

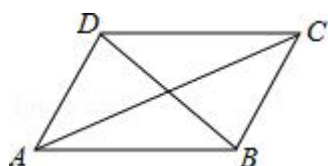
2013 年上海市长宁区中考数学一模试卷

一.选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是符合题目要求的, 请把符合题目要求的选项的代号填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\cos A$ 等于 ()

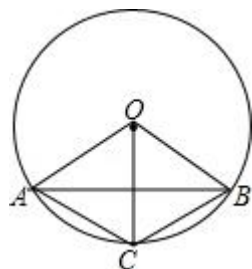
- A. $\frac{BC}{AB}$ B. $\frac{BC}{AC}$ C. $\frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AC}{AB}$

2. (4 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\vec{a} + \vec{b}$ 等于 ()



- A. $\overrightarrow{BD}$ B. $\overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{DB}$ D. $\overrightarrow{CA}$

3. (4 分) 如图, 圆 O 的弦 AB 垂直平分半径 OC , 则四边形 $OACB$ 一定是 ()

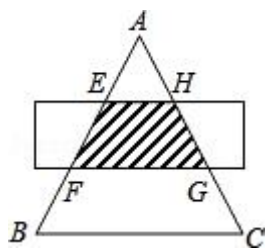


- A. 正方形 B. 长方形 C. 菱形 D. 梯形

4. (4 分) 对于抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x-5)^2 + 3$, 下列说法正确的是 ()

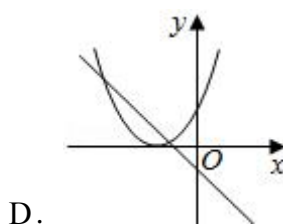
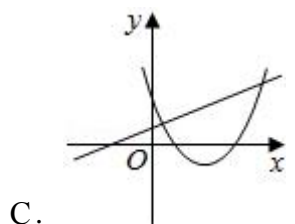
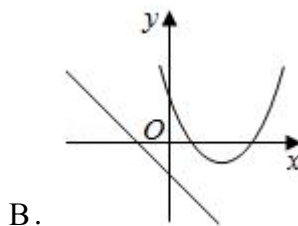
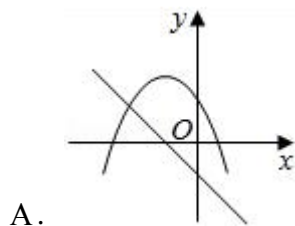
- A. 开口向下, 顶点坐标 $(5, 3)$
 B. 开口向上, 顶点坐标 $(5, 3)$
 C. 开口向下, 顶点坐标 $(-5, 3)$
 D. 开口向上, 顶点坐标 $(-5, 3)$

5. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 被一平行于 BC 的矩形所截, AB 被截成三等分, 则图中阴影部分的面积是 $\triangle ABC$ 的面积 ()



- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{9}$

6. (4分) 在同一平面坐标系中, 函数 $y = mx + m$ 和 $y = -mx^2 + 2x + 2$ (m 是常数, 且 $m \neq 0$) 的图象可能是 ()



二. 填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 已知实数 x 、 y 满足 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{2x+y}{2y} =$ _____.

8. (4分) 已知, 两个相似的 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的最短边的长度之比是 3:1, 若 $\triangle ABC$ 的周长是 27, 则 $\triangle DEF$ 的周长为_____.

9. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle ABC}} =$ _____.

10. (4分) 在直角坐标平面内, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 2$ 沿 y 轴方向向下平移 3 个单位后, 得到新的抛物线解析式为_____.

11. (4分) 在直角坐标平面内, 抛物线 $y = -x^2 + c$ 在 y 轴_____侧图象上升(填“左”或“右”).

12. (4分) 正八边形绕其中心至少要旋转_____度能与原图形重合.

13. (4分) 已知圆 $\odot O$ 的直径为 10, 弦 AB 的长度为 8, M 是弦 AB 上一动点, 设线段 $OM = d$, 则 d 的取值范围是_____.

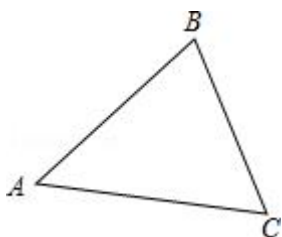
14. (4分) 如图, 某人顺着山坡沿一条直线型的坡道滑雪, 当他滑过 130 米长

的路程时，他所在位置的竖直高度下降了 50 米，则该坡道的坡比是_____.

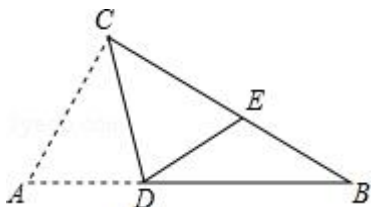


15. (4 分) 两圆相切，圆心距为 2cm ，一圆半径为 6cm ，则另一圆的半径为 cm .

16. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = 6$ ， $AC = 9$ ， D 、 E 分别是直线 AC 和 AB 上的点，若 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ 且 $AD = 3$ ，则 $BE =$ _____.



17. (4 分) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， D 是 AB 边上一点， $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折， A 点恰好落在 BC 边上的 E 点处，则 $\cot \angle EDB =$ _____.



18. (4 分) 已知，二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的部分对应值如下表，则 $f(-3) =$ _____.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

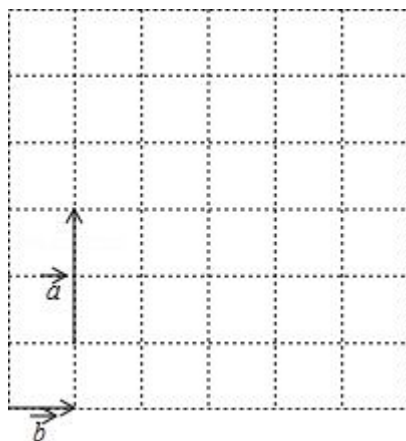
三、解答题：(本大题共 7 题，第 19--22 题，每题 10 分；第 23、24 题，每题 12 分；25 题 14 分；满分 78 分)

19. (10 分) 计算： $\frac{\tan 45^\circ}{\sqrt{2}} + \sin 45^\circ - \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ$.

