

2013 年上海市普陀区中考数学二模试卷

一、单项选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）下列各数中无理数共有（ ）

① -0.21211211121111 ，② $\frac{\pi}{3}$ ，③ $\frac{22}{7}$ ，④ $\sqrt{8}$ ，⑤ $\sqrt[3]{9}$.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个.

2.（4 分）如果 $a > 1 > b$ ，那么下列不等式正确的个数是（ ）

① $a - b > 0$ ，② $a - 1 > 1 - b$ ，③ $a - 1 > b - 1$ ，④ $\frac{a}{b} > 1$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4.

3.（4 分）在下列方程中，有实数根的是（ ）

A. $x^2 + 3x + 1 = 0$ B. $\sqrt{4x+1} = -1$ C. $x^2 + 2x + 3 = 0$ D. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

4.（4 分）下列语句正确的是（ ）

A. “上海冬天最低气温低于 -5°C ”，这是必然事件

B. “在去掉大小王的 52 张扑克牌中抽 13 张牌，其中有 4 张黑桃”，这是必然事件

C. “电视打开时正在播放广告”，这是不可能事件

D. “从由 1, 2, 5 组成的没有重复数字的三位数中任意抽取一个数，这个三位数能被 4 整除”，这是随机事件

5.（4 分）我县 2011 年 6 月份某一周的日最高气温（单位： $^{\circ}\text{C}$ ）分别为 28, 30, 29, 31, 32, 28, 25，这周的最气温的平均值为（ ）

A. 28°C B. 29°C C. 30°C D. 31°C

6.（4 分）对于一个正多边形，下列四个命题中，错误的是（ ）

A. 正多边形是轴对称图形，每条边的垂直平分线是它的对称轴

B. 正多边形是中心对称图形，正多边形的中心是它的对称中心

C. 正多边形每一个外角都等于正多边形的中心角

D. 正多边形每一个内角都与正多边形的中心角互补

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题

纸的相应位置]

7. (4分) 计算: $(-a)^3 \cdot a^{-3} =$ _____.

8. (4分) 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2-x}$ 的定义域是_____.

9. (4分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$, 若 $b+d \neq 0$, 则 $\frac{a+c}{b+d} =$ _____.

10. (4分) 某城市现有固定居住人口约为一千九百三十万, 用科学记数法表示为_____人.

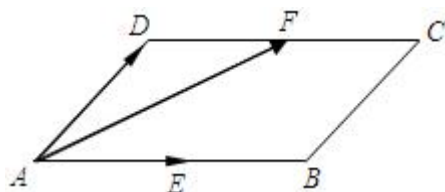
11. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x < 4 \end{cases}$ 的解集是_____.

12. (4分) 分解因式: $27x^2 + 18x + 3 =$ _____.

13. (4分) 如果两个相似三角形的面积之比是 16:9, 那么它们对应的角平分线之比是_____.

14. (4分) 有 6 张分别写有数字 1、2、3、4、5、6 的卡片, 它们的背面相同, 现将它们的背面朝上, 从中任意摸出一张是数字 5 的机会是_____.

15. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是 AB 、 CD 上的中点, 记 $\overrightarrow{AE} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. 用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示向量 $\overrightarrow{AF} =$ _____.



16. (4分) 为了了解中学生的身体发育情况, 对第二中学同年龄的 80 名学生的身高进行了测量, 经统计, 身高在 150.5 - 155.5 厘米之间的频数为 5, 那么这一组的频率是_____.

17. (4分) 地面控制点测得一飞机的仰角为 45° , 若此时地面控制点与该飞机的距离为 2000 米, 则此时飞机离地面的高度是_____米 (结果保留根号).

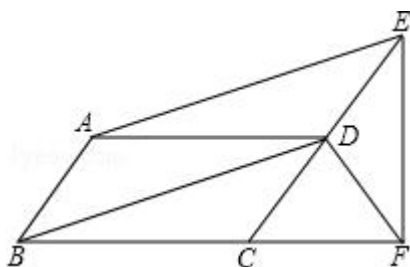
18. (4分) 已知在 $\triangle AOB$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = OB$, 点 O 的坐标为 $(0, 0)$, 点 A 的坐标为 $(0, 8)$, 点 B 在第一象限内, 将这个三角形绕原点 O 旋转 75° 后, 那么旋转后点 B 的坐标为_____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 其中第 19---22 题每题 10 分, 第 23、24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\sqrt{12} - (\pi - 4)^0 - 2\tan 30^\circ - |3 - \pi|$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x = y + 2 \\ x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 12. \end{cases}$$

21. (10分) 如图: 已知, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AE \parallel BD$, 交 CD 的延长线于点 E , $EF \perp BC$ 交 BC 延长线于点 F , 求证: 四边形 $ABFD$ 是等腰梯形.

