2 - y - 2 = 0$

【考点】B4：换元法解分式方程.

【专题】11：计算题.

【分析】将分式方程中的 $\frac{x-3}{x}$ 换为 y ， $\frac{x}{x-3}$ 换为 $\frac{1}{y}$ ，去分母即可得到结果.

【解答】解：根据题意得： $y - \frac{2}{y} = 1$ ，

去分母得： $y^2 - y - 2 = 0$.

故选：D.

【点评】此题考查了换元法解分式方程，用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法，根据方程特点设出相应未知数，解方程能够使问题简单化，注意求出方程解后要验根．

3. (4分) 数据 10、5、7、12、10、8 的众数和中位数分别是 ()

A. 10, 9 B. 10, 8 C. 8, 10 D. 10, 10

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据众数和中位数的定义求解即可.

【解答】解: 在这一组数据中 10 是出现次数最多的, 故众数是 10;

这组数据的中位数是 $(8+10) \div 2 = 9$, 故中位数为 9.

故选: A.

【点评】本题考查了众数和中位数的知识, 属于基础题, 掌握其定义是解答本题的关键.

4. (4分) 已知 $a > b$, 下列关系式中一定正确的是 ()

A. $-a > -b$ B. $2a < 2b$ C. $2 - a < 2 - b$ D. $a^2 > ab$

【考点】C2: 不等式的性质.

【分析】根据不等式的性质分别进行判断, 即可求出答案.

【解答】解: A、 $\because a > b$,

$\therefore -a < -b$,

故本选项错误;

B、 $\because a > b$,

$\therefore 2a > 2b$,

故本选项错误;

C、 $\because a > b$,

$\therefore -a < -b$,

$\therefore 2 - a < 2 - b$,

故本选项正确;

D、 $\because a > b$,

$\therefore a^2$ 不一定大于 ab ,

故本选项错误;

故选：C.

【点评】此题考查了不等式的性质，掌握不等式的性质是解题的关键，不等式的基本性质：（1）不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变．（2）不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变．（3）不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．

5.（4分）现有两根木棒，它们的长度分别是 $5dm$ 和 $8dm$ ．如果不改变木棒的长度，要钉成一个三角形的木架，那么在下列四根木棒中应选取（ ）

- A. $3dm$ 长的木棒
- B. $8dm$ 长的木棒
- C. $13dm$ 长的木棒
- D. $16dm$ 长的木棒

【考点】K6：三角形三边关系．

【专题】2B：探究型．

【分析】设第四根木棒的长为 l ，再根据三角形的三边关系得出 l 取值范围即可．

【解答】解：设第四根木棒的长为 l ，

则 $8dm - 5dm < l < 5dm + 8dm$ ，即 $3dm < l < 13dm$ ．

故选：B．

【点评】本题考查的是三角形的三边关系，即三角形任意两边之和大于第三边；任意两边之差小于第三边．

6.（4分）下列命题正确的是（ ）

- A. 一组对边平行且另一组对边相等的四边形是平行四边形
- B. 两条对角线相等的四边形是矩形
- C. 顺次联结等腰梯形各边中点所得的四边形是菱形
- D. 四条边相等的四边形是正方形

【考点】O1：命题与定理．

【分析】利用特殊四边形的判定方法逐一进行判定即可得到结果．

【解答】解：A、一组对边平行且另一组对边相等的四边形可能是等腰梯形，错误；

B、两条对角线相等的四边形可能是等腰梯形，故错误；

C、顺次连接等腰梯形各边中点所得的四边形是菱形，正确；

D、四条边相等的四边形是菱形，但不一定是正方形，故错误，

故选：C.

【点评】本题考查了命题与定理的知识，牢记这些命题与定理是解决本类问题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）（请将结果直接填入答题纸的相应位置上）

7.（4 分）计算： $3^{-2} = \frac{1}{9}$.

【考点】6F：负整数指数幂.

【专题】11：计算题.

【分析】根据负整数指数为正整数指数的倒数计算.

【解答】解： $3^{-2} = \frac{1}{9}$. 故答案为 $\frac{1}{9}$.

