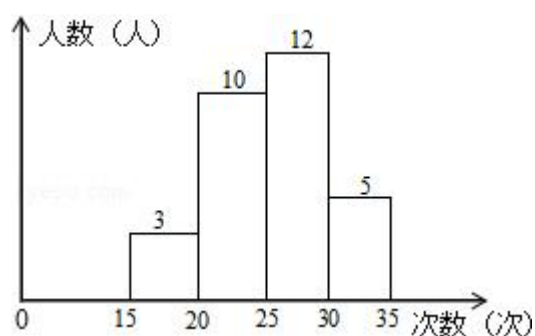


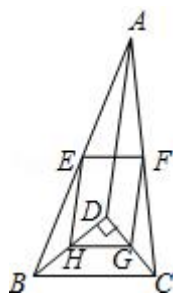
2013 年上海市崇明县中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 3 的算术平方根是 ()
A. $\sqrt{3}$ B. $\pm\sqrt{3}$ C. 9 D. ± 9
2. (4 分) 今年以来，人们对全国多地大范围持续的雾霾天气记忆犹新，“细颗粒物 $PM_{2.5}$ ” 遂成为显示度最高的热词之一。 $PM_{2.5}$ 是指大气中直径小于或等于 0.0000025 米(即 2.5 微米)的颗粒物，也称为可入肺颗粒物。把 0.0000025 用科学记数法表示为 ()
A. 0.25×10^{-5} B. 2.5×10^{-5} C. 2.5×10^{-6} D. 25×10^{-7}
3. (4 分) 抛物线 $y = -4(x - m)^2 + n$ (m, n 是常数) 的顶点坐标是 ()
A. $(-m, n)$ B. (m, n) C. $(m, -n)$ D. $(-m, -n)$
4. (4 分) 某学校为了了解九年级体能情况，随机选取 30 名学生测试一分钟仰卧起坐次数，并绘制了如图的直方图，学生仰卧起坐次数在 25 ~ 30 之间的频率为 ()



- A. 0.1 B. 0.17 C. 0.33 D. 0.4
5. (4 分) 已知两圆的半径分别为 1 和 4，圆心距为 3，则两圆的位置关系是 ()
A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切
6. (4 分) 如图， D 是 $\triangle ABC$ 内一点， $BD \perp CD$ ， $AD = 6$ ， $BD = 4$ ， $CD = 3$ ， E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 AC 、 CD 、 BD 的中点，则四边形 $EFGH$ 的周长是 ()



A. 7

B. 9

C. 10

D. 11

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 分解因式: $x^2 - 9 =$ _____.

8. (4 分) 化简: $1 - \frac{x}{x+1} =$ _____.

9. (4 分) 函数 $y = \sqrt{2x+3}$ 的定义域是_____.

10. (4 分) 关于 x 的方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是_____.

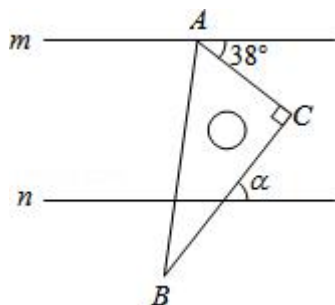
11. (4 分) 方程 $\sqrt{4x-3} = x$ 的解为_____.

12. (4 分) 有长度分别为 $2cm$, $3cm$, $4cm$, $7cm$ 的四条线段, 任取其中三条能组成三角形的概率是_____.

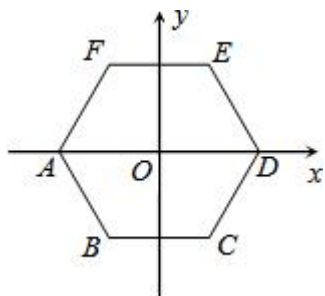
13. (4 分) 在四边形 $ABCD$ 中, E 是 AB 边的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$ 为_____.

14. (4 分) 如果两个相似三角形的面积比是 $9:16$, 那么这两个三角形的相似比是_____.

15. (4 分) 如图, 直线 $m \parallel n$, 直角三角板 ABC 的顶点 A 在直线 m 上, 那么 $\angle \alpha$ 等于_____度.



16. (4 分) 如图, 将正六边形 $ABCDEF$ 放在平面直角坐标系中, 中心与坐标原点重合, 若 D 点的坐标为 $(1, 0)$, 那么点 C 的坐标为_____.



17. (4分) 新定义: $[a, b]$ 为一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$, a, b 为实数) 的“关联数”. 若“关联数” $[3, m+2]$ 所对应的一次函数是正比例函数, 则关于 x 的方程 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{m} = 1$ 的解为_____.

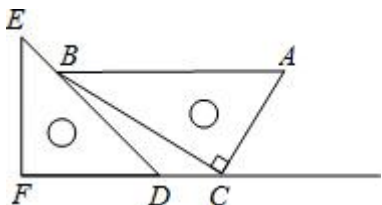
18. (4分) 将矩形 $ABCD$ 折叠, 使得对角线的两个端点 A, C 重合, 折痕所在直线交直线 AB 于点 E , 如果 $AB = 4$, $BE = 1$, 那么 $\angle CAB$ 的余切值是_____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (8分) 计算: $\frac{2}{\sqrt{2}+1} - (3.14 - \pi)^0 - 3\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} \frac{x-3}{2} + 3 > x+1 \\ 1-3(x-1) \leq 8-x \end{cases}$, 并在数轴上把解集表示出来.

