

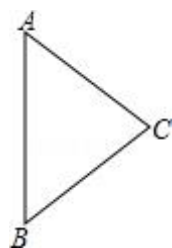
2013 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的】

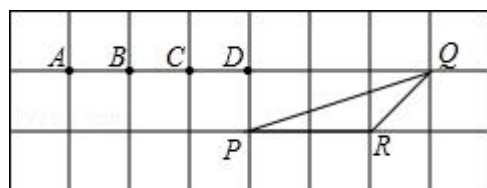
1. (4 分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (其中顶点 A 、 B 、 C 依次与顶点 D 、 E 、 F 对应), 那么下列等式中不一定成立的是 ()

A. $\angle A = \angle D$ B. $\frac{\angle A}{\angle B} = \frac{\angle D}{\angle E}$ C. $AB = DE$ D. $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$

2. (4 分) 如图，地图上 A 地位于 B 地的正北方， C 地位于 B 地的北偏东 50° 方向，且 C 地到 A 地、 B 地的距离相等，那么 C 地位于 A 地的 ()

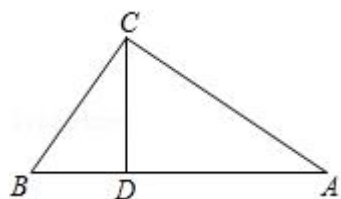


- A. 南偏东 50° 方向 B. 北偏西 50° 方向
C. 南偏东 40° 方向 D. 北偏西 40° 方向
3. (4 分) 将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位，所得抛物线的解析式为 ()
- A. $y = x^2 - 2$ B. $y = x^2 + 2$ C. $y = (x + 2)^2$ D. $y = (x - 2)^2$
4. (4 分) 如图， $\triangle PQR$ 在边长为 1 个单位的方格纸中，它的顶点在小正方形顶点位置，其中点 A 、 B 、 C 、 D 也是小正方形的顶点，那么与 $\triangle PQR$ 相似的是 ()



- A. 以点 P 、 Q 、 A 为顶点的三角形
B. 以点 P 、 Q 、 B 为顶点的三角形
C. 以点 P 、 Q 、 C 为顶点的三角形
D. 以点 P 、 Q 、 D 为顶点的三角形
5. (4 分) 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 与坐标轴的交点个数为 ()
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

6. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 为边 AB 上的高, 已知 $BD = 1$, 则线段 AD 的长是 ()



- A. $\sin^2 A$ B. $\cos^2 A$ C. $\tan^2 A$ D. $\cot^2 A$

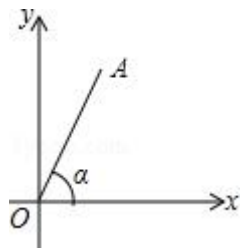
二、填空题 (共 12 小题, 每小题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{7}{4}$, 则 $\frac{x+y}{x-y}$ 的值为_____.

8. (4分) 计算: $2(\vec{a} - \vec{b}) + 3(\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.

9. (4分) 已知两个相似三角形的周边长比为 2:3, 且其中较大三角形的面积是 36, 那么其中较小三角形的面积是_____.

10. (4分) 如图, 第一象限内一点 A , 已知 $OA = s$, OA 与 x 轴正半轴所成的夹角为 α , 且 $\tan \alpha = 2$, 那么点 A 的坐标是_____.



11. (4分) 如图, 某人沿一个坡比为 1:3 的斜坡 (AB) 向前行走了 10 米, 那么他实际上升的垂直高度是_____米.



12. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 的顶点坐标是_____.

13. (4分) 如果抛物线 $y = (a - 2)x^2 + 3x + a$ 的开口向下, 那么 a 的取值范围是_____.

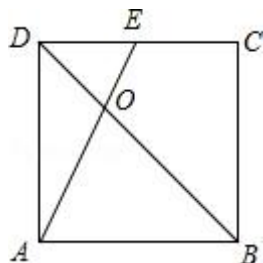
14. (4分) 若 x_1, x_2 是方程 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个根, 则 $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2$ 的值为_____.

15. (4分) 已知二次函数 $y = f(x)$ 图象的对称轴是直线 $x = 2$, 如果 $f(3) > f(4)$, 那么 $f(-3)$ _____ $f(-4)$. (填“ $>$ ”或“ $<$ ”)

16. (4分) 已知点 P 是二次函数 $y = x^2 - 2x + 4$ 图象上的点, 且它到 y 轴的距离为

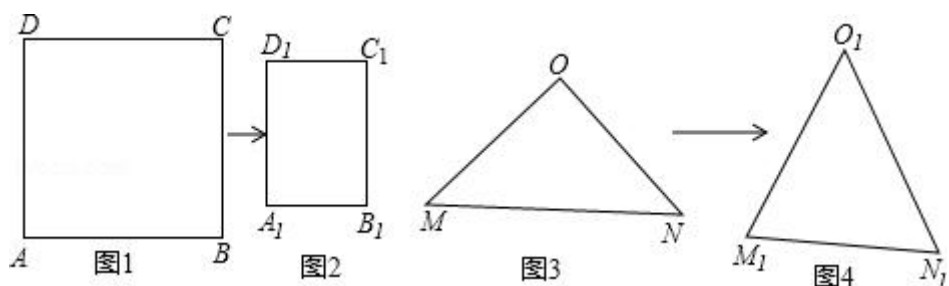
2, 则点 P 的坐标是_____.

17. (4 分) 如图, E 是正方形 $ABCD$ 边 CD 的中点, AE 与 BD 交于点 O , 则 $\tan \angle AOB =$ _____.



18. (4 分) 在 *Word* 的绘图中, 可以对画布中的图形作缩图, 如图 1 中正方形 $ABCD$ (边 AB 水平放置) 的边长为 3, 将它在“设置绘图画布格式→大小→缩放”中, 高度设定为 75%, 宽度设定为 50%, 就可以得到图 2 中的矩形 $A_1B_1C_1D_1$, 其中 $A_1B_1 = 3 \times 50\% = 1.5$, $A_1D_1 = 3 \times 75\% = 2.25$. 实际上 *Word* 的内部是在画布上建立了一个以水平线与竖直线为坐标轴的平面直角坐标系, 然后赋予图形的每个点一个坐标 (x, y) , 在执行缩放时, 是将每个点的坐标作变化处理, 即由 (x, y) 变为 $(x \times n\%, y \times m\%)$, 其中 $n\%$ 与 $m\%$ 即为设定宽度与高度的百分比, 最后再由所得点的新坐标生成新图形.

