

2013 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸的相应题号的选项上用 2B 铅笔填涂]

1. (4 分) 与无理数 $\sqrt{3}$ 最接近的整数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. (4 分) 下列二次根式中最简二次根式是 ()
A. $\sqrt{a^2-1}$ B. $\sqrt{\frac{a}{b}}$ C. $\sqrt{a^2b}$ D. $\sqrt{9a}$
3. (4 分) 直线 $y = x - 1$ 的图象经过的象限是 ()
A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第二、三、四象限 D. 第一、三、四象限
4. (4 分) 一个不透明的盒子中装有 2 个红球和 1 个白球, 它们除颜色外都相同. 若从中任意摸出一个球, 则下列叙述正确的是 ()
A. 摸到红球是必然事件
B. 摸到白球是不可能事件
C. 摸到红球与摸到白球的可能性相等
D. 摸到红球比摸到白球的可能性大
5. (4 分) 对角线相等的四边形是 ()
A. 矩形 B. 等腰梯形 C. 正方形 D. 不能确定
6. (4 分) 已知两圆半径分别为 2 和 3, 圆心距为 d , 若两圆没有公共点, 则下列结论正确的是 ()
A. $0 < d < 1$ B. $d > 5$ C. $0 < d < 1$ 或 $d > 5$ D. $0 \leq d < 1$ 或 $d > 5$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

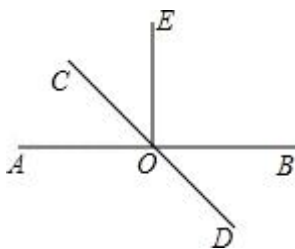
7. (4 分) 计算 $x^6 \div x^2 =$ _____.
8. (4 分) 分解因式: $x^2 - 8x + 16 =$ _____.
9. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 的定义域是 _____.
10. (4 分) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解是 _____.
11. (4 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - m = 0$ 有两个不相等的实数根,

则实数 m 的取值范围是_____.

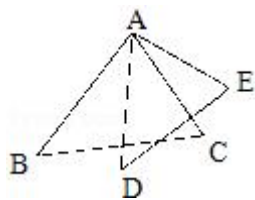
12. (4分) 如果点 A 、 B 在同一个反比例函数的图象上, 点 A 的坐标为 $(2, 3)$, 点 B 横坐标为 3 , 那么点 B 的纵坐标是_____.

13. (4分) 正多边形的中心角为 72° , 那么这个正多边形的内角和等于_____度.

14. (4分) 如图, 已知直线 AB 和 CD 相交于点 O , $OE \perp AB$, $\angle AOD = 128^\circ$, 则 $\angle COE$ 的度数是_____度.



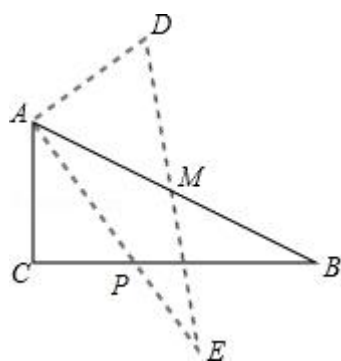
15. (4分) 如图, 已知 $\angle E = \angle C$, 如果再增加一个条件就可以得到 $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$, 那么这个条件可以是_____ (只要写出一个即可).



16. (4分) 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, E 、 F 分别是 AD 、 BC 中点, $DC = 1$, $AB = 3$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, 如果用 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{EF}$, 那么 $\overrightarrow{EF} =$ _____.

17. (4分) 我们把梯形下底与上底的差叫做梯形的底差, 梯形的高与中位线的比值叫做梯形的纵横比, 如果某一等腰梯形腰长为 5 , 底差等于 6 , 面积为 24 , 则该等腰梯形的纵横比等于_____.

18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $\tan B = \frac{3}{4}$, 点 M 是 AB 边的中点, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 M 旋转, 使点 C 与点 A 重合, 点 A 与点 D 重合, 点 B 与点 E 重合, 得到 $\triangle DEA$, 且 AE 交 CB 于点 P , 那么线段 CP 的长是_____.



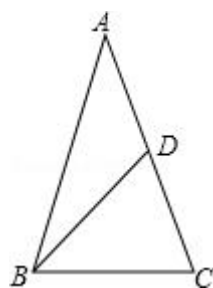
三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）计算： $|\sqrt{3}-2|+2010^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}+3\tan 30^\circ$.

20.（10 分）解不等式组 $\begin{cases} 5x-2 > 3(x+1) \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$ ，并将它的解集在数轴上表示出来.

21.（10 分）已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， BD 是 AC 边上的中线，若 $AB=13$ ， $BC=10$,

试求 $\tan \angle DBC$ 的值.

