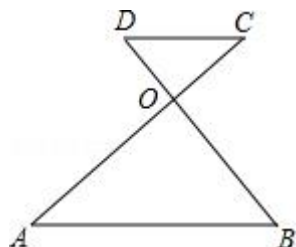


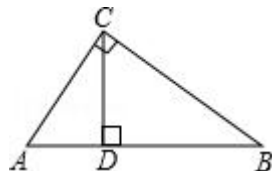
2013 年上海市徐汇区中考数学一模试卷

一. 选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的】

1. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $AB = 13$, 那么 $\tan A$ 等于 ()
 A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{13}{5}$
2. (4 分) 将抛物线 $y = x^2$ 沿 y 轴向上平移 1 个单位后所得抛物线的解析式是 ()
 A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 1$ C. $y = (x - 1)^2$ D. $y = (x + 1)^2$
3. (4 分) 坡度等于 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡的坡角等于 ()
 A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°
4. (4 分) 关于二次函数 $y = (x + 2)^2$ 的图象, 下列说法正确的是 ()
 A. 开口向下
 B. 最低点是 $A(2, 0)$
 C. 对称轴是直线 $x = 2$
 D. 对称轴的右侧部分是上升的
5. (4 分) 如图, AC 、 BD 相交于点 O , 下列条件中能判定 $CD \parallel AB$ 的是 ()



- A. $\frac{AO}{DO} = \frac{BO}{CO}$ B. $\frac{AO}{CD} = \frac{AB}{CD}$ C. $\frac{BO}{DO} = \frac{CO}{AO}$ D. $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$
6. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 垂足为 D , 那么下列结论中错误的是 ()



- A. $AC^2 \cdot BD = BC^2 \cdot AD$ B. $BC^2 \cdot BD = CD^2 \cdot AB$
 C. $AD \cdot BC = AC \cdot CD$ D. $CD \cdot BC = AC \cdot BD$

二. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

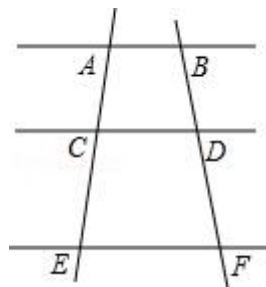
7. (4分) 计算: $2\sin 60^\circ \cdot \tan 45^\circ =$ _____.

8. (4分) 计算: $\vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{2}(2\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

9. (4分) 抛物线 $y = -2x^2 - x + 3$ 与 y 轴交点的坐标是_____.

10. (4分) 如果两个相似三角形对应角平分线的比是 2:3, 那么它们对应高的比是_____.

11. (4分) 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AC:CE = 2:3$, $BF = 15$, 那么 $BD =$ _____.



12. (4分) 点 C 是线段 AB 上一点, $BC = 2AC$, 点 M 、 N 分别是线段 AC 、 BC 的中点, 那么 $MN:BC$ 等于_____.

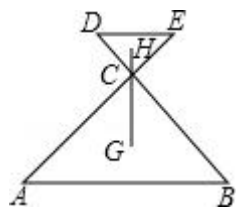
13. (4分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过 $(-1, 0)$ 和 $(5, 0)$ 两点, 那么该抛物线的对称轴是_____.

14. (4分) 在以 O 为坐标原点的直角坐标平面内有一点 $A(2, 4)$, 如果 AO 与 x 轴正半轴的夹角为 α , 那么 $\cos \alpha =$ _____.

15. (4分) 小明同学身高 1.5 米, 经太阳光照射, 在地面的影长为 2 米, 他此时测得旗杆在同一地面的影长为 12 米, 那么旗杆高为_____米.

16. (4分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 且 $OA:OB = 1:3$, $OB = OC$, 那么 a 的值是_____.

17. (4分) 两个等腰直角三角形 ACB 和 DCE 的位置如图所示, 点 A 、 C 、 E 和点 B 、 C 、 D 分别在一直线上, $\angle ACB = 90^\circ$, $AE = 4\sqrt{2}$, $AB = 3DE$, 点 G 、 H 分别是 $\triangle ACB$ 、 $\triangle DCE$ 的重心, 联结 GH , 那么 $GH =$ _____.



18. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 4$, 点 D 是斜边 AB 的中点, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转, 使得点 B 落在射线 CD 上, 点 A 落在点 A' . 那

么 AA' 的长是_____.

三. (本大题共 7 题, 第 19-22 题每题 10 分; 第 23、24 题每题 12 分; 第 25 题 14 分; 满分 78 分)

19. (10 分) 抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 经过点 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 两点.

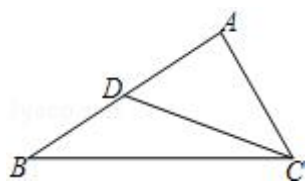
(1) 求抛物线顶点 D 的坐标;

(2) 抛物线与 x 轴的另一交点为 A , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 的中点, $\triangle ABC$, $\triangle BCD$. $AB = \sqrt{2}AC$, $BC = 4$.