【点评】本题主要考查了负指数幂的运算，比较简单.

8.（4 分）因式分解： $4 - a^2 = (2+a)(2-a)$.

【考点】54：因式分解 - 运用公式法.

【分析】利用平方差公式 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ，把 $4 - a^2$ 写成 $2^2 - a^2$ 的形式即可.

【解答】解： $4 - a^2 = (2+a)(2-a)$.

故答案为： $(2+a)(2-a)$.

【点评】本题考查了公式法分解因式，熟记平方差公式的结构特点是解题的关键，是一道基础题，比较简单.

9.（4 分）方程 $\sqrt{2x-1} = 1$ 的根是 1.

【考点】AG：无理方程.

【分析】本题思路是两边平方后去根号，解方程.

【解答】解：两边平方得 $2x - 1 = 1$ ，解得 $x = 1$.

经检验 $x = 1$ 是原方程的根.

故本题答案为： $x = 1$.

【点评】平方时可能产生增根，要验根.

10.（4 分）在函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象所在的每个象限中， y 的值随 x 的值增大而 减小.（增大或减小）

【考点】G4：反比例函数的性质.

【分析】由 $k = 3 > 0$ ，根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，在每一个象限 y 随 x 的增大而减小的性质进行解答即可.

【解答】解：∵ 函数 $y = \frac{3}{x}$ 中 $k = 3 > 0$,

∴ 该函数的图象在每一象限内 y 随 x 的增大而减小.

故答案为：减小.

【点评】此题考查了反比例函数的图象与性质，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，图象在第一、三象限，且在每一个象限 y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，函数图象在第二、四象限，且在每一个象限 y 随 x 的增大而增大，熟练掌握反比例函数的性质是解本题的关键.

11. (4 分) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x - m = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 m 的取值范围是 $m > -\frac{1}{4}$.

【考点】AA：根的判别式.

【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta = 1^2 + 4m > 0$ ，然后解不等式即可.

【解答】解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x - m = 0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta = 1^2 + 4m > 0$,

解得 $m > -\frac{1}{4}$.

故答案为： $m > -\frac{1}{4}$.

【点评】此题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

12. (4 分) 把抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位，所得抛物线的函数表达式为 $y = (x - 1)^2$.

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】25：动点型.

【分析】易得原抛物线的顶点坐标，用顶点式表示出新的抛物线解析式，把新的顶点代入即可.

【解答】解：∵原抛物线的顶点为（0，0），把抛物线 $y=x^2$ 向右平移1个单位，
∴新抛物线的顶点为（1，0），

设新抛物线的解析式为 $y=(x-h)^2+k$ ，

∴所得抛物线的函数表达式为 $y=(x-1)^2$ ．

故答案为： $y=(x-1)^2$ ．

【点评】本题考查了二次函数的平移问题；用到的知识点为：平移不改变二次项的系数；平移看顶点的平移即可．

13.（4分）一个不透明的口袋中，装有红球6个，白球9个，黑球3个，这些球除颜色不同外没有任何区别，现从中任意摸出一个球，恰好是黑球的概率为 $\frac{1}{6}$ ．

【考点】X4：概率公式．

【专题】11：计算题．

【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率．本题球的总数为 $6+9+3=18$ ，黑球的数目为3．

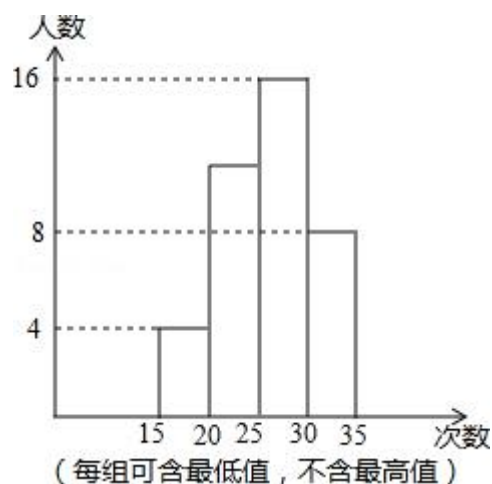
【解答】解：根据题意可得：一袋中装有红球6个，白球9个，黑球3个，共18个，

任意摸出1个，摸到黑球的概率是 $=\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$ ．

故答案为： $\frac{1}{6}$ ．

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A)=\frac{m}{n}$ ．

14.（4分）为了解九年级学生体能情况，随机抽查了其中的40名学生，测试了1分钟仰卧起坐的次数，并绘制成如图的频数分布直方图，则仰卧起坐的次数在20～25次之间的频率是0.3．