20. (10 分) 如图，在正方形网格中，每一个小正方形的边长都是 1，已知向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的起点、终点都是小正方形的顶点. 请完成下列问题：

(1) 设 $\vec{m} = 3(\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}) - 4(\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b})$; $\vec{n} = 5(\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}) - 3(6\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b})$. 判断向量 $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$ 是否平行, 说明理由;

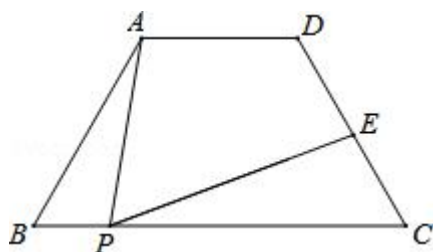
(2) 在正方形网格中画出向量: $4\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a}$, 并写出 $4\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a}$ 的模. (不需写出做法, 只要写出哪个向量是所求向量).



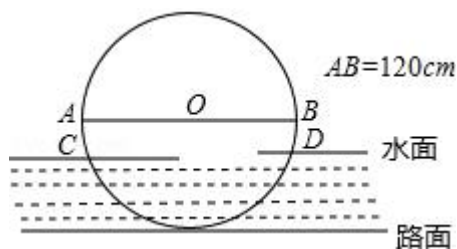
21. (10 分) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = 3$, $BC = 7$, $\angle B = 45^\circ$, P 在 BC 边上, E 在 CD 边上, $\angle B = \angle APE$.

(1) 求等腰梯形的高;

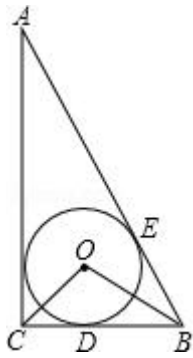
(2) 求证: $\triangle ABP \sim \triangle PCE$.



22. (10 分) 由于连日暴雨导致某路段积水, 有一辆卡车驶入该积水路段. 如图所示, 已知这辆卡车的车轮外直径 (包含轮胎厚度) 为 120cm , 车轮入水部分的弧长约为其周长的 $\frac{1}{3}$, 试计算该路段积水深度 (假设路面水平).

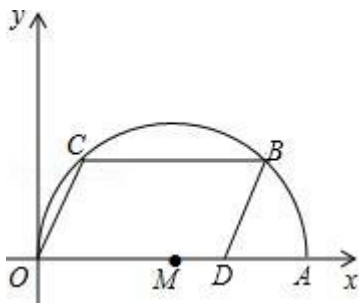


23. (12 分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆, 其半径为 1, E 、 D 是切点, $\angle BOC = 105^\circ$. 求 AE 的长.



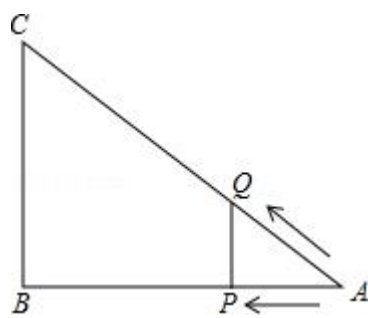
24. (12分) 在直角坐标平面中, 已知点 $A(10, 0)$ 和点 $D(8, 0)$. 点 C 、 B 在以 OA 为直径的 $\odot M$ 上, 且四边形 $OCBD$ 为平行四边形.

- (1) 求 C 点坐标;
- (2) 求过 O 、 C 、 B 三点的抛物线解析式, 并用配方法求出该抛物线的顶点坐标和对称轴;
- (3) 判断: (2) 中抛物线的顶点与 $\odot M$ 的位置关系, 说明理由.



25. (14分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, 点 P 从 A 点出发, 以 1cm/秒 的速度沿 AB 向 B 点匀速运动, 点 Q 从 A 点出发, 以 $x\text{cm/秒}$ 的速度沿 AC 向 C 点匀速运动, 且 P 、 Q 两点同时从 A 点出发, 设运动时间为 t 秒, 连接 PQ . 解答下列问题:

- (1) 当 P 点运动到 AB 的中点时, 若恰好 $PQ \parallel BC$, 求此时 x 的值;
- (2) 求当 x 为何值时, $\triangle ABC \sim \triangle APQ$;
- (3) 当 $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ 时, 将 $\triangle APQ$ 沿 PQ 翻折, A 点落在 A' , 设 $\triangle A'PQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S , 写出 S 关于 t 的函数解析式及定义域.



2013 年上海市长宁区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是符合题目要求的, 请把符合题目要求的选项的代号填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\cos A$ 等于 ()

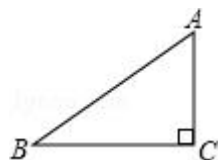
- A. $\frac{BC}{AB}$ B. $\frac{BC}{AC}$ C. $\frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AC}{AB}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据余弦等于邻边比斜边列式即可得解.

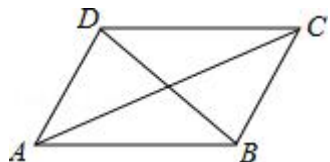
【解答】解: 如图, $\cos A = \frac{AC}{AB}$.

故选 D.



【点评】本题考查了锐角三角函数的定义, 是基础题, 作出图形更形象直观.

2. (4 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\vec{a} + \vec{b}$ 等于 ()



- A. $\overrightarrow{BD}$ B. $\overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{DB}$ D. $\overrightarrow{CA}$

【考点】LM: *平面向量.

【专题】16: 压轴题.

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 可得 $AD = BC$, $AD \parallel BC$, 则可得 $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 然后由三角形法则, 即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{b},$$

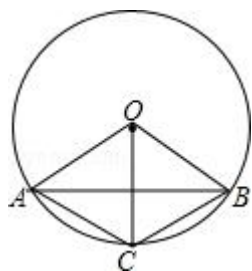
$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

故选：B.

【点评】此题考查了平面向量的知识与平行四边形的性质. 此题难度不大, 注意掌握三角形法则的应用, 注意数形结合思想的应用.