21. (12分) 一副直角三角板如图放置, 点 C 在 FD 的延长线上, $AB \parallel CF$, $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 10$, 试求 CD 的长.

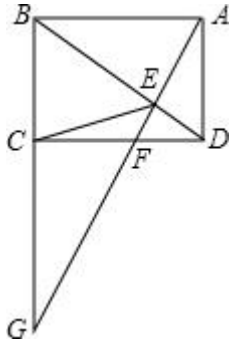


22. (12分) 张家界市为了治理城市污水, 需要铺设一段全长为 300 米的污水排放管道, 铺设 120 米后, 为了尽可能减少施工对城市交通所造成的影响, 后来每天的工作量比原计划增加 20%, 结果共用了 27 天完成了这一任务, 求原计划每天铺设管道多少米?

23. (12分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, E 是 BD 上的一点, $\angle BAE = \angle BCE$, $\angle AED = \angle CED$, 点 G 是 BC, AE 延长线的交点, AG 与 CD 相交于点 F .

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是正方形;

(2) 当 $AE = 3EF$ 时, 判断 FG 与 EF 有何数量关系? 并证明你的结论.



24. (12分) 如图, 抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 $A(0, 1)$, 过点 A 的直线与抛物线交于另一点 $B(3, \frac{5}{2})$, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为 C .

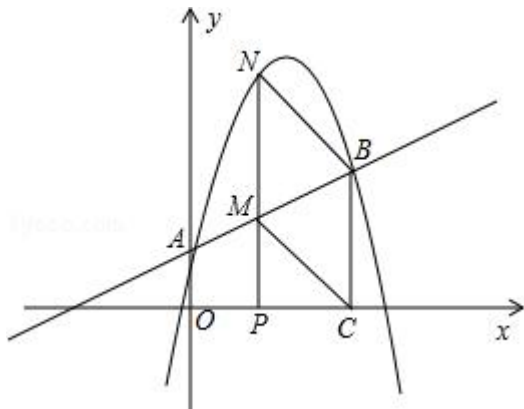
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 是 x 轴正半轴上的一动点, 过点 P 作 $PN \perp x$ 轴, 交直线 AB 于点 M , 交抛物线于点 N ,

设 OP 的长度为 m .

①当点 P 在线段 OC 上 (不与点 O 、 C 重合) 时, 试用含 m 的代数式表示线段 PM 的长度;

②联结 CM , BN , 当 m 为何值时, 四边形 $BCMN$ 为平行四边形?

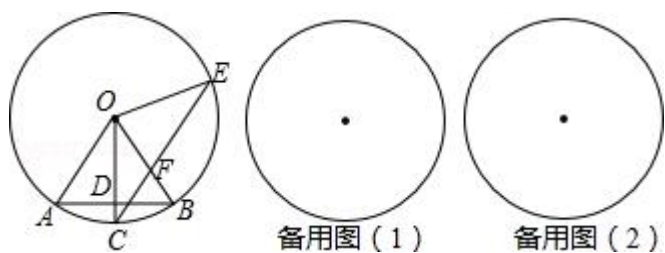


25. (12分) 已知: $\odot O$ 的半径为 3, $OC \perp$ 弦 AB , 垂足为 D , 点 E 在 $\odot O$ 上, $\angle ECO = \angle BOC$, 射线 CE 与射线 OB 相交于点 F . 设 $AB = x$, $CE = y$

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出函数定义域;

(2) 当 $\triangle OEF$ 为直角三角形时, 求 AB 的长;

(3) 如果 $BF = 1$, 求 EF 的长.



2013 年上海市崇明县中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 3 的算术平方根是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\pm\sqrt{3}$ C. 9 D. ± 9

【考点】22：算术平方根.

【专题】11：计算题.

【分析】利用算术平方根的定义计算即可得到结果.

【解答】解： $\because (\sqrt{3})^2 = 3$,

$\therefore 3$ 的算术平方根为 $\sqrt{3}$.

故选：A.

【点评】此题考查了算术平方根，熟练掌握算术平方根的定义是解本题的关键.

2. (4 分) 今年以来，人们对全国多地大范围持续的雾霾天气记忆犹新，“细颗粒物 $PM_{2.5}$ ”遂成为显示度最高的热词之一。 $PM_{2.5}$ 是指大气中直径小于或等于 0.0000025 米（即 2.5 微米）的颗粒物，也称为可入肺颗粒物. 把 0.0000025 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.25×10^{-5} B. 2.5×10^{-5} C. 2.5×10^{-6} D. 25×10^{-7}

【考点】1J：科学记数法—表示较小的数.

【分析】根据科学记数法和负整数指数的意义求解.

【解答】解： $0.0000025 = 2.5 \times 10^{-6}$.

故选：C.

【点评】本题考查了科学记数法—表示较小的数：用 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 为负整数) 表示较小的数.

3. (4 分) 抛物线 $y = -4(x - m)^2 + n$ (m, n 是常数) 的顶点坐标是 ()

- A. $(-m, n)$ B. (m, n) C. $(m, -n)$ D. $(-m, -n)$

【考点】H3：二次函数的性质.