【考点】 V8: 频数 (率) 分布直方图.

【分析】 首先利用总人数 40 减去其它各组的人数求得 20 ~ 25 次的频数, 然后根据频率公式: 频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$, 即可求解.

【解答】 解: 在 20 ~ 25 次之间的频数是: $40 - 16 - 8 - 4 = 12$,

则次数在 20 ~ 25 次之间的频率是: $\frac{12}{40} = 0.3$.

故答案是: 0.3.

【点评】 本题考查了频率公式: 频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$, 即可求解.

15. (4 分) 已知斜坡的坡度为 $i = 1:5$, 如果这一斜坡的高度为 2 米, 那么这一斜坡的水平距离为 10 米.

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 根据题意做出图形, 可得 $\frac{BC}{AC} = 1:5$, 把 $BC = 2m$, 代入即可算出 AC 的长.

【解答】 解: $\because$ 堤坝横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:5$,

$$\therefore \frac{BC}{AC} = 1:5,$$

$$\because BC = 2m,$$

$$\therefore \frac{2}{AC} = 1:5,$$

$$\therefore AC = 10m,$$

故答案为: 10.



【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用 - 坡度问题，关键是掌握坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比.

16. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 外切, $O_1O_2 = 8$, 若 $\odot O_1$ 的半径为 3, 则 $\odot O_2$ 的半径为 5.

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】根据两圆外切时, 圆心距等于两圆半径的和, 进行计算.

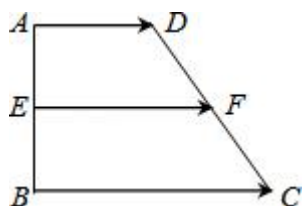
【解答】解: 根据题意, 两圆外切得: $\odot O_2$ 的半径 $= 8 - 3 = 5$.

故答案为: 5.

【点评】本题考查了两圆的位置关系与数量之间的联系.

17. (4 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 DC 的中点,

$\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{EF} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC} = \underline{2\vec{b} - \vec{a}}$. (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先判断 EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线, 得出 BC 与 AD 、 EF 的数量关系后, 即可表示出 $\overrightarrow{BC}$.

【解答】解: $\because$ 点 E 、 F 分别是 AB 、 DC 的中点,

$\therefore EF$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线,

$$\therefore AD + BC = 2EF,$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{EF},$$

$$\text{又} \because \overrightarrow{AD} = \vec{a}, \overrightarrow{EF} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\vec{b} - \vec{a}.$$

故答案为: $2\vec{b} - \vec{a}$.

【点评】 本题考查了平面向量及梯形的知识，解答本题的关键是判断 EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线，由中位线定理得出 BC 与 AD 、 EF 的数量关系．

18. (4 分) 三角形的三条高或其延长线相交于一点，这点称为三角形的垂心．边长为 2 的等边三角形的垂心到这个三角形各顶点之间的距离之和为 $2\sqrt{3}$ ．

【考点】 KK：等边三角形的性质．

【分析】 根据 $\triangle ABC$ 是等边三角形，边长为 2，得出 $OA = OB = OC$ ， $AF = CE = 1$ ，根据勾股定理求出 AE 的值，根据 $\text{Rt}\triangle AOF \sim \text{Rt}\triangle ACE$ ，求出 AO 的值，从而求出答案．

【解答】 解：如图：

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore OA = OB = OC$ ，

$\because AB = AC = BC = 2$ ，

$\therefore AF = CE = 1$ ，

$\therefore AE = \sqrt{AC^2 - CE^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ ，