现在画布上有一个 $\triangle OMN$, 其中 $\angle O = 90^\circ$, $MO = NO$, 且斜边 MN 水平放置 (如图 3), 对它进行缩放, 设置高度为 150%, 宽度为 75% 得到新图形为 $\triangle O_1M_1N_1$ (如图 4), 那么 $\cos \angle O_1M_1N_1$ 的值为_____.



三、解答题 (共 7 小题, 满分 78 分)

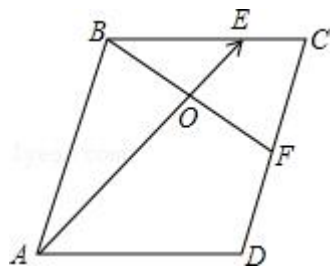
19. (10 分) 计算: $\frac{2\sin^2 60^\circ - \cos 60^\circ}{\cot^2 30^\circ - 4\cos 45^\circ}$.

20. (10 分) 如图, 点 E 是平行四边形 $ABCD$ 边 BC 上一点, 且 $BE:EC = 2:1$, 点 F 是边 CD 的中点, AE 与 BF 交于

点 O .

(1) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$;

(2) 求 $BO: OF$ 的值.

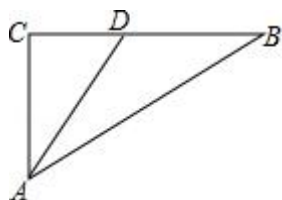


21. (10 分) 已知二次函数的图象经过点 $(0, -8)$ 与 $(3, -5)$ 且其对称轴是直线 $x = 1$, 求此二次函数的解析式, 并求出此二次函数图象与 x 轴公共点的坐标.

22. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 6$, 点 D 是边 BC 上一点, 且 $\angle CAD = \angle B$.

(1) 求线段 CD 的长;

(2) 求 $\sin \angle BAD$ 的值.

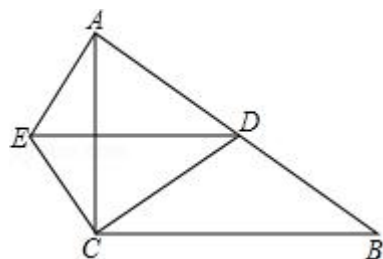


23. (12 分) 如图, 点 D 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上一点, 点 E 是直线 AC 左侧一点, 且 $EC \perp CD$, $\angle EAC = \angle B$.

(1) 求证: $\triangle CDE \sim \triangle CBA$;

(2) 如果点 D 是斜边 AB 的中点, 且 $\tan \angle BAC = \frac{3}{2}$, 试求 $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle CBA}}$ 的值. ($S_{\triangle CDE}$

表示 $\triangle CDE$ 的面积, $S_{\triangle CBA}$ 表示 $\triangle CBA$ 的面积)

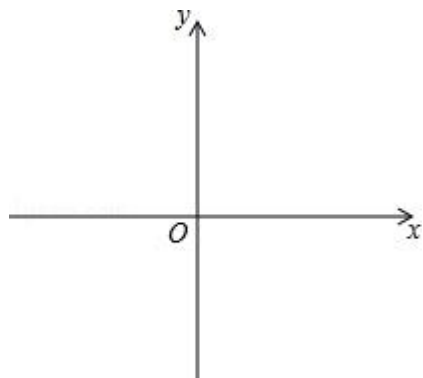


24. (12 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 与 $B(3, 0)$, 交 y 轴于点 C , 其图象顶点为 D .

(1) 求此二次函数的解析式;

(2) 试问 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCO$ 是否相似? 并证明你的结论;

(3) 若点 P 是此二次函数图象上的点, 且 $\angle PAB = \angle ACB$, 试求点 P 的坐标.

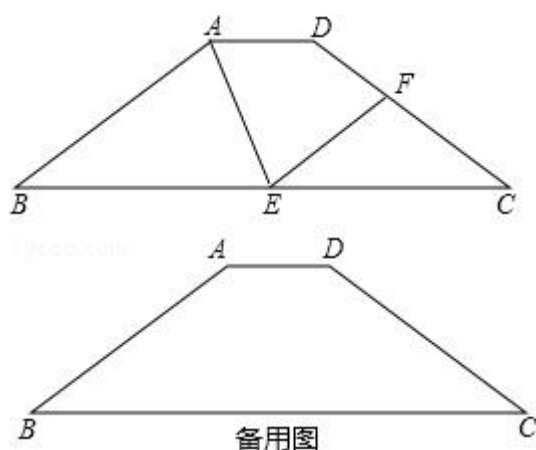


25. (14 分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 2$, $AB = 5$, $\sin \angle B = \frac{3}{5}$, 点 E 是边 BC 上的一个动点 (不与点 B 、 C 重合), 作 $\angle AEF = \angle AEB$, 使边 EF 交边 CD 与点 F (不与点 C 、 D 重合), 设 $BE = x$, $CF = y$.

(1) 求边 BC 的长:

(2) 当 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CEF$ 相似时, 求 BE 的长:

(3) 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域.



2013 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的】

1.（4 分）如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ （其中顶点 A 、 B 、 C 依次与顶点 D 、 E 、 F 对应），那么下列等式中不一定成立的是（ ）

A. $\angle A = \angle D$ B. $\frac{\angle A}{\angle B} = \frac{\angle D}{\angle E}$ C. $AB = DE$ D. $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$

【考点】S7：相似三角形的性质．

【分析】根据相似三角形对应角相等，对应边成比例解答即可．

【解答】解：∵ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，

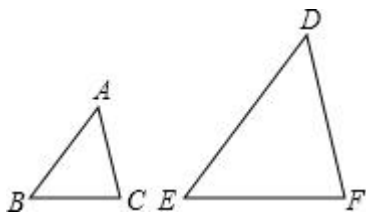
∴ $\angle A = \angle D$ 正确，故本选项错误；

B、 $\frac{\angle A}{\angle B} = \frac{\angle D}{\angle E}$ 正确，故本选项错误；

C、 $AB = DE$ 不一定成立，故本选项正确；

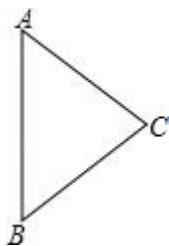
D、 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$ 正确，故本选项错误．

故选：C．



【点评】本题考查了相似三角形的性质，主要利用了相似三角形对应角相等，对应边成比例，作出图形更形象直观．

2.（4 分）如图，地图上 A 地位于 B 地的正北方， C 地位于 B 地的北偏东 50° 方向，且 C 地到 A 地、 B 地的距离相等，那么 C 地位于 A 地的（ ）