(1) 求 CD 的长;

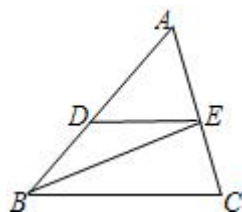
(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 求向量 $\overrightarrow{CD}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E , 过点 E 作 $ED \parallel BC$ 交 AB 于点 D .

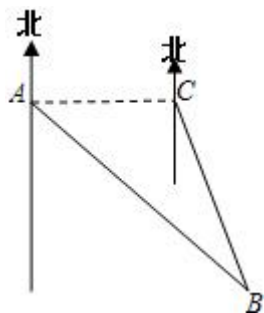
(1) 求证: $AE \cdot BC = BD \cdot AC$;

(2) 如果 $S_{\triangle ADE} = 3$, $S_{\triangle BDE} = 2$, $DE = 6$, 求 BC 的长.



22. (10 分) 如图, 小岛 B 正好在深水港口 A 的东南方向, 一艘集装箱货船从港口 A 出发, 沿正东方向以每小时 30 千米的速度行驶, 40 分钟后在 C 处测得小岛 B 在它的南偏东 15° 方向, 求小岛 B 离开深水港口 A 的距离. (精确到 0.1 千米)

参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{6} \approx 2.45$, $\sin 15^\circ \approx 0.26$, $\cos 15^\circ \approx 0.97$, $\tan 15^\circ \approx 0.27$.



23. (12分) “数学迷”小楠通过从“特殊到一般”的过程，对倍角三角形（一个内角是另一个内角的2倍的三角形）进行研究．得出结论：如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c ，如果 $\angle A = 2\angle B$ ，那么 $a^2 - b^2 = bc$ ．

下面给出小楠对其中一种特殊情形的一种证明方法．

已知：如图2，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ．

求证： $a^2 - b^2 = bc$ ．

证明：如图2，延长 CA 到 D ，使得 $AD = AB$ ．

$$\therefore \angle D = \angle ABD,$$

$$\because \angle CAB = \angle D + \angle ABD = 2\angle D, \angle CAB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle D = 45^\circ, \because \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle ABC, \text{ 又 } \angle C = \angle C$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCD$$

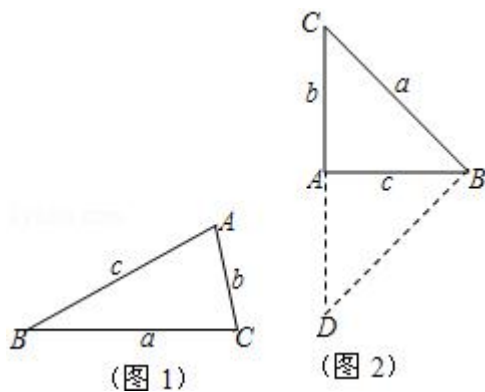
$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{BC}, \text{ 即 } \frac{a}{b+c} = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = bc$$

根据上述材料提供的信息，请你完成下列情形的证明（用不同于材料中的方法也可以）：

已知：如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 2\angle B$ ．

求证： $a^2 - b^2 = bc$ ．



24. (12分) 抛物线 $y = mx^2 - 5mx + n$ 与 y 轴正半轴交于点 C , 与 x 轴分别交于点 A 和点 $B(1, 0)$, 且 $OC^2 = OA \cdot OB$.

(1) 求抛物线的解析式;

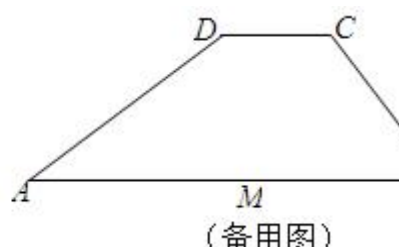
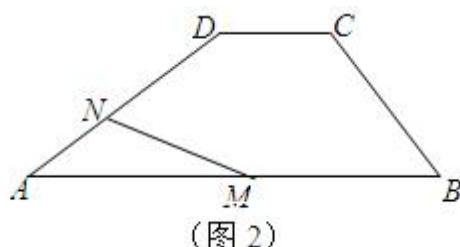
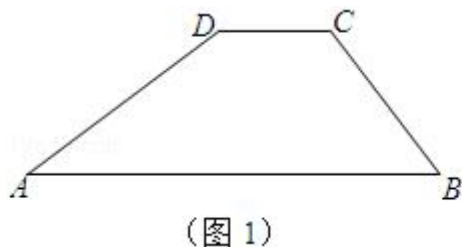
(2) 点 P 是 y 轴上一点, 当 $\triangle PBC$ 和 $\triangle ABC$ 相似时, 求点 P 的坐标.

25. (14分) 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $CD = 10$, $AB = 50$, $\cos A = \frac{4}{5}$, $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 点 M 是边 AB 的中点, 点 N 是边 AD 上的动点.

