

2013 年上海市闵行区中考数学三模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列二次根式中，与 $\sqrt{2a}$ 一定是同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{a}$ B. $\sqrt{2a^3}$ C. $\sqrt{4a}$ D. $\sqrt{8a^2}$

2.（4 分）一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象不经过的象限是（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3.（4 分）已知实数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示，那么下列等式成立的是（ ）



- A. $|a+b| = a+b$ B. $|a+b| = a-b$ C. $|b-1| = b-1$ D. $|a-1| = 1-a$

4.（4 分）数据 97, 101, 103, 98, 104, 103 的众数、中位数分别是（ ）

- A. 104、103 B. 103、101 C. 103、102 D. 103、103

5.（4 分）如果某人沿坡度为 1:3 的斜坡向上行走 a 米，那么他上升的高度为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ 米 B. $\sqrt{10}a$ 米 C. $\frac{a}{3}$ 米 D. $3a$ 米

6.（4 分）矩形、菱形、正方形都具有的性质是（ ）

- A. 两条对角线相等
B. 两条对角线互相平分
C. 两条对角线互相垂直
D. 两条对角线分别平分一组对角

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）计算： $(a^3)^2 =$ _____.

8.（4 分）在实数范围内分解因式： $x^2 - 2x - 1 =$ _____.

9.（4 分）不等式组 $\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$ 的解集为_____.

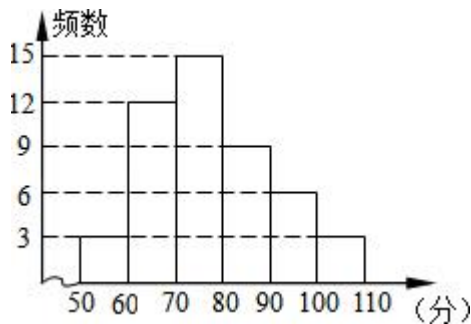
10.（4 分）已知反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ ，当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，那么 k 的取值范围是_____.

11. (4分) 已知: 一次函数 $y = kx + b$ 的图象平行于直线 $y = -x + 1$, 且经过点 $(0, -4)$, 那么这个一次函数的解析式为_____.

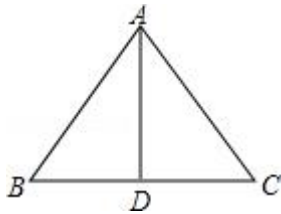
12. (4分) 将二次函数 $y = x^2 + 2$ 的图象沿 y 轴方向向下平移 3 个单位, 则所得图象的函数解析式是_____.

13. (4分) 如果从小杰等 5 名学生中任选 1 名担任学校升旗仪式的护旗手, 那么小杰被选中的概率为_____.

14. (4分) 某校九(1)班数学标准化试题测试成绩分布情况如图所示(试题共 20 题, 每题 5 分, 满分 100 分), 如果成绩为 60 分及 60 分以上为及格, 那么该班学生的及格率为_____.



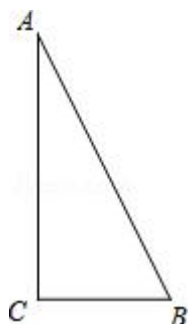
15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, 垂足为点 D . 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD} =$ _____ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



16. (4分) 已知: 点 G 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心, D 为斜边 AB 的中点, 如果 $AC = \sqrt{5}$, $BC = 2\sqrt{2}$, 那么线段 GD 的长等于_____.

17. (4分) 已知: 两圆的半径长分别为 6 和 2, 圆心距为 1, 那么这两圆的位置关系是_____.

18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 1$, $\tan B = 2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 后得 $\triangle BDE$, 其中点 A 、 C 分别运动到点 D 、 E , 联结 AE , AE 、 CB 的延长线相交于点 F , 那么线段 AF 的长等于_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

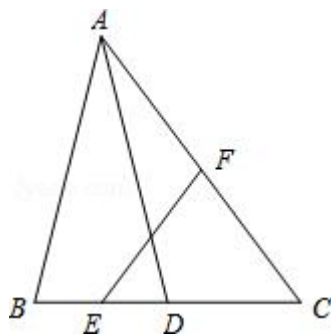
19. (10 分) 计算： $(3-\sqrt{3})^0 - |\sqrt{3}-2| + (\frac{1}{3})^{-\frac{1}{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}+2}$.

20. (10 分) 解方程： $\frac{2x-1}{x} - \frac{3x}{2x-1} + 2 = 0$.

21. (10 分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 BC 的中点， E 、 F 分别是 BD 、 AC 的中点，且 $AB = AD$ ， $AC = 10$ ， $\sin C = \frac{4}{5}$. 求：

(1) 线段 EF 的长；

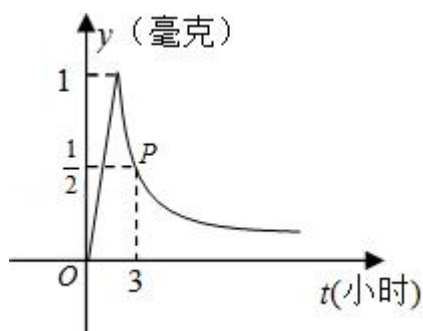
(2) $\angle B$ 的余弦值.