3. (4分) 如图, 圆 O 的弦 AB 垂直平分半径 OC , 则四边形 $OACB$ 一定是()



- A. 正方形 B. 长方形 C. 菱形 D. 梯形

【考点】 L9: 菱形的判定; M2: 垂径定理.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 先根据垂径定理得出 $AD = BD$, $AC = BC$, 再根据全等三角形的判定定理得出 $\triangle AOD \cong \triangle BCD$, 故可得出 $OA = BC$, 即 $OA = OB = BC = AC$, 由此即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 弦 AB 垂直平分半径 OC ,

$$\therefore AD = BD, AC = BC, OD = CD,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle AOD \text{ 与 } \triangle BCD \text{ 中, } \begin{cases} OD = CD \\ \angle ADO = \angle BDC \\ AD = BD \end{cases}$$

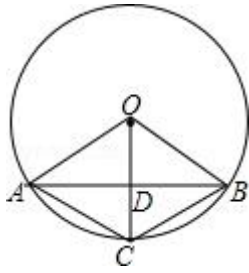
$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BCD,$$

$$\therefore OA = BC,$$

$$\therefore OA = OB = BC = AC,$$

$\therefore$ 四边形 $OACB$ 是菱形.

故选：C.



【点评】 本题考查的是垂径定理及菱形的判定定理，全等三角形的判定与性质等知识，熟知“平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧”是解答此题的关键.

4. (4分) 对于抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x-5)^2+3$ ，下列说法正确的是 ()

- A. 开口向下，顶点坐标 (5, 3)
- B. 开口向上，顶点坐标 (5, 3)
- C. 开口向下，顶点坐标 (-5, 3)
- D. 开口向上，顶点坐标 (-5, 3)

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 二次函数的一般形式中的顶点式是: $y = a(x-h)^2+k$ ($a \neq 0$, 且 a, h, k 是常数), 它的对称轴是 $x = h$, 顶点坐标是 (h, k) . 抛物线的开口方向有 a 的符号确定, 当 $a > 0$ 时开口向上, 当 $a < 0$ 时开口向下.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x-5)^2+3$,

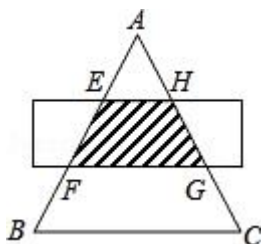
$\therefore a < 0$, $\therefore$ 开口向下,

$\therefore$ 顶点坐标 (5, 3).

故选: A.

【点评】 本题主要是对抛物线一般形式中对称轴, 顶点坐标, 开口方向的考查, 是中考中经常出现的问题.

5. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 被一平行于 BC 的矩形所截, AB 被截成三等分, 则图中阴影部分的面积是 $\triangle ABC$ 的面积的 ()



A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{4}{9}$

【考点】KK：等边三角形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】16：压轴题.

【分析】根据题意，易证 $\triangle AEH \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC$ ，利用相似比，可求出 $S_{\triangle AEH}$ 、 $S_{\triangle AFG}$ 面积比，再求出 $S_{\triangle ABC}$.

【解答】解： $\because AB$ 被截成三等分，

$$\therefore \triangle AEH \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore S_{\triangle AFG} : S_{\triangle ABC} = 4 : 9$$

$$S_{\triangle AEH} : S_{\triangle ABC} = 1 : 9$$

$$\therefore S_{\triangle AFG} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC}$$

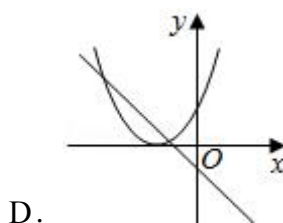
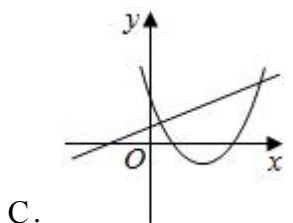
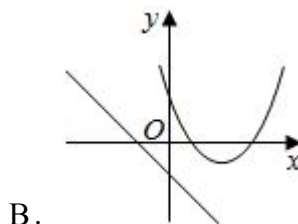
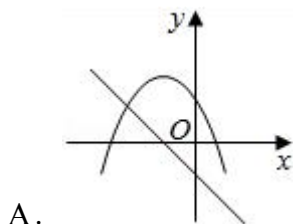
$$S_{\triangle AEH} = \frac{1}{9} S_{\triangle ABC}$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分的面积}} = S_{\triangle AFG} - S_{\triangle AEH} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} - \frac{1}{9} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

故选：C.

【点评】本题主要考查了利用三等分点求得各相似三角形的相似比，从而求出面积比计算阴影部分的面积，难度适中.

6. (4分) 在同一平面坐标系中，函数 $y = mx + m$ 和 $y = -mx^2 + 2x + 2$ (m 是常数，且 $m \neq 0$)的图象可能是()



【考点】F3：一次函数的图象；H2：二次函数的图象.

【专题】151：代数综合题.

【分析】 本题主要考查一次函数和二次函数的图象所经过的象限的问题，关键是 m 的正负的确定，对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，当 $a > 0$ 时，开口向上；当 $a < 0$ 时，开口向下．对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$ ，与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$ ．

【解答】 解：解法一：逐项分析

A、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m < 0$ ，即函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 开口方向朝上，与图象不符，故 A 选项错误；

B、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m < 0$ ，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2m} = \frac{1}{m} < 0$ ，则对称轴应在 y 轴左侧，与图象不符，故 B 选项错误；

C、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m > 0$ ，即函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 开口方向朝下，与图象不符，故 C 选项错误；

D、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m < 0$ ，即函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 开口方向朝上，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2m} = \frac{1}{m} < 0$ ，则对称轴应在 y 轴左侧，与图象相符，故 D 选项正确；

解法二：系统分析

当二次函数开口向下时， $-m < 0$ ， $m > 0$ ，

一次函数图象过一、二、三象限．

当二次函数开口向上时， $-m > 0$ ， $m < 0$ ，

对称轴 $x = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m} < 0$ ，

这时二次函数图象的对称轴在 y 轴左侧，

一次函数图象过二、三、四象限．

故选：D．

【点评】 主要考查了一次函数和二次函数的图象性质以及分析能力和读图能力，要掌握它们的性质才能灵活解题．

二．填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）已知实数 x 、 y 满足 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ，则 $\frac{2x+y}{2y} = \underline{2}$ ．

【考点】 S1：比例的性质．

【分析】 先用 y 表示出 x ，然后代入比例式进行计算即可得解．

【解答】姐： $\because \frac{x}{y} = \frac{3}{2},$

$$\therefore x = \frac{3}{2}y,$$

$$\therefore \frac{2x+y}{2y} = \frac{2 \times \frac{3}{2}y + y}{2y} = 2.$$

故答案为：2.