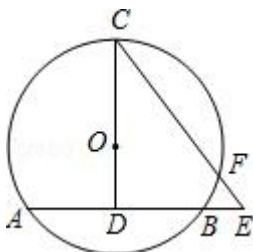


22. (10分) 一辆汽车, 新车购买价 20 万元, 第一年使用后折旧 20%, 以后该车的年折旧率有所变化, 但它在第二、三年的年折旧率相同. 已知在第三年年末, 这辆车折旧后价值 11.56 万元, 求这辆车第二、三年的年折旧率.

23. (12分) 已知: 如图, $\odot O$ 的半径为 5, 弦 AB 的长等于 8, $OD \perp AB$, 垂足为点 D , DO 的延长线与 $\odot O$ 相交于点 C , 点 E 在弦 AB 的延长线上, CE 与 $\odot O$ 相交于点 F , $\cos C = \frac{3}{5}$.

求: (1) CD 的长;

(2) EF 的长.

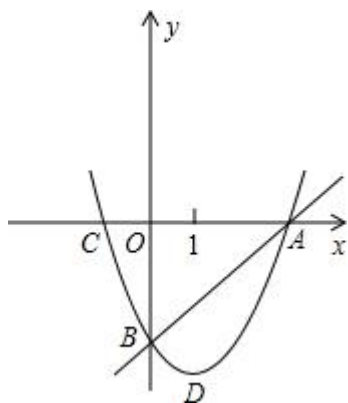


24. (12分) 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx - c$ 经过直线 $y = x - 3$ 与坐标轴的两个交点 A 、 B , 此抛物线与 x 轴的另一个交点为 C , 抛物线的顶点为 D .

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 点 P 为抛物线上的一个动点, 求使 $S_{\triangle APC} : S_{\triangle ACD} = 5 : 4$ 的点 P 的坐标;

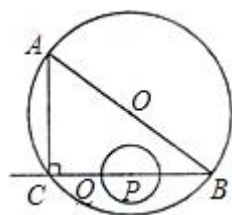
(3) 点 M 为平面直角坐标系上一点, 写出使点 M 、 A 、 B 、 D 为平行四边形的点 M 的坐标.



25. (14分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$. P 为 BC 的中点, 动点 Q 从点 P 出发, 沿射线 PC 方向以 2cm/s 的速度运动, 以 P 为圆心, PQ 长为半径作圆. 设点 Q 运动的时间为 $t\text{s}$.

(1) 当 $t = 1.2$ 时, 判断直线 AB 与 $\odot P$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 已知 $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆. 若 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相切, 求 t 的值.



2013 年上海市普陀区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）下列各数中无理数共有（ ）

① -0.21211211121111 ，② $\frac{\pi}{3}$ ，③ $\frac{22}{7}$ ，④ $\sqrt{8}$ ，⑤ $\sqrt[3]{9}$.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个.

【考点】26：无理数.

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解：无理数有： $\frac{\pi}{3}$ ， $\sqrt{8}$ ， $\sqrt[3]{9}$ 共有 3 个.

故选：C.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数为无理数. 如 π ， $\sqrt{6}$ ， $0.8080080008\cdots$ （每两个 8 之间依次多 1 个 0）等形式.

2.（4 分）如果 $a > 1 > b$ ，那么下列不等式正确的个数是（ ）

① $a - b > 0$ ，② $a - 1 > 1 - b$ ，③ $a - 1 > b - 1$ ，④ $\frac{a}{b} > 1$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4.

【考点】C2：不等式的性质.

【分析】根据不等式的基本性质进行解答.

【解答】解：①由已知条件知 $a > b$ ，则在该不等式的两边同时减去 b 得到 $a - b > 0$. 故①正确；

②由已知条件可设 $a = 2$ ， $b = -1$ ，则 $a - 1 = 1$ ， $1 - b = 2$ ，即 $a - 1 < 1 - b$ ，故②错误；

③由已知条件知 $a > b$ ，则在该不等式的两边同时减去 1 得到 $a - 1 > b - 1$. 故③正确；

④当 $b < 0$ 时, $\frac{a}{b} < 1$. 故④错误;

综上所述, 正确的结论有 2 个.

故选: B.

【点评】 主要考查了不等式的基本性质. 不等式的基本性质:

(1) 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变.

(2) 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变.

(3) 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变.

3. (4 分) 在下列方程中, 有实数根的是 ()

A. $x^2 + 3x + 1 = 0$ B. $\sqrt{4x+1} = -1$ C. $x^2 + 2x + 3 = 0$ D. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

【考点】 22: 算术平方根; AA: 根的判别式; B3: 解分式方程.

【分析】 一元二次方程要有实数根, 则 $\Delta \geq 0$; 算术平方根不能为负数; 分式方程化简后求出的根要满足原方程.

【解答】 解: A、 $\Delta = 9 - 4 = 5 > 0$, 方程有实数根;

B、算术平方根不能为负数, 故错误;

C、 $\Delta = 4 - 12 = -8 < 0$, 方程无实数根;

D、化简分式方程后, 求得 $x = 1$, 检验后, 为增根, 故原分式方程无解.

故选: A.

【点评】 总结: 1、一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根,

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根,

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根;

2、算术平方根不能为负数;

3、分式方程要验根.