22. (10 分) 为了预防流感，某学校在休息天用药熏消毒法对教室进行消毒. 已知药物释放过程中，室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 t (小时) 成正比；药物释放完毕后， y 与 t 的函数关系式为 $y = \frac{a}{t}$ (a 为常数)，如图所示. 据图中提供的信息，解答下列问题：

(1) 写出从药物释放开始， y 与 t 之间的两个函数关系式及相应的自变量的取值范围；

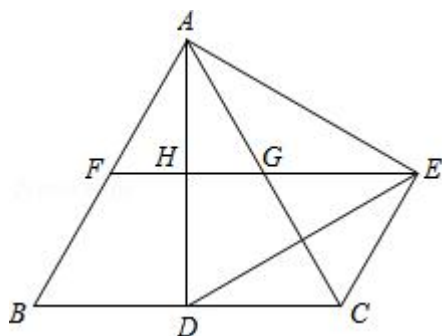
(2) 据测定，当空气中每立方米的含药量降低到 0.25 毫克以下时，学生方可进入教室，那么从药物释放开始，至少需要经过多少小时后，学生才能进入教室？



23. (12分) 已知：如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 在边 BC 上，且 $\triangle ADE$ 是等边三角形．过点 E 作 $EF \parallel BC$ ， EF 分别与线段 AB 、 AC 、 AD 相交于点 F 、 G 、 H ，联结 CE ．

(1) 求证：四边形 $BCEF$ 是平行四边形；

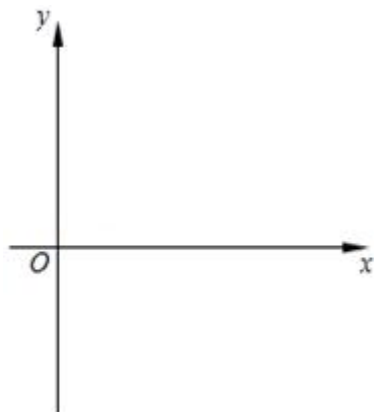
(2) 如果 $AD \perp BC$ ，求证： $BC = 2FG$ ．



24. (12分) 已知：在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(1, 1)$ 、 $B(0, 4)$ 两点， M 为抛物线的顶点．

(1) 求这条抛物线的表达式及顶点 M 的坐标；

(2) 设由 (1) 求得的抛物线的对称轴为直线 l ，点 A 关于直线 l 的对称点为点 C ， AC 与直线 l 相交于点 D ，联结 OD 、 OC ．请直接写出 C 与 D 两点的坐标，并求 $\angle COM + \angle DOM$ 的度数．



25. (14分) 已知：如图 1， A 、 B 是 $\odot O$ 上两点， $OA = 5$ ， $AB = 8$ ， C 是 $\widehat{AB}$ 上任

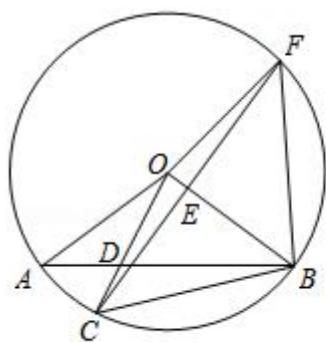
意一点， OC 与弦 AB 相交于点 D ，过点 C 作 $CE \perp OB$ ，交射线 BO 于点 E ， CE 的延长线交 $\odot O$ 于点 F ，联结 BC 、 BF 、 OF 。

(1) 如图 2，当点 E 是线段 BO 的中点时，求弦 BF 的长；

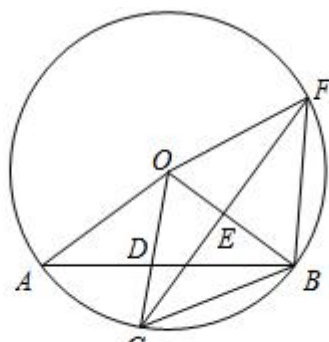
(2) 当点 E 在线段 BO 上时，设 $AD = x$ ， $\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle BOC}} = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，

并写出这个函数的定义域；

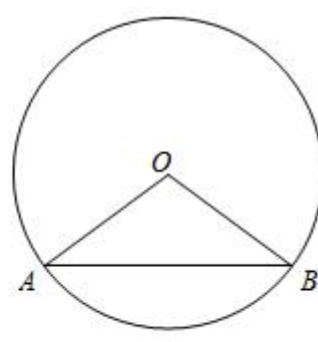
(3) 当 $CD = 1$ 时，求四边形 $OCBF$ 的面积。



(图 1)



(图 2)



(备用图)

2013 年上海市闵行区中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列二次根式中，与 $\sqrt{2a}$ 一定是同类二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{a}$

B. $\sqrt{2a^3}$

C. $\sqrt{4a}$

D. $\sqrt{8a^2}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】先对各项进行二次根式的化简，然后找出和 $\sqrt{2a}$ 的被开方数相同的选项即可.

【解答】解：A、 $\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{2a}$ 的被开方数不相同，故本选项错误；

B、 $\sqrt{2a^3} = a\sqrt{2a}$ ，与 $\sqrt{2a}$ 的被开方数相同，故本选项正确；

C、 $\sqrt{4a} = 2\sqrt{a}$ ，与 $\sqrt{2a}$ 的被开方数不相同，故本选项错误；

D、 $\sqrt{8a^2} = 2\sqrt{2|a|}$ ，与 $\sqrt{2a}$ 的被开方数不相同，故本选项错误；

故选：B.

【点评】本题考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式.

2.（4 分）一次函数 $y = -2x+3$ 的图象不经过的象限是（ ）

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【考点】F5：一次函数的性质.

【分析】首先确定 k ， $k > 0$ ，必过第二、四象限，再确定 b ，看与 y 轴交点，即可得到答案.

【解答】解： $\because y = -2x+3$ 中， $k = -2 < 0$ ，

$\therefore$ 必过第二、四象限，

$\because b = 3$ ，

$\therefore$ 交 y 轴于正半轴.