A. 南偏东 50° 方向

B. 北偏西 50° 方向

C. 南偏东 40° 方向

D. 北偏西 40° 方向

【考点】IH：方向角；KG：线段垂直平分线的性质．

【分析】根据 A 地位于 B 地的正北方， C 地位于 B 地的北偏东 50° 方向，求出 $\angle ABC$ 的度数，再根据 $CA = CB$ ，得出 $\angle BAC = \angle ABC = 50^\circ$ ，即可得出答案．

【解答】解： $\because A$ 地位于 B 地的正北方， C 地位于 B 地的北偏东 50° 方向，
 $\therefore \angle ABC = 50^\circ$ ，
 $\because C$ 地到 A 地、 B 地的距离相等，
 $\therefore CA = CB$ ，
 $\therefore \angle BAC = \angle ABC = 50^\circ$ ，
 $\therefore C$ 地位于 A 地的南偏东 50° ；
故选 A ．

【点评】此题考查了方向角，关键是根据方向角求出角的度数，用到的知识点是方向角、等腰三角形的性质．

3. (4 分) 将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位，所得抛物线的解析式为 ()

A. $y = x^2 - 2$ B. $y = x^2 + 2$ C. $y = (x + 2)^2$ D. $y = (x - 2)^2$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换．

【专题】2C：存在型．

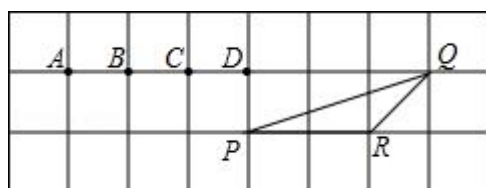
【分析】直接根据“左加右减”的原则进行解答即可．

【解答】解：由“左加右减”的原则可知，将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位，所得抛物线的解析式为： $y = (x + 2)^2$ ．

故选：C．

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键．

4. (4 分) 如图， $\triangle PQR$ 在边长为 1 个单位的方格纸中，它的顶点在小正方形顶点位置，其中点 A 、 B 、 C 、 D 也是小正方形的顶点，那么与 $\triangle PQR$ 相似的是 ()



A. 以点 P 、 Q 、 A 为顶点的三角形

B. 以点 P 、 Q 、 B 为顶点的三角形

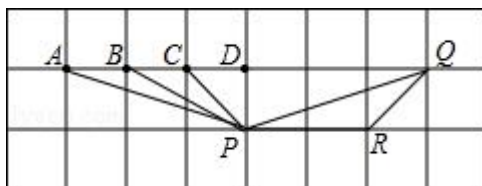
C. 以点 P 、 Q 、 C 为顶点的三角形

D. 以点 P 、 Q 、 D 为顶点的三角形

【考点】KQ：勾股定理；S8：相似三角形的判定．

【专题】24：网格型．

【分析】根据勾股定理求出三角形的边长，根据相似三角形的判定判断即可．



【解答】解：

由勾股定理得： $RQ = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $PQ = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ ，

$\angle PRQ = 135^\circ$ ，

A、由勾股定理得： $AP = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = PQ$ ，

而 $\triangle PRQ$ 不是等腰三角形，即三对应边的比不相等，即两三角形不相似，故本选项错误；

B、由勾股定理得： $BP = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，

$PQ = \sqrt{10}$ ， $BQ = 5$ ，

即 $\frac{BQ}{PQ} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ， $\frac{BP}{QR} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ， $\frac{PQ}{PR} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ，

即三边的比相等，即两三角形相似，故本选项正确；

C、两三角形的最大角 $\angle CPQ < \angle PRQ$ ，即两三角形不相似，故本选项错误；

D、 $\triangle PQD$ 是直角三角形，而 $\triangle PRQ$ 是钝角三角形，即两三角形不相似，故本选项错误；

故选：B．

【点评】本题考查了勾股定理和相似三角形的判定定理的应用，主要考查学生的推理能力和辨析能力．

5. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 与坐标轴的交点个数为 ()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【考点】HA：抛物线与 x 轴的交点．

【专题】11：计算题．

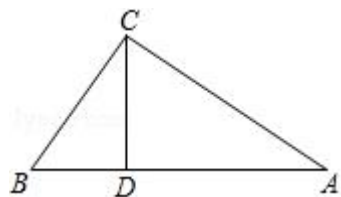
【分析】当 $x = 0$ 时，求出与 y 轴的纵坐标；当 $y = 0$ 时，求出与 x 轴的交点横坐标，从而求出与坐标轴的交点.

【解答】解：当 $x = 0$ 时， $y = -3$ ，
则与 y 轴的交点坐标为 $(0, -3)$ ，
当 $y = 0$ 时， $x^2 - 2x - 3 = 0$ ，
解得 $x_1 = -1$ ， $x_2 = 3$.
则与 x 轴的交点坐标为 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$.

故选：D.

【点评】本题考查了抛物线与坐标轴的交点坐标，分别令 $x = 0$ ， $y = 0$ ，将抛物线转化为方程是解题的关键.

6. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 为边 AB 上的高，已知 $BD = 1$ ，则线段 AD 的长是 ()



- A. $\sin^2 A$ B. $\cos^2 A$ C. $\tan^2 A$ D. $\cot^2 A$

【考点】S9：相似三角形的判定与性质；T1：锐角三角函数的定义.

【分析】由在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 为边 AB 上的高，易证得 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ ，根据相似三角形的对应边成比例，且 $BD = 1$ ，可得 $AD = CD^2$ ，又由 $\cot \angle A = \cot \angle BCD = \frac{CD}{BD} = CD$ ，即可求得答案.

【解答】解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 为边 AB 上的高，
 $\therefore \angle ADC = \angle CDB = 90^\circ$ ， $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACD = \angle BCD$ ，
 $\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD$ ，
 $\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$ ，
 $\because BD = 1$ ，
 $\therefore AD = CD^2$ ，
 $\because \cot \angle A = \cot \angle BCD = \frac{CD}{BD} = CD$ ，

$$\therefore CD = \cot A,$$

$$\therefore AD = \cot^2 A.$$

故选：D.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质以及三角函数等知识. 此题难度适中，注意掌握数形结合思想与转化思想的应用.

二、填空题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{7}{4}$ ，则 $\frac{x+y}{x-y}$ 的值为 $\frac{11}{3}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】设 $x = 7a$ ，则 $y = 4a$ ，代入所求的式子，然后进行化简即可求解.

【解答】解： $\because \frac{x}{y} = \frac{7}{4}$,

$$\therefore \text{设 } x = 7a, \text{ 则 } y = 4a,$$

$$\text{则 } \frac{x+y}{x-y} = \frac{7a+4a}{7a-4a} = \frac{11a}{3a} = \frac{11}{3}.$$

故答案是： $\frac{11}{3}$.

【点评】本题考查了分式的求值，正确理解未知数的设法是关键.