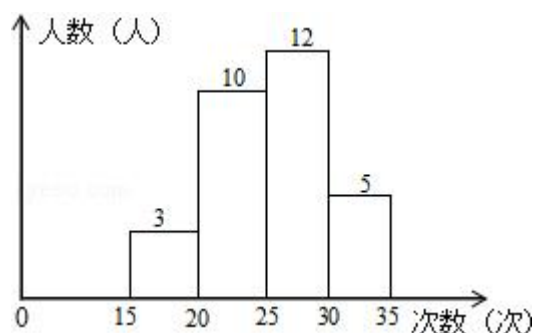
【分析】已知抛物线的顶点式，可直接写出顶点坐标.

【解答】解：由 $y = -4(x - m)^2 + n$ ，根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 (m, n) ，

故选：B.

【点评】考查将解析式化为顶点式 $y = a(x - h)^2 + k$ ，顶点坐标是 (h, k) ，对称轴是 $x = h$.

4. (4分) 某学校为了了解九年级体能情况，随机选取 30 名学生测试一分钟仰卧起坐次数，并绘制了如图的直方图，学生仰卧起坐次数在 25 ~ 30 之间的频率为 ()



- A. 0.1 B. 0.17 C. 0.33 D. 0.4

【考点】V8: 频数 (率) 分布直方图.

【专题】12: 应用题; 27: 图表型.

【分析】首先根据频数分布直方图可以知道仰卧起坐次数在 25 ~ 30 之间的频数，然后除以总次数 (30) 即可得到仰卧起坐次数在 25 ~ 30 之间的频率.

【解答】解：∵ 从频数率分布直方图可以知道仰卧起坐次数在 25 ~ 30 之间的频数为 12，

而仰卧起坐总次数为：3+10+12+5 = 30，

∴ 学生仰卧起坐次数在 25 ~ 30 之间的频率为 $12 \div 30 = 0.4$.

故选：D.

【点评】本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

5. (4分) 已知两圆的半径分别为 1 和 4，圆心距为 3，则两圆的位置关系是 ()

- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

【考点】MJ：圆与圆的位置关系．

【分析】由两圆的半径分别为 1 和 4，圆心距为 3，根据两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系即可得出两圆位置关系．

【解答】解：∵两圆的半径分别为 1 和 4，圆心距为 3，

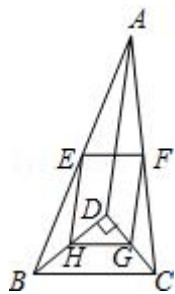
又∵ $R+r=1+4=5$ ， $R-r=4-1=3$ ，圆心距 $d=R-r=3$ ，

∴两圆的位置关系是内切．

故选：D．

【点评】本题主要考查了圆与圆的位置关系．解题的关键是掌握两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系．

6. (4 分) 如图， D 是 $\triangle ABC$ 内一点， $BD \perp CD$ ， $AD = 6$ ， $BD = 4$ ， $CD = 3$ ， E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 AC 、 CD 、 BD 的中点，则四边形 $EFGH$ 的周长是 ()



A. 7

B. 9

C. 10

D. 11

【考点】KQ：勾股定理；KX：三角形中位线定理．

【专题】11：计算题．

【分析】根据勾股定理求出 BC 的长，根据三角形的中位线定理得到 $HG = \frac{1}{2}BC = EF$ ， $EH = FG = \frac{1}{2}AD$ ，求出 EF 、 HG 、 EH 、 FG 的长，代入即可求出四边形 $EFGH$ 的周长．

【解答】解：∵ $BD \perp DC$ ， $BD = 4$ ， $CD = 3$ ，由勾股定理得： $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = 5$ ，

∵ E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 AC 、 CD 、 BD 的中点，

$$\therefore HG = \frac{1}{2}BC = EF, EH = FG = \frac{1}{2}AD,$$

$$\because AD = 6,$$

$$\therefore EF = HG = 2.5, EH = GF = 3,$$

$$\therefore \text{四边形 } EFGH \text{ 的周长是 } EF + FG + HG + EH = 2 \times (2.5 + 3) = 11.$$

故选：D.

【点评】本题主要考查对勾股定理，三角形的中位线定理等知识点的理解和掌握，
能根据三角形的中位线定理求出 EF 、 HG 、 EH 、 FG 的长是解此题的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 分解因式： $x^2 - 9 = \underline{(x+3)(x-3)}$.

【考点】54：因式分解 - 运用公式法.

【分析】本题中两个平方项的符号相反，直接运用平方差公式分解因式.

【解答】解： $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$.

故答案为： $(x+3)(x-3)$.

【点评】主要考查平方差公式分解因式，熟记能用平方差公式分解因式的多项式的特征，即“两项、异号、平方式”是避免错用平方差公式的有效方法.

8. (4 分) 化简： $1 - \frac{x}{x+1} = \underline{\frac{1}{x+1}}$.

【考点】6B：分式的加减法.

【专题】11：计算题.

【分析】原式通分并利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1}$
 $= \frac{1}{x+1}$.

故答案为： $\frac{1}{x+1}$.

【点评】此题考查了分式的加减法，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分母.

9. (4 分) 函数 $y = \sqrt{2x+3}$ 的定义域是 $\underline{x \geq -\frac{3}{2}}$.

【考点】72：二次根式有意义的条件；E4：函数自变量的取值范围.

【专题】11：计算题.

【分析】让被开方数大于等于 0 列式求值即可.