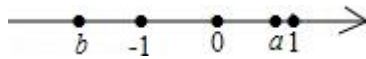
$\therefore$ 过第一、二、四象限，不过第三象限，

故选：C.

【点评】此题主要考查了一次函数的性质，直线所过象限，受 k ， b 的影响.

3.（4 分）已知实数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示，那么下列等式成立的是

()



- A. $|a+b| = a+b$ B. $|a+b| = a-b$ C. $|b-1| = b-1$ D. $|a-1| = 1-a$

【考点】 29: 实数与数轴.

【分析】 本题运用实数与数轴的对应关系确定 $b < 0$, $1 > a > 0$, 且 $|b| > 1 > |a|$, 然后根据绝对值的意义化简即可求解.

【解答】 解: 由数轴上 a, b 两点的位置可知 $b < 0$, $1 > a > 0$, 且 $|b| > |a|$,

A、 $|a+b| = -(a+b) = -a-b$, 故本选项错误;

B、 $|a+b| = -(a+b) = -a-b$, 故本选项错误;

C、 $|b-1| = -(b-1) = -b+1$, 故本选项错误;

D、 $|a-1| = -(a-1) = 1-a$, 故本选项正确.

故选: D.

【点评】 本题考查了实数与数轴的对应关系, 解答此类题目时应先根据由数轴上 a, b 两点的位置确定 a, b 的符号及绝对值的大小.

4. (4 分) 数据 97, 101, 103, 98, 104, 103 的众数、中位数分别是 ()

- A. 104、103 B. 103、101 C. 103、102 D. 103、103

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 根据众数和中位数的定义, 求解即可.

【解答】 解: 这组数据按从小到大的顺序排列为: 97, 98, 101, 103, 103, 104, 则众数为: 103,

中位数为: $\frac{101+103}{2} = 102$.

故选: C.

【点评】 本题考查了众数和中位数的知识, 解答本题的关键是掌握众数和中位数的定义, 属于基础题.

5. (4 分) 如果某人沿坡度为 1: 3 的斜坡向上行走 a 米, 那么他上升的高度为 ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ 米 B. $\sqrt{10}a$ 米 C. $\frac{a}{3}$ 米 D. $3a$ 米

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】首先根据题意画出图形，由某人沿坡度为 1: 3 的斜坡向上行走 a 米，可得 $AE: CE = 1: 3$ ， $AC = a$ ，设 $AE = x$ 米，则 $CE = 3x$ 米，由勾股定理用 x 表示出得 AC 的长，继而求得答案．

【解答】解：如图：根据题意得： $AC = a$ ， $i = 1: 3$ ，

$$\therefore i = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{3}.$$

设 $AE = x$ 米，则 $CE = 3x$ 米，

$$\therefore AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = \sqrt{10}x \text{ (米)},$$

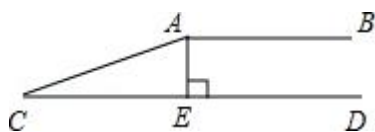
$$\therefore \sqrt{10}x = a,$$

$$\text{解得: } x = \frac{\sqrt{10}}{10}a,$$

$$\therefore AE = \frac{\sqrt{10}}{10}a \text{ 米}.$$

即他上升的高度为 $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ 米．

故选：A．



【点评】此题考查了坡度坡角问题，难度不大，注意掌握坡度的定义及应用，掌握数形结合思想的应用．

6. (4 分) 矩形、菱形、正方形都具有的性质是 ()

- A. 两条对角线相等
- B. 两条对角线互相平分
- C. 两条对角线互相垂直
- D. 两条对角线分别平分一组对角

【考点】L8：菱形的性质；LB：矩形的性质；LE：正方形的性质．

【分析】根据正方形的性质、菱形的性质、矩形的性质以及对角线的特点分别对每一项进行分析，即可得出答案．

【解答】解：A、菱形对角线不相等，故本选项错误；

B、平行四边形的对角线互相平分，以上三个图形都是平行四边形，故本选项正确；

C、矩形对角线不互相垂直，故本选项错误；

D、三个图形中，只有菱形和正方形的对角线平分一组对角，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了正方形的性质、菱形的性质、矩形的性质，主要是从对角线进行分析，正方形是平行四边形得最典型的图形.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）计算： $(a^3)^2 = \underline{a^6}$.

【考点】47：幂的乘方与积的乘方.

【分析】按照幂的乘方法则：底数不变，指数相乘计算. 即 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数)

【解答】解： $(a^3)^2 = a^6$.

故答案为： a^6 .

【点评】本题考查了幂的乘方法则：底数不变，指数相乘. $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数)，牢记法则是关键.

8.（4 分）在实数范围内分解因式： $x^2 - 2x - 1 = \underline{(x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2})}$.

【考点】58：实数范围内分解因式.

【专题】44：因式分解.

【分析】先把前面两项配成完全平方式，然后根据平方差公式进行因式分解即可.

【解答】解： $x^2 - 2x - 1$,

$$= x^2 - 2x + 1 - 2,$$

$$= (x - 1)^2 - 2,$$

$$= (x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2}).$$

故答案为： $(x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2})$.

【点评】本题考查了利用公式进行因式分解的方法：把整式先配成完全平方式或平方差的形式，然后利用公式法进行因式分解.

9.（4 分）不等式组 $\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$ 的解集为 $\underline{1 < x < 2}$.