【点评】本题考查了比例的性质，根据两内项之积等于两外项之积用 y 表示出 x 是解题的关键.

8. (4分) 已知，两个相似的 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的最短边的长度之比是 3:1，若 $\triangle ABC$ 的周长是 27，则 $\triangle DEF$ 的周长为 9.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【分析】由两个相似的 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的最短边的长度之比是 3:1，得出相似比为 3:1，即可得其周长为 3:1，又由 $\triangle ABC$ 的周长为 27，即可求得 $\triangle DEF$ 的周长.

【解答】解： $\because$ 两个相似的 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的最短边的长度之比是 3:1，

$\therefore$ 周长比为 3:1，

$\because \triangle ABC$ 的周长为 27，

$$\therefore \frac{27}{\triangle DEF \text{ 的周长}} = 3,$$

$\therefore \triangle DEF$ 的周长为 9.

故答案为：9.

【点评】此题考查了相似三角形的性质. 注意掌握相似三角形周长的比等于相似比.

9. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中， G 是 $\triangle ABC$ 的重心，则 $\frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3}$.

【考点】K5：三角形的重心.

【分析】设 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高为 h ，根据三角形的重心到顶点的距离等于到对边中点的距离的 2 倍可得 $\triangle ABG$ 边 AB 上的高线为 $\frac{1}{3}h$ ，再根据三角形的面积公式计算即可得解.

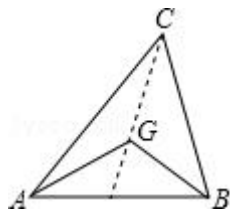
【解答】解：设 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高为 h ，

$\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore \triangle ABG$ 边 AB 上的高为 $\frac{1}{3}h$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot \frac{1}{3}h}{\frac{1}{2}AB \cdot h} = \frac{1}{3}.$$

故答案为: $\frac{1}{3}$.



【点评】 本题考查了三角形的重心, 熟记三角形的重心到顶点的距离等于到对边中点的距离的 2 倍是解题的关键, 本知识点在很多教材上已经不做要求.

10. (4 分) 在直角坐标平面内, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 2$ 沿 y 轴方向向下平移 3 个单位后, 得到新的抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x - 1$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】 解: 根据“上加下减”的原则可知, 把抛物线 $y = -x^2 + 2x + 2$ 沿 y 轴方向向下平移 3 个单位后所得到的抛物线解析式 $y = -x^2 + 2x + 2 - 3 = -x^2 + 2x - 1$.

故答案为: $y = -x^2 + 2x - 1$.

【点评】 本题考查的是二次函数的图象与几何变换, 熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键.

11. (4 分) 在直角坐标平面内, 抛物线 $y = -x^2 + c$ 在 y 轴 左 侧图象上升 (填“左”或“右”).

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 由于 $a = -1 < 0$, 且抛物线的对称轴为 y 轴, 根据二次函数的性质得到抛物线 $y = -x^2 + c$ 的开口向下, 在对称轴左侧 y 随 x 的增大而增大.

【解答】 解: $\because a = -1 < 0$,

$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + c$ 的开口向下, 且抛物线的对称轴为 y 轴,

$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + c$ 在对称轴左侧图象上升, y 随 x 的增大而增大.

故答案为左.

【点评】 本题考查了二次函数的图象的性质: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象为抛物线, 当 $a > 0$, 抛物线开口向上, 在对称轴左侧, y 随 x 的增大而减小, 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而增大; 对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$; 抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$; 当 $b^2 - 4ac > 0$, 抛物线与 x 轴有两个交点; 当 $b^2 - 4ac = 0$, 抛物线与 x 轴有一个交点; 当 $b^2 - 4ac < 0$, 抛物线与 x 轴没有交点.

12. (4 分) 正八边形绕其中心至少要旋转 45 度能与原图形重合.

【考点】 R3: 旋转对称图形.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据正八边形的性质, 求出每一条边所对的中心角, 就是所要旋转的度数.

【解答】 解: $360^\circ \div 8 = 45^\circ$.

故答案为: 45.

【点评】 本题考查了旋转变换图形, 求出每一条边所对的中心角即可, 比较简单.

13. (4 分) 已知圆 $\odot O$ 的直径为 10, 弦 AB 的长度为 8, M 是弦 AB 上一动点, 设线段 $OM = d$, 则 d 的取值范围是 $3 \leq d \leq 5$.

【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 首先过点 O 作 $OC \perp AB$ 于 C , 连接 OA , 根据垂径定理的即可求得 AC 的长, 又由 $\odot O$ 的直径为 10, 求得 $\odot O$ 的半径 OA 的长, 然后在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中, 利用勾股定理即可求得 OC 的长, 继而求得线段 OM 长度的取值范围.

【解答】 解: 过点 O 作 $OC \perp AB$ 于 C , 连接 OA ,

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$\because \odot O$ 的直径为 10,

$$\therefore OA = 5,$$

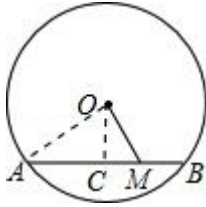
$$\text{在 } \text{Rt}\triangle OAC \text{ 中, } OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$\therefore$ 当 M 与 A 或 B 重合时, OM 最长为 5,

当 M 与 C 重合时, OM 最短为 3,

$\therefore$ 线段 OP 长度的取值范围是: $3 \leq d \leq 5$.

故答案为: $3 \leq d \leq 5$.



【点评】 本题考查的是垂径定理及勾股定理, 根据题意画出图形, 利用数形结合求解是解答此题的关键.

14. (4 分) 如图, 某人顺着山坡沿一条直线型的坡道滑雪, 当他滑过 130 米长的路程时, 他所在位置的竖直高度下降了 50 米, 则该坡道的坡比是 1:2.4.



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 首先根据勾股定理求得滑行的水平距离, 然后根据坡比的定义即可求解.

【解答】 解: 滑行的水平距离是: $\sqrt{130^2 - 50^2} = 120$ (米),

故坡道的坡比是: $50:120 = 1:2.4$.

故答案是: $1:2.4$.