【解答】解： $\because 2x+3 \geq 0$,

解得 $x \geq -\frac{3}{2}$.

【点评】考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

10. (4分) 关于 x 的方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是 $m < \frac{9}{4}$.

【考点】AA: 根的判别式.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta = (-3)^2 - 4m > 0$, 然后解不等式即可.

【解答】解: 根据题意得 $\Delta = (-3)^2 - 4m > 0$,

解得 $m < \frac{9}{4}$.

故答案为 $m < \frac{9}{4}$.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

11. (4分) 方程 $\sqrt{4x-3} = x$ 的解为 $x_1 = 1, x_2 = 3$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】把方程两边平方去根号后求解.

【解答】解: 两边平方得: $4x - 3 = x^2$,

解得: $x_1 = 1, x_2 = 3$.

经检验: $x = 1$ 和 $x = 3$ 都是方程的解.

故答案是: $x_1 = 1, x_2 = 3$.

【点评】在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法, 本题用了平方法.

12. (4分) 有长度分别为 $2cm, 3cm, 4cm, 7cm$ 的四条线段, 任取其中三条能组成三角形的概率是 $\frac{1}{4}$.

【考点】K6: 三角形三边关系; X4: 概率公式.

【专题】16: 压轴题.

【分析】根据三角形的三边关系求出共有几种情况, 根据概率的求法, 找准两点:

①全部情况的总数; ②符合条件情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解: $\because$ 长度为 $2cm, 3cm, 4cm, 7cm$ 的四条线段, 从中任取三条线段共有 $2.3.4, 2.3.7, 3.4.7, 2.4.7$ 四种情况,

而能组成三角形的有 $2, 3, 4$; 共有 1 种情况,

所以能组成三角形的概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

13. (4 分) 在四边形 $ABCD$ 中, E 是 AB 边的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$ 为 $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【专题】 11: 计算题.

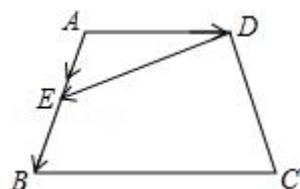
【分析】 画出图形, 根据平行四边形法则解答即可.

【解答】 解: 根据平行四边形法则,

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE},$$

$$\text{即 } \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}.$$

故答案为 $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$.



【点评】 此题结合四边形考查了平面向量, 利用平行四边形法则是解题的关键.

14. (4 分) 如果两个相似三角形的面积比是 9:16, 那么这两个三角形的相似比是 3:4.

【考点】 S7: 相似三角形的性质.

【分析】 由两个相似三角形的面积比是 9:16, 根据相似三角形的面积比等于相似比的平方, 即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 两个相似三角形的面积比是 9:16,

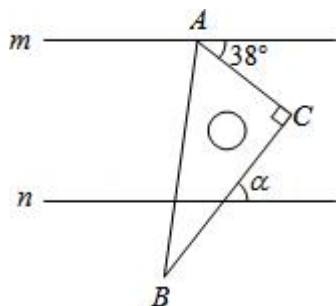
$\therefore$ 这两个三角形的相似比是: 3:4.

故答案为: 3:4.

【点评】 此题考查了相似三角形的性质. 此题比较简单, 注意掌握定理的应用是

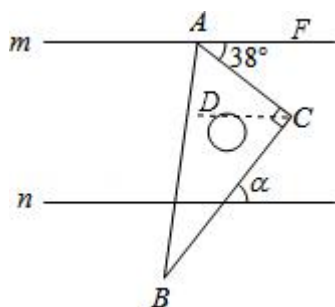
解此题的关键.

15. (4分) 如图, 直线 $m \parallel n$, 直角三角板 ABC 的顶点 A 在直线 m 上, 那么 $\angle \alpha$ 等于 52 度.



【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】过 C 作 $CD \parallel$ 直线 m , 根据平行线性质的得出 $\angle DCA = \angle FAC = 38^\circ$, $\angle \alpha = \angle DCB$, 求出即可.



【解答】解:

过 C 作 $CD \parallel$ 直线 m ,

$\because m \parallel n$,

$\therefore CD \parallel m \parallel n$,

$\therefore \angle DCA = \angle FAC = 38^\circ$, $\angle \alpha = \angle DCB$,

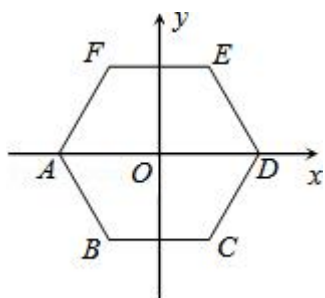
$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle \alpha = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$,

故答案为: 52.

【点评】本题考查了平行线性质的应用, 注意: 两直线平行, 内错角相等.

16. (4分) 如图, 将正六边形 $ABCDEF$ 放在平面直角坐标系中, 中心与坐标原点重合, 若 D 点的坐标为 $(1, 0)$, 那么点 C 的坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$.