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2x-2>0 \textcircled{1} \\ 2-x>0 \textcircled{2} \end{cases},$$

由①得， $x > 1$ ，

由②得， $x < 2$ ，

不等式组的解集为 $1 < x < 2$ 。

故答案为 $1 < x < 2$ 。

【点评】本题考查了不等式组的解集，找到不等式组解集的公共部分是解题的关键。

10. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ ，当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，那么 k 的取值范围是 $k > 2$ 。

【考点】G4：反比例函数的性质。

【分析】由 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，可知反比例函数图象在第三象限，由此确定反比例函数的系数 $(k-2)$ 的符号。

【解答】解：∵ 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，

∴ 反比例函数图象在第三象限有一支，

∴ $k-2 > 0$ ，解得 $k > 2$ ，

故答案为： $k > 2$ 。

【点评】本题考查了反比例函数的性质。对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，(1) $k > 0$ ，反比例函数图象在一、三象限；(2) $k < 0$ ，反比例函数图象在第二、四象限内。

11. (4分) 已知：一次函数 $y = kx+b$ 的图象平行于直线 $y = -x+1$ ，且经过点 $(0, -4)$ ，那么这个一次函数的解析式为 $y = -x - 4$ 。

【考点】FF：两条直线相交或平行问题。

【分析】根据两平行直线的解析式的 k 值相等求出 k ，再把经过的点的坐标代入函数解析式计算求出 b ，从而得解。

【解答】解：∵ 一次函数 $y = kx+b$ 的图象平行于直线 $y = -x+1$ ，

∴ $k = -1$ ，

∵ 经过点 $(0, -4)$ ，

∴ $b = -4$ ，

∴这个一次函数的解析式为 $y = -x - 4$.

故答案为: $y = -x - 4$.

【点评】 本题考查了两直线平行的问题, 熟记两平行直线的解析式的 k 值相等是解题的关键.

12. (4分) 将二次函数 $y = x^2 + 2$ 的图象沿 y 轴方向向下平移 3 个单位, 则所得图象的函数解析式是 $y = x^2 - 1$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 易得新抛物线的顶点, 根据顶点式及平移前后二次项的系数不变可得新抛物线的解析式.

【解答】 解: 原抛物线的顶点为 $(0, 2)$, 沿 y 轴方向向下平移 3 个单位, 那么新抛物线的顶点为 $(0, -1)$;

可设新抛物线的解析式为 $y = (x - h)^2 + k$, 代入得: $y = x^2 - 1$.

【点评】 抛物线平移不改变二次项的系数的值, 解决本题的关键是得到新抛物线的顶点坐标.

13. (4分) 如果从小杰等 5 名学生中任选 1 名担任学校升旗仪式的护旗手, 那么小杰被选中的概率为 $\frac{1}{5}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 由从小杰等 5 名学生中任选 1 名担任学校升旗仪式的护旗手, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

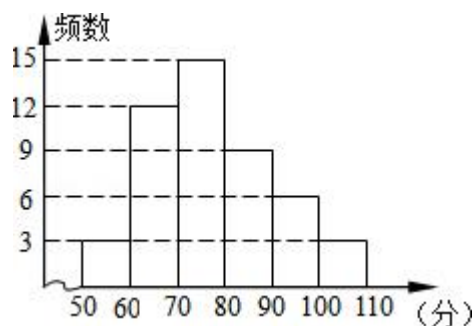
【解答】 解: ∵从小杰等 5 名学生中任选 1 名担任学校升旗仪式的护旗手,

∴小杰被选中的概率为: $\frac{1}{5}$.

故答案为: $\frac{1}{5}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4分) 某校九(1)班数学标准化试题测试成绩分布情况如图所示(试题共 20 题, 每题 5 分, 满分 100 分), 如果成绩为 60 分及 60 分以上为及格, 那么该班学生的及格率为 93.75%.



【考点】 V8: 频数 (率) 分布直方图.

【分析】 先将每一个小组的频数相加求得该班的总人数, 用总人数减去不及格人数得出及格人数, 再用及格人数除以总人数即可求得及格率.

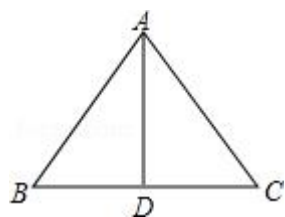
【解答】 解: 由频数分布直方图可以看出: 总人数 = $3+12+15+9+6+3 = 48$ 人, 及格人数 = $48 - 3 = 45$ 人,

所以该班学生的及格率为 $45 \div 48 = 0.9375 = 93.75\%$.

故答案为: 93.75% .

【点评】 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

15. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, 垂足为点 D . 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD} = \underline{\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 由在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, 根据三线合一的性质可得: $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ $= \frac{1}{2}\vec{b}$, 然后由三角形法则, 求得答案.

【解答】 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为: $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识以及等腰三角形的性质. 此题难度适中, 注意掌握三角形法则的应用.

16. (4分) 已知: 点 G 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心, D 为斜边 AB 的中点, 如果 $AC = \sqrt{5}$, $BC = 2\sqrt{2}$, 那么线段 GD 的长等于 $\frac{\sqrt{13}}{6}$.

【考点】K5: 三角形的重心.

【分析】利用勾股定理列式求出斜边 AB , 再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半求出 CD , 然后三角形的重心到三角形顶点的距离等于到对边中点的距离的 2 倍求解即可.

【解答】解: $\because AC = \sqrt{5}$, $BC = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore \text{斜边 } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{13},$$

$\because D$ 为斜边 AB 的中点,

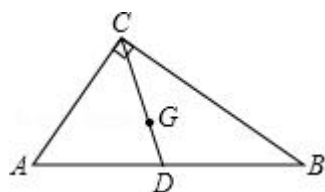
$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

$\because$ 点 G 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore CG = 2GD,$$

$$\therefore GD = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{6}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{13}}{6}$.