【点评】 本题考查了勾股定理, 以及坡比的定义, 正确求得滑行的水平距离是关键.

15. (4 分) 两圆相切, 圆心距为 2cm , 一圆半径为 6cm , 则另一圆的半径为 4 或 8 cm .

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】 分两圆外切和两圆内切情况讨论, 很明显根据圆心距为 2cm 与一圆的半径为 6cm 不可能外切; 而内切时, 要分 6cm 为较长半径和较短半径两种情况考虑.

【解答】 解: 设另一圆的半径为 r ,

∵两圆相切，

∴两圆可能外切，也有可能内切，

∴当两圆外切时， $2 = 6 + r$ ，则 $r = -4$ （舍去）；

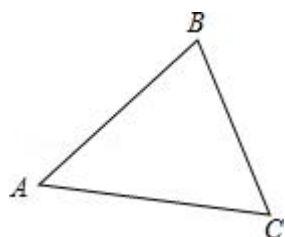
当两圆内切时， $2 = 6 - r$ 或 $2 = r - 6$ ，则 $r = 4\text{cm}$ 或 8cm ，

∴两圆内切，另一圆的半径为 4cm 或 8cm 。

【点评】 本题用到的知识点为：两圆外切，圆心距 = 两圆半径之和．两圆内切，圆心距 = 两圆半径之差．

16. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = 6$ ， $AC = 9$ ， D 、 E 分别是直线 AC 和 AB 上的点，

若 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ 且 $AD = 3$ ，则 $BE = \underline{4 \text{ 或 } 8}$ 。



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】 先将 $AB = 6$ ， $AC = 9$ ， $AD = 3$ 代入 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ，求出 $AE = 2$ ．由于 D 、 E 分

别是直线 AC 和 AB 上的点，则 $\angle DAE = \angle BAC$ ，所以若 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ，根据两边对

应成比例且夹角相等的两三角形相似得到 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，所以分两种情况进行讨论：① D 、 E 分别在线段 AC 和 AB 上；② D 、 E 分别在线段 AC 和 AB 的反向延长线上．

【解答】 解：将 $AB = 6$ ， $AC = 9$ ， $AD = 3$ 代入 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ，

$$\text{得 } \frac{3}{9} = \frac{AE}{6},$$

解得 $AE = 2$ ．

① D 、 E 分别在线段 AC 和 AB 上时，

$$\because AE = 2, AB = 6,$$

$$\therefore BE = AB - AE = 6 - 2 = 4;$$

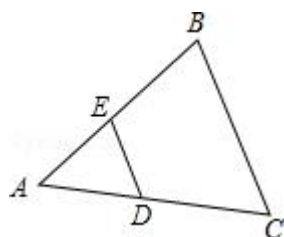
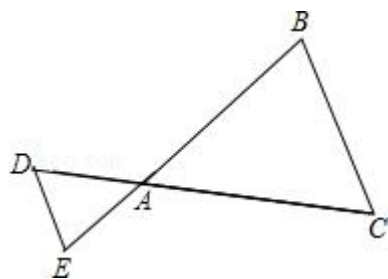
② D 、 E 分别在线段 AC 和 AB 的反向延长线上时，

$$\because AE = 2, AB = 6,$$

$$\therefore BE = AB + AE = 6 + 2 = 8.$$

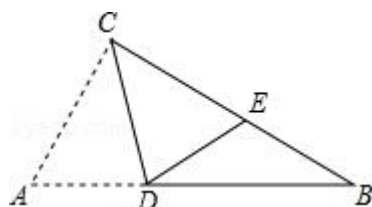
综上所述 BE 的长为 4 或 8.

故答案为 4 或 8.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质，直线的性质，进行分类讨论是解题的关键.

17. (4 分) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， D 是 AB 边上一点， $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折， A 点恰好落在 BC 边上的 E 点处，则 $\cot \angle EDB = \underline{\sqrt{3}}$.



【考点】 PB：翻折变换（折叠问题）；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】 先根据三角形内角和定理得出 $\angle A = 60^\circ$ ，再由轴对称的性质证明出 $\triangle CED \cong \triangle CAD$ ，则 $\angle CED = 60^\circ$ ，根据三角形外角的性质求出 $\angle EDB = 30^\circ$ ，然后根据特殊角的三角函数值求解.

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ACB - \angle B = 60^\circ.$$

$\because \triangle ACD$ 沿 CD 翻折， A 点恰好落在 BC 边上的 E 点处，

$$\therefore \triangle CED \cong \triangle CAD,$$

$$\therefore \angle CED = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CED - \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \cot \angle EDB = \cot 30^\circ = \sqrt{3}.$$

故答案为 $\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查了翻折变换（折叠问题），三角形外角的性质，特殊角的三角函数值，根据轴对称的性质证明出 $\triangle CED \cong \triangle CAD$ 是解题的关键.

18. (4 分) 已知，二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的部分对应值如下表，则 $f(-3)$
= 12 .

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

【考点】 H3：二次函数的性质.

【专题】 16：压轴题.

【分析】 根据二次函数的对称性结合图表数据可知， $x = -3$ 时的函数值与 $x = 5$ 时的函数值相同.

【解答】 解：由图可知， $f(-3) = f(5) = 12$.

故答案为：12.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，主要利用了二次函数的对称性，理解图表并准确获取信息是解题的关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，第 19--22 题，每题 10 分；第 23、24 题，每题 12 分；25 题 14 分；满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $\frac{\tan 45^\circ}{\sqrt{2}} + \sin 45^\circ - \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ$.

【考点】 T5：特殊角的三角函数值.

【分析】 将 $\tan 45^\circ = 1$ ， $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 分别代入即可得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】 解：原式} &= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \\ &= \sqrt{2} - 1. \end{aligned}$$

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值的知识，属于基础题，记忆一些特殊角的三角函数值是关键.