(1) 如图 1, 求梯形 $ABCD$ 的周长;

(2) 如图 2, 联结 MN , 设 $AN = x$, $MN \cdot \cos \angle NMA = y$ ($0^\circ < \angle NMA < 90^\circ$), 求 y 关于 x 的关系式及定义域;

(3) 如果直线 MN 与直线 BC 交于点 P , 当 $\angle P = \angle A$ 时, 求 AN 的长.



2013 年上海市徐汇区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的】

1. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $AB = 13$, 那么 $\tan A$ 等于 ()

- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{13}{5}$

【考点】KQ: 勾股定理; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】11: 计算题.

【分析】先根据勾股定理计算出 $BC = 12$, 然后根据正切的定义求解.

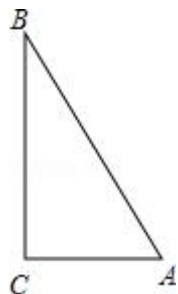
【解答】解: 如图,

$$\because \angle C = 90^\circ, AC = 5, AB = 13,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{5}.$$

故选: C.



【点评】本题考查了锐角三角函数的定义: 在直角三角形中, 一锐角的正切等于它的对边与邻边的比值. 也考查了勾股定理.

2. (4 分) 将抛物线 $y = x^2$ 沿 y 轴向上平移 1 个单位后所得抛物线的解析式是 ()

- A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 1$ C. $y = (x - 1)^2$ D. $y = (x + 1)^2$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】先求出平移后的抛物线的顶点坐标, 再利用顶点式抛物线解析式写出即可.

【解答】解: 抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$,

向上平移 1 个单位后抛物线的顶点坐标为 $(0, 1)$,

所以, 平移后的抛物线解析式为 $y = x^2 + 1$.

故选: B .

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减. 并用根据规律利用点的变化确定函数解析式.

3. (4 分) 坡度等于 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡的坡角等于 ()

- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 根据坡度就是坡角的正切值即可求解.

【解答】 解: 坡角 α , 则 $\tan\alpha = 1:\sqrt{3}$,

则 $\alpha = 30^\circ$.

故选: A .

【点评】 本题主要考查了坡度的定义, 理解坡度和坡角的关系是解题的关键.

4. (4 分) 关于二次函数 $y = (x+2)^2$ 的图象, 下列说法正确的是 ()

- A. 开口向下
B. 最低点是 $A(2, 0)$
C. 对称轴是直线 $x = 2$
D. 对称轴的右侧部分是上升的

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据二次函数的性质对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】 解: A 、 $\because a = 1 > 0$,

$\therefore$ 开口向上, 故本选项错误;

B 、最低点, 即顶点坐标为 $(-2, 0)$, 故本选项错误;

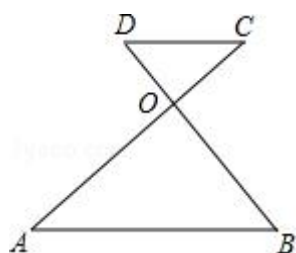
C 、对称轴是直线 $x = -2$, 故本选项错误;

D 、对称轴的右侧部分是上升的正确, 故本选项正确.

故选: D .

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 主要利用了开口方向, 顶点坐标, 对称轴以及二次函数的增减性.

5. (4 分) 如图, AC 、 BD 相交于点 O , 下列条件中能判定 $CD \parallel AB$ 的是 ()



A. $\frac{AO}{DO} = \frac{BO}{CO}$

B. $\frac{AO}{CD} = \frac{AB}{CD}$

C. $\frac{BO}{DO} = \frac{CO}{AO}$

D. $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、AO 与 DO，BO 与 CO 不是对应线段，不能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项错误；

B、AO 与 CD，AB 与 CD 不是对应线段，不能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项错误；

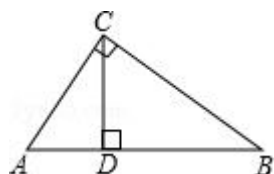
C、应为 $\frac{BO}{DO} = \frac{AO}{CO}$ ，能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项错误；

D、 $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$ 能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理，根据图形准确找出对应线段是解题的关键.

6. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 垂足为 D，那么下列结论中错误的是 ()



A. $AC^2 \cdot BD = BC^2 \cdot AD$

B. $BC^2 \cdot BD = CD^2 \cdot AB$

C. $AD \cdot BC = AC \cdot CD$

D. $CD \cdot BC = AC \cdot BD$

【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】根据直角三角形的性质和相似三角形的判定可知 $\triangle ADC \sim \triangle CDB \sim \triangle ACB$ ，利用相似三角形的性质：对应边的比值相等即可的到问题的答案.

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 垂足为 D，

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle CDB \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB, \quad BC^2 = BD \cdot AB,$$

$\therefore AC^2 \cdot BD = BC^2 \cdot AD$ ，故选项 A 正确；故选项 B 错误；

$$\because \triangle ADC \sim \triangle CDB,$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{BD},$$

$\therefore AD \cdot BC = AC \cdot CD$, $CD \cdot BC = AC \cdot BD$, 故选项 C 和 D 都正确;

故选: B.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用.

二. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $2\sin 60^\circ \cdot \tan 45^\circ = \underline{\sqrt{3}}$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 将特殊角的三角函数值代入运算即可.

【解答】 解: 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \sqrt{3}$.

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练掌握特殊角的三角函数值.

8. (4 分) 计算: $\vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{2}(2\vec{a} - \vec{b}) = \underline{\frac{3}{2}\vec{b}}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 去括号, 合并同类向量即可得解.

【解答】 解: $\vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{2}(2\vec{a} - \vec{b})$,

$$= \vec{a} + \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$= \frac{3}{2}\vec{b}.$$

故答案为: $\frac{3}{2}\vec{b}$.

【点评】 本题考查了平面向量的运算, 比较简单, 去括号, 合并即可, 要注意去括号时符号的处理.

9. (4 分) 抛物线 $y = -2x^2 - x + 3$ 与 y 轴交点的坐标是 $\underline{(0, 3)}$.

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 令 $x = 0$, 可直接求出抛物线与 y 轴的交点坐标.

【解答】解：∵抛物线与 y 轴交点的横坐标为 0，即 $x = 0$ ，

∴此时 $x = 0$ ， $y = 3$ ，

∴抛物线 $y = -2x^2 - x + 3$ 与 y 轴交点的坐标是 $(0, 3)$ 。

【点评】主要考查了二次函数图象与 y 轴的交点坐标特点。

10. (4 分) 如果两个相似三角形对应角平分线的比是 2:3，那么它们对应高的比是 2:3。

【考点】S7: 相似三角形的性质。

【分析】根据相似三角形对应角平分线的比等于相似比，对应高的比等于相似比解答即可。

【解答】解：∵相似三角形对应角平分线的比是 2:3，

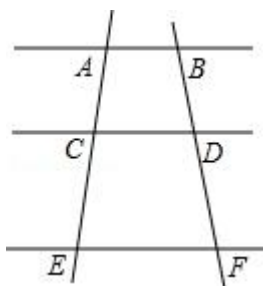
∴它们的相似比为 2:3，

∴它们对应高的比是 2:3。

故答案为：2:3。

【点评】本题考查了相似三角形的性质，主要利用了相似三角形对应角平分线的比，对应高的比，对应中线的比都等于相似比的性质。

11. (4 分) 如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $AC:CE = 2:3$ ， $BF = 15$ ，那么 $BD =$ 6。



【考点】S4: 平行线分线段成比例。

【分析】根据平行线分线段成比例定理得出比例式，代入求出即可。

【解答】解：∵ $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $AC:CE = 2:3$ ， $BF = 15$ ，

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{BD}{15-BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore BD = 6,$$

故答案为：6。

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理的应用，注意：对应线段成比例。

12. (4分) 点 C 是线段 AB 上一点, $BC = 2AC$, 点 M 、 N 分别是线段 AC 、 BC 的中点, 那么 $MN:BC$ 等于 $3:4$ (或 $\frac{3}{4}$).

【考点】S2: 比例线段.

【分析】先由 $BC = 2AC$ 求出 $BC = \frac{2}{3}AB$, 再根据“点 M 、 N 分别是 AC 、 BC 的中点”, 先求出 $MN = \frac{1}{2}AB$, 依此即可得到 $MN:BC$ 的值.

【解答】解: $\because$ 点 C 是线段 AB 上一点, $BC = 2AC$,

$$\therefore BC = \frac{2}{3}AB,$$

$\because$ 点 M 、 N 分别是 AC 、 BC 的中,

$$\therefore MN = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore MN:BC = 3:4 \text{ (或 } \frac{3}{4} \text{)}.$$

故答案为: $3:4$ (或 $\frac{3}{4}$).

【点评】本题主要考查了线段的中点定义和线段之间的比, 线段的中点把线段分成两条相等的线段.

13. (4分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过 $(-1, 0)$ 和 $(5, 0)$ 两点, 那么该抛物线的对称轴是 直线 $x = 2$.

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】根据抛物线的对称性得到抛物线的对称轴经过两点 $(-1, 0)$ 和 $(5, 0)$ 的中点, 于是可得到抛物线的对称轴为直线 $x = 2$.

【解答】解: $\because$ 点 $(-1, 0)$ 和 $(5, 0)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的两个交点,

$\therefore$ 点 $(-1, 0)$ 和 $(5, 0)$ 关于对称轴对称,

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = \frac{-1+5}{2} = 2.$$

故答案是: 直线 $x = 2$.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点, 根据已知点的纵坐标相等得到关于对称轴对称是解题的关键.