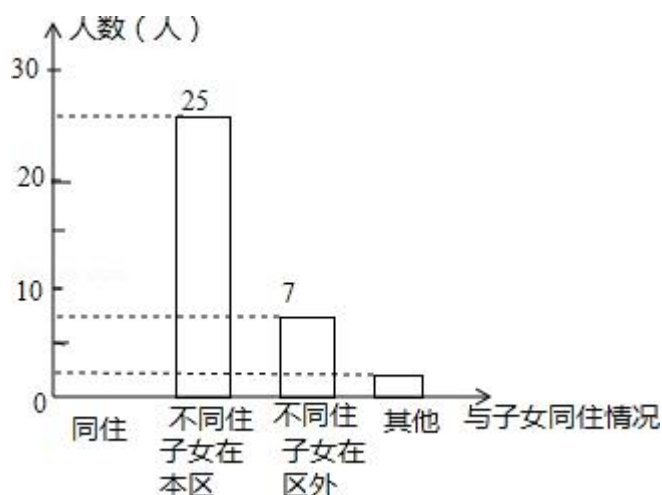


22.（10 分）我区开展了“关爱老人从我做起”的主题活动．在活动中随机调查了本区部分老人与子女同住情况，根据收集到的数据，绘制成如下统计图表（不完整）

老人与子女同住情况百分比统计表：

老人与子女同住情况	同住	不同住 (子女在本区)	不同住 (子女在区外)	其他
百分比	a	50%	b	4%

老人与子女同住人数条形图：

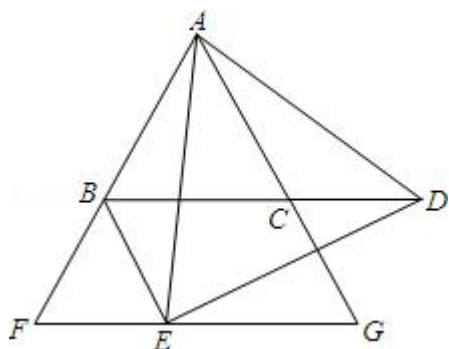


据统计图表中提供的信息，回答下列问题：

- (1) 本次共抽样调查了_____老人，老人与子女同住情况百分比统计表中的 a = _____；
- (2) 将条形统计图补充完整；（画在答题纸相对应的图上）
- (3) 根据本次抽样调查，试估计我区约 15 万老人中与子女“不同住”的老人总数是_____人。

23. (12 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 是 BC 延长线上的一个动点，以 AD 为边作等边 $\triangle ADE$ ，过点 E 作 BC 的平行线，分别交 AB ， AC 的延长线于点 F ， G ，联结 BE 。

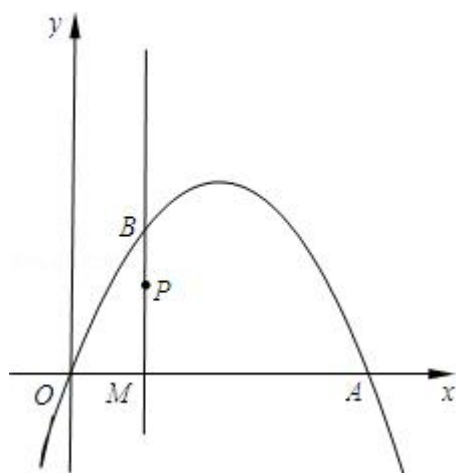
- (1) 求证： $\triangle AEB \cong \triangle ADC$ ；
- (2) 如果 $BC = CD$ ，判断四边形 $BCGE$ 的形状，并说明理由。



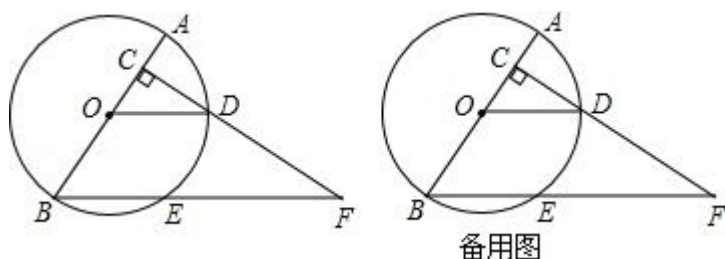
24. (12 分) 如图，已知二次函数 $y = -x^2 + 2mx$ 的图象经过点 $B(1, 2)$ ，与 x 轴的另一个交点为 A ，点 B 关于抛物线对称轴的对称点为 C ，过点 B 作直线 $BM \perp x$ 轴垂足为点 M 。

- (1) 求二次函数的解析式；

- (2) 在直线 BM 上有点 $P(1, \frac{3}{2})$, 联结 CP 和 CA , 判断直线 CP 与直线 CA 的位置关系, 并说明理由;
- (3) 在 (2) 的条件下, 在坐标轴上是否存在点 E , 使得以 A 、 C 、 P 、 E 为顶点的四边形为直角梯形? 若存在, 求出所有满足条件的点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



25. (14 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 8$, 点 C 在半径 OA 上 (点 C 与点 O 、 A 不重合), 过点 C 作 AB 的垂线交 $\odot O$ 于点 D , 联结 OD , 过点 B 作 OD 的平行线交 $\odot O$ 于点 E 、交射线 CD 于点 F .



- (1) 若 $\widehat{ED} = \widehat{BE}$, 求 $\angle F$ 的度数;
- (2) 设 $CO = x$, $EF = y$ 写出 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 设点 C 关于直线 OD 的对称点为 P , 若 $\triangle PBE$ 为等腰三角形, 求 OC 的长.

2013 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸的相应题号的选项上用 2B 铅笔填涂]

1.（4 分）与无理数 $\sqrt{3}$ 最接近的整数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】2B：估算无理数的大小.

【分析】由于 $1 < 3 < 4$ ，且 3 更接近 4，则 $1 < \sqrt{3} < 2$ ，于是可判断与 $\sqrt{3}$ 最接近的整数为 2.

【解答】解： $\because 1 < 3 < 4$,

$$\therefore 1 < \sqrt{3} < 2,$$

$\therefore$ 与无理数 $\sqrt{3}$ 最接近的整数为 2.

故选：B.

【点评】本题考查了估算无理数的大小：利用完全平方数和算术平方根对无理数的大小进行估算.

2.（4 分）下列二次根式中最简二次根式是（ ）

- A. $\sqrt{a^2-1}$ B. $\sqrt{\frac{a}{b}}$ C. $\sqrt{a^2b}$ D. $\sqrt{9a}$

【考点】74：最简二次根式.

【分析】利用最简二次根式的定义判断即可得到正确的选项.

【解答】解： A 、 $\sqrt{a^2-1}$ 为最简二次根式，故本选项正确；

B 、 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 可化为 $\frac{\sqrt{ab}}{a}$ ，不是最简二次根式，故本选项错误；

C 、 $\sqrt{a^2b}$ 可化为 $|a|\sqrt{b}$ ，不是最简二次根式，故本选项错误；

D 、 $\sqrt{9a}$ 可化为 $3\sqrt{a}$ ，不是最简二次根式，故本选项错误；

故选：A.

【点评】此题考查了最简二次根式，以及二次根式的化简，熟练掌握最简二次根式的判断方法是解答本题的关键.