$\because \text{Rt}\triangle AOF \sim \text{Rt}\triangle ACE$ ，

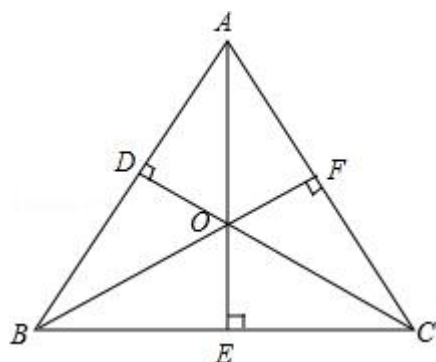
$\therefore \frac{AO}{AC} = \frac{AF}{AE}$ ，

$\therefore \frac{AO}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，

$\therefore AO = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore OA + OB + OC = 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ ．

故答案为： $2\sqrt{3}$ ．



【点评】 此题考查了等边三角形的性质，用到的知识点是等边三角形的性质，勾

股定理，相似三角形的判断及性质，解题的关键是根据题意画出图形，再根据垂心的定义求解.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{a^2-4a+4}{a^2-a} \div (1-\frac{1}{a-1})$ ，其中 $a=\sqrt{2}$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【分析】首先把分式进行化简，把括号内的分式通分相减，然后把除法转化成乘法，计算乘法即可化简，最后代入数值计算即可求解.

【解答】解：原式 $= \frac{(a-2)^2}{a(a-1)} \div \frac{a-2}{a-1}$
 $= \frac{(a-2)^2}{a(a-1)} \cdot \frac{a-1}{a-2}$
 $= \frac{a-2}{a},$

当 $a=\sqrt{2}$ 时，原式 $= \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} = 1 - \sqrt{2}.$

【点评】解答此题的关键是把分式化到最简，然后代值计算.

20. (10 分) 解方程组： $\begin{cases} 2x-y=6 \\ x^2-5xy+6y^2=0 \end{cases}.$

【考点】AF：高次方程.

【分析】由 $2x - y = 6$ ，移项得 $y = 2x - 6$ ，再把 $y = 2x - 6$ 代入方程 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$ 把它化为一个关于 x 的方程从而解出 x ，然后再代入 $2x - y = 6$ 求出 y ，从而求出方程的解.

【解答】解：由 $2x - y = 6$ ，移项得

$$y = 2x - 6,$$

把 $y = 2x - 6$ 代入方程 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$,

$$\therefore x^2 - 5x(2x - 6) + 6(2x - 6)^2 = 0,$$

解得： $x = 4$ 或 $x = 3.6$,

当 $x = 4$ 时， $y = 2$,

当 $x = 3.6$ 时， $y = 1.2$.

$$\therefore \text{方程组的解为：} \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3.6 \\ y=1.2 \end{cases}.$$

【点评】此题是解高次方程，解题思路与解一元一次方程组差不多，都是先消元

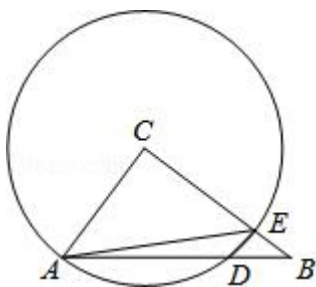
再代入来求解，只是计算麻烦点.

21. (10分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 15$ ， $AB = 25$ ， $\sin \angle CAB = \frac{4}{5}$ ，以 CA

为半径的 $\odot C$ 与 AB 、 BC 分别交于点 D 、 E ，联结 AE ， DE .

(1) 求 BC 的长；

(2) 求 $\triangle AED$ 的面积.



【考点】 M2: 垂径定理; S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 过点作 $CF \perp AB$ 于点 F ，由 $AC = 15$ ， $\sin \angle CAB = \frac{4}{5}$ 求出 CF 的长，

由勾股定理求出 AF 的长，故可得出 BF 的长，在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中，根据勾股定理可求出 BC 的长；

(2) 由 (1) 中 $CF \perp AB$ 可知 $AD = 2AF$ ，根据 BC 的长可得出 BE 的长，过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 G ，由相似三角形的判定定理可得出 $\triangle BEG \sim \triangle BCF$ ，故可得出 EG 的长，再根据 $S_{\triangle AEG} = \frac{1}{2}AD \cdot EG$ 即可得出结论.