14. (4分) 在以 O 为坐标原点的直角坐标平面内有一点 $A(2, 4)$, 如果 AO 与

x 轴正半轴的夹角为 α ，那么 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 。

【考点】 D5：坐标与图形性质；KQ：勾股定理；T1：锐角三角函数的定义。

【分析】 本题可以利用锐角三角函数的定义、坐标与图形性质以及勾股定理的知识求解。

【解答】 解：根据题意可得 $OA = 2\sqrt{5}$ ，

$$\therefore \cos\alpha = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

故答案为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。

【点评】 本题考查了锐角三角函数的定义、坐标与图形性质以及勾股定理的知识，此题比较简单，易于掌握。

15. (4 分) 小明同学身高 1.5 米，经太阳光照射，在地面的影长为 2 米，他此时测得旗杆在同一地面的影长为 12 米，那么旗杆高为 9 米。

【考点】 SA：相似三角形的应用。

【分析】 设旗杆高为 xm ，根据同时同地物高与影长成正比列出比例式，求解即可。

【解答】 解：设旗杆高为 xm ，

根据题意得， $\frac{1.5}{2} = \frac{x}{12}$ ，

解得 $x = 9m$ 。

故答案为：9。

【点评】 本题主要考查同一时刻物高和影长成正比。考查利用所学知识解决实际问题的能力。

16. (4 分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C ，且 $OA : OB = 1 : 3$ ， $OB = OC$ ，那么 a 的值是 1 或 -1。

【考点】 HA：抛物线与 x 轴的交点。

【分析】 此题需要分类讨论：①当点 A 在 x 轴的负半轴，点 B 在 x 轴的正半轴；
②点 A 、 B 均在 x 轴的正半轴上时来求 a 的值。

【解答】 解：令 $x = 0$ ，则 $y = 3$ ，即点 C 的坐标是 $(0, 3)$ ，则 $OC = 3$ 。

①如图 1，点 A 、 B 均在 x 轴的正半轴上时。

$$\because OA : OB = 1 : 3, OB = OC,$$

$$\therefore OA = 1, OB = 3,$$

令 $y = 0$, 则 $ax^2 + bx + 3 = 0$,

$\therefore 1, 3$ 为该方程的两个根,

$$\therefore 3 = \frac{3}{a},$$

解得, $a = 1$;

②如图2, 当点 A 在 x 轴的负半轴, 点 B 在 x 轴的正半轴上时.

$$\because OA:OB = 1:3, OB = OC,$$

$$\therefore OA = 1, OB = 3,$$

令 $y = 0$, 则 $ax^2 + bx + 3 = 0$,

$\therefore -1, 3$ 为该方程的两个根,

$$\therefore -3 = \frac{3}{a},$$

解得, $a = -1$;

综合①②知, a 的值是 1 或 -1.

故答案是: 1 或 -1.

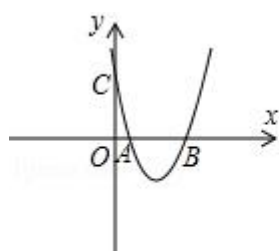


图1

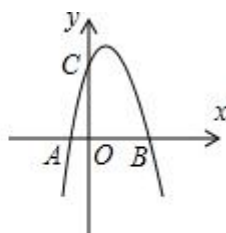
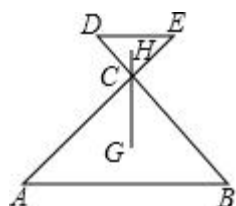


图2

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点. 解答该题时需要分类讨论, 以防漏解或者错解. 另外注意数形结合数学思想的应用.

17. (4 分) 两个等腰直角三角形 ACB 和 DCE 的位置如图所示, 点 A 、 C 、 E 和点 B 、 C 、 D 分别在一直线上, $\angle ACB = 90^\circ$, $AE = 4\sqrt{2}$, $AB = 3DE$, 点 G 、 H 分别是 $\triangle ACB$ 、 $\triangle DCE$ 的重心, 联结 GH , 那么 $GH = \frac{8}{3}$.



【考点】 K5: 三角形的重心.

【分析】 根据等腰直角三角形的性质求出两个三角形 $\triangle CDE$ 和 $\triangle ABC$ 的斜边上的高的和，再根据三角形的重心到顶点的距离等于到底边的对边中点的 2 倍计算即可得解．

【解答】 解： $\because AE = 4\sqrt{2}$ ， $\triangle ACB$ 、 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore \triangle CDE \text{ 和 } \triangle ABC \text{ 的斜边上的高的和} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4\sqrt{2} = 4,$$

$\because$ 点 G 、 H 分别是 $\triangle ACB$ 、 $\triangle DCE$ 的重心，

$$\therefore GH = \frac{2}{1+2} \times 4 = \frac{8}{3}.$$

故答案为： $\frac{8}{3}$ ．

【点评】 本题考查了三角形的重心，三角形的重心到顶点的长度等于到对边中点的长度的 2 倍，等腰直角三角形的性质．

18. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 4$ ，点 D 是斜边 AB 的中点，把 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转，使得点 B 落在射线 CD 上，点 A 落在点 A' ．那么 AA' 的长是 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ．