3.（4 分）直线 $y=x-1$ 的图象经过的象限是（ ）

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限

C. 第二、三、四象限

D. 第一、三、四象限

【考点】F5: 一次函数的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】由 $y = x - 1$ 可知直线与 y 轴交于 $(0, -1)$ 点, 且 y 随 x 的增大而增大, 可判断直线所经过的象限.

【解答】解: 直线 $y = x - 1$ 与 y 轴交于 $(0, -1)$ 点,

且 $k = 1 > 0$, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 直线 $y = x - 1$ 的图象经过第一、三、四象限.

故选: D.

【点评】本题考查了一次函数的性质. 关键是根据图象与 y 轴的交点位置, 函数的增减性判断图象经过的象限.

4.(4分) 一个不透明的盒子中装有 2 个红球和 1 个白球, 它们除颜色外都相同. 若从中任意摸出一个球, 则下列叙述正确的是 ()

A. 摸到红球是必然事件

B. 摸到白球是不可能事件

C. 摸到红球与摸到白球的可能性相等

D. 摸到红球比摸到白球的可能性大

【考点】X1: 随机事件; X2: 可能性的大小.

【分析】利用随机事件的概念, 以及个数最多的就得到可能性最大分别分析即可.

【解答】解: A. 摸到红球是随机事件, 故 A 选项错误;

B. 摸到白球是随机事件, 故 B 选项错误;

C. 摸到红球比摸到白球的可能性相等,

根据不透明的盒子中装有 2 个红球和 1 个白球, 得出摸到红球比摸到白球的可能性大, 故 C 选项错误;

D. 根据不透明的盒子中装有 2 个红球和 1 个白球, 得出摸到红球比摸到白球的可能性大, 故 D 选项正确;

故选: D.

【点评】此题主要考查了随机事件以及可能性大小, 利用可能性大小的比较: 只要总情况数目相同, 谁包含的情况数目多, 谁的可能性就大; 反之也成立;

若包含的情况相当，那么它们的可能性就相等得出是解题关键.

5. (4分) 对角线相等的四边形是 ()

A. 矩形 B. 等腰梯形 C. 正方形 D. 不能确定

【考点】L1: 多边形.

【分析】根据多边形中特殊多边形矩形，等腰梯形，正方形的对角线都相等，即可得出答案无法确定.

【解答】解：根据特殊四边形的性质可知：矩形，等腰梯形的对角线都相等，所以无法确定，
故选：D.

【点评】此题主要考查了特殊四边形的性质，题目把几种四边形综合起来考查，有效的考查了同学们对多边形性质的掌握情况.

6. (4分) 已知两圆半径分别为 2 和 3，圆心距为 d ，若两圆没有公共点，则下列结论正确的是 ()

A. $0 < d < 1$ B. $d > 5$ C. $0 < d < 1$ 或 $d > 5$ D. $0 \leq d < 1$ 或 $d > 5$

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【专题】16: 压轴题.

【分析】若两圆没有公共点，则可能外离或内含，据此考虑圆心距的取值范围.

【解答】解：若两圆没有公共点，则可能外离或内含，
外离时的数量关系应满足 $d > 5$ ；
内含时的数量关系应满足 $0 \leq d < 1$.

故选：D.

【点评】考查了两圆的位置关系和数量关系之间的等价关系.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4分) 计算 $x^6 \div x^2 = \underline{x^4}$.

【考点】48: 同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂相除，底数不变指数相减解答.

【解答】解： $x^6 \div x^2 = x^{6-2} = x^4$.

【点评】本题考查了同底数幂的除法运算，熟练掌握运算性质是解题的关键.

8. (4分) 分解因式: $x^2 - 8x + 16 = \underline{(x - 4)^2}$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】直接利用完全平方公式分解因式即可.

【解答】解: $x^2 - 8x + 16$,

$$= x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2,$$

$$= (x - 4)^2.$$

故答案为: $(x - 4)^2$.

【点评】本题考查了运用公式法分解因式, 熟练掌握完全平方公式的结构特点是解本题的关键.

9. (4分) 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 的定义域是 $\underline{x \geq -3}$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【专题】33: 函数思想.

【分析】根据二次根式的性质, 被开方数大于或等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】解: 根据题意得: $x+3 \geq 0$,

解得: $x \geq -3$.

故答案为: $x \geq -3$.

【点评】考查了函数自变量的取值范围, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

10. (4分) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解是 $\underline{x = 9}$.

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】观察可得最简公分母是 $x(x-3)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】解: 方程的两边同乘 $x(x-3)$, 得

$$3x - 9 = 2x,$$

解得 $x = 9$.

检验: 把 $x = 9$ 代入 $x(x-3) = 54 \neq 0$.

∴原方程的解为： $x = 9$ ．

故答案为： $x = 9$ ．

【点评】 本题考查了解分式方程，注：

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．

(2) 解分式方程一定要注意要验根．

11. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - m = 0$ 有两个不相等的实数根，
则实数 m 的取值范围是 $m > -\frac{1}{4}$ ．

【考点】 AA：根的判别式．

【分析】 若一元二次方程有两不等根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，建立关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围．

【解答】 解：∵方程有两个不相等的实数根， $a = 1$ ， $b = -1$ ， $c = -m$

∴ $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-m) > 0$ ，

解得 $m > -\frac{1}{4}$ ，

【点评】 总结：一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根．

12. (4分) 如果点 A 、 B 在同一个反比例函数的图象上，点 A 的坐标为 $(2, 3)$ ，
点 B 横坐标为 3，那么点 B 的纵坐标是 2 ．

【考点】 G6：反比例函数图象上点的坐标特征．

【专题】 17：推理填空题．

【分析】 根据同一反比例函数图象上的点的横纵坐标的积相等来解答．

【解答】 解：点 B 的纵坐标为 m ，

则 $3m = 2 \times 3$ ，

解得 $m = 2$ ．

故答案为 2．

【点评】 本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积应等于比例系数．

13. (4分) 正多边形的中心角为 72° ，那么这个正多边形的内角和等于 540

度.