8. (4 分) 计算： $2(\vec{a} - \vec{b}) + 3(\vec{a} + \vec{b}) = 5\vec{a} + \vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】解： $2(\vec{a} - \vec{b}) + 3(\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{a} + 3\vec{b} = 5\vec{a} + \vec{b}$.

故答案为： $5\vec{a} + \vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的加减运算. 此题比较简单，注意掌握运算顺序.

9. (4 分) 已知两个相似三角形的周边长比为 2:3，且其中较大三角形的面积是 36，那么其中较小三角形的面积是 16.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【分析】根据相似三角形的性质对应边成比例，面积比等于相似比的平方求解即可.

【解答】解：两个相似三角形周长的比为 2:3，

则相似比是 2:3，

因而面积的比是 4: 9,

设小三角形的面积是 $4a$,

则大三角形的面积是 $9a$,

则 $9a = 36$,

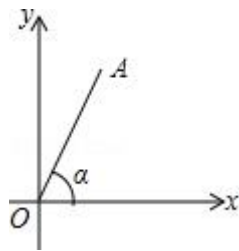
解得 $a = 4$,

因而较小的三角形的面积是 16.

故答案为: 16.

【点评】 本题考查对相似三角形性质的理解: (1) 相似三角形周长的比等于相似比; (2) 相似三角形面积的比等于相似比的平方.

10. (4 分) 如图, 第一象限内一点 A , 已知 $OA = s$, OA 与 x 轴正半轴所成的夹角为 α , 且 $\tan \alpha = 2$, 那么点 A 的坐标是 $(\frac{\sqrt{5}s}{5}, \frac{2\sqrt{5}s}{5})$.



【考点】 D5: 坐标与图形性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 作 $AB \perp x$ 轴于点 B , 利用角 α 的正切设出 AB 和 OB 的长, 然后利用勾股定理分别求得 AB 和 OB 的长后即可表示出点 A 的坐标.

【解答】 解: 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ,

$$\because \tan \alpha = \frac{AB}{OB} = 2,$$

$$\therefore \text{设 } OB = x, \text{ 则 } AB = 2x$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABC \text{ 中 } OB^2 + AB^2 = OA^2,$$

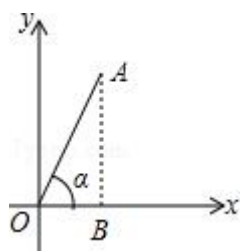
$$\text{即: } 5x^2 = s^2$$

$$\text{解得: } x = \frac{\sqrt{5}s}{5}$$

$$\therefore 2x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (\frac{\sqrt{5}s}{5}, \frac{2\sqrt{5}s}{5}),$$

$$\text{故答案为: } (\frac{\sqrt{5}s}{5}, \frac{2\sqrt{5}s}{5}).$$



【点评】 本题考查了解直角三角形及坐标与图形性质的知识，解题的关键是正确的构造直角三角形.

11. (4分) 如图，某人沿一个坡比为 1:3 的斜坡 (AB) 向前行走了 10 米，那么他实际上升的垂直高度是 $\sqrt{10}$ 米.



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 设 $BH = x$ ，则 $AH = 3x$ ，再根据勾股定理求出 x 的值即可.

【解答】 解: $\because$ 坡比为 1:3, $AB = 10$ 米,

$\therefore$ 设 $BH = x$, 则 $AH = 3x$,

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中,

$AH^2 + BH^2 = AB^2$, 即 $(3x)^2 + x^2 = 10^2$, 解得 $x = \sqrt{10}$ (米).

故答案为: $\sqrt{10}$.

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，熟知“坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比，叫做坡比”是解答此题的关键.

12. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 的顶点坐标是 $(1, 2)$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 已知抛物线的解析式是一般式，用配方法转化为顶点式，根据顶点式的坐标特点，直接写出顶点坐标.

【解答】 解: $\because y = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 - 1 + 3 = (x - 1)^2 + 2$,

$\therefore$ 抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 的顶点坐标是 $(1, 2)$.

故答案为: $(1, 2)$.

【点评】 此题考查了二次函数的性质，二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的顶点坐标为

(h, k) , 对称轴为 $x = h$, 此题还考查了配方法求顶点式.

13. (4 分) 如果抛物线 $y = (a - 2)x^2 + 3x + a$ 的开口向下, 那么 a 的取值范围是 $a < 2$.

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】根据二次函数的性质可知, 当抛物线开口向下时, 二次项系数 $a - 2 < 0$.

【解答】解: 因为抛物线 $y = (a - 2)x^2 + 3x + a$ 的开口向下,
所以 $a - 2 < 0$, 即 $a < 2$.

故答案为: $a < 2$.

【点评】本题主要考查了二次函数的性质. 用到的知识点: 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 来说, 当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向上;
当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向下.

14. (4 分) 若 x_1 、 x_2 是方程 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个根, 则 $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2$ 的值为 $-\frac{1}{2}$.

【考点】AB: 根与系数的关系.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = -2$, 然后代入所求的代数式中计算即可.

【解答】解: 根据题意得 $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = -2$,

所以 $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = -2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$.

故答案为 $-\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系: 若方程的两根为 x_1 , x_2 , 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

15. (4 分) 已知二次函数 $y = f(x)$ 图象的对称轴是直线 $x = 2$, 如果 $f(3) > f(4)$, 那么 $f(-3)$ $>$ $f(-4)$. (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”)

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据二次函数 $y = f(x)$ 图象的对称轴是直线 $x = 2$, $f(3) > f(4)$ 可

知在对称轴的右侧 y 随 x 的增大而减小，从而判断出在对称轴的左侧， y 随 x 的增大而增大，然后可判断出 $f(-3) > f(-4)$ 。

【解答】 解：∵ 二次函数 $y = f(x)$ 图象的对称轴是直线 $x = 2$ ， $f(3) > f(4)$ ，
∴ 可见，在对称轴的右侧 y 随 x 的增大而减小，
∴ 在对称轴的左侧， y 随 x 的增大而增大，
∴ $f(-3) > f(-4)$ 。

故答案为：>。

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，找到二次函数的对称轴并判断出点的位置是解题的关键。

16. (4 分) 已知点 P 是二次函数 $y = x^2 - 2x + 4$ 图象上的点，且它到 y 轴的距离为 2，则点 P 的坐标是 (2, 4) 或 (-2, 12)。

【考点】 H5：二次函数图象上点的坐标特征。

【分析】 由点 P 到 y 轴的距离为 2，可知点 P 的横坐标为 ± 2 ，将 $x = \pm 2$ 分别代入 $y = x^2 - 2x + 4$ ，计算求出的 y 值即为点 P 的纵坐标。