【考点】 D5：坐标与图形性质；MM：正多边形和圆．

【分析】 连接 OC ，由于正六边形的中心角是 60° ，则 $\triangle COD$ 是等边三角形， $OC = 1$ ，设 BC 交 y 轴于 G ，那么 $\angle GOC = 30^\circ$ ，然后解 $\text{Rt}\triangle GOC$ ，求出 GC 与 OG 的值，进而得到点 C 的坐标．

【解答】 解：连接 OC ．

$$\because \angle COD = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ, \quad OC = OD,$$

$\therefore \triangle COD$ 是等边三角形，

$$\therefore OC = OD = 1.$$

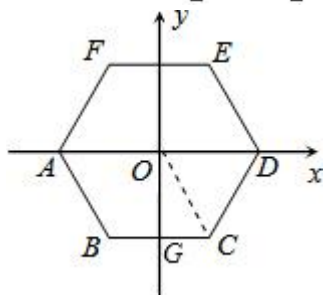
设 BC 交 y 轴于 G ，则 $\angle GOC = 30^\circ$ ．

在 $\text{Rt}\triangle GOC$ 中， $\because \angle GOC = 30^\circ$ ， $OC = 1$ ，

$$\therefore GC = \frac{1}{2}, \quad OG = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore C\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

故答案为： $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ．



【点评】 本题考查了正六边形和圆，坐标与图形性质，解直角三角形，难度适中．得出 $OC = 1$ ， $\angle GOC = 30^\circ$ 是解题的关键．

17. (4分) 新定义： $[a, b]$ 为一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$, a, b 为实数) 的“关联数”．若“关联数” $[3, m+2]$ 所对应的一次函数是正比例函数，则关于 x 的方程 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{m} = 1$ 的解为 $x = \frac{5}{3}$ ．

【考点】B3：解分式方程；F2：正比例函数的定义．

【专题】23：新定义．

【分析】根据题中的新定义求出 m 的值，确定出分式方程，去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】解：根据“关联数” $[3, m+2]$ 所对应的一次函数是正比例函数，得到 $y = 3x + m + 2$ 为正比例函数，即 $m + 2 = 0$ ，

解得： $m = -2$ ，

则分式方程为 $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{2} = 1$ ，

去分母得： $2 - (x - 1) = 2(x - 1)$ ，

去括号得： $2 - x + 1 = 2x - 2$ ，

解得： $x = \frac{5}{3}$ ，

经检验 $x = \frac{5}{3}$ 是分式方程的解．

故答案为： $x = \frac{5}{3}$

【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定要注意要验根．熟练掌握题中的新定义是解本题的关键．

18. (4分) 将矩形 $ABCD$ 折叠，使得对角线的两个端点 A 、 C 重合，折痕所在直线交直线 AB 于点 E ，如果 $AB = 4$ ， $BE = 1$ ，那么 $\angle CAB$ 的余切值是 $\sqrt{2}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ．

【考点】LB：矩形的性质；PB：翻折变换（折叠问题）；T1：锐角三角函数的定义．

【专题】16：压轴题；32：分类讨论．

【分析】本题是一道比较常见的折叠问题，需要注意题目中的“直线 AB ”与“折痕所在的直线”，显然，满足题意的情况有两种：①点 E 在线段 AB 上，如图 1；②点 E 在线段 AB 的延长线上，如图 2．因此需要分类讨论．

【解答】解：①如图 1，当点 E 在线段 AB 上时，过点 P 作 $PH \perp AB$ 于点 H ．易得 $AH = BE = 1$ ，则 $HE = AB - 2BE = 2$ ．

设 $BC = PH = x$, 易证 $\triangle ABC \sim \triangle PHE$, 则 $\frac{4}{x} = \frac{x}{2}$, 解得 $x = 2\sqrt{2}$, 此时, $\cot \angle CAB = \sqrt{2}$;

②如图 2, 当点 E 在线段 AB 的延长线上时. 过点 P 作 $PH \perp BC$ 于点 H .

易得 $PH = AB = 4$,

易得 $\frac{BQ}{QH} = \frac{BE}{PH} = \frac{1}{4}$, $BQ = CH = \frac{1}{4}QH$.

设 $BC = t$, 则 $QH = \frac{2}{3}t$.

易证 $\triangle ABC \sim \triangle QHP$, 则 $\frac{4}{t} = \frac{\frac{2}{3}t}{4}$, 解得 $t = 2\sqrt{6}$, 此时 $\cot \angle CAB = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

综上所述, $\angle CAB$ 的余切值是 $\sqrt{2}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

故答案是: $\sqrt{2}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

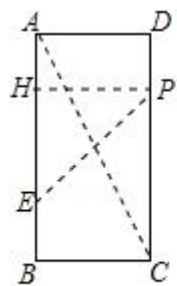


图1

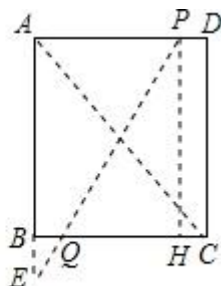


图2

【点评】本题综合考查了相似三角形的判定与性质, 折叠问题以及矩形的性质. 解题时, 一定要分类讨论, 以防漏解.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (8 分) 计算: $\frac{2}{\sqrt{2}+1} - (3.14 - \pi)^0 - 3\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

【考点】 2F: 分数指数幂; 6E: 零指数幂; 79: 二次根式的混合运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据零指数幂、负整数指数幂以及特殊角的三角函数值得到原式 $= 2(\sqrt{2} - 1) - 1 - 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}$, 然后进行乘法运算后合并即可.