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】先根据周角等于 360° 求出边数, 再根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 列式计算即可得解.

【解答】解: $\because$ 正多边形的中心角为 72° 度,

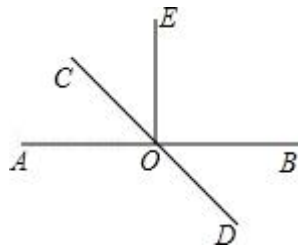
$\therefore$ 边数为: $360^\circ \div 72^\circ = 5$,

$\therefore$ 这个正多边形的内角和 $= (5-2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$.

故答案为: 540.

【点评】本题考查了多边形的内角和公式, 熟记正多边形中心角的定义求出边数的是解题的关键.

14. (4 分) 如图, 已知直线 AB 和 CD 相交于点 O , $OE \perp AB$, $\angle AOD = 128^\circ$, 则 $\angle COE$ 的度数是 38 度.



【考点】IL: 余角和补角; J2: 对顶角、邻补角.

【分析】首先根据邻补角的定义可得 $\angle COA$ 的度数, 再根据垂直可得 $\angle AOE = 90^\circ$, 再根据互余两角的关系可计算出答案.

【解答】解: $\because \angle AOD = 128^\circ$,

$\therefore \angle COA = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$,

$\because OE \perp AB$,

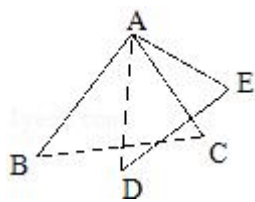
$\therefore \angle AOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle COE = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$,

故答案为: 38.

【点评】此题主要考查了邻补角和垂直定义, 关键是掌握邻补角的定义.

15. (4 分) 如图, 已知 $\angle E = \angle C$, 如果再增加一个条件就可以得到 $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$, 那么这个条件可以是 $\angle B = \angle D$ (或 $\angle BAD = \angle CAE$ 等) (只要写出一个即可).



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】26：开放型.

【分析】根据两组角对应相等的两个三角形相似，可找出除 $\angle E = \angle C$ 之外的任意一组对应角即可.

【解答】解： $\angle B = \angle D$ 或 $\angle BAC = \angle DAE$;

$$\because \angle E = \angle C, \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE,$$

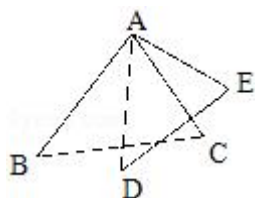
$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE};$$

$$\because \angle E = \angle C, \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE};$$

故答案是： $\angle B = \angle D$ 或 $\angle BAC = \angle DAE$ (答案不唯一).



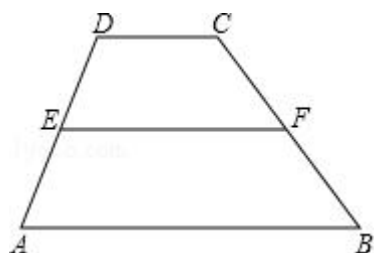
【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质. 解题的关键是找出另一组相等的对应角.

16. (4分) 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, E 、 F 分别是 AD 、 BC 中点, $DC = 1$, $AB = 3$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, 如果用 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{EF}$, 那么 $\overrightarrow{EF} = \underline{\underline{\frac{2}{3}\vec{a}}}$.

【考点】LM：*平面向量.

【分析】先表示出 $\overrightarrow{DC}$, 然后判断出 EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线, 继而根据中位线的性质可得出答案.

【解答】解：如图所示：



$\because AB \parallel DC, EDC = 1, AB = 3,$

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3} \vec{a},$$

$\because E、F$ 分别是 $AD、BC$ 中点,

$\therefore EF$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2} (CD + AB),$$

$$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3} \vec{a}.$$

故答案为: $\frac{2}{3} \vec{a}$.

【点评】 本题考查了平面向量及梯形的知识, 注意掌握梯形的中位线的性质, 属于基础题.

17. (4 分) 我们把梯形下底与上底的差叫做梯形的底差, 梯形的高与中位线的比值叫做梯形的纵横比, 如果某一等腰梯形腰长为 5, 底差等于 6, 面积为 24, 则该等腰梯形的纵横比等于 $\frac{2}{3}$.

【考点】 LJ: 等腰梯形的性质; LL: 梯形中位线定理.

【分析】 利用勾股定理求出高, 根据面积求出中位线的长度, 然后按照题目所给信息即可求出纵横比.

【解答】 解: 根据题意做出图形, 过 A 作 BC 边的高 AE ,

由题意得: $BC - AD = 6$,

则 $BE = 3$,

$\because AB = 5$,

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 4,$$

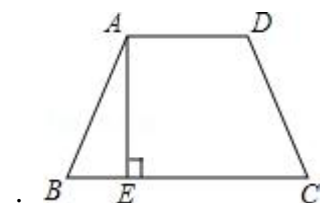
又 $\because$ 面积为 24,

$$\therefore \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot AE = 24,$$

代入 AE 可得: $\frac{AD + BC}{2} = 6$,

故等腰梯形的中位线长度为 6,

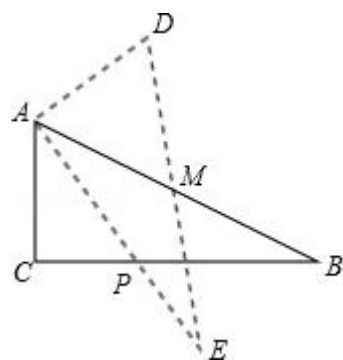
则该等腰梯形的纵横比 $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$



故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】 本题考查了等腰梯形的性质, 难度适中, 认真读题求出高及中位线的长度是关键.

18. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $\tan B = \frac{3}{4}$, 点 M 是 AB 边的中点, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 M 旋转, 使点 C 与点 A 重合, 点 A 与点 D 重合, 点 B 与点 E 重合, 得到 $\triangle DEA$, 且 AE 交 CB 于点 P , 那么线段 CP 的长是 $\frac{7}{4}$.