4. (4 分) 下列语句正确的是 ()

A. “上海冬天最低气温低于 -5°C ”, 这是必然事件

B. “在去掉大小王的 52 张扑克牌中抽 13 张牌, 其中有 4 张黑桃”, 这是必然事件

C. “电视打开时正在播放广告”, 这是不可能事件

D. “从由 1, 2, 5 组成的没有重复数字的三位数中任意抽取一个数, 这个三

位数能被 4 整除”，这是随机事件

【考点】 X1: 随机事件.

【分析】 确定事件包括必然事件和不可能事件.

必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件.

不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件. 随机事件是可能发生也可能不发生的事件.

【解答】 解：A、B、C 是随机事件，原说法错误，

D 中由 1, 2, 5 组成的没有重复数字的三位数中任意抽取一个数，这个三位数可能被 4 整除，也可能不能被 4 整除，是随机事件，正确

故选：D.

【点评】 解决本题要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念，理解概念是解决基础题的主要方法.

用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件；不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

5. (4 分) 我县 2011 年 6 月份某一周的日最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 分别为 28, 30, 29, 31, 32, 28, 25, 这周的最气温的平均值为 ()

- A. 28°C B. 29°C C. 30°C D. 31°C

【考点】 W1: 算术平均数.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 本题可把所有的气温加起来再除以 7 即可. 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

【解答】 解：依题意得：平均气温 = $(28+30+29+31+32+28+25) \div 7 = 29^{\circ}\text{C}$.

故选：B.

【点评】 本题考查的是平均数的求法. 解答平均数应用题的关键在于确定“总数量”以及和总数量对应的总份数.

6. (4 分) 对于一个正多边形，下列四个命题中，错误的是 ()

- A. 正多边形是轴对称图形，每条边的垂直平分线是它的对称轴
B. 正多边形是中心对称图形，正多边形的中心是它的对称中心
C. 正多边形每一个外角都等于正多边形的中心角

D、正多边形每一个内角都与正多边形的中心角互补

【考点】MM：正多边形和圆.

【专题】1：常规题型.

【分析】利用正多边形的对称轴的性质、对称性、中心角的定义及中心角的性质作出判断即可.

【解答】解：A、正多边形是轴对称图形，每条边的垂直平分线是它的对称轴，正确，故此选项错误；

B、正奇数多边形多边形不是中心对称图形，错误，故本选项正确；

C、正多边形每一个外角都等于正多边形的中心角，正确，故本选项错误；

D、正多边形每一个内角都与正多边形的中心角互补，正确，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了正多边形和圆的知识，解题的关键是正确的理解正多边形有关的定义.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7.（4 分）计算： $(-a)^3 \cdot a^{-3} = \underline{-1}$.

【考点】6F：负整数指数幂.

【分析】根据负整数指数幂的运算法则进行计算即可.

【解答】解：原式 $= -a^3 \cdot \frac{1}{a^3}$
 $= -1$.

故答案为：-1.

【点评】本题考查的是负整数指数幂，即负整数指数幂等于相应的正整数指数幂的倒数.

8.（4 分）函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2-x}$ 的定义域是 $\underline{x \geq 0 \text{ 且 } x \neq 2}$.

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x \neq 0 \end{cases}$,

解得： $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$.

故答案是： $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$.

【点评】考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

9. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ ，若 $b+d \neq 0$ ，则 $\frac{a+c}{b+d} = \frac{2}{3}$.

【考点】 S1: 比例的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】由一已知式子和原式可得，利用比例的合比性质即可求得原式的值.

【解答】解： $\because \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{a+c}{b+d} = \frac{2+2}{3+3} = \frac{2}{3}.$$

【点评】熟练掌握比例的合比性质并灵活运用.

10. (4 分) 某城市现有固定居住人口约为一千九百三十万，用科学记数法表示为 1.93×10^7 人.

【考点】 1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 19300000 用科学记数法表示为 1.93×10^7 .

故答案为： 1.93×10^7 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x < 4 \end{cases}$ 的解集是 $1 < x < 2$.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组.

【分析】求出每个不等式的解集，根据找不等式组解集的规律找出即可.

【解答】 解： $\begin{cases} x-1>0\text{①} \\ 2x<4\text{②} \end{cases}$ ，

∵解不等式①得： $x>1$ ，

解不等式②得： $x<2$ ，

∴不等式组的解集为 $1<x<2$ ，

故答案为： $1<x<2$ ；

【点评】 本题考查了解一元一次不等式，解一元一次不等式组的应用，关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集．

12. (4 分) 分解因式： $27x^2+18x+3 = \underline{3(3x+1)^2}$ ．

【考点】 55： 提公因式法与公式法的综合运用．

【分析】 先提取公因式 3，再对剩余项 $9x^2+6x+1$ 利用完全平方公式分解因式即可．完全平方公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ．

【解答】 解： $27x^2+18x+3$ ，

$$= 3(9x^2+6x+1),$$

$$= 3(3x+1)^2.$$

【点评】 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用完全平方公式进行二次因式分解，分解因式要彻底．