【解答】 解: (1) 过点作 $CF \perp AB$ 于点 F ,

$$\because AC = 15, \sin \angle CAB = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CF = AC \cdot \sin \angle CAB = 15 \times \frac{4}{5} = 12,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中,

$$\because AC = 15, CF = 12,$$

$$\therefore AF = \sqrt{AC^2 - CF^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9,$$

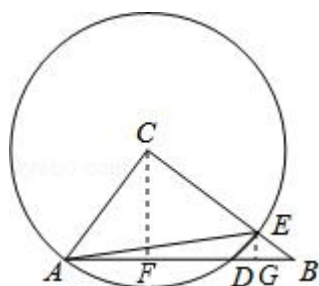
$$\therefore BF = AB - AF = 25 - 9 = 16,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中,

$$\because BF = 16, CF = 12,$$

$$\therefore BC = \sqrt{BF^2 + CF^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20;$$

(2) $\because CF \perp AB$, $AF = 9$,
 $\therefore AD = 2AF = 18$,
 $\because BC = 20$, $CE = AC = 15$,
 $\therefore BE = BC - CE = 20 - 15 = 5$,
 过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 G ,
 $\because EG \parallel CF$,
 $\therefore \triangle BEG \sim \triangle BCF$,
 $\therefore \frac{EG}{CF} = \frac{BE}{BC}$, $\frac{EG}{12} = \frac{5}{20}$, 解得 $EG = 3$,
 $\therefore S_{\triangle AEG} = \frac{1}{2}AD \cdot EG = \frac{1}{2} \times 18 \times 3 = 27$.



【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质，根据题意作出辅助线，构造出相似三角形是解答此题的关键。

22. (10 分) 声音在空气中传播的速度 y (米/秒) (简称音速) 是气温 x ($^{\circ}\text{C}$) ($0 \leq x \leq 30$) 的一次函数. 下表列出了一组不同气温时的音速:

气温 x ($^{\circ}\text{C}$)	...	5	10	15	20	...
音速 y (米/秒)	...	334	337	340	343	...

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
 (2) 小明在距烟花燃放地点 503.7 米处看到烟花燃放 1.5 秒后才听到声响, 求此时的气温.

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 由待定系数法求出其解即可;

(2) 先根据路程 $\div$ 时间 = 速度求出音速, 然后代入 (1) 的解析式就可以求出结论.

【解答】解：（1）设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 334 = 5k + b \\ 337 = 10k + b \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k = 0.6 \\ b = 331 \end{cases}$,

故 y 与 x 之间的函数关系式为： $y = 0.6x + 331$ ；

（2）由题意得音速为： $503.7 \div 1.5 = 335.8$ 米/秒，

$$\therefore 335.8 = 0.6x + 331,$$

解得： $x = 8$.

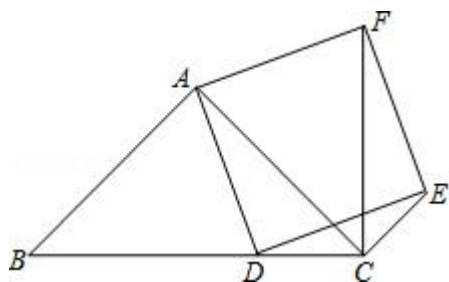
$\therefore$ 此时的气温为 8°C .

【点评】 本题考查了运用待定系数法求一次函数的解析式的运用，速度 = 路程 $\div$ 时间的运用，根据函数值求自变量的值的运用，解答时求出一次函数的解析式是关键.

23. （12分）如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^{\circ}$ ， $AB = AC$ ，点 D 在边 BC 上，以 AD 为边作正方形 $ADEF$ ，联结 CF ， CE .