【考点】 R2: 旋转的性质.

【分析】 连接 PM , 根据 $\angle B$ 的正切值设 $AC = 3k$, $BC = 4k$, 利用勾股定理列式求出 k 值, 得到 AC 、 BC 的长, 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $AM = DM = EM$, 再根据等边对等角的性质可得 $\angle EAM = \angle E$, 然后求出 $\angle EAM = \angle B$, 根据等腰三角形三线合一的性质可得 $PM \perp AB$, 然后求出 $\triangle ABC$ 和 $\triangle PMB$ 相似, 根据相似三角形对应边成比例列式求出 PB 的长, 再根据 $CP = BC - PB$ 代入数据进行计算即可得解.

【解答】 解: 连接 PM , $\because \tan B = \frac{3}{4}$,

$\therefore$ 设 $AC = 3k$, $BC = 4k$,

则 $(3k)^2 + (4k)^2 = 10^2$,

解得 $k=2$,

$$\therefore AC=3 \times 2=6, \quad BC=4 \times 2=8,$$

$\because$ 点 M 是 AB 边的中点, $\triangle DEA$ 是 $\triangle ABC$ 绕点 M 旋转得到,

$$\therefore AM=MB=DM=EM=5,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle E,$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle E,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle B,$$

$\therefore \triangle APB$ 是等腰三角形,

$\because$ 点 M 是 AB 的中点,

$$\therefore PM \perp AB,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PMB,$$

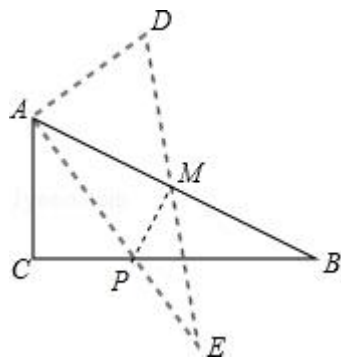
$$\therefore \frac{PB}{AB} = \frac{MB}{BC},$$

$$\text{即} \frac{PB}{10} = \frac{5}{8},$$

$$\text{解得} PB = \frac{25}{4},$$

$$\therefore CP = BC - PB = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}.$$

故答案为: $\frac{7}{4}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质, 勾股定理的应用, 相似三角形的判定与性质, 作辅助线构造出相似三角形是解题的关键, 也是本题的难点.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $|\sqrt{3}-2|+2010^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}+3\tan 30^\circ$.

【考点】 2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】 本题涉及零指数幂、负整数指数幂、二次根式化简、特殊角的三角函数值 4 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解: 原式 $= 2 - \sqrt{3} + 1 + 3 + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= 6.$

【点评】 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值、特殊角的三角函数值等考点的运算.

20. (10 分) 解不等式组 $\begin{cases} 5x-2 > 3(x+1) \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$, 并将它的解集在数轴上表示出来.

【考点】 C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

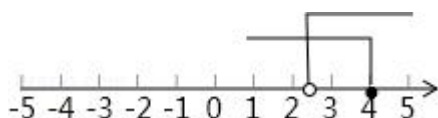
【分析】 先分别求出各不等式的解集, 再求其公共解集即可.

【解答】 解: $\begin{cases} 5x-2 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $x > 2.5$

由②得: $x \leq 4$,

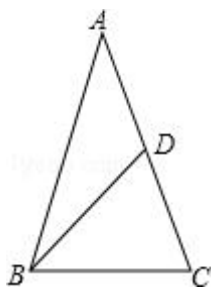
$\therefore$ 不等式组的解集为: $2.5 < x \leq 4$,



【点评】 此题主要考查了一元一次不等式组的解法, 求不等式组的解集应遵循“同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了”的原则.

21. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BD 是 AC 边上的中线, 若 $AB = 13$, $BC = 10$,

试求 $\tan \angle DBC$ 的值.



【考点】KH：等腰三角形的性质；KQ：勾股定理；KX：三角形中位线定理；

T1：锐角三角函数的定义．

【分析】（1）作等腰三角形底边上的高 AH 并根据勾股定理求出，与 BD 交点为 E ，则 E 是三角形的重心，再根据三角形重心的性质求出 EH ， $\angle DBC$ 的正切值即可求出．

（2）作出底边上的高，在过 D 作 $DF \perp BC$ ，先根据勾股定理求出 AH 的长，再根据三角形中位线定理求出 DF 的长， BF 的长就等于 BC 的 $\frac{3}{4}$ ， $\angle DBC$ 的正切值即可求出．

【解答】解：方法一：过点 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为点 H ，交 BD 于点 E （1分）

$$\because AB = AC = 13, BC = 10$$

$$\therefore BH = 5 \text{ (1分)}$$

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中， $AH = 12$ （2分）

$\because BD$ 是 AC 边上的中线

所以点 E 是 $\triangle ABC$ 的重心

$$\therefore EH = \frac{1}{3}AH = 4 \text{ (2分)}$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle EBH \text{ 中, } \tan \angle DBC = \frac{HE}{HB} = \frac{4}{5}. \text{ (2分)}$$

方法二：过点 A 、 D 分别作 $AH \perp BC$ 、 $DF \perp BC$ ，垂足分别为点 H 、 F （1分）

$$\because BC = 10, AH \perp BC, AB = AC,$$

$$\therefore BH = 5 \text{ (1分)}$$

$$\because AB = 13,$$

$$\therefore AH = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

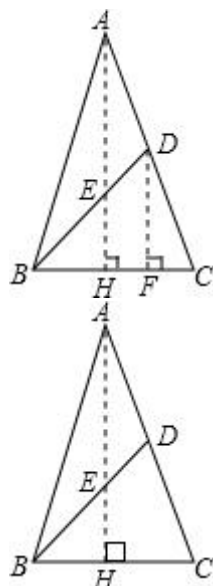
在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中， $AH = 12$ （2分）

$$\because AH \parallel DF$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AH = 6$$

$$BF = \frac{3}{4}BC = \frac{15}{2} \text{ (2分)}$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle DBF \text{ 中, } \tan \angle DBC = \frac{DF}{BF} = \frac{4}{5}. \text{ (2分)}$$