13. (4 分) 如果两个相似三角形的面积之比是 16：9，那么它们对应的角平分线之比是 4：3．

【考点】 S7： 相似三角形的性质．

【分析】 先根据相似三角形面积的比求出其相似比，再根据其对应的角平分线的比等于相似比即可解答．

【解答】 解： ∵两个相似三角形的面积比是 16：9，

∴这两个相似三角形的相似比是 4：3，

∴其对应角平分线的比等于相似比，

∴它们对应的角平分线比是 4：3．

故答案为 4：3．

【点评】 本题考查的是相似三角形的性质，即相似三角形对应边的比、对应高线的比、对应角平分线的比、周长的比都等于相似比；面积的比等于相似比的平方．

平方.

14. (4分) 有6张分别写有数字1、2、3、4、5、6的卡片, 它们的背面相同, 现将它们的背面朝上, 从中任意摸出一张是数字5的机会是 $\frac{1}{6}$.

【考点】X4: 概率公式.

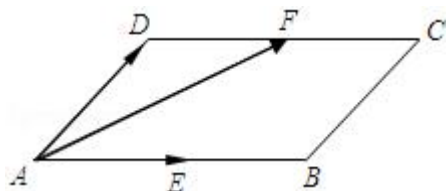
【分析】根据随机事件概率大小的求法, 找准两点: ①符合条件的情况数目; ②全部情况的总数. 二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】解: 由题意可知, 6张卡片中1张是5, 所以任意摸出一张是数字5的概率是 $\frac{1}{6}$.

故答案为: $\frac{1}{6}$.

【点评】本题考查概率的求法与运用. 一般方法为: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是 AB 、 CD 上的中点, 记 $\overrightarrow{AE} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. 用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示向量 $\overrightarrow{AF} = \underline{\vec{a} + \vec{b}}$.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先连接 EF , 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形与点 E 、 F 分别是 AB 、 CD 上的中点, 即可得 $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE} = \vec{a}$, 然后根据平行四边形法则, 即可求得 $\overrightarrow{AF}$ 的值.

【解答】解: 连接 EF ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB = CD$,

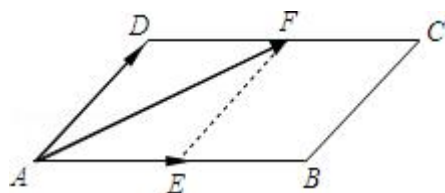
$\because$ 点 E 、 F 分别是 AB 、 CD 上的中点,

$\therefore DF = AE$,

即 $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE} = \vec{a}$,

$\therefore \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \vec{b} + \vec{a}$.

故答案为: $\vec{a} + \vec{b}$.



【点评】此题考查了平面向量的知识与平行四边形的性质. 解此题的关键是注意数形结合思想的应用与平行四边形法则.

16. (4分) 为了了解中学生的身体发育情况, 对第二中学同年龄的 80 名学生的身高进行了测量, 经统计, 身高在 150.5 - 155.5 厘米之间的频数为 5, 那么这一组的频率是 $\frac{1}{16}$.

【考点】V6: 频数与频率.

【分析】根据身高在 150.5 - 155.5 厘米之间的频数为 5, 共有 80 个数, 再根据 $\text{频率} = \frac{\text{频数}}{\text{数据总和}}$ 即可求出答案.

【解答】解: $\because$ 身高在 150.5 - 155.5 厘米之间的频数为 5, 共有 80 个数,
 $\therefore$ 这一组的频率是 $\frac{5}{80} = \frac{1}{16}$;

故答案为: $\frac{1}{16}$.

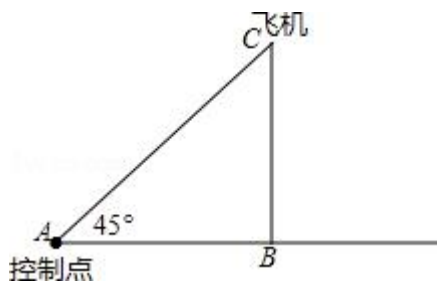
【点评】此题考查了频数与频率, 用到的知识点是 $\text{频率} = \frac{\text{频数}}{\text{数据总和}}$.

17. (4分) 地面控制点测得一飞机的仰角为 45° , 若此时地面控制点与该飞机的距离为 2000 米, 则此时飞机离地面的高度是 $1000\sqrt{2}$ 米 (结果保留根号).

【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】根据题意画出示意图, 利用解直角三角形的知识可得出答案.

【解答】解: 如图所示:



由题意得, $\angle CAB = 45^\circ$, $AC = 2000m$,

则 $BC = AC \sin \angle CAB = 2000 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1000\sqrt{2}m$;

即飞机离地面的高度是 $1000\sqrt{2}$ 米.

故答案为: $1000\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是利用仰角的知识构造直角三角形.