【解答】 解：设点 P 的坐标是 (x, y) 。

∵ 点 P 到 y 轴的距离为 2，

∴ $|x| = 2$ ， $x = \pm 2$ ，

当 $x = 2$ 时， $y = x^2 - 2x + 4 = 2^2 - 2 \times 2 + 4 = 4$ ；

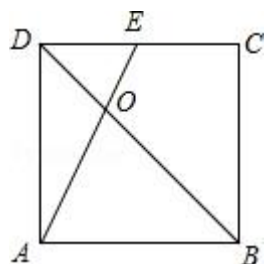
当 $x = -2$ 时， $y = x^2 - 2x + 4 = (-2)^2 - 2 \times (-2) + 4 = 12$ 。

所以点 P 的坐标是 $(2, 4)$ 或 $(-2, 12)$ 。

故答案为 $(2, 4)$ 或 $(-2, 12)$ 。

【点评】 本题主要考查二次函数图象上点的坐标特征，点在二次函数的图象上，则点的坐标满足二次函数的解析式；反之也成立。

17. (4 分) 如图， E 是正方形 $ABCD$ 边 CD 的中点， AE 与 BD 交于点 O ，则 $\tan \angle AOB =$ 3。



【考点】KQ：勾股定理；LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质；
T1：锐角三角函数的定义．

【分析】连接 AC 交 BD 于 F ，设正方形的边长为 2，则 $DE = 1$ ，由正方形的性质可知： $DE \parallel AB$ ，所以 $\triangle EOD \sim \triangle AOB$ ，根据勾股定理可求出 AE 和 BD 的长，由相似三角形的性质可得 AO 和 OE 的比值，进而求出 AO ，根据正方形的对角线互相平分可求出 AF ，进而求出 $\tan \angle AOB$ 的值．

【解答】解：连接 AC 交 BD 于 F ，设正方形的边长为 2，

$\because E$ 是正方形 $ABCD$ 边 CD 的中点，

$\therefore$ 则 $DE = 1$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore DE \parallel AB$ ， $AC \perp BD$ 于 F ，

$\therefore \triangle EOD \sim \triangle AOB$ ，

$\therefore DE : AB = EO : AO = 1 : 2$ ，

$$\therefore AO = \frac{2\sqrt{5}}{3},$$

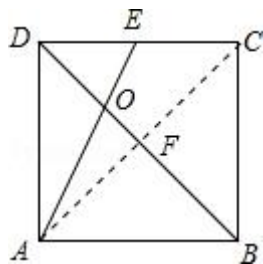
$$\because AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore OF = \sqrt{AO^2 - AF^2} = \frac{\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore \tan \angle AOB = \frac{AF}{OF} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{3}} = 3,$$

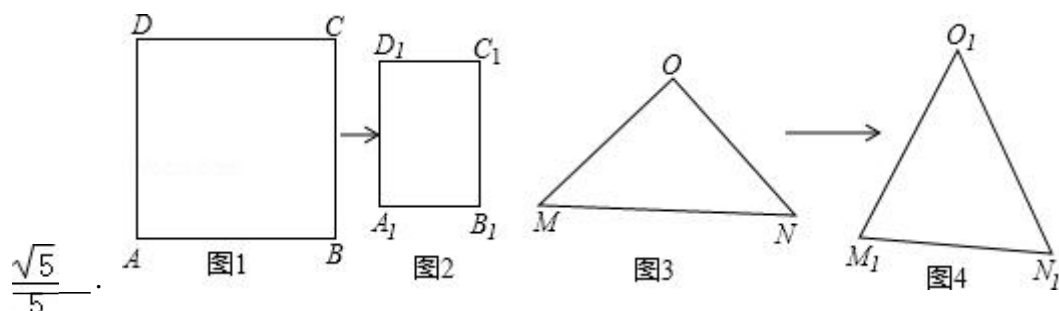
故答案为：3．



【点评】本题考查了正方形的性质、勾股定理的运用、相似三角形的判定和性质以及锐角三角函数的定义，题目的综合性很强，难度中等．

18. (4分) 在 *Word* 的绘图中, 可以对画布中的图形作缩图, 如图 1 中正方形 $ABCD$ (边 AB 水平放置) 的边长为 3, 将它放在“设置绘图画布格式→大小→缩放”中, 高度设定为 75%, 宽度设定为 50%, 就可以得到图 2 中的矩形 $A_1B_1C_1D_1$, 其中 $A_1B_1 = 3 \times 50\% = 1.5$, $A_1D_1 = 3 \times 75\% = 2.25$. 实际上 *Word* 的内部是在画布上建立了一个以水平线与竖直线为坐标轴的平面直角坐标系, 然后赋予图形的每个点一个坐标 (x, y) , 在执行缩放时, 是将每个点的坐标作变化处理, 即由 (x, y) 变为 $(x \times n\%, y \times m\%)$, 其中 $n\%$ 与 $m\%$ 即为设定宽度与高度的百分比, 最后再由所得点的新坐标生成新图形.

现在画布上有一个 $\triangle OMN$, 其中 $\angle O = 90^\circ$, $MO = NO$, 且斜边 MN 水平放置 (如图 3), 对它进行缩放, 设置高度为 150%, 宽度为 75% 得到新图形为 $\triangle O_1M_1N_1$ (如图 4), 那么 $\cos \angle O_1M_1N_1$ 的值为



【考点】 RB: 几何变换综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 本题可建立直角坐标系, 设出点 O 、点 M 、点 N 的坐标, 然后根据题意得出变换后的图形, 继而求解 $\cos \angle O_1M_1N_1$ 的值.

【解答】 解: 令点 O 的坐标为 $(0, 2)$, 点 M 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 N 的坐标为 $(2, 0)$,

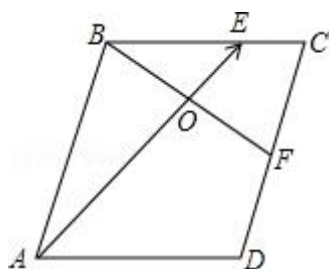
$$= 3 + 2\sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值，属于基础题，解答本题的关键是熟练记忆一些特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 如图，点 E 是平行四边形 $ABCD$ 边 BC 上一点，且 $BE:EC=2:1$ ，点 F 是边 CD 的中点， AE 与 BF 交于点 O .

(1) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$;

(2) 求 $BO:OF$ 的值.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; LM: *平面向量.

【分析】 (1) 先表示出 $\overrightarrow{BE}$ ，继而可表示出 $\overrightarrow{AE}$;

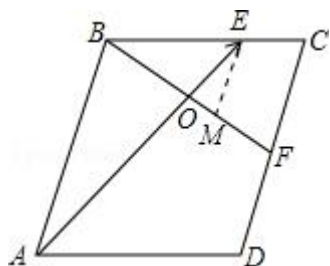
(2) 过点 E 作 $EM \parallel CD$ ，交 BF 于点 M ，可得出 $\frac{BM}{OF}$, $\frac{OM}{OB}$ 的值，继而可的得出答案.