【点评】本题考查了三角形的重心, 勾股定理, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质, 难点在于利用“三角形的重心到三角形顶点的距离等于到对边中点的距离的 2 倍”, 此内容大部分教材已经删去.

17. (4分) 已知: 两圆的半径长分别为 6 和 2, 圆心距为 1, 那么这两圆的位置关系是 内含.

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】针对圆心距 d ，以及两圆半径 R ， r 的数量关系间的联系得出两圆位置关系.

【解答】解：∵两圆的半径分别是 2 和 6，圆心距是 1，

$$\therefore R - r = 4, \text{ 圆心距是 } 1,$$

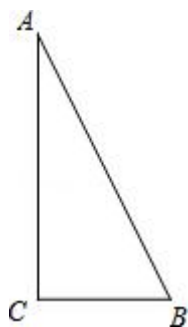
$$\therefore R - r > d,$$

∴这两个圆的位置关系是：内含.

故答案为：内含.

【点评】此题主要考查了圆与圆的位置关系，圆与圆的位置关系与圆心距数量关系间的联系是中考热点，需重点掌握.

18. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 1$ ， $\tan B = 2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 后得 $\triangle BDE$ ，其中点 A 、 C 分别运动到点 D 、 E ，联结 AE ， AE 、 CB 的延长线相交于点 F ，那么线段 AF 的长等于 $2\sqrt{2}$.



【考点】R2：旋转的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】延长 DE 交 AC 于 H 点，根据正切的定义可计算出 $AC = 2$ ，再根据旋转的性质得 $\angle CBE = 90^\circ$ ， $\angle DEB = \angle ACB = 90^\circ$ ， $BE = BC = 1$ ，则四边形 $BCHE$ 为正方形，所以 $CH = HE = 1$ ， $AH = 1$ ，于是可判断 $\triangle AHE$ 为等腰直角三角形，则 $\triangle ACF$ 为等腰直角三角形，然后根据等腰直角三角形的性质得 $AF = \sqrt{2}AC = 2\sqrt{2}$.

【解答】解：延长 DE 交 AC 于 H 点，如图，

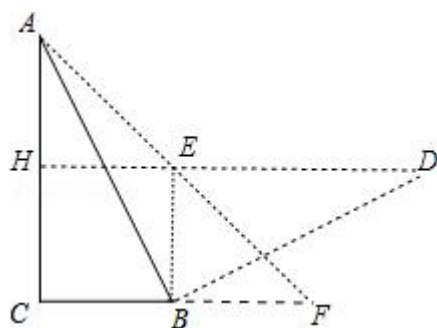
$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad BC = 1, \quad \tan B = 2,$$

$$\text{而 } \tan B = \frac{AC}{BC},$$

$$\therefore AC = 2BC = 2,$$

$\because \triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 后得 $\triangle BDE$,
 $\therefore \angle CBE = 90^\circ$, $\angle DEB = \angle ACB = 90^\circ$, $BE = BC = 1$,
 $\therefore$ 四边形 $BCHE$ 为正方形,
 $\therefore CH = HE = 1$,
 $\therefore AH = 2 - 1 = 1$,
 $\therefore \triangle AHE$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore \triangle ACF$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore AF = \sqrt{2}AC = 2\sqrt{2}$.

故答案为 $2\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等．也考查了等腰直角三角形的判定与性质．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $(3-\sqrt{3})^0 - |\sqrt{3}-2| + (\frac{1}{3})^{-\frac{1}{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}+2}$.

【考点】 2F：分数指数幂；6E：零指数幂；79：二次根式的混合运算．

【专题】 11：计算题．

【分析】 根据零指数幂、分数指数幂和分母有理化得原式 $= 1 - (2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3} + 2(2 - \sqrt{3})$, 然后去括号后合并即可．

【解答】 解：原式 $= 1 - (2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3} + 2(2 - \sqrt{3})$
 $= 1 - 2 + \sqrt{3} + \sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3}$
 $= 3$.

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算：先把各二次根式化为最简二次根式，在进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式．也考查了零指数幂、

分数指数幂.

20. (10分) 解方程: $\frac{2x-1}{x} - \frac{3x}{2x-1} + 2 = 0$.

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】方程两边乘以 $x(2x-1)$ 去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 方程两边同时乘以 $x(2x-1)$, 得 $(2x-1)^2 - 3x^2 + 2x(2x-1) = 0$,

整理后, 得 $5x^2 - 6x + 1 = 0$,

解得: $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{5}$,

经检验: $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{5}$ 是原方程的根,

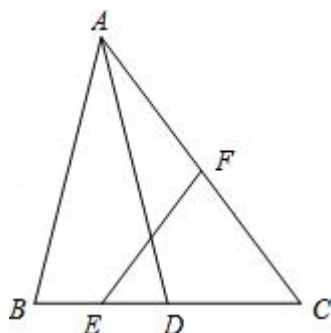
则原方程的根是 $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{5}$.

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定注意要验根.

21. (10分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点, E 、 F 分别是 BD 、 AC 的中点, 且 $AB = AD$, $AC = 10$, $\sin C = \frac{4}{5}$. 求:

(1) 线段 EF 的长;

(2) $\angle B$ 的余弦值.



【考点】KQ: 勾股定理; T7: 解直角三角形.

【分析】(1) 连接 AE , 根据 $AB = AD$, E 为 BD 中点, 可证得 $AE \perp BD$, 然后根据 F 为 AC 的中点, 可得 $EF = \frac{1}{2}AC$, 即可求出 EF 的长度;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, 根据 $AC = 10$, $\sin C = \frac{4}{5}$, 求出 AE 、 EC 的长度, 然后根据

D 、 E 分别为 BC 、 BD 的中点，求出 BE 的长度，根据勾股定理求出 AB 的长度，继而可求得 $\angle B$ 的余弦值.