【考点】 R2：旋转的性质．

【分析】 先根据勾股定理计算出 $BC = 3$ ，由点 D 是斜边 AB 的中点，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得 $DC = DB$ ，则 $\angle DCB = \angle B$ ，再根据旋转的性质得 $\angle B = \angle B'$ ， $CA = CA' = 4$ ， $AB = A'B' = 5$ ， $\angle ACB = \angle A'CB' = 90^\circ$ ，则 $\angle B' = \angle DCB$ ，得到 $A'B' \parallel BC$ ，所以 $A'B' \perp AC$ ，利用面积法可计算出 $CE = \frac{12}{5}$ ， $AE = AC - CE = 4 - \frac{12}{5} = \frac{8}{5}$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle A'CE$ 中，利用勾股定理计算出 $A'E = \frac{16}{5}$ ，再在 $\text{Rt}\triangle AA'E$ 中利用勾股定理可计算出 AA' ．

【解答】 解：设 AC 与 $A'B'$ 的交点为 E ，如图，

$$\because \angle C = 90^\circ, AB = 5, AC = 4,$$

$$\therefore BC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$\because$ 点 D 是斜边 AB 的中点，

$$\therefore DC = DB,$$

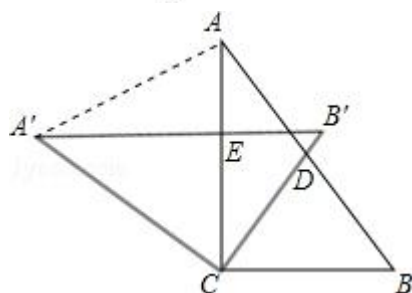
$$\therefore \angle DCB = \angle B,$$

$\because \triangle ABC$ 绕点 C 旋转, 使得点 B 落在射线 CD 上, 点 A 落在点 A' ,
 $\therefore \angle B = \angle B'$, $CA = CA' = 4$, $AB = A'B' = 5$, $\angle ACB = \angle A'CB' = 90^\circ$,
 $\therefore \angle B' = \angle DCB$,
 $\therefore A'B' \parallel BC$,
 而 $\angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore A'B' \perp AC$,
 $\therefore \frac{1}{2}CE \cdot A'B' = \frac{1}{2}A'C \cdot CB'$,
 $\therefore CE = \frac{12}{5}$,
 $\therefore AE = AC - CE = 4 - \frac{12}{5} = \frac{8}{5}$

在 $\text{Rt}\triangle A'CE$ 中, $A'E = \sqrt{A'C^2 - CE^2} = \frac{16}{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle AA'E$ 中, $AA' = \sqrt{A'E^2 + AE^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$.

故答案为 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质: 旋转前后两图形全等; 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角. 也考查了直角三角形斜边上的中线性质以及勾股定理.

三. (本大题共 7 题, 第 19-22 题每题 10 分; 第 23、24 题每题 12 分; 第 25 题 14 分; 满分 78 分)

19. (10 分) 抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 经过点 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 两点.

(1) 求抛物线顶点 D 的坐标;

(2) 抛物线与 x 轴的另一交点为 A , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

【考点】 H3: 二次函数的性质; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 (1) 利用待定系数法代入求出 a , c 的值, 进而利用配方法求出 D 点坐标即可;

(2) 首先求出图象与 x 轴的交点坐标, 进而求出 $\triangle ABC$ 的面积.

【解答】 解: (1) 由题意, 得 $\begin{cases} 9a+6+c=0 \\ c=3 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a=-1 \\ c=3 \end{cases}$,

则 $y = -x^2+2x+3 = -(x-1)^2+4$,

则 $D(1, 4)$;

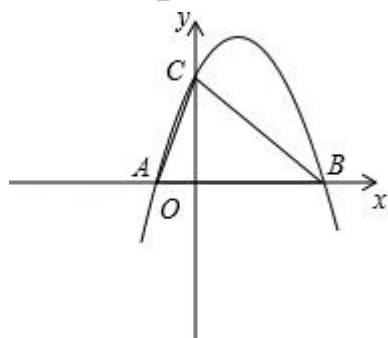
(2) 由题意, 得 $-x^2+2x+3=0$,

解得 $x_1 = -1, x_2 = 3$;

则 $A(-1, 0)$,

又 $\because B(3, 0), C(0, 3)$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$.

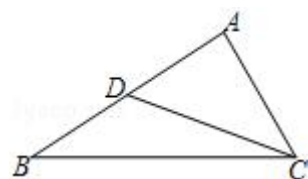


【点评】 此题主要考查了待定系数法求二次函数解析式以及配方法求顶点坐标和二次函数图象与坐标轴交点求法, 正确画出二次函数图象是解题关键.

20. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 的中点, $\triangle ABC$, $\triangle BCD$. $AB = \sqrt{2}AC$, $BC = 4$.

(1) 求 CD 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 求向量 $\overrightarrow{CD}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 利用两边及其夹角的方法判断 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$, 然后利用相似三角

形的性质可得出 CD .