（1）求证： $FC \perp BC$ ；

（2）如果 $BD = AC$ ，求证： $CD = CE$.



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；KW：等腰直角三角形；LE：正方形的性质.

【分析】（1）根据正方形的性质得出 $AD = AF$ ， $\angle FAD = 90^{\circ} = \angle BAC$ ，求出 $\angle FAC = \angle BAD$ ，证出 $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ ，推出 $\angle B = \angle FCA$ 即可；

（2）根据 $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ ，推出 $BD = CF = AC$ ，求出 $\angle DAC = \angle EFC$ ，根据 SAS 推出 $\triangle DAC \cong \triangle EFC$ 即可.

【解答】证明：（1） $\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形，

$$\therefore AD = AF, \angle FAD = 90^{\circ} = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle FAD - \angle DAC = \angle BAC - \angle DAC,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle BAD,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACF$ 中

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle FAC, \\ AD=AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle FCA,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle ACF = 90^\circ,$$

$$\therefore FC \perp BC.$$

$$(2) \because \triangle ABD \cong \triangle ACF,$$

$$\therefore BD = CF,$$

$$\because BD = AC,$$

$$\therefore AC = CF,$$

$$\therefore \angle CAF = \angle CFA,$$

$\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形,

$$\therefore AD = EF, \angle DAF = \angle EFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAF - \angle CAF = \angle EFA - \angle CFA,$$

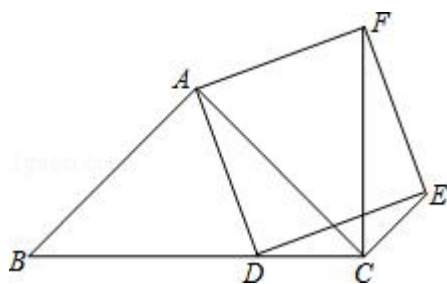
$$\therefore \angle DAC = \angle EFC,$$

在 $\triangle DAC$ 和 $\triangle EFC$ 中

$$\begin{cases} AD=EF \\ \angle DAC=\angle EFC, \\ AC=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAC \cong \triangle EFC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore CD = CE.$$



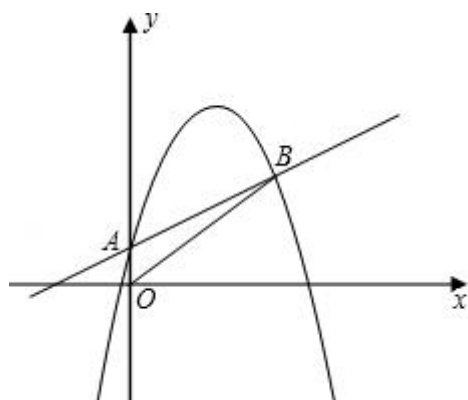
【点评】 本题考查了正方形性质，全等三角形的性质和判定，等腰直角三角形性质的应用，主要考查学生综合运用定理进行推理的能力．

24. (12 分) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 1)$, $B(4, 3)$.

(1) 求抛物线的函数解析式;

(2) 求 $\tan \angle ABO$ 的值;

(3) 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴，垂足为 C ，在对称轴的左侧且平行于 y 轴的直线交线段 AB 于点 N ，交抛物线于点 M ，若四边形 $MNCB$ 为平行四边形，求点 M 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【专题】 153：代数几何综合题.

【分析】 (1) 把点 A 、 B 的坐标代入抛物线解析式求出 b 、 c ，即可得解；

(2) 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于 C ，过点 A 作 $AD \perp OB$ 于 D ，根据点 A 、 B 的坐标求出 OA 、 OC 、 BC 的长，再利用勾股定理列式求出 OB ，然后求出 $\triangle AOD$ 和 $\triangle OBC$ 相似，根据相似三角形对应边成比例列式求出 AD 、 OD 然后求出 BD ，再根据锐角的正切值等于对边比邻边列式计算即可得解；

(3) 利用待定系数法求出直线 AB 的解析式，然后根据直线与抛物线的解析式设出点 M 、 N 得到坐标并表示出 MN ，再根据平行四边形对边相等列式方程求解即可.