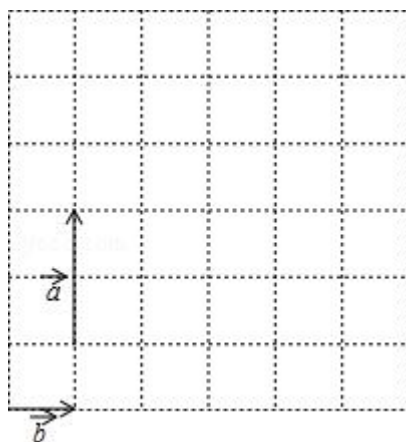
20. (10 分) 如图，在正方形网格中，每一个小正方形的边长都是 1，已知向量 $\vec{a}$

和 $\vec{b}$ 的起点、终点都是小正方形的顶点. 请完成下列问题:

(1) 设 $\vec{m}=3(\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b})-4(\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b})$; $\vec{n}=5(\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b})-3(6\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b})$. 判断向量 $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$ 是

否平行, 说明理由;

(2) 在正方形网格中画出向量: $4\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$, 并写出 $4\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$ 的模. (不需写出做法, 只要写出哪个向量是所求向量).



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 先将向量 $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$ 化简, 然后根据向量平行的定义即可作出判断;

(2) 分别画出 $4\vec{b}$ 及 $-\frac{3}{2}\vec{a}$, 然后可得出 $4\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$, 继而在格点三角形中可求出

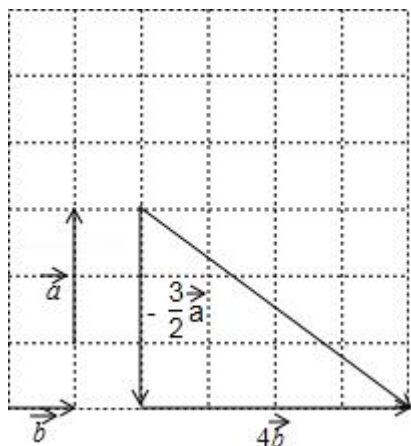
$4\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$ 的模.

【解答】 解: (1) $\vec{m}=\vec{a}$, $\vec{n}=-13\vec{a}$,

则 $\vec{n}=-13\vec{m}$,

故可得向量 $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$ 平行.

(2) 所画图形如下:



则 $|4\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a}| = 5$.

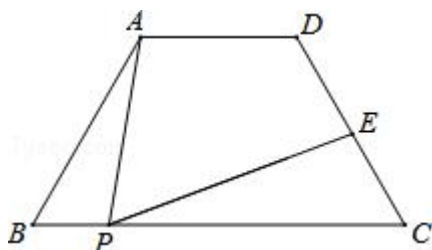
【点评】 本题考查了向量的知识, 注意掌握向量平行的判断方法及向量模的定义.

21. (10 分) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = 3$, $BC = 7$,

$\angle B = 45^\circ$, P 在 BC 边上, E 在 CD 边上, $\angle B = \angle APE$.

(1) 求等腰梯形的高;

(2) 求证: $\triangle ABP \sim \triangle PCE$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LJ: 等腰梯形的性质; S8: 相似三角形的判定.

【分析】 (1) 作 $AF \perp BC$ 于 F , 作 $DG \perp BC$ 于 G , 首先证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCG$, 得到 $BF = CG$, 再证明 $AFGD$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质求出等腰梯形的高即可;

(2) 利用等腰梯形的性质和相似三角形的判定方法证明: $\triangle ABP \sim \triangle PCE$ 即可.

【解答】 解: (1) 作 $AF \perp BC$ 于 F , 作 $DG \perp BC$ 于 G ,

$\therefore \angle AFB = \angle DGC = 90^\circ$ 且 $AF \parallel DG$,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCG$ 中 $\begin{cases} \angle AFB = \angle DGC \\ \angle B = \angle C \\ AB = DC \end{cases}$,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCG$,

$\therefore BF = CG$,

$\because AD \parallel BC$ 且 $AF \parallel DG$,

$\therefore AFGD$ 是平行四边形,

$\therefore AD = FG$,

$\because AD = 3, BC = 7, \therefore BF = 2$

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $\therefore \angle BAF = 45^\circ$,

$\therefore AF = BF = 2$,

$\therefore$ 等腰梯形的高为 2;

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

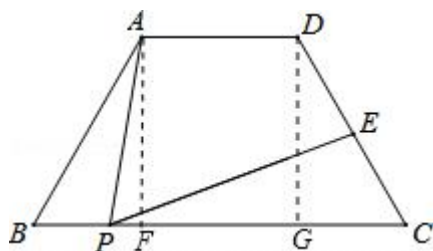
$\therefore \angle B = \angle C$,

$\because \angle APC = \angle APE + \angle EPC = \angle B + \angle BAP$,

又 $\because \angle B = \angle APE \therefore \angle BAP = \angle EPC$,

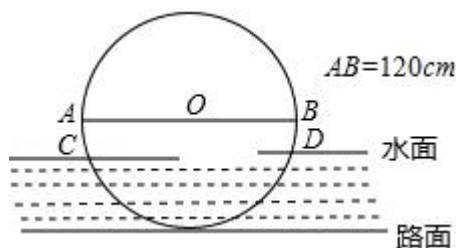
在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle PCE$ 中, $\begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle BAP = \angle EPC \end{cases}$

$\therefore \triangle ABP \sim \triangle PCE$.



【点评】 本题主要考查了等腰梯形的性质、全等三角形的判定和性质、平行四边形的判定和性质以及相似三角形的性质与判定, 相似三角形的判定是初中阶段考查的重点同学们应重点掌握.

22. (10 分) 由于连日暴雨导致某路段积水, 有一辆卡车驶入该积水路段. 如图所示, 已知这辆卡车的车轮外直径 (包含轮胎厚度) 为 120cm , 车轮入水部分的弧长约为其周长的 $\frac{1}{3}$, 试计算该路段积水深度 (假设路面水平).