【解答】 解: (1) $\because BE:EC=2:1$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b};$$

(2)



过点 E 作 $EM \parallel CD$,

$$\text{则 } \frac{BM}{MF} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{1}, \quad \frac{EM}{CF} = \frac{BM}{MF} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{3},$$

∵ 点 F 是 CD 中点,

$$\therefore \frac{MO}{OB} = \frac{EM}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

设 $OM = a$, 则 $BO = 3a$, $MF = 2a$,

$$\text{故可得 } \frac{BO}{OF} = \frac{3a}{3a} = 1.$$

【点评】 本题考查了平面向量及平行四边形的性质, 解答本题注意利用平行线分线段成比例的知识, 难度一般.

21. (10 分) 已知二次函数的图象经过点 $(0, -8)$ 与 $(3, -5)$ 且其对称轴是直线 $x = 1$, 求此二次函数的解析式, 并求出此二次函数图象与 x 轴公共点的坐标.

【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 利用待定系数法将 $(0, -8)$ 与 $(3, -5)$, 对称轴是直线 $x = 1$, 分别代入求出即可; 再根据二次函数图象与 x 轴公共点的坐标即 $y = 0$ 时, 求 x 的值.

【解答】 解: ∵ 二次函数对称轴是直线 $x = 1$,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

将 $(0, -8)$ 与 $(3, -5)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\text{故 } \begin{cases} c = -8 \\ 9a + 3b - 8 = -5 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -8 \end{cases},$$

故二次函数解析式为: $y = x^2 - 2x - 8$,

当 $y = 0$, 则 $0 = x^2 - 2x - 8$,

解得: $x_1 = -2$, $x_2 = 4$,

故二次函数图象与 x 轴公共点的坐标为: $(-2, 0)$, $(4, 0)$.

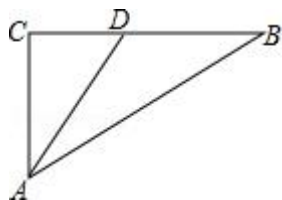
【点评】 此题主要考查了待定系数法求二次函数解析式, 根据已知得出 $-\frac{b}{2a} = 1$ 是解题关键.

22. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 6$, 点 D 是边 BC

上一点，且 $\angle CAD = \angle B$ 。

(1) 求线段 CD 的长；

(2) 求 $\sin \angle BAD$ 的值。



【考点】 KQ：勾股定理；S9：相似三角形的判定与性质；T1：锐角三角函数的定义。

【分析】 (1) 本小题易证 $\triangle CAD \sim \triangle CBA$ 利用相似三角形的性质：对应边的比值相等即可求出线段 CD 的长；

(2) 过 D 作 $DE \perp AB$ ，由 (1) 可知 CD 的长，利用勾股定理可求出 AD 的长，根据三角形的面积公式可求出 DE ，进而求出 $\sin \angle BAD$ 的值。

【解答】 解：(1) $\because \angle C = \angle C = 90^\circ$ ， $\angle CAD = \angle B$ ，

$$\therefore \triangle CAD \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CD}{AC} = \frac{AC}{BC},$$

$$\because AC = 4, BC = 6,$$

$$\therefore \frac{CD}{4} = \frac{4}{6},$$

$$\therefore CD = \frac{8}{3},$$

(2) 过 D 作 $DE \perp AB$ ，

$$\because AC = 4, CD = \frac{8}{3},$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \frac{4\sqrt{13}}{3},$$

$$\because S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CD = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}, S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} \times AC \cdot BC = 12,$$

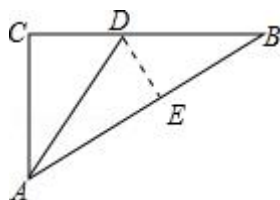
$$\therefore S_{\triangle ADB} = 12 - \frac{16}{3} = \frac{20}{3},$$

$$\because AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13},$$

$$\therefore \frac{20}{3} = \frac{1}{2} \times DE \times AB,$$

$$\therefore DE = \frac{40}{6\sqrt{13}} = \frac{20\sqrt{13}}{39},$$

$$\therefore \sin \angle BAD = \frac{DE}{AD} = \frac{\frac{20\sqrt{13}}{39}}{\frac{4\sqrt{13}}{3}} = \frac{5}{13}.$$



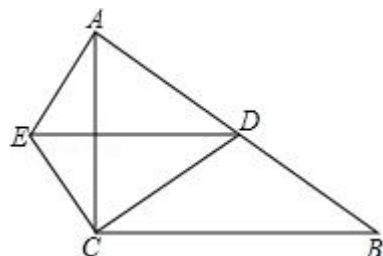
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质以及三角形的面积公式运用和锐角三角函数的定义，解题的关键是求出三角形 ADB 的面积进而求出高线．

23. (12 分) 如图，点 D 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上一点，点 E 是直线 AC 左侧一点，且 $EC \perp CD$ ， $\angle EAC = \angle B$ ．

(1) 求证： $\triangle CDE \sim \triangle CBA$ ；

(2) 如果点 D 是斜边 AB 的中点，且 $\tan \angle BAC = \frac{3}{2}$ ，试求 $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle CBA}}$ 的值．（ $S_{\triangle CDE}$

表示 $\triangle CDE$ 的面积， $S_{\triangle CBA}$ 表示 $\triangle CBA$ 的面积）



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】 (1) 先由 $\angle ECD = \angle ACB = 90^\circ$ ，得出 $\angle ECA = \angle BCD$ ，又 $\angle EAC = \angle B$ ，根据两角对应相等的两三角形相似得出 $\triangle ACE \sim \triangle BCD$ ，再由相似三角形的对应边成比例得出 $CE:CD = AC:BC$ ，即 $CD:BC = CE:AC$ ，又 $\angle ECD = \angle ACB$ ，根据两边对应成比例且夹角相等的两三角形相似得出 $\triangle CDE \sim \triangle CBA$ ；

(2) 先由 $\tan \angle BAC = \frac{3}{2}$ ，根据正切函数的定义设 $BC = 3k$ ，则 $AC = 2k$ ，由勾股定理求出 $AB = \sqrt{13}k$ ，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得出 $CD = \frac{\sqrt{13}}{2}k$ ，然后由相似三角形面积的比等于相似比的平方即可求解．