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 1)$, $B(4, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} c=1 \\ -16+4b+c=3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=\frac{9}{2}, \\ c=1 \end{cases}$$

所以，抛物线的函数解析式为 $y = -x^2 + \frac{9}{2}x + 1$;

（2）如图，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于 C ，过点 A 作 $AD \perp OB$ 于 D ,

$\because A(0, 1)$, $B(4, 3)$,

$\therefore OA = 1$, $OC = 4$, $BC = 3$,

根据勾股定理, $OB = \sqrt{OC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

$\because \angle OAD + \angle AOD = 90^\circ$, $\angle AOD + \angle BOC = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAD = \angle BOC$,

又 $\because \angle ADO = \angle OCB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle OBC$,

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{OD}{BC} = \frac{AD}{OC},$$

$$\text{即} \frac{1}{5} = \frac{OD}{3} = \frac{AD}{4},$$

解得 $OD = \frac{3}{5}$, $AD = \frac{4}{5}$,

$$\therefore BD = OB - OD = 5 - \frac{3}{5} = \frac{22}{5},$$

$$\therefore \tan \angle ABO = \frac{AD}{BD} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{22}{5}} = \frac{2}{11};$$

（3）设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, k 、 b 是常数),

$$\text{则} \begin{cases} b=1 \\ 4k+b=3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=\frac{1}{2}, \\ b=1 \end{cases}$$

所以，直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$,

设点 $M(a, -a^2 + \frac{9}{2}a + 1)$, $N(a, \frac{1}{2}a + 1)$,

则 $MN = -a^2 + \frac{9}{2}a + 1 - \frac{1}{2}a - 1 = -a^2 + 4a$,

$\because$ 四边形 $MNCB$ 为平行四边形,

$\therefore MN = BC$,

$\therefore -a^2 + 4a = 3$,

整理得, $a^2 - 4a + 3 = 0$,

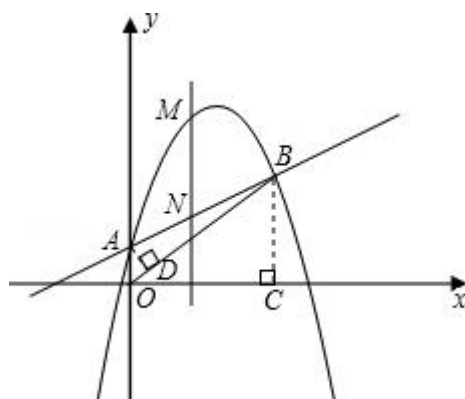
解得 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$,

$\because MN$ 在抛物线对称轴的左侧, 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{\frac{9}{2}}{2 \times (-1)} = \frac{9}{4}$,

$\therefore a = 1$,

$\therefore -1^2 + \frac{9}{2} \times 1 + 1 = \frac{9}{2}$,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(1, \frac{9}{2})$.



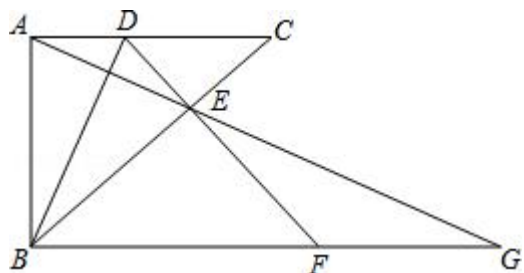
【点评】 本题是二次函数综合题型, 主要考查了待定系数法求二次函数解析式, 待定系数法求一次函数解析式, 勾股定理的应用, 相似三角形的判定与性质, 锐角三角函数, 平行四边形的对边平行且相等的性质, 综合性较强, 但难度不大, (2) 作出辅助线构造出直角三角形是解题的关键, (3) 表示出 MN 的长是解题的关键.

25. (14 分) 如图, 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 4$, 点 D 在边 AC 上, $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折, 点 A 与 BC 边上的点 E 重合, 过点 B 作 $BG \parallel AC$ 交 AE 的延长线于点 G , 交 DE 的延长线于点 F .