【考点】 KQ: 勾股定理; M3: 垂径定理的应用.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】设车轮与地面相切于点 E ，连接 OE 与 CD 交于点 F ，连接 OC 。设 $\angle COD = n^\circ$ ，过点 O 作 OE 垂直路面于点 E ，交 CD 于点 F ，根据弧 CD 等于 $\odot O$ 周长的 $\frac{1}{3}$ ，故可得出 n 的值，再根据 $OE \perp CD$ 且 $OE = OC = OD = \frac{1}{2}AB$ 可得出 OE 的长，故 OF 是 $\angle COD$ 的平分线，所以 $\angle FOD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2}n$ ，再根据 $\angle FOD + \angle ODF = 90^\circ$ ，可得出 $\angle ODF$ 的度数，在 $\text{Rt}\triangle OFD$ 中由直角三角形的性质可得出 OF 的长，再根据 $FE = OE - OF$ 即可得出结论。

【解答】解：设车轮与地面相切于点 E ，连接 OE 与 CD 交于点 F ，连接 OC 。设 $\angle COD = n^\circ$ ，过点 O 作 OE 垂直路面于点 E ，交 CD 于点 F ，

$$\because \text{弧 } CD \text{ 等于 } \odot O \text{ 周长的 } \frac{1}{3}, \text{ 即 } \frac{n\pi d}{360} = \frac{1}{3}\pi d,$$

$$\therefore n = 120^\circ,$$

$$\because OE \perp CD \text{ 且 } OE = OC = OD = \frac{1}{2}AB = 60\text{cm},$$

因为路面平行水面，所以 OF 垂直于水面，

$$\text{又 } \because OE = OD,$$

$$\therefore OF \text{ 是 } \angle COD \text{ 的平分线},$$

$$\therefore \angle FOD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2}n = 60^\circ,$$

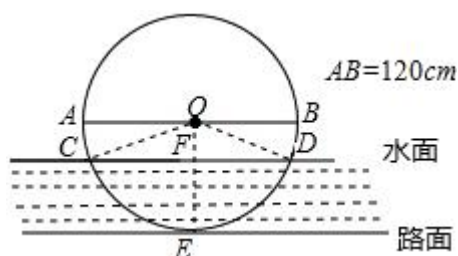
$$\because \angle FOD + \angle ODF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODF = 30^\circ$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle OFD \text{ 中}, OF = \frac{1}{2}OD = 30\text{cm},$$

$$\therefore FE = OE - OF = 30\text{cm},$$

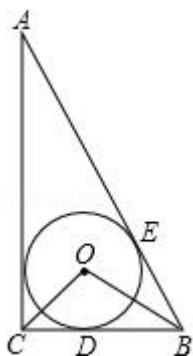
$$\therefore \text{积水深度 } 30\text{cm}.$$



【点评】本题考查的是垂径定理的应用，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形，利用直角三角形的性质求解是解答此题的关键。

23. (12分) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切

圆，其半径为 1， E 、 D 是切点， $\angle BOC = 105^\circ$. 求 AE 的长.



【考点】MI：三角形的内切圆与内心.

【分析】首先根据切线长的性质以及切线的性质得出 BD 的长，进而得出 BC 的长以及 AB 的长，即可得出 AE 的长.

【解答】解：连接 OD 、 OE .

则 $OD = OE = 1$,

$\because O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆圆心

$\therefore OB$ 、 OC 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线，

即 $\angle OBD = \angle OBE = \frac{1}{2} \angle ABC$ 且 $\angle OCD = \frac{1}{2} \angle ACB$

又 $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle OCD = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ$,

$\because OD$ 、 OE 是过切点的半径，

$\therefore OD \perp BC$ 且 $OE \perp AB$, $\therefore \angle OCD + \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore \angle COD = \angle OCD = 45^\circ$, $\therefore OD = CD = 1$,

$\because \angle COB = 105^\circ$, $\therefore \angle DOB = \angle COB - \angle COD = 60^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中，

$$\tan \angle BOD = \frac{DB}{OD} = \frac{DB}{1} = \sqrt{3},$$

$$\therefore DB = \sqrt{3},$$

$$\angle OBD + \angle BOD = 90^\circ , \therefore \angle OBD = 30^\circ ,$$

$$\because \angle DOB = \angle OBE = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ ,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 1 + \sqrt{3}$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

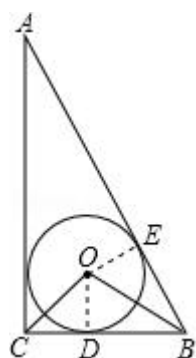
$$AB = 2 + 2\sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中,

$$\because OE = 1, \angle OBE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3},$$

$$\therefore AE = 2 + \sqrt{3}.$$



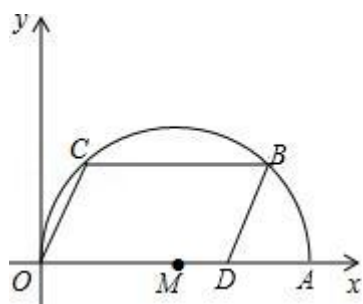
【点评】 此题主要考查了切线的性质以及锐角三角函数的应用，正确得出 $\angle ABC$ 的度数以及 BC 的长是解题关键.

24. (12分) 在直角坐标平面中，已知点 $A(10, 0)$ 和点 $D(8, 0)$. 点 C 、 B 在以 OA 为直径的 $\odot M$ 上，且四边形 $OCBD$ 为平行四边形.

(1) 求 C 点坐标;

(2) 求过 O 、 C 、 B 三点的抛物线解析式，并用配方法求出该抛物线的顶点坐标和对称轴;

(3) 判断：(2) 中抛物线的顶点与 $\odot M$ 的位置关系，说明理由.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 作 $MN \perp BC$ 于点 N ，连接 MC ，利用垂径定理求得线段 MN 后即可确定点 C 的坐标;

(2) 用同样的方法确定点 D 的坐标后利用待定系数法确定二次函数的解析式，然后配方后即可确定抛物线的顶点坐标及对称轴;

(3) 根据抛物线的顶点坐标和点 M 的坐标确定两点之间的距离, 然后根据半径与两点之间的线段的大小关系即可确定顶点与圆的位置关系.

【解答】解: (1) 如图, 作 $MN \perp BC$ 于点 N , 连接 MC ,

$\because A(10, 0)$ 和点 $D(8, 0)$.