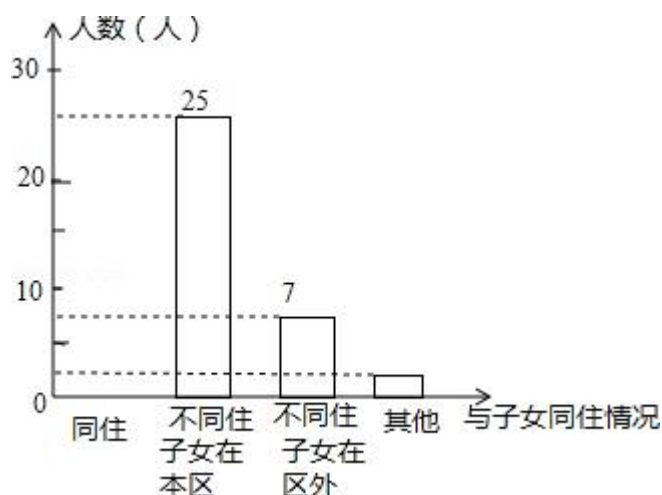
【点评】 本题利用等腰三角形三线合一的性质和勾股定理，第一种方法还运用三角形的重心把中线分成 2:1 的两段，第二种方法还运用三角形中位线定理都需要熟练掌握。

22. (10 分) 我区开展了“关爱老人从我做起”的主题活动. 在活动中随机调查了本区部分老人与子女同住情况, 根据收集到的数据, 绘制成如下统计图表 (不完整)

老人与子女同住情况百分比统计表:

老人与子女同住情况	同住	不同住 (子女在本区)	不同住 (子女在区外)	其他
百分比	a	50%	b	4%

老人与子女同住人数条形图:



据统计图表中提供的信息，回答下列问题：

- (1) 本次共抽样调查了 50 老人，老人与子女同住情况百分比统计表中的 a = 32%；
- (2) 将条形统计图补充完整；（画在答题纸相对应的图上）
- (3) 根据本次抽样调查，试估计我区约 15 万老人中与子女“不同住”的老人总数是 96000 人。

【考点】 V5：用样本估计总体；VA：统计表；VC：条形统计图。

【专题】 11：计算题。

【分析】 (1) 由条形统计图中不同住子女在本区的人数除以所占的百分比，求出调查的总人数，进而求出不同住（子女在区外）所占的百分比，即可求出 a 的值；

(2) 求出其他的人数，即可求出同住的人数，补充条形统计图即可；

(3) 由不同住的人数为 $25+7=32$ 人，利用比例即可求出我区约 15 万老人中与子女“不同住”的老人总数。

【解答】 解：(1) $25 \div 50\% = 50$ ，

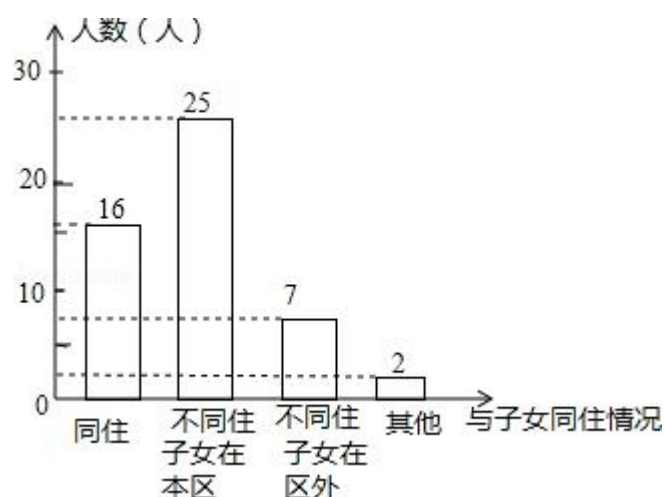
不同住（子女在区外）的所占的比例是 $\frac{7}{50} \times 100\% = 14\%$ ，

则 $a = 1 - 50\% - 14\% - 4\% = 32\%$ ；

(2) 如图所示；

(3) 根据题意得： $150000 \times \frac{32}{50} = 96000$ 。

故答案为：（1）50；32%；（3）96000

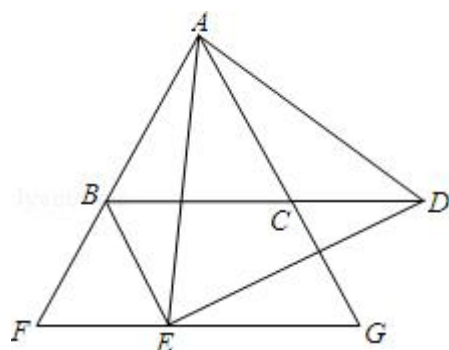


【点评】 此题考查了条形统计图，弄清题意是解本题的关键．

23. (12分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 是 BC 延长线上的一个动点，以 AD 为边作等边 $\triangle ADE$ ，过点 E 作 BC 的平行线，分别交 AB ， AC 的延长线于点 F ， G ，联结 BE ．

(1) 求证： $\triangle AEB \cong \triangle ADC$ ；

(2) 如果 $BC = CD$ ，判断四边形 $BCGE$ 的形状，并说明理由．



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；KK：等边三角形的性质；L9：菱形的判定．

【分析】 (1) 根据等边三角形性质得出 $AB = AC$ ， $AE = AD$ ， $\angle CAB = \angle EAD = 60^\circ$ ，求出 $\angle BAE = \angle CAD$ ，根据 SAS 推出即可；

(2) 根据全等得出 $BE = CD$ ， $\angle ABE = \angle ACD = 120^\circ$ ，求出 $\angle CBE = 60^\circ$ ，推出 $BE \parallel AG$ ，得出平行四边形，根据 $BE = CD = BC$ 即可得出菱形．

【解答】

证明：(1) $\because$ 等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle ADE$ ，