(2) 表示出 $\overrightarrow{AD}$, 继而根据 $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$, 即可得出答案.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 D 是边 AB 的中点, $AB = \sqrt{2}AC$,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2}AC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

又 $\because \angle A = \angle A$,

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{AC}{AB}, \quad \text{即} \quad \frac{CD}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{2}.$$

(2) $\because$ 点 D 是边 AB 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{a},$$

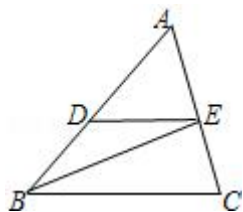
$$\therefore \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}.$$

【点评】 本题考查了平面向量、相似三角形的判定与性质, 注意熟练掌握相似三角形判定的三种方法, 难度一般.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E , 过点 E 作 $ED \parallel BC$ 交 AB 于点 D .

(1) 求证: $AE \cdot BC = BD \cdot AC$;

(2) 如果 $S_{\triangle ADE} = 3$, $S_{\triangle BDE} = 2$, $DE = 6$, 求 BC 的长.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E , $ED \parallel BC$, 可证得 $BD = DE$, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 证得 $AE \cdot BC = BD \cdot AC$;

(2) 根据三角形面积公式与 $S_{\triangle ADE} = 3$, $S_{\triangle BDE} = 2$, 可得 $AD : BD = 3 : 2$, 然后由平行线分线段成比例定理, 求得 BC 的长.

【解答】(1) 证明: $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE. \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle CBE \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DEB.$$

$$\therefore BD = DE, \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{BD}{BC},$$

$$\therefore AE \cdot BC = BD \cdot AC; \cdots (1 \text{ 分})$$

(2) 解: 设 $\triangle ABE$ 中边 AB 上的高为 h .

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{\frac{1}{2} AD \cdot h}{\frac{1}{2} BD \cdot h} = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{2}, \cdots (2 \text{ 分})$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}. \cdots (1 \text{ 分})$$

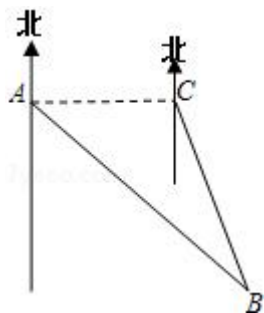
$$\therefore \frac{6}{BC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BC = 10. \cdots (2 \text{ 分})$$

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质、平行线分线段成比例定理以及等腰三角形的判定与性质. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

22. (10 分) 如图, 小岛 B 正好在深水港口 A 的东南方向, 一艘集装箱货船从港口 A 出发, 沿正东方向以每小时 30 千米的速度行驶, 40 分钟后在 C 处测得小岛 B 在它的南偏东 15° 方向, 求小岛 B 离开深水港口 A 的距离. (精确到 0.1 千米)

参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{6} \approx 2.45$, $\sin 15^\circ \approx 0.26$, $\cos 15^\circ \approx 0.97$, $\tan 15^\circ \approx 0.27$.



【考点】TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【分析】过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，则在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 和 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中，利用三角函数即可用 PD 表示出 AD 与 BD ，根据 $AB = AD + BD$ 即可求得 AB 的长.

【解答】解：由题意，得 $AC = 30 \times \frac{2}{3} = 20$. $\cdots$ (2 分)

[方法一]过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D . $\cdots$ (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle CAD = 45^\circ$

$$\therefore AD = AC \cos 45^\circ = 10\sqrt{2}, \quad CD = AC \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \cdots (2 \text{ 分})$$

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ \cdots (1 \text{ 分})$

$$\therefore BD = CD \cot 30^\circ = 10\sqrt{6} \cdots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore AB = AD + BD = 10(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \approx 10 \times (1.41 + 2.45) = 38.6. \cdots (2 \text{ 分})$$

[方法二]过点 B 作 $BD \perp AC$ ，交 AC 延长线于 D . $\cdots$ (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $\angle CBD = 15^\circ$

设 $BD = x$ ，则 $CD = BD \tan 15^\circ \approx 0.27x$. $\cdots$ (2 分)

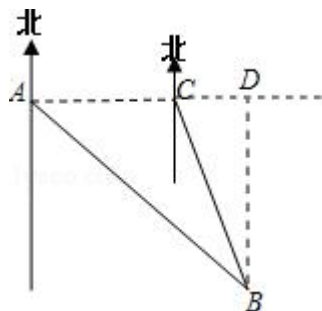
$$\because \angle ABD = 90^\circ - \angle DAB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle DAB \cdots (1 \text{ 分})$$

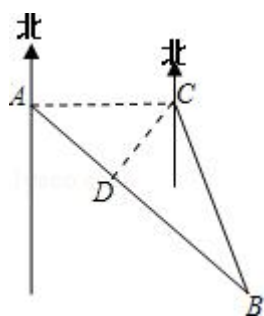
$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore 20 + 0.27x = x, \text{ 得 } x = \frac{20}{0.73} \cdots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore AB = \sqrt{2}BD = \sqrt{2} \times \frac{20}{0.73} \approx 1.41 \times \frac{20}{0.73} \approx 38.6.$$

答：小岛 B 离开深水港口 A 的距离是 38.6 千米.