18. (4分) 已知在 $\triangle AOB$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = OB$, 点 O 的坐标为 $(0, 0)$, 点 A 的坐标为 $(0, 8)$, 点 B 在第一象限内, 将这个三角形绕原点 O 旋转 75° 后, 那么旋转后点 B 的坐标为 $(2\sqrt{6}, -2\sqrt{2})$ 或 $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{6})$.

【考点】 R7: 坐标与图形变化 - 旋转.

【分析】 先根据点 A 的坐标求出 OA 的长, 再根据等腰直角三角形的性质求出 OB 的长, 然后分①逆时针旋转时, 过点 B' 作 $B'C' \perp y$ 轴于 C' , 根据旋转角求出 $\angle B'OC' = 30^\circ$, 然后求出 $B'C'$ 、 OC' 的长, 再写出旋转后点 B 的坐标即可; ②顺时针旋转时, 过点 B'' 作 $B''C'' \perp x$ 轴于 C'' , 根据旋转角求出 $\angle B''OC'' = 30^\circ$, 然后求出 $B''C''$ 、 OC'' , 然后写出旋转后点 B 对应的点的坐标即可.

【解答】 解: $\because A(0, 8)$,

$$\therefore OA = 8,$$

$$\because \angle B = 90^\circ, AB = OB,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore OB = \frac{\sqrt{2}}{2}OA = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 8 = 4\sqrt{2}, \angle AOB = 45^\circ,$$

①逆时针旋转时, 过点 B' 作 $B'C' \perp y$ 轴于 C' ,

$\because$ 旋转角为 75° ,

$$\therefore \angle B'OC' = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore B'C' = \frac{1}{2}OB' = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2},$$

$$OC' = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6},$$

$\therefore$ 旋转后点 B 的坐标为 $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{6})$;

②顺时针旋转时, 过点 B'' 作 $B''C'' \perp x$ 轴于 C'' ,

$\therefore$ 旋转角为 75° ,

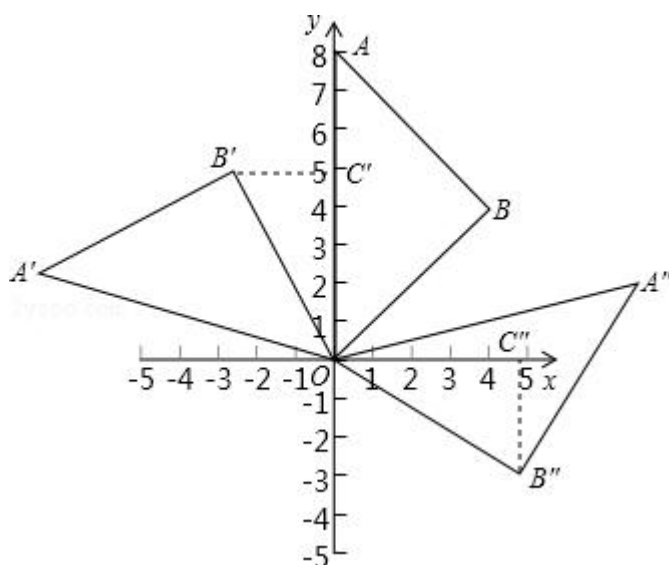
$\therefore \angle B'' OC'' = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$,

$\therefore B'' C'' = \frac{1}{2} OB'' = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$,

$OC'' = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$,

$\therefore$ 旋转后点 B 的坐标为 $(2\sqrt{6}, -2\sqrt{2})$;

综上所述, 旋转后点 B 的坐标为 $(2\sqrt{6}, -2\sqrt{2})$ 或 $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{6})$.



【点评】 本题考查了坐标与图形变化 – 旋转, 等腰直角三角形的性质, 熟记旋转变换只改变图形的位置不改变图形的形状与大小是解题的关键, 难点在于要分情况讨论, 作出图形更形象直观.

三、解答题 (本大题共 7 题, 其中第 19---22 题每题 10 分, 第 23、24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\sqrt{12} - (\pi - 4)^0 - 2\tan 30^\circ - |3 - \pi|$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 本题涉及二次根式化简、零指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - (\pi - 3)$
 $= \frac{4\sqrt{3}}{3} - \pi + 2$.

【点评】 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决

此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x=y+2 \\ x^2-2xy+y^2+2x+2y=12. \end{cases}$$

【考点】AF: 高次方程.

【分析】先由①得: $x-y=2$, 再由②得 $(x-y)^2+2(x+y)=12$, 最后把 $x-y=2$ 代入 $(x-y)^2+2(x+y)=12$ 中, 得到一个关于 x, y 的方程组, 求出 x, y 的值即可.