$\therefore AB = AC, AE = AD, \angle CAB = \angle EAD = 60^\circ,$
 $\therefore \angle BAE + \angle EAC = 60^\circ, \angle DAC + \angle EAC = 60^\circ,$
 $\therefore \angle BAE = \angle CAD,$

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle ADC$ 中

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAE=\angle CAD \\ AE=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle ADC (SAS);$

(2) 解：四边形 $BCGE$ 的形状是菱形，

理由是： $\because \triangle AEB \cong \triangle ADC$

$\therefore \angle ABE = \angle ACD, BE = CD,$

$\because \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ,$

$\therefore \angle ABE = \angle ACD = \angle BCG = 120^\circ,$

$\therefore \angle DBE = 60^\circ,$

$\therefore \angle BCG + \angle DBE = 180^\circ,$

$\therefore BE \parallel CG,$

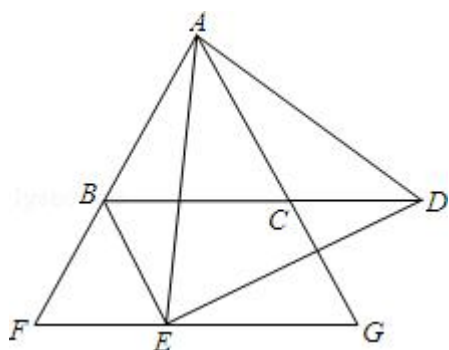
$\because BC \parallel EG,$

$\therefore$ 四边形 $BCGE$ 是平行四边形，

$\because BC = CD,$

$\therefore BE = BC,$

$\therefore$ 四边形平行四边形 $BCGE$ 是菱形.



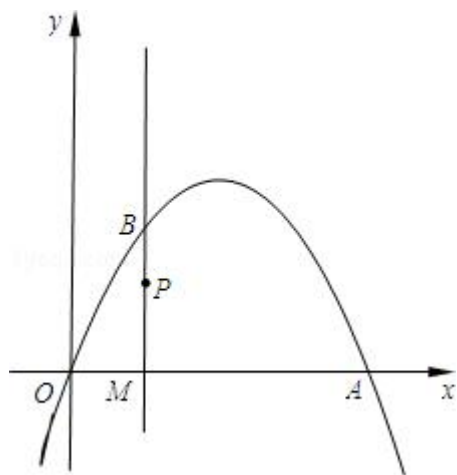
【点评】 本题考查了全等三角形的性质和判定，等边三角形的性质，菱形的判定，
 平行四边形的判定等知识点的应用，主要考查学生的推理能力.

24. (12分) 如图, 已知二次函数 $y = -x^2 + 2mx$ 的图象经过点 $B(1, 2)$, 与 x 轴的另一个交点为 A , 点 B 关于抛物线对称轴的对称点为 C , 过点 B 作直线 $BM \perp x$ 轴垂足为点 M .

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 在直线 BM 上有点 $P(1, \frac{3}{2})$, 联结 CP 和 CA , 判断直线 CP 与直线 CA 的位置关系, 并说明理由;

(3) 在(2)的条件下, 在坐标轴上是否存在点 E , 使得以 A 、 C 、 P 、 E 为顶点的四边形为直角梯形? 若存在, 求出所有满足条件的点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 将点 $B(1, 2)$, 代入二次函数 $y = -x^2 + 2mx$, 得到关于 m 的方程, 求得 m 的值, 从而得到二次函数的解析式;

(2) 根据题意可知点 $A(3, 0)$, $C(2, 2)$, $P(1, \frac{3}{2})$, 根据两点间的距离公式可得 PA , PC , AC 的长, 再根据勾股定理的逆定理即可判断直线 CP 与直线 CA 的位置关系;

(3) 分①当点 E 在 x 轴上, $PE \parallel CA$, ②当点 E 在 y 轴上, $PC \parallel AE$, 两种情况讨论即可得到使得以 A 、 C 、 P 、 E 为顶点的四边形为直角梯形的点 E 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 $B(1, 2)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 2mx$ 的图象上,

$$\therefore -1^2 + 2m = 2$$

$$\text{解得 } m = \frac{3}{2}.$$

故二次函数的解析式为 $y = -x^2 + 3x$;

(2) 直线 CP 与直线 CA 的位置关系是垂直.

$\because$ 二次函数的解析式为 $y = -x^2 + 3x$,

$\therefore$ 点 $A(3, 0)$, $C(2, 2)$,

$\because P(1, \frac{3}{2})$,

$\therefore PA^2 = \frac{25}{4}$, $PC^2 = \frac{5}{4}$, $AC^2 = 5$,

$\therefore PA^2 = PC^2 + AC^2$,

$\therefore \angle PCA = 90^\circ$, 即 $CP \perp CA$;

(3) 假设在坐标轴上存在点 E , 使得以 A 、 C 、 P 、 E 为顶点的四边形为直角梯形,

$\because \angle PCA = 90^\circ$,

则①当点 E 在 x 轴上, $PE \parallel CA$,

$\therefore \triangle CBP \sim \triangle PME$,

$\therefore \frac{CB}{PM} = \frac{BP}{ME}$,

$\therefore ME = \frac{3}{4}$,

$\therefore E_1(\frac{7}{4}, 0)$;

②当点 E 在 y 轴上, $PC \parallel AE$,

$\therefore \triangle CBP \sim \triangle AOE$,

$\therefore \frac{CB}{AO} = \frac{BP}{OE}$,

$\therefore OE = \frac{3}{2}$,

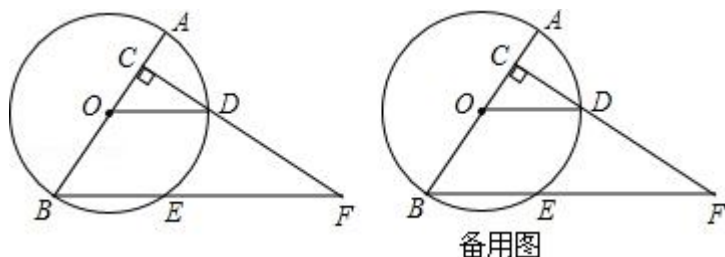
$\therefore E_2(0, -\frac{3}{2})$.