【解答】 解: 原式 $= 2(\sqrt{2} - 1) - 1 - 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}$

$$= 2\sqrt{2} - 2 - 1 - \frac{3\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2} - 3.$$

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算：先把各二次根式化为最简二次根式，在进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式．也考查了零指数幂、负整数指数幂以及特殊角的三角函数值．

20. (10 分) 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} + 3 > x+1 \\ 1-3(x-1) \leq 8-x \end{cases}$$
，并在数轴上把解集表示出来．

【考点】 C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组．

【专题】 16：压轴题．

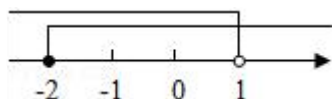
【分析】 分别解两个不等式，求出其解集，在数轴上表示出来，找出公共部分，即求出了不等式组的解集．

【解答】 解：解第一个不等式得 $x < 1$ ，

解第二个不等式得 $x \geq -2$ ，

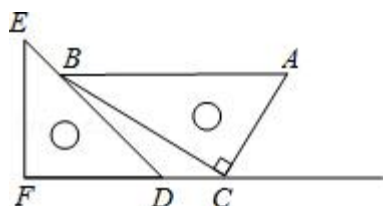
所以不等式组的解集为 $-2 \leq x < 1$ ．

其解集在数轴上表示为：



【点评】 不等式组的解集在数轴上表示的方法：把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集．有几个就要几个．在表示解集时“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”、“ $>$ ”要用空心圆点表示．

21. (12 分) 一副直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 10$ ，试求 CD 的长．



【考点】 JA：平行线的性质；T7：解直角三角形．

【专题】 11: 计算题.

【分析】 过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M , 根据题意可求出 BC 的长度, 然后在 $\triangle EFD$ 中可求出 $\angle EDF = 45^\circ$, 进而可得出答案.

【解答】 解: 过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ,

在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 10$,

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ, BC = AC \times \tan 60^\circ = 10\sqrt{3},$$

$$\because AB \parallel CF,$$

$$\therefore BM = BC \times \sin 30^\circ = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{3},$$

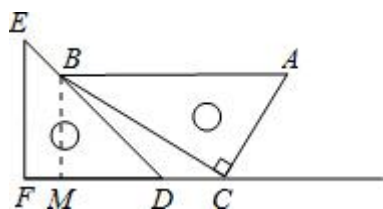
$$CM = BC \times \cos 30^\circ = 15,$$

在 $\triangle EFD$ 中, $\angle F = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$,

$$\therefore \angle EDF = 45^\circ,$$

$$\therefore MD = BM = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = CM - MD = 15 - 5\sqrt{3}.$$



【点评】 本题考查了解直角三角形的性质及平行线的性质, 难度较大, 解答此类题目的关键根据题意建立三角形利用所学的三角函数的关系进行解答.

22. (12分) 张家界市为了治理城市污水, 需要铺设一段全长为 300 米的污水排放管道, 铺设 120 米后, 为了尽可能减少施工对城市交通所造成的影响, 后来每天的工作量比原计划增加 20%, 结果共用了 27 天完成了这一任务, 求原计划每天铺设管道多少米?

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 设原计划每天铺设管道 x 米, 根据需要铺设一段全长为 300 米的污水排放管道, 铺设 120 米后, 为了尽可能减少施工对城市交通所造成的影响, 后来每天的工作量比原计划增加 20%, 结果共用了 27 天完成了这一任务, 根据等量关系: 铺设 120 米管道的时间 + 铺设 $(300 - 120)$ 米管道的时间 = 27 天, 可列方程求解.

【解答】 解: 设原计划每天铺设管道 x 米,

依题意得： $\frac{120}{x} + \frac{300-120}{x(1+20\%)} = 27$,

解得 $x = 10$,

经检验, $x = 10$ 是原方程的解, 且符合题意.

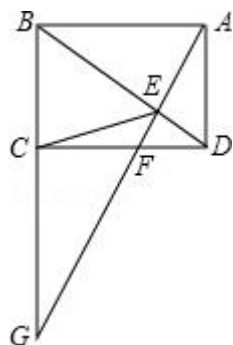
答: 原计划每天铺设管道 10 米.

【点评】 本题考查理解题意的能力, 关键是设出原计划每天铺设管道 x 米, 以天数做为等量关系列方程求解.

23. (12 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, E 是 BD 上的一点, $\angle BAE = \angle BCE$, $\angle AED = \angle CED$, 点 G 是 BC 、 AE 延长线的交点, AG 与 CD 相交于点 F .

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是正方形;

(2) 当 $AE = 3EF$ 时, 判断 FG 与 EF 有何数量关系? 并证明你的结论.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LB: 矩形的性质; LF: 正方形的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 $\angle BAE = \angle BCE$, $\angle AED = \angle CED$, 利用三角形外角的性质, 即可得 $\angle CBE = \angle ABE$, 又由四边形 $ABCD$ 是矩形, 即可证得 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 是等腰直角三角形, 继而证得四边形 $ABCD$ 是正方形;

(2) 由题意易证得 $\triangle ABE \sim \triangle FDE$, $\triangle ADE \sim \triangle GBE$, $\triangle ADF \sim \triangle GCF$, 由 $AE = 3EF$, 利用相似三角形的对应边成比例, 即可求得 $FG = 8EF$.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAE = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BAD - \angle BAE = \angle BCD - \angle BCE,$$

$$\text{即 } \angle DAE = \angle DCE,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CED$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle DCE \\ \angle AED = \angle CED, \\ DE = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CED$ (AAS),

$\therefore AD = CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形;

(2) 当 $AE = 3EF$ 时, $FG = 8EF$.