$\therefore$ 点 $M(5, 0)$,

$\because$ 点 C 、 B 在以 OA 为直径的 $\odot M$ 上, 且四边形 $OCBD$ 为平行四边形,

$\therefore \odot M$ 的半径为 5, $BC = OD = 8$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle MNC$ 中, $MC = 5$, $NC = \frac{1}{2}BC = 4$,

$\therefore MN = 3$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(1, 3)$;

(2) $\because$ 点 C 的坐标为 $(1, 3)$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(9, 3)$,

设过 O 、 C 、 B 三点的抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx$,

$$\therefore \begin{cases} a+b=3 \\ 81a+9b=3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=\frac{10}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 解析式为: $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x$,

$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x = -\frac{1}{3}(x-5)^2 + \frac{25}{3}$,

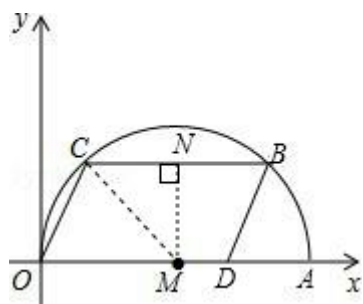
$\therefore$ 对称轴为 $x = 5$, 顶点坐标为 $(5, \frac{25}{3})$;

(3) $\because$ 顶点坐标为 $(5, \frac{25}{3})$, 点 M 的坐标为 $(5, 0)$,

$\therefore$ 顶点到点 M 的距离为 $\frac{25}{3}$,

$\therefore \frac{25}{3} > 5$

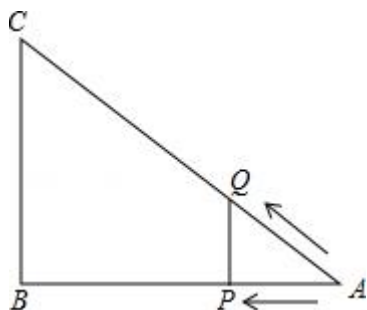
$\therefore$ 抛物线的顶点在 $\odot M$ 外.



【点评】 本题考查了二次函数的综合知识，还考查了点与圆的位置关系，本题难度不大，但综合性比较强．

25. (14分) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 8\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ，点 P 从 A 点出发，以 1cm/秒 的速度沿 AB 向 B 点匀速运动，点 Q 从 A 点出发，以 $x\text{cm/秒}$ 的速度沿 AC 向 C 点匀速运动，且 P 、 Q 两点同时从 A 点出发，设运动时间为 t 秒，连接 PQ ．解答下列问题：

- (1) 当 P 点运动到 AB 的中点时，若恰好 $PQ \parallel BC$ ，求此时 x 的值；
- (2) 求当 x 为何值时， $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ ；
- (3) 当 $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ 时，将 $\triangle APQ$ 沿 PQ 翻折， A 点落在 A' ，设 $\triangle A'PQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S ，写出 S 关于 t 的函数解析式及定义域．



【考点】 SO：相似形综合题．

【分析】 (1) $PQ \parallel BC$ ， P 是 AB 的中点，则 Q 一定是 AC 的中点，求得 AQ 的长，则速度 x 即可求得；

(2) $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ ，则一定有 $PQ \parallel BC$ ，即与 (1) 相同，即可求得 x 的值；

(3) 根据 (2) 中所求，再分 $0 < t \leq 4$ 和 $4 < t < 8$ 两种情况进行讨论，当 $0 < t \leq 4$ 时重合部分就是 $\triangle A'PQ$ ；当 $4 < t < 8$ 时，重合部分是直角梯形，根据梯形的面积公式即可求解．

【解答】 解：(1) 设 $AP = t$ ， $AQ = xt$ ($0 \leq t \leq 8$) $\because AB = 8$ $AP = \frac{1}{2}AB = 4$ 即 t

$$= 4$$

$$\because \text{Rt}\triangle ABC, \angle B = 90^\circ, AB = 8 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore AC = 10 \text{ cm}$$

$$\because PQ \parallel BC$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$$

$$\text{即 } \frac{4}{8} = \frac{4x}{10}$$

$$\text{解得: } x = \frac{5}{4}$$

$$(2) \text{ 当 } BC \parallel PQ \text{ 时, } \triangle ABC \sim \triangle APQ. \text{ 此时与 (1) 相同, } x = \frac{5}{4};$$

$$(3) \text{ 当 } x = \frac{5}{4} \text{ 时,}$$

$$\because BC \parallel PQ,$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC},$$

$$\therefore PQ = \frac{AP \cdot BC}{AB} = \frac{6t}{8} = \frac{3}{4}t,$$

$$\text{则当 } 0 < t \leq 4 \text{ 时, 重叠部分的面积为 } S = S_{\triangle A'PQ} = S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2}AP \cdot PQ = \frac{1}{2}t \cdot \frac{3}{4}t = \frac{3}{8}t^2;$$

$$\text{当 } 4 < t \leq 8 \text{ 时, 如图 1 所示, 则 } A'P = AP = t, PQ = \frac{3}{4}t,$$

$$\therefore BP = AB - AP = 8 - t,$$

$$\text{则 } A'B = t - (8 - t) = 2t - 8,$$

$$\because BD \parallel PQ,$$

$$\therefore \frac{BD}{PQ} = \frac{A'B}{A'P}$$

$$\therefore BD = \frac{(2t-8) \cdot \frac{3}{4}t}{t} = \frac{3}{2}(t-4),$$

$$\therefore S = S_{\text{四边形 } BDQP} = \frac{1}{2}(BD + PQ) \cdot BP = \frac{1}{2}[\frac{3}{2}(t-4) + \frac{3}{4}t] \cdot (8-t) = -\frac{9}{8}t^2 + 12t -$$

$$24,$$

则当 $x = \frac{5}{4}$ 时, 函数解析式是: $S = \begin{cases} \frac{3}{8}t^2 (0 < t \leq 4) \\ -\frac{9}{8}t^2 + 12t - 24 (4 < t \leq 8) \end{cases}$.

当 $x = \frac{4}{5}$ 时, 同理可得出 $S = \begin{cases} \frac{6}{25}t^2 (0 < t \leq \frac{25}{4}) \\ -\frac{342}{175}t^2 + \frac{192}{7}t - \frac{600}{7} (\frac{25}{4} < t \leq 8) \end{cases}$.

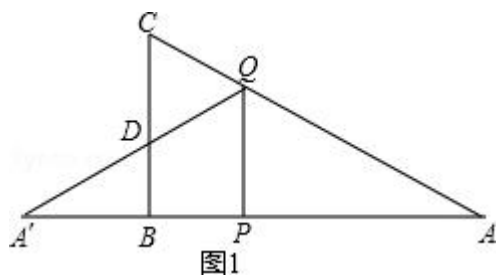


图1

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 正确分情况讨论, 因求得 x 的值是关键.