【解答】 解：（1）连接 AE .

$\because AB = AD$, E 为 BD 的中点,

$\therefore AE \perp BD$, 即得 $\angle AEC = 90^\circ$.

又 $\because F$ 是 AC 的中点, $AC = 10$,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AC = 5;$$

（2）在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中,

$$\because \sin C = \frac{AE}{AC} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AE = \frac{4}{5}AC = \frac{4}{5} \times 10 = 8,$$

$$\therefore CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$\because D$ 是边 BC 的中点,

$$\therefore BD = CD,$$

又 $\because E$ 为 BD 的中点,

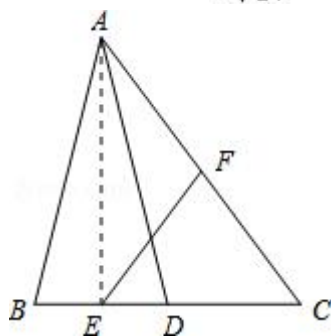
$$\therefore BE = ED = \frac{1}{2}BD,$$

$$\because CE = CD + ED = 2BE + BE = 6,$$

$$\therefore BE = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17},$$

$$\therefore \cos B = \frac{BE}{AB} = \frac{2}{2\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}.$$

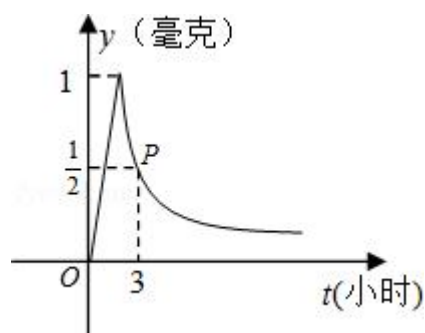


【点评】 本题考查了解直角三角形，解答本题的关键是掌握直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半以及勾股定理的应用.

22. (10 分) 为了预防流感, 某学校在休息天用药熏消毒法对教室进行消毒. 已知药物释放过程中, 室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 t (小时) 成正比; 药物释放完毕后, y 与 t 的函数关系式为 $y = \frac{a}{t}$ (a 为常数), 如图所示. 据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 写出从药物释放开始, y 与 t 之间的两个函数关系式及相应的自变量的取值范围;

(2) 据测定, 当空气中每立方米的含药量降低到 0.25 毫克以下时, 学生方可进入教室, 那么从药物释放开始, 至少需要经过多少小时后, 学生才能进入教室?



【考点】 GA: 反比例函数的应用.

【专题】 12: 应用题; 27: 图表型.

【分析】 (1) 首先根据题意, 已知药物释放过程中, 室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 t (小时) 成正比; 药物释放完毕后, y 与 t 的函数关系式为 $y = \frac{a}{t}$ (a 为常数), 将数据代入用待定系数法可得反比例函数的关系式;

(2) 根据 (1) 中的关系式列不等式, 进一步求解可得答案.

【解答】 解: (1) 将点 $P(3, \frac{1}{2})$ 代入 $y = \frac{a}{t}$ 中,

解得 $a = \frac{3}{2}$, 有 $y = \frac{3}{2t}$,

将 $y = 1$ 代入 $y = \frac{3}{2t}$, 得

$t = \frac{3}{2}$,

所以所求反比例函数关系式为 $y = \frac{3}{2t}$ ($t \geq \frac{3}{2}$),

再将 $(\frac{3}{2}, 1)$ 代入 $y = kt$, 得 $k = \frac{2}{3}$,

所以所求正比例函数关系式为 $y = \frac{2}{3}t$ ($0 \leq t < \frac{3}{2}$).

(2) 解不等式 $\frac{3}{2t} < \frac{1}{4}$,

解得 $t > 6$,

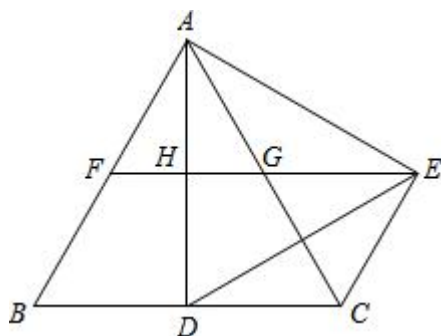
所以至少需要经过 6 小时后, 学生才能进入教室.

【点评】 现实生活中存在大量成反比例函数的两个变量, 解答该类问题的关键是确定两个变量之间的函数关系, 然后利用待定系数法求出它们的关系式.

23. (12 分) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 在边 BC 上, 且 $\triangle ADE$ 是等边三角形. 过点 E 作 $EF \parallel BC$, EF 分别与线段 AB 、 AC 、 AD 相交于点 F 、 G 、 H , 联结 CE .

(1) 求证: 四边形 $BCEF$ 是平行四边形;

(2) 如果 $AD \perp BC$, 求证: $BC = 2FG$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KK: 等边三角形的性质; L7: 平行四边形的判定与性质; S4: 平行线分线段成比例.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 通过全等三角形 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS) 的对应角相等判定 $\angle B = \angle ACE = 60^\circ$. 则 $\angle ACE = \angle BAC$. 所以根据平行线的判定知 $BF \parallel CE$. 又 $EF \parallel BC$, 故两组对边互相平行的四边形是平行四边形, 即四边形 $BCEF$ 是平行四边形;

(2) 由垂直得到直角, 即由 $AD \perp BC$, 得到 $\angle ADC = 90^\circ$. 然后根据 (1) 中的平行线得到 $\angle AHE = \angle ADC = 90^\circ$. 即 $EH \perp AD$. 又 $\triangle ADE$ 是等边三角形, 所以 $EA = ED$. $AH = DH$. 再根据平行线分线段成比例得到 $\frac{AF}{FB} = \frac{AH}{DH} = 1$. 即 $AF = BF$, 同理可得 $AG = CG$. 故 $BC = 2FG$.