【解答】(1) 证明: $\because EC \perp CD$,

$$\therefore \angle ECD = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD - \angle ACD = \angle ACB - \angle ACD,$$

$$\text{即 } \angle ECA = \angle BCD,$$

$$\text{又 } \because \angle EAC = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore CE: CD = AC: BC,$$

$$\therefore CD: BC = CE: AC.$$

在 $\triangle CDE$ 与 $\triangle CBA$ 中,

$$\begin{cases} \angle ECD = \angle ACB = 90^\circ \\ CD: BC = CE: AC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CBA;$$

(2) 解: 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{2}$,

$\therefore$ 可设 $BC = 3k$, 则 $AC = 2k$,

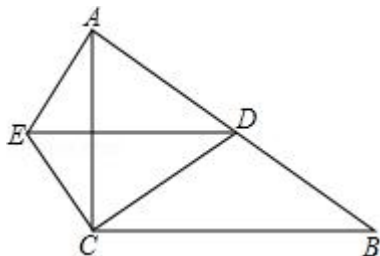
$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{13}k.$$

$\because$ 点 D 是斜边 AB 的中点,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{13}}{2}k.$$

$$\because \triangle CDE \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle CBA}} = \left(\frac{CD}{CB}\right)^2 = \left(\frac{\frac{\sqrt{13}}{2}k}{3k}\right)^2 = \frac{13}{36}.$$



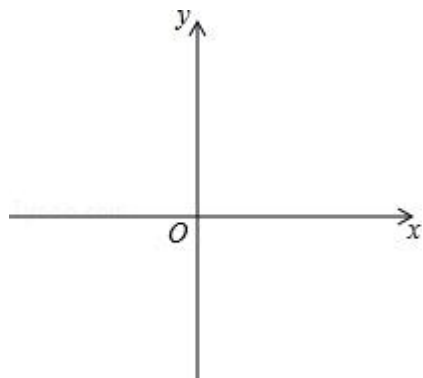
【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 勾股定理, 直角三角形的性质, 三角函数的定义, 有一定难度. (1) 中证明出 $\triangle ACE \sim \triangle BCD$, 根据相似三角形的对应边成比例得出 $CD: BC = CE: AC$ 是解题的关键.

24. (12分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 与 $B(3, 0)$, 交 y 轴于点 C , 其图象顶点为 D .

(1) 求此二次函数的解析式;

(2) 试问 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCO$ 是否相似? 并证明你的结论;

(3) 若点 P 是此二次函数图象上的点, 且 $\angle PAB = \angle ACB$, 试求点 P 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 把点 A 、 B 的坐标代入二次函数解析式求出 a 、 b 的值, 即可得解;

(2) 由 (1) 中的二次函数解析式即可求得点 C 、 D 的坐标. 然后根据两点间的距离公式、勾股定理以及等腰三角形的判定推知 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCO$ 都是等腰直角三角形, 所以它们相似;

(3) 首先求出 $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$, 进而得出过 $A(1, 0)$ 的直线为 $y = \pm \frac{1}{2}(x - 1)$, 将两函数联立求出交点坐标即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 与 $B(3, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 0 = a + b + 3 \\ 0 = 9a + 3b + 3 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases},$$

$\therefore$ 此二次函数的解析式是: $y = x^2 - 4x + 3$;

(2) $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCO$ 相似.

理由如下:

$\because$ 由 (1) 知, 该抛物线的解析式是 $y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$.

故 $C(0, 3)$, $D(2, -1)$.

$$\because OC = OB = 3,$$

$\therefore \triangle BCO$ 是等腰直角三角形.

$$\text{又} \because A(1, 0), B(3, 0), D(2, -1),$$

$$\therefore AD = BD = \sqrt{2}, AB = 2,$$

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \triangle ABD$ 与 $\triangle BCO$ 相似;

(3) 延长 CA , 并过 B 点做垂直于 CA 的直线与 CA 相交于 E 点,

$$\because \angle CAO = \angle BAE,$$

$$\angle COA = \angle BEA,$$

$$\therefore \triangle COA \sim \triangle BEA,$$

$$\therefore \frac{CA}{BA} = \frac{CO}{BE} = \frac{OA}{EA},$$

根据勾股定理, $CA = \sqrt{10}$,

$$\text{则 } EA = \frac{\sqrt{10}}{5}, EB = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5},$$

$$\tan \angle ACB = \frac{BE}{AC+AE} = \frac{1}{2},$$

$$\because \angle APB = \angle ACB,$$

$$\text{则 } \tan \angle APB = \frac{1}{2},$$

令过 $A(1, 0)$ 的直线为 $y = k(x - 1)$,

$$\because \angle PAB = \angle ACB,$$

$$\text{故 } k = \pm \tan \angle ACB = \pm \frac{1}{2},$$

$$\text{故: } y = \pm \frac{1}{2}(x - 1),$$

分别与 $y = x^2 - 4x + 3$ 联立得:

$$\frac{1}{2}(x - 1) = x^2 - 4x + 3,$$

$$\text{解得: } x_1 = 1, x_2 = \frac{7}{2},$$

$$\therefore y_1 = 0, y_2 = \frac{5}{4},$$

$$-\frac{1}{2}(x-1) = x^2 - 4x + 3,$$

$$\text{解得: } x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{2},$$

$$\therefore y_1 = 0, y_2 = -\frac{3}{4},$$

$\therefore A$ 点坐标为: $(1, 0)$,

所以: $P(\frac{7}{2}, \frac{5}{4})$ 或 $P(\frac{5}{2}, -\frac{3}{4})$.

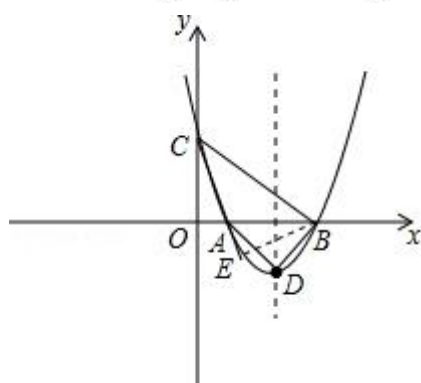


图2

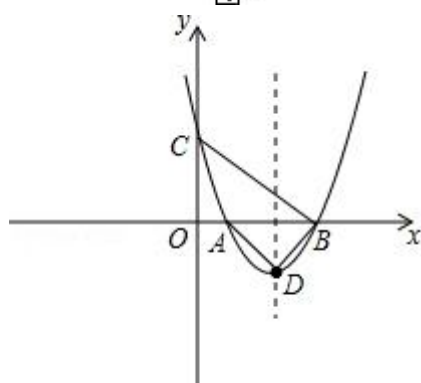


图1

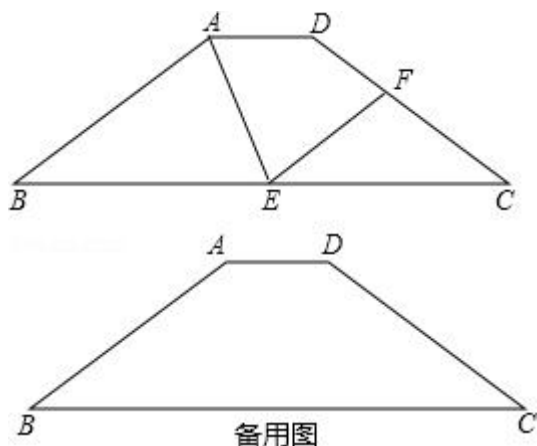
【点评】此题主要考查了二次函数的综合应用以及两函数交点坐标求法和相似三角形的判定与性质等知识，得出过点 A 符合要求的直线解析式是解题关键.