证明: 设 $EF = k$, 则 $AE = 3k$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CED$,

$\therefore CE = AE = 3k$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle G = \angle DAE$,

又 $\therefore \angle DAE = \angle DCE$,

$\therefore \angle DCE = \angle G$,

又 $\therefore \angle CEF = \angle GEC$,

$\therefore \triangle CEF \sim \triangle GEC$,

$$\therefore \frac{EF}{CE} = \frac{CE}{EG},$$

$$\therefore \frac{k}{3k} = \frac{3k}{EG},$$

$\therefore EG = 9k$,

$\therefore FG = EG - EF = 8k$,

$\therefore FG = 8EF$.

【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质、矩形的性质, 正方形的判定与性质、等腰直角三角形的性质以及三角形外角的性质. 此题难度适中, 注意数形结合思想的应用.

24. (12分) 如图, 抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 $A(0, 1)$, 过点 A 的直线与抛物线交于另一点 $B(3, \frac{5}{2})$, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为 C .

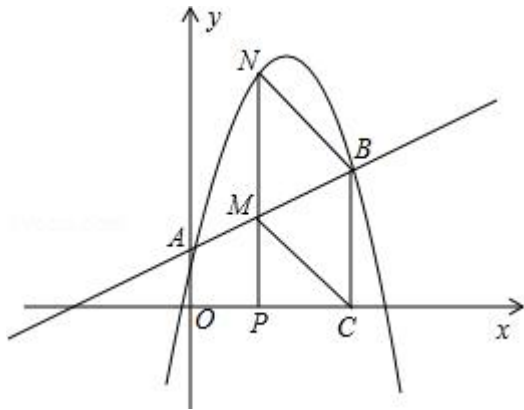
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 是 x 轴正半轴上的一动点, 过点 P 作 $PN \perp x$ 轴, 交直线 AB 于点 M , 交抛物线于点 N ,

设 OP 的长度为 m .

①当点 P 在线段 OC 上 (不与点 O 、 C 重合) 时, 试用含 m 的代数式表示线段 PM 的长度;

②联结 CM , BN , 当 m 为何值时, 四边形 $BCMN$ 为平行四边形?



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 根据抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + bx + c$ 过点 $A(0, 1)$, $B(3, \frac{5}{2})$, 求出 c , b 的值, 即可求出抛物线的解析式;

(2) ①先设直线的解析式是 $y = kx + b$, 根据直线 AB 过点 $A(0, 1)$ 和 $B(3, \frac{5}{2})$, 求出 b , k 的值, 求出直线 AB 的解析式, 再根据 $PN \perp x$ 轴, 交直线 AB 于点 M , 交抛物线于点 N , $OP = m$,

得出 $P(m, 0)$, $M(m, \frac{1}{2}m + 1)$, 即可求出 PM 的长度;

②根据抛物线的解析式和 P 点的坐标得出 $N(m, -\frac{5}{4}m^2 + \frac{17}{4}m + 1)$, $MN \parallel BC$,

再分两种情况讨论, 当点 P 在线段 OC 上时, 当点 P 在线段 OC 的延长线上时, 求出 MN 的值, 根据 $BC = \frac{5}{2}$, 得出 $-\frac{5}{4}m^2 + \frac{15}{4}m = \frac{5}{2}$, 求出 m 得值, 即可得出答案.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 $A(0, 1)$, $B(3, \frac{5}{2})$,

$$\therefore \begin{cases} c=1 \\ -\frac{5}{4} \times 9 + 3b + 1 = \frac{5}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} c=1 \\ b=\frac{17}{4} \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{17}{4}x + 1;$$

(2) ①设直线的解析式是 $y = kx + b$,

$\therefore$ 直线 AB 过点 $A(0, 1)$ 和 $B(3, \frac{5}{2})$,

$$\therefore \begin{cases} b=1 \\ 3k+b=\frac{5}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b=1 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$,

$\therefore PN \perp x$ 轴, 交直线 AB 于点 M , 交抛物线于点 N , $OP = m$,

$\therefore P(m, 0)$, $M(m, \frac{1}{2}m + 1)$,

$\therefore PM = \frac{1}{2}m + 1$;

②根据抛物线的解析式和 P 点的坐标可得: $N(m, -\frac{5}{4}m^2 + \frac{17}{4}m + 1)$, $MN \parallel BC$,

$\therefore$ 当 $MN = BC$ 时, 四边形 $BCMN$ 为平行四边形,

1、当点 P 在线段 OC 上时, $MN = -\frac{5}{4}m^2 + \frac{15}{4}m$,

又 $\because BC = \frac{5}{2}$,

$$\therefore -\frac{5}{4}m^2 + \frac{15}{4}m = \frac{5}{2},$$

解得 $m_1 = 1$, $m_2 = 2$;

2、当点 P 在线段 OC 的延长线上时, $MN = \frac{5}{4}m^2 - \frac{15}{4}m$,

$$\therefore \frac{5}{4}m^2 - \frac{15}{4}m = \frac{5}{2},$$

解得: $m_1 = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$ (不合题意, 舍去), $m_2 = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ (舍); 字母顺序不合适,

综上所述，当 m 的值为 1 或 2 或 $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ 时，四边形 $BCMN$ 是平行四边形。