【解答】证明：(1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore AB = AC, \angle BAC = \angle B = 60^\circ.$$

同理可知， $AD = AE, \angle DAE = 60^\circ$.

即得 $\angle BAC = \angle DAE$.

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC.$$

即得 $\angle BAD = \angle CAE$.

$$\therefore \text{在 } \triangle BAD \text{ 和 } \triangle CAE \text{ 中, } \begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \text{ (SAS).}$$

$$\therefore \angle B = \angle ACE = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle ACE = \angle BAC.$$

$$\therefore BF \parallel CE.$$

又 $\because EF \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形；

$$(2) \because AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ.$$

又 $\because EF \parallel BC$,

$$\therefore \angle AHE = \angle ADC = 90^\circ, \text{ 即 } EH \perp AD.$$

又 $\because \triangle ADE$ 是等边三角形，

$$\therefore EA = ED.$$

$$\therefore AH = DH.$$

$$\because EF \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AF}{FB} = \frac{AH}{HD} = 1.$$

$$\therefore AF = BF,$$

同理可得 $AG = CG$.

$$\therefore BC = 2FG.$$

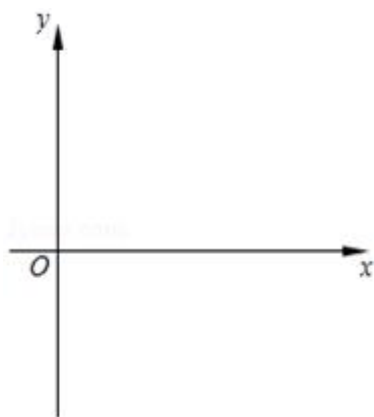
【点评】本题综合考查了平行四边形的判定与性质，全等三角形的判定与性质以及平行线分线段成比例等知识点，综合性比较强，需要同学们对知识有一个

系统的掌握.

24. (12分) 已知: 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(1, 1)$ 、 $B(0, 4)$ 两点, M 为抛物线的顶点.

(1) 求这条抛物线的表达式及顶点 M 的坐标;

(2) 设由 (1) 求得的抛物线的对称轴为直线 l , 点 A 关于直线 l 的对称点为点 C , AC 与直线 l 相交于点 D , 联结 OD 、 OC . 请直接写出 C 与 D 两点的坐标, 并求 $\angle COM + \angle DOM$ 的度数.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 将已知两点的坐标代入的函数的解析式中求得 b 、 c 的值后配方即可确定顶点坐标;

(2) 首先确定该抛物线的对称轴, 然后利用两点之间的距离公式求得 OC 、 OE 和 CE , 利用勾股定理的逆定理得到 $\angle OEC = 90^\circ$ 于是, 由 $OE = CE$, 得 $\angle COE = 45^\circ$, 即得 $\angle COM + \angle DOM = \angle COE = 45^\circ$.

【解答】解: (1) 由抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(1, 1)$ 、 $B(0, 4)$ 两点,

$$\text{得} \begin{cases} 1+b+c=1 \\ c=4. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-4 \\ c=4. \end{cases}$$

$\therefore$ 所求抛物线的表达式为 $y = x^2 - 4x + 4$.

由 $y = x^2 - 4x + 4$, 得 $y = (x - 2)^2$.

即得该抛物线的顶点 M 的坐标为 $(2, 0)$.

(2) 由 (1) 得抛物线的对称轴是直线 $x = 2$.

根据题意, C 与 D 两点的坐标分别是 $C(3, 1)$ 、 $D(2, 1)$.

设点 D 关于 x 轴的对称点为点 E ，连接 OE ， CE 。

则点 E 的坐标为 $E(2, -1)$ ，且 $\angle DOM = \angle EOM$ 。

利用两点间距离公式，

$$\text{得 } OC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

$$OE = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5},$$

$$CE = \sqrt{(3-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{5}.$$

$$\therefore OE = CE, \quad OC^2 = 10, \quad OE^2 + CE^2 = 5 + 5 = 10.$$

$$\text{即得 } OE^2 + CE^2 = OC^2.$$

$$\therefore \angle OEC = 90^\circ$$

于是，由 $OE = CE$ ，得 $\angle COE = 45^\circ$ 。

即得 $\angle COM + \angle DOM = \angle COE = 45^\circ$ 。

【点评】 本题考查的是二次函数综合题，涉及到用待定系数法求二次函数的解析式、勾股定理的逆定理等知识，涉及面较广，难度较大。

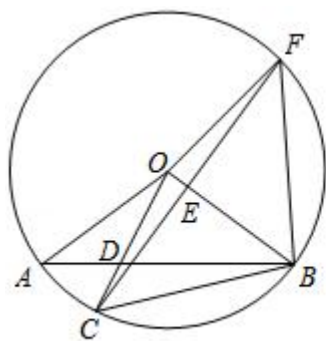
25. (14分) 已知：如图1， A 、 B 是 $\odot O$ 上两点， $OA = 5$ ， $AB = 8$ ， C 是 $\widehat{AB}$ 上任意一点， OC 与弦 AB 相交于点 D ，过点 C 作 $CE \perp OB$ ，交射线 BO 于点 E ， CE 的延长线交 $\odot O$ 于点 F ，联结 BC 、 BF 、 OF 。