(1) 当 $\angle ABC = 60^\circ$ 时, 求 CD 的长;

(2) 如果 $AC = x$, $AD = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域;

(3) 联结 CG , 如果 $\angle ACB = \angle CGB$, 求 AC 的长.



【考点】 FA: 待定系数法求一次函数解析式; PB: 翻折变换 (折叠问题); S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 通过解 $\text{Rt}\triangle ABC$ 求得 $AC = 4\sqrt{3}$; 然后由折叠的性质得到 $\angle ABD = 30^\circ$, 则 $AD = AB \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, 故 $CD = AC - AD = \frac{8\sqrt{3}}{3}$;

(2) 易证 $\triangle CED \sim \triangle CAB$, 则该相似三角形的对应边成比例: $\frac{ED}{AB} = \frac{CE}{CA}$; 根据折叠的性质得到: $ED = AD = y$, $EC = BC - AB = BC - 4$, 又由勾股定理知 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + x^2}$, 所以, 把相关线段的长度代入比例式可以求得 $y = \frac{4\sqrt{16+x^2}-16}{x}$ ($x > 0$);

(3) 过点 C 作 $CH \perp BG$, 垂足为 H . 通过 $\triangle ABD \sim \triangle BGA$ 的对应边成比例得到

$$\frac{AB}{BG} = \frac{AD}{BA}, \text{ 即 } \frac{4}{2x} = \frac{\frac{4\sqrt{16+x^2}-16}{x}}{4}, \text{ 解得 } x = 2\sqrt{5} \text{ (负值已舍)}, \text{ 即 } AC = 2\sqrt{5}.$$

【解答】 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$,

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AC = AB \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{由翻折得 } \angle ABD = 30^\circ, \text{ 得 } AD = AB \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore CD = AC - AD = \frac{8\sqrt{3}}{3};$$

(2) 由翻折得 $\angle BED = \angle BAD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = \angle CAB,$$

又 $\because \angle DCE = \angle DCE$,

$\therefore \triangle CED \sim \triangle CAB$,

$$\therefore \frac{ED}{AB} = \frac{CE}{CA},$$

$\because$ 根据折叠的性质得到: $ED = AD = y$, $EC = BC - AB = BC - 4$,

又由勾股定理知 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + x^2}$,

$$\therefore \frac{y}{4} = \frac{\sqrt{16 + x^2} - 4}{x},$$

$$\therefore y = \frac{4\sqrt{16 + x^2} - 16}{x} \quad (x > 0);$$

(3) 过点 C 作 $CH \perp BG$, 垂足为 H .

$\because BG \parallel AC$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$\because \angle 1 = \angle CGB$,

$\therefore \angle 2 = \angle CGB$,

$\therefore CB = CG$.

$\therefore BH = HG = AC = x$, $\therefore BG = 2x$.

$\because AE \perp BD$,

$\therefore \angle 5 + \angle 6 = \angle 6 + \angle 7 = 90^\circ$,

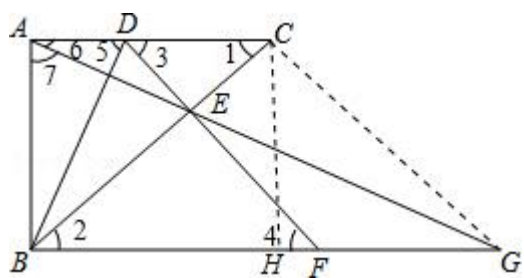
$\therefore \angle 5 = \angle 7$.

又 $\because \angle BAC = \angle ABG = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle BGA$,

$$\therefore \frac{AB}{BG} = \frac{AD}{BA}, \text{ 即 } \frac{4}{2x} = \frac{\frac{4\sqrt{16+x^2}-16}{x}}{4},$$

解得 $x = 2\sqrt{5}$ (负值已舍), 即 $AC = 2\sqrt{5}$.



【点评】本题综合考查了相似三角形的判定与性质，翻折折叠以及待定系数法求一次函数解析式．折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．