【点评】考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题，解一般三角形，求三角形的边或高的问题一般可以转化为解直角三角形的问题，解决的方法就是作高线．

23. (12分) “数学迷”小楠通过从“特殊到一般”的过程，对倍角三角形（一个内角是另一个内角的2倍的三角形）进行研究．得出结论：如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c ，如果 $\angle A = 2\angle B$ ，那么 $a^2 - b^2 = bc$ ．

下面给出小楠对其中一种特殊情形的一种证明方法．

已知：如图2，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ．

求证： $a^2 - b^2 = bc$ ．

证明：如图2，延长 CA 到 D ，使得 $AD = AB$ ．

$$\therefore \angle D = \angle ABD,$$

$$\because \angle CAB = \angle D + \angle ABD = 2\angle D, \angle CAB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle D = 45^\circ, \because \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle ABC, \text{ 又 } \angle C = \angle C$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCD$$

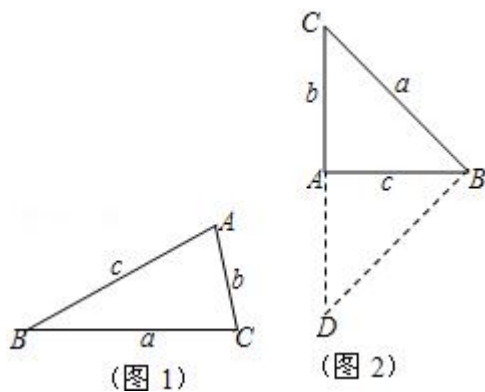
$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{BC}, \text{ 即 } \frac{a}{b+c} = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = bc$$

根据上述材料提供的信息，请你完成下列情形的证明（用不同于材料中的方法也可以）：

已知：如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 2\angle B$ ．

求证： $a^2 - b^2 = bc$ ．

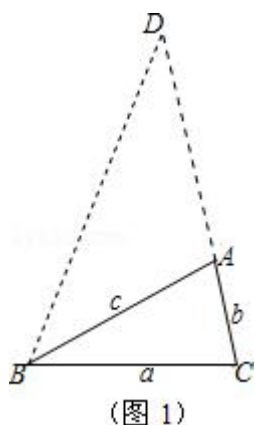


【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】首先延长 CA 到 D ，使得 $AD = AB$ ，得出 $\angle D = \angle ABC$ ，进而得出 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ ，进而利用相似三角形的性质得出答案.

【解答】证明：延长 CA 到 D ，使得 $AD = AB$ ，连接 BD .

$$\begin{aligned} \therefore \angle D &= \angle ABD, \\ \therefore \angle CAB &= \angle D + \angle ABD = 2\angle D, \\ \therefore \angle CAB &= 2\angle ABC, \\ \therefore \angle D &= \angle ABC, \text{ 又 } \angle C = \angle C, \\ \therefore \triangle ABC &\sim \triangle BDC, \\ \therefore \frac{BC}{CD} &= \frac{AC}{BC}, \text{ 即 } \frac{a}{b+c} = \frac{b}{a}, \\ \therefore a^2 - b^2 &= bc. \end{aligned}$$



【点评】此题主要考查了相似三角形的判定与性质，正确作出辅助线得出 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ 是解题关键.

24. (12 分) 抛物线 $y = mx^2 - 5mx + n$ 与 y 轴正半轴交于点 C ，与 x 轴分别交于点 A 和点 $B(1, 0)$ ，且 $OC^2 = OA \cdot OB$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是 y 轴上一点, 当 $\triangle PBC$ 和 $\triangle ABC$ 相似时, 求点 P 的坐标.

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由题意, 得抛物线对称轴是直线 $x = \frac{5}{2}$, 并且 A 和 B 关于直线 $x = \frac{5}{2}$ 对称, 因为点 $B(1, 0)$, 所以 $A(4, 0)$, 又因为 $OC^2 = OA \cdot OB$, 进而求出 OC 的长, 所以 C 点的坐标可求, 从而求出抛物线的解析式;

(2) 首先 $\triangle BOC \sim \triangle COA$, 所以 $\angle OCB = \angle OAC$, 所以当 $\triangle PBC$ 和 $\triangle ABC$ 相似时, 分两种情况①当 $\frac{CP}{BC} = \frac{AB}{AC}$ 时②当 $\frac{CP}{BC} = \frac{AC}{AB}$ 时分别求出符合题意的 OP 的长, 即可求出 P 点的坐标.

【解答】 解: (1) 由题意, 得抛物线对称轴是直线 $x = \frac{5}{2}$,

$\because$ 点 A 和点 B 关于直线 $x = \frac{5}{2}$ 对称, 点 $B(1, 0)$,

$\therefore A(4, 0)$,

$\because OC^2 = OA \cdot OB = 4 \times 1 = 4$,

$\therefore OC = 2$,

$\because$ 点 C 在 y 轴正半轴上,

$\therefore C(0, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} m-5n+n=0 \\ n=2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2$;

(2) 由题意, 可得 $AB = 3$, $BC = \sqrt{5}$, $AC = 2