(1) 如图2，当点 E 是线段 BO 的中点时，求弦 BF 的长；

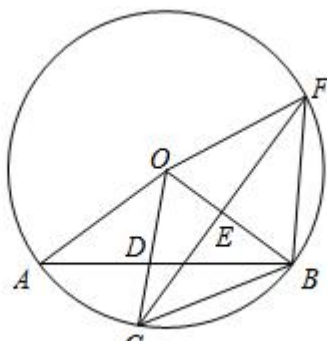
(2) 当点 E 在线段 BO 上时，设 $AD = x$ ， $\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle BOC}} = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，

并写出这个函数的定义域；

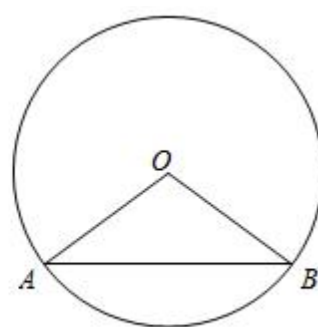
(3) 当 $CD = 1$ 时，求四边形 $OCBF$ 的面积。



(图1)



(图2)



(备用图)

【考点】MR：圆的综合题.

【分析】(1) 先求出 $OC = OB = OF = 5$ ，再根据 $CE \perp OB$ ，点 E 是线段 BO 的中点，得出 $EC = EF$ ， $OE = OB$ ，则四边形 $OCBF$ 是菱形，从而得出 $BF = OC = 5$ ；

(2) 过点 O 作 $OH \perp AB$ ，垂足为点 H ，求出 AH ，再求出 $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 3$ ，

由 $AD = x$ ，得 $BD = 8 - x$ ， $DH = |x - 4|$ ，利用勾股定理得 $OD = \sqrt{OH^2 + DH^2} =$

$\sqrt{9 + (x - 4)^2}$ ，再根据 $\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{OD}{OC}$ 得： $y = \frac{\sqrt{9 + (x - 4)^2}}{5}$ ；

(3) 由 $CD = 1$ ，得 $OD = 4$ ，求出 $DH = \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{7}$ ， $BD = 4 - \sqrt{7}$ 或 $4 + \sqrt{7}$ ，

再证出 $\triangle OBC \cong \triangle OBF$ ，得出 $S_{\text{四边形} OCBF} = 2S_{\triangle OBC}$ ，则当 $BD = 4 + \sqrt{7}$ 时， $S_{\triangle OBD} = \frac{1}{2}BD \cdot OH$ ，

由 $CD = 1$ ， $OD = 4$ ，得 $S_{\triangle OBC} = \frac{5}{4}S_{\triangle OBD}$ ， $S_{\text{四边形} OCBF} = 2S_{\triangle OBC} = \frac{15}{4}(4 + \sqrt{7})$ ；当 BD

$= 4 - \sqrt{7}$ 时，同理可得： $S_{\text{四边形} OCBF} = 2S_{\triangle OBC} = \frac{15}{4}(4 - \sqrt{7})$ 。

【解答】解：(1) $\because$ 点 C, B, F 在 $\odot O$ 上，

$\therefore OC = OB = OF = 5$ ，

$\because CE \perp OB$ ，点 E 是线段 BO 的中点，

$\therefore EC = EF$ ， $OE = OB$ ，

$\therefore$ 四边形 $OCBF$ 是菱形，

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形，

$\therefore BF = OC = 5$ ；

(2) 过点 O 作 $OH \perp AB$ ，垂足为点 H ，

$\because OA = OB$ ， $OH \perp AB$ ，

$\therefore AH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中，利用勾股定理，得：

$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，

由 $AD = x$ ，得 $BD = 8 - x$ ， $DH = |x - 4|$ ，

在 $Rt\triangle ODH$ 中, 利用勾股定理, 得:

$$OD = \sqrt{OH^2 + DH^2} = \sqrt{9 + (x-4)^2},$$

于是, $\triangle BOD$ 与 $\triangle BOC$ 同高,

$$\text{得: } \frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{OD}{OC} = \frac{\sqrt{9 + (x-4)^2}}{5},$$

$$\text{即得: } y = \frac{\sqrt{9 + (x-4)^2}}{5},$$

这个函数的定义域为 $\frac{7}{4} \leq x < 8$;

(3) 由 $CD = 1$, 得 $OD = 4$,

$$\therefore DH = \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

$$\therefore BD = 4 - \sqrt{7} \text{ 或 } 4 + \sqrt{7},$$

$$\because \begin{cases} OC=OF \\ BC=BF, \\ OB=OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OBC \cong \triangle OBF,$$

$$\therefore S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OBF},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } OCBF} = 2S_{\triangle OBC},$$

$$\text{当 } BD = 4 + \sqrt{7} \text{ 时, } S_{\triangle OBD} = \frac{1}{2}BD \cdot OH = \frac{1}{2} \times 3(4 + \sqrt{7}) = \frac{3}{2}(4 + \sqrt{7}),$$

$$\text{由 } CD = 1, OD = 4, \text{ 得 } S_{\triangle OBC} = \frac{5}{4}S_{\triangle OBD} = \frac{15}{8}(4 + \sqrt{7}),$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } OCBF} = 2S_{\triangle OBC} = \frac{15}{4}(4 + \sqrt{7});$$

当 $BD = 4 - \sqrt{7}$ 时,

$$\text{同理可得: } S_{\text{四边形 } OCBF} = 2S_{\triangle OBC} = \frac{15}{4}(4 - \sqrt{7});$$

$$\therefore \text{四边形 } OCBF \text{ 的面积等于 } \frac{15}{4}(4 - \sqrt{7}) \text{ 或 } \frac{15}{4}(4 + \sqrt{7}).$$