【解答】解:
$$\begin{cases} x=y+2 & \text{①} \\ x^2-2xy+y^2+2x+2y=12 & \text{②} \end{cases},$$

由①得: $x-y=2$, ③

由②得: $(x-y)^2+2(x+y)=12$, ④

将③代入④得: $x+y=4$,

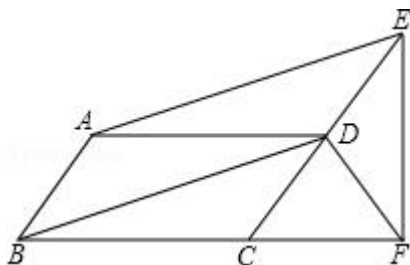
可得:
$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases},$$

解方程组得:
$$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases},$$

则原方程组的解为:
$$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}.$$

【点评】此题考查了高次方程, 解题的关键是把高次方程转化成低次方程, 再按照低次方程的步骤进行求解即可.

21. (10 分) 如图: 已知, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AE \parallel BD$, 交 CD 的延长线于点 E , $EF \perp BC$ 交 BC 延长线于点 F , 求证: 四边形 $ABFD$ 是等腰梯形.



【考点】L5: 平行四边形的性质; LK: 等腰梯形的判定.

【专题】14: 证明题.

【分析】首先证明四边形 $ABDE$ 是平行四边形, 可得 $AB=DE$, 再根据平行四边形的性质可得 $CD=DE$, 再根据直角三角形的性质可证明 $DF=CD=DE$, 进

而得到 $AB = DE$ ，再说明线段 AB 与线段 DF 不平行即可得到四边形 $ABFD$ 是等腰梯形.

【解答】 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ； $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ，

$\therefore AB \parallel DE$ ；

又 $\because AE \parallel BD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形.

$\therefore AB = DE$.

$\therefore CD = DE$.

$\because EF \perp BC$ ，

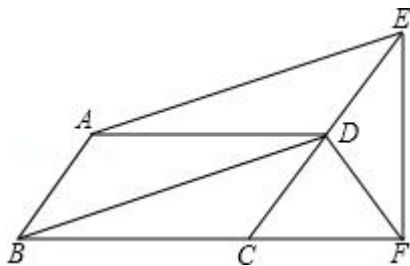
$\therefore DF = CD = DE$.

$\therefore AB = DF$.

$\because CD$ 、 DF 交于点 D ，

$\therefore$ 线段 AB 与线段 DF 不平行.

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是等腰梯形.



【点评】 此题主要考查了平行四边形的性质与判定，以及等腰梯形的判定，关键是掌握两腰相等的梯形叫做等腰梯形.

22. (10 分) 一辆汽车，新车购买价 20 万元，第一年使用后折旧 20%，以后该车的年折旧率有所变化，但它在第二、三年的年折旧率相同. 已知在第三年年末，这辆车折旧后价值 11.56 万元，求这辆车第二、三年的年折旧率.

【考点】 AD：一元二次方程的应用.

【专题】 123：增长率问题.

【分析】 设这辆车第二、三年的年折旧率为 x ，则第二年这车的价格为 $20(1 - 20\%)(1 - x)$ 元，第三年折旧后的价格为 $20(1 - 20\%)(1 - x)^2$ 元，与第三年折旧后的价格为 11.56 万元建立方程求出其解即可.

【解答】解：设这辆车第二、三年的年折旧率为 x ，有题意，得

$$20(1-20\%)(1-x)^2=11.56.$$

$$\text{整理得：}(1-x)^2=0.7225.$$

$$(x-1)^2=\frac{289}{400}.$$

$$x-1=\pm\frac{17}{20}.$$

解得： $x_1=0.15$ ， $x_2=1.85$ （不合题意，舍去）。

$$\therefore x=0.15, \text{ 即 } x=15\%.$$

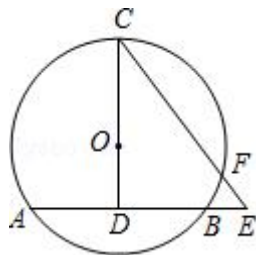
答：这辆车第二、三年的年折旧率为 15%。

【点评】本题是一道折旧率问题，考查了列一元二次方程解实际问题的运用，解答本题时设出折旧率，表示出第三年的折旧后价格并运用价格为 11.56 万元建立方程是关键。

23.（12 分）已知：如图， $\odot O$ 的半径为 5，弦 AB 的长等于 8， $OD \perp AB$ ，垂足为点 D ， DO 的延长线与 $\odot O$ 相交于点 C ，点 E 在弦 AB 的延长线上， CE 与 $\odot O$ 相交于点 F ， $\cos C = \frac{3}{5}$ 。

求：（1） CD 的长；

（2） EF 的长。



【考点】KQ：勾股定理；M2：垂径定理；T7：解直角三角形。

【分析】（1）连接 OA ，根据垂径定理求出 AD ，根据勾股定理求出 OD ，即可求出 CD （ $CD=OD+OA$ ）；

（2）作 $OH \perp CE$ ，垂足为点 H ，根据 $\cos C = \frac{3}{5}$ 求出 CH ，求出 CF ，在 $\triangle CDE$ 中，