25. (14 分) 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $AB = 5$ ， $\sin \angle B = \frac{3}{5}$ ，点 E 是边 BC 上的一个动点（不与点 B 、 C 重合），作 $\angle AEF = \angle AEB$ ，使边 EF 交边 CD 与点 F （不与点 C 、 D 重合），设 $BE = x$ ， $CF = y$.

(1) 求边 BC 的长:

(2) 当 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CEF$ 相似时，求 BE 的长:

(3) 求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域.



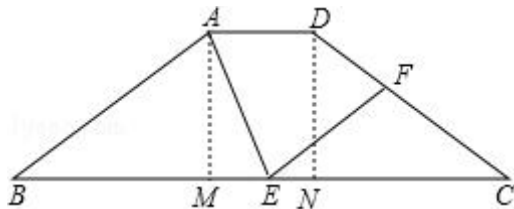
【考点】SO：相似形综合题．

【分析】（1）根据等腰梯形的性质，可得 $AD = MN$ ； $BM = CN$ ； $AB = DC = 5$ ，根据勾股定理，可得 BM 的长，根据线段的和差，可得答案；

（2）分类讨论，当 $\angle AEB = \angle FEC$ 时，根据正切函数，可得 ME 的长，根据线段的和差，可得答案，当 $\angle AEB = \angle EFC$ 时，根据等腰三角形的性质，可得 BM 与 ME 的关系，根据线段的和差，可得答案；

（3）根据相似三角形的性质，可得函数解析式，根据线段的和差，可得定义域．

【解答】解：（1）如图：过 A 作 $AM \perp BC$ ，过 D 作 $DN \perp BC$ ，



$\because$ 等腰梯形 $ABCD$ ， $AM \perp BC$ ， $DN \perp BC$ ， $\sin \angle B = \frac{3}{5}$ ，

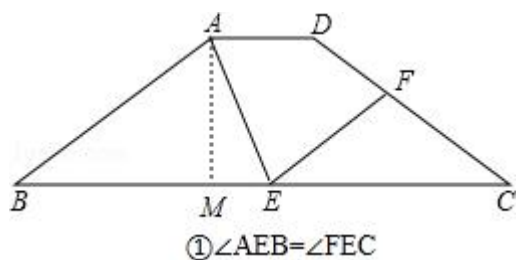
$\therefore AD = MN$ ； $BM = CN$ ； $AB = DC = 5$ ； $\angle B = \angle C$ ，

$\therefore AM = AB \cdot \sin \angle B = 5 \times \frac{3}{5} = 3$

$\therefore BM = CN = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\therefore BC = BM + MN + CN = AD + 2BM = 2 + 2 \times 4 = 10$ ；

（2） $\triangle ABE$ 与 $\triangle CEF$ 相似有两种情况，如图：



①当 $\angle AEB = \angle FEC$ 时

$$\because \angle AEF = \angle AEB$$

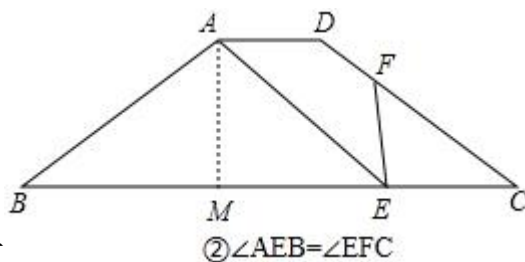
$$\therefore \angle AEF = \angle AEB = \angle FEC = 60^\circ$$

过 A 作 $AM \perp BC$

由 (1) 知: $AM = 3$, $BM = 4$

$$\therefore ME = AM \cdot \tan 60^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\therefore BE = BM + ME = 4 + \sqrt{3},$$



②当 $\angle AEB = \angle EFC$ 时

$$\because \angle AEF = \angle AEB$$

$$\therefore \angle AEF = \angle EFC$$

$$\therefore AE \parallel DC$$

$$\therefore \angle AEB = \angle C = \angle B$$

$\triangle ABE$ 是等腰三角形

过 A 作 $AM \perp BC$

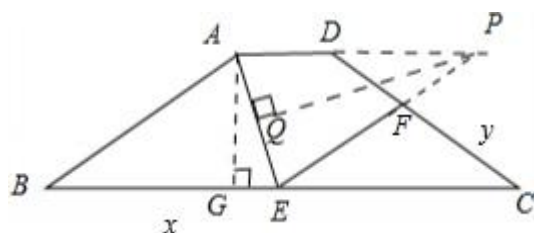
$$\therefore BM = ME \text{ (等腰三角形三线合一性质)}$$

$$\therefore BM = 4$$

$$\therefore BE = 2BM = 8$$

综上, 当 $\triangle ABE \sim \triangle CEF$ 时, BE 的长为 $4 + \sqrt{3}$ 或 8;

(3) 作图如下,



易知 $x > 4$ ，否则 F 点将在 DC 的延长线上或与 C 重合；

$$AG = 3, GE = x - 4$$

$$\because \angle PAE = \angle AEB = \angle AEP$$

故 $PA = PE$ ，三线合一， Q 为 AE 的中点；

又 $\angle AGE = \angle PQA = 90^\circ$ ；

故 $\triangle AGE \sim \triangle PQE$ ；则有 $\frac{GE}{QA} = \frac{AE}{PA}$

$$AP = \frac{x^2 - 8x + 25}{2(x - 4)}$$

$$\text{而 } DP = AP - 2$$

$$\text{又 } \triangle DFP \sim \triangle CFE$$

$$\text{故有：} \frac{DF}{CF} = \frac{DP}{CE}; CF = y, DF = 5 - y, CE = 10 - x;$$

$$\text{整理即可得：} y = \frac{10x^2 - 140x + 400}{x^2 - 16x + 39}; (4 < x < 10)$$

【点评】 本题考查了相似形综合题，利用了等腰梯形的性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质，分类讨论是解题关键．