即点 Q 的坐标 $E_1(\frac{7}{4}, 0)$ 、 $E_2(0, -\frac{3}{2})$ 时, 以 A 、 C 、 P 、 E 为顶点的四边形为直角梯形.

【点评】 考查了二次函数综合题, 涉及到: 直角梯形的性质、二次函数解析式的

确定、两点间的距离公式、勾股定理的逆定理、相似三角形的判定和性质等重要知识点. (3) 题中, 注意要分类讨论, 以免漏解.

25. (14 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 8$, 点 C 在半径 OA 上 (点 C 与点 O 、 A 不重合), 过点 C 作 AB 的垂线交 $\odot O$ 于点 D , 联结 OD , 过点 B 作 OD 的平行线交 $\odot O$ 于点 E 、交射线 CD 于点 F .



- (1) 若 $\widehat{ED} = \widehat{BE}$, 求 $\angle F$ 的度数;
 (2) 设 $CO = x$, $EF = y$ 写出 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出定义域;
 (3) 设点 C 关于直线 OD 的对称点为 P , 若 $\triangle PBE$ 为等腰三角形, 求 OC 的长.

【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 首先连接 OE , 由 $\widehat{ED} = \widehat{BE}$, $OD \parallel BF$, 易得 $\angle OBE = \angle OEB = \angle BOE = 60^\circ$, 又由 $CF \perp AB$, 即可求得 $\angle F$ 的度数;

(2) 作 $OH \perp BE$, 垂足为 H , 易得 $\triangle HBO \cong \triangle COD$, 即可得 $CO = BH = x$, 求得 $BE = 2x$, 易得 $\triangle COD \sim \triangle CBF$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 可得 $\frac{4}{2x+y} = \frac{x}{4+x}$, 则可求得 y 与 x 之间的函数解析式;

(3) 由 $\angle COD = \angle OBE$, $\angle OBE = \angle OEB$, $\angle DOE = \angle OEB$, 可得 $\angle COD = \angle DOE$, 即可得 C 关于直线 OD 的对称点为 P 在线段 OE 上, 然后分别从 $PB = PE$, $EB = EP$, $BE = BP$ 去分析求解即可求得答案.

【解答】 解: (1) 连接 OE .

$$\because \widehat{ED} = \widehat{BE},$$

$$\therefore \angle BOE = \angle EOD$$

$$\because OD \parallel BF,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle BEO,$$

$$\because OB = OE,$$

$$\therefore \angle OBE = \angle OEB,$$

$$\therefore \angle OBE = \angle OEB = \angle BOE = 60^\circ,$$

$$\because CF \perp AB,$$

$$\therefore \angle FCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 30^\circ;$$

(2) 作 $OH \perp BE$, 垂足为 H .

在 $\triangle HBO$ 和 $\triangle COD$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCO = \angle OHB = 90^\circ \\ \angle OBE = \angle COD \\ OB = OD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle HBO \cong \triangle COD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CO = BH = x,$$

$$\therefore BE = 2x,$$

$$\because OD \parallel BF,$$

$$\therefore \triangle COD \sim \triangle CBF,$$

$$\therefore \frac{OD}{BF} = \frac{OC}{BC},$$

$$\therefore \frac{4}{2x+y} = \frac{x}{4+x},$$

$$\therefore y = \frac{4x+16-2x^2}{x} \quad (0 < x < 4);$$

$$(3) \because \angle COD = \angle OBE, \angle OBE = \angle OEB, \angle DOE = \angle OEB,$$

$$\therefore \angle COD = \angle DOE,$$

$\therefore C$ 关于直线 OD 的对称点为 P 在线段 OE 上,

若 $\triangle PBE$ 为等腰三角形,

设 $CO = x$,

$$\therefore OP = OC = x,$$

$$\text{则 } PE = OE - OP = 4 - x,$$

由 (2) 得: $BE = 2x$,

① 当 $PB = PE$, 不合题意舍去;

② 当 $EB = EP$, $2x = 4 - x$,

解得： $x = \frac{4}{3}$,

③当 $BE = BP$, 作 $BM \perp OE$, 垂足为 M ,

$$\therefore EM = \frac{1}{2}PE = \frac{4-x}{2},$$

$$\therefore \angle OEB = \angle COD, \angle BME = \angle DCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BEM \sim \triangle DOC,$$

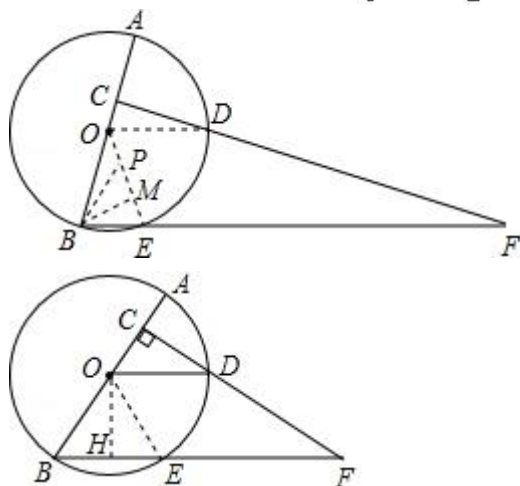
$$\therefore \frac{BE}{DO} = \frac{EM}{OC},$$

$$\therefore \frac{2x}{4} = \frac{\frac{4-x}{2}}{x},$$

$$\text{整理得: } x^2 + x - 4 = 0,$$

$$\text{解得: } x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ (负数舍去)}$$

综上所述: 当 OC 的长为 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ 时, $\triangle PBE$ 为等腰三角形.



【点评】 此题考查了圆的性质、等边三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质以及相似三角形的判定与性质等性质. 此题综合性较强, 难度较大, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想、分类讨论思想与方程思想的应用.