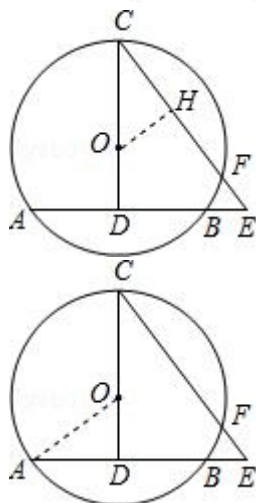
根据 $\cos C = \frac{3}{5}$ 求出 CE ，相减即可求出 EF 。

【解答】解：（1）连接 OA 。

$$\because OD \perp AB, AB=8,$$

$$\begin{aligned}\therefore AD &= \frac{1}{2}AB = 4, \\ \therefore OA &= 5, \\ \therefore \text{由勾股定理得: } OD &= 3, \\ \therefore OC &= 5, \\ \therefore CD &= 8.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \text{ 作 } OH \perp CE, \text{ 垂足为点 } H, \\ \therefore OC = 5, \cos C &= \frac{3}{5}, \\ \therefore CH &= 3, \\ \therefore OH \perp CE, \\ \therefore \text{由垂径定理得: } CF &= 2CH = 6, \\ \text{又 } \therefore CD = 8, \cos C &= \frac{3}{5}, \\ \therefore CE &= \frac{40}{3}, \\ \therefore EF &= \frac{40}{3} - 6 = 7\frac{1}{3}.\end{aligned}$$



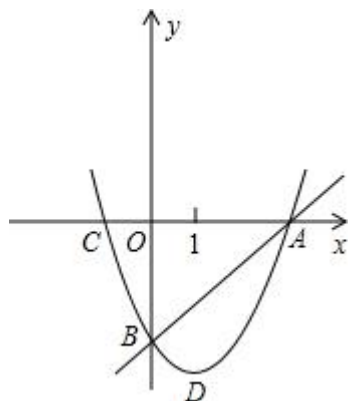
【点评】 本题考查了垂径定理，勾股定理，锐角三角形函数定义等知识点，主要考查学生运用定理进行计算的能力，题目比较典型，是一道比较好的题目．

24. (12 分) 如图，抛物线 $y = x^2 + bx - c$ 经过直线 $y = x - 3$ 与坐标轴的两个交点 A 、 B ，此抛物线与 x 轴的另一个交点为 C ，抛物线的顶点为 D ．

(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 点 P 为抛物线上的一个动点，求使 $S_{\triangle APC} : S_{\triangle ACD} = 5 : 4$ 的点 P 的坐标；

(3) 点 M 为平面直角坐标系上一点, 写出使点 M 、 A 、 B 、 D 为平行四边形的点 M 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 对于一次函数 $y = x - 3$, 分别令 x 与 y 为 0 求出对应 y 与 x 的值, 确定出 A 与 B 的坐标, 代入抛物线解析式得到关于 b 与 c 的方程组, 求出方程组的解得到 b 与 c 的值, 即可确定出抛物线解析式;

(2) 由抛物线解析式求出 C 与 D 坐标, 根据 P 为抛物线上的点, 设 $P(a, a^2 - 2a - 3)$, 三角形 APC 由 AC 为底, P 纵坐标绝对值为高, 利用三角形面积表示出, 三角形 ACD 面积由 AC 为底, D 纵坐标绝对值为高表示出, 根据题意列出关于 a 的方程, 求出方程的解得到 a 的值, 即可确定出此时 P 的坐标;

(3) 画出图形, 如图所示, 根据题意得到 A 、 B 、 D 分别为 M_1M_3 、 M_1M_2 、 M_2M_3 的中点, 由四边形 $ADBM_1$ 为平行四边形, 利用平行四边形的对角线互相平分得到 AB 与 M_1D 互相平分, 即 E 为 AB 中点, E 为 M_1D 中点, 根据 A 与 B 的坐标求出 E 的坐标, 再利用线段中点坐标公式求出 M_1 坐标; 进而求出 M_2 、 M_3 的坐标即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y = x - 3$ 与坐标轴的两个交点 A 、 B ,

$\therefore$ 点 $B(0, -3)$, 点 $A(3, 0)$,

将 A 与 B 坐标代入抛物线 $y = x^2 + bx - c$ 得:
$$\begin{cases} -c = -3 \\ 9 + 3b - c = 0 \end{cases},$$

解得: $c = 3$, $b = -2$,

则抛物线的解析式是 $y = x^2 - 2x - 3$;

(2) $\because$ 抛物线的解析式是 $y = x^2 - 2x - 3$,

$\therefore C(-1, 0)$, 顶点 $D(1, -4)$,

由点 P 为抛物线上的一个动点, 故设点 $P(a, a^2 - 2a - 3)$,

$\because S_{\triangle APC} : S_{\triangle ACD} = 5 : 4$,

$\therefore (\frac{1}{2} \times 4 \times |a^2 - 2a - 3|) : (\frac{1}{2} \times 4 \times 4) = 5 : 4$,

整理得: $a^2 - 2a - 3 = 5$ 或 $a^2 - 2a - 3 = -5$ (由 $\Delta < 0$, 得到无实数解, 舍去),

解得: $a_1 = 4$, $a_2 = -2$,

则满足条件的点 P 的坐标为 $P_1(4, 5)$, $P_2(-2, 5)$;