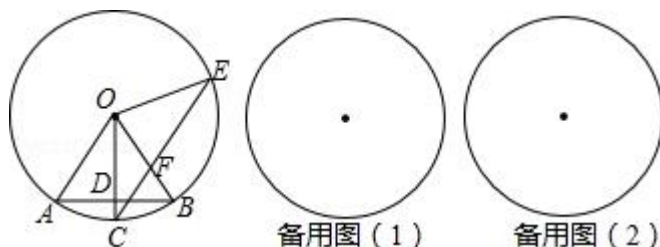
【点评】 此题考查了二次函数的综合，在解题时要注意解析式的确定，(2) 小题②中，都用到了分类讨论的数学思想，难点在于考虑问题要全面，做到不重不漏。

25. (12 分) 已知：⊙ O 的半径为 3， $OC \perp$ 弦 AB ，垂足为 D ，点 E 在⊙ O 上， $\angle ECO = \angle BOC$ ，射线 CE 与射线 OB 相交于点 F 。设 $AB = x$ ， $CE = y$

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式，并写出函数定义域；

(2) 当 $\triangle OEF$ 为直角三角形时，求 AB 的长；

(3) 如果 $BF = 1$ ，求 EF 的长。



【考点】 MR：圆的综合题。

【分析】 (1) 过点 O 作 $OH \perp CE$ ，垂足为 H 。在圆 O 中，根据垂径定理可得

$$BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}x, \quad EH = \frac{1}{2}EC = \frac{1}{2}y, \quad \text{在 Rt} \triangle ODB \text{ 中, 根据勾股定理可得 } OD = \frac{\sqrt{36-x^2}}{2},$$

通过 AAS 证明 $\triangle ODB \cong \triangle EHO$ ，由全等三角形的性质得到 $EH = OD$ ，

依此可得 y 与 x 之间的函数解析式；

(2) 当 $\triangle OEF$ 为直角三角形时，存在以下两种情况：①若 $\angle OFE = 90^\circ$ ，证明 $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形，求得 AB 的长；②若 $\angle EOF = 90^\circ$ ，证明 $\triangle OAB$ 是等边三角形，求得 AB 的长；

(3) 分两种情况：①当 $CF = OF = OB - BF = 2$ 时，可得： $\triangle CFO \sim \triangle COE$ ，根据相似三角形的性质得到 $CE = \frac{OC^2}{CF} = \frac{9}{2}$ ，则 $EF = CE - CF$ 可求；②当 $CF = OF = OB + BF = 4$ 时，可得： $\triangle CFO \sim \triangle COE$ ，根据相似三角形的性质得到 $CE = \frac{OC^2}{CF} = \frac{9}{4}$ ，则 $EF = CF - CE$ 可求。

【解答】 解：(1) 过点 O 作 $OH \perp CE$ ，垂足为 H 。

$\because$ 在圆 O 中， $OC \perp$ 弦 AB ， $OH \perp$ 弦 CE ， $AB = x$ ， $CE = y$ ，

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}x, \quad EH = \frac{1}{2}EC = \frac{1}{2}y,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ODB \text{ 中, } OD^2 + BD^2 = BO^2, \quad OB = 3,$$

$$\therefore OD = \frac{\sqrt{36-x^2}}{2},$$

$$\therefore OC = OE,$$

$$\therefore \angle ECO = \angle CEO,$$

$$\therefore \angle ECO = \angle BOC,$$

$$\therefore \angle CEO = \angle BOC,$$

$$\text{又} \therefore \angle ODB = \angle OHE = 90^\circ, \quad OE = OB,$$

在 $\triangle ODB$ 与 $\triangle EHO$ 中,

$$\begin{cases} \angle ODB = \angle OHE = 90^\circ \\ \angle CEO = \angle BOC \\ OE = OB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ODB \cong \triangle EHO \text{ (AAS)},$$

$$\therefore EH = OD,$$

$$\therefore \frac{y}{2} = \frac{\sqrt{36-x^2}}{2},$$

$$\therefore y = \sqrt{36-x^2}, \text{ 函数定义域为 } 0 < x < 6;$$

(2) 当 $\triangle OEF$ 为直角三角形时, 存在以下两种情况:

$$\text{①若 } \angle OFE = 90^\circ, \text{ 则 } \angle COF = \angle OCF = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 45^\circ$$

$$\text{又} \therefore OA = OB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle ABO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ$$

$\therefore \triangle OAB$ 是等腰直角三角形,

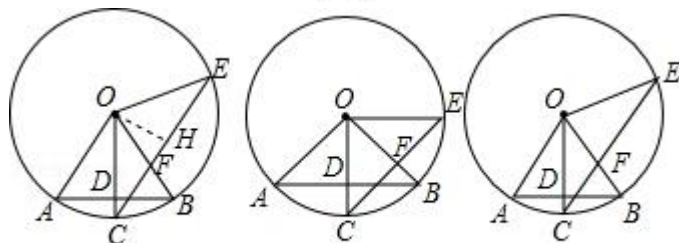
$$\therefore AB = \sqrt{2} \cdot OB = 3\sqrt{2};$$

$$\text{②若 } \angle EOF = 90^\circ, \text{ 则 } \angle OEF = \angle COF = \angle OCF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = OB = 3;$$

则 $EF = CF - CE = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$.



备用图(1) 备用图(2)

第 24 页 (共 24 页)