(3) 如图所示, A 、 B 、 D 分别为 M_1M_3 、 M_1M_2 、 M_2M_3 的中点,

$\therefore$ 四边形 $ADBM_1$ 为平行四边形,

$\therefore AB$ 与 M_1D 互相平分, 即 E 为 AB 中点, E 为 M_1D 中点,

$\because A(3, 0)$, $B(0, -3)$,

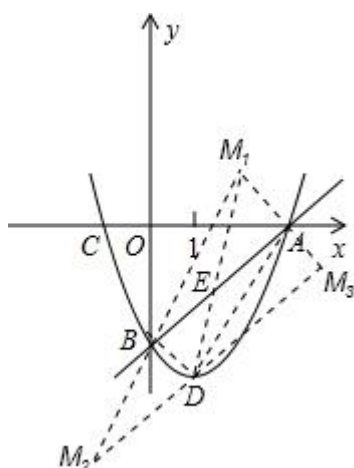
$\therefore E(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$,

又 $\because D(1, -4)$,

$\therefore M_1(2, 1)$,

$\therefore M_2(-2, -7)$, $M_3(4, -1)$,

则满足题意点 M 的坐标为: $M_1(2, 1)$, $M_2(-2, -7)$, $M_3(4, -1)$.

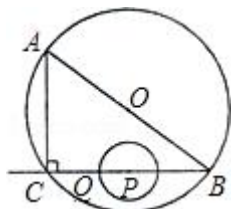


【点评】 此题考查了二次函数综合题, 涉及的知识有: 平行四边形的判定与性质, 坐标与图形性质, 一次函数与坐标轴的交点, 二次函数的性质, 以及待定系数法确定函数解析式, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

25. (14分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$. P 为 BC 的中点, 动点 Q 从点 P 出发, 沿射线 PC 方向以 2cm/s 的速度运动, 以 P 为圆心, PQ 长为半径作圆. 设点 Q 运动的时间为 $t\text{s}$.

(1) 当 $t = 1.2$ 时, 判断直线 AB 与 $\odot P$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 已知 $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆. 若 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相切, 求 t 的值.



【考点】 KQ: 勾股定理; MB: 直线与圆的位置关系; MJ: 圆与圆的位置关系; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 152: 几何综合题; 25: 动点型.

【分析】 (1) 根据已知求出 $AB = 10\text{cm}$, 进而得出 $\triangle PBD \sim \triangle ABC$, 利用相似三角形的性质得出圆心 P 到直线 AB 的距离等于 $\odot P$ 的半径, 即可得出直线 AB 与 $\odot P$ 相切;

(2) 根据 $BO = \frac{1}{2}AB = 5\text{cm}$, 得出 $\odot P$ 与 $\odot O$ 只能内切, 进而求出 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相切时, t 的值.

【解答】 解: (1) 直线 AB 与 $\odot P$ 相切,

如图, 过 P 作 $PD \perp AB$, 垂足为 D ,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\because AC = 6\text{cm}, BC = 8\text{cm},$$

$$\therefore AB = 10\text{cm},$$

$\because P$ 为 BC 中点,

$$\therefore PB = 4\text{cm},$$

$$\because \angle PDB = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\angle PBD = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle PBD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{PD}{AC} = \frac{PB}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{PD}{6} = \frac{4}{10},$$

$$\therefore PD = 2.4 \text{ (cm)},$$

$$\text{当 } t = 1.2 \text{ 时, } PQ = 2t = 2.4 \text{ (cm)},$$

$$\therefore PD = PQ, \text{ 即圆心 } P \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离等于 } \odot P \text{ 的半径,}$$

$\therefore$ 直线 AB 与 $\odot P$ 相切;

$$(2) \because \angle ACB = 90^\circ,$$

$\therefore AB$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆的直径,

$$\therefore BO = \frac{1}{2}AB = 5\text{cm},$$

连接 OP ,

$\because P$ 为 BC 中点, PO 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore PO = \frac{1}{2}AC = 3\text{cm},$$

$\because$ 点 P 在 $\odot O$ 内部,

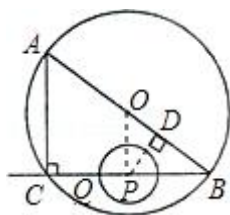
$\therefore \odot P$ 与 $\odot O$ 只能内切,

$$\therefore \text{当 } \odot P \text{ 在 } \odot O \text{ 内部时: } 5 - 2t = 3,$$

$$\text{当 } \odot O \text{ 在 } \odot P \text{ 内部时 } 2t - 5 = 3,$$

$$\therefore t = 1 \text{ 或 } 4,$$

$\therefore \odot P$ 与 $\odot O$ 相切时, t 的值为 1 或 4.



【点评】此题主要考查了相似三角形的性质与判定以及直线与圆的位置关系和圆与圆的位置关系, 正确判定直线与圆的位置关系是重点知识同学们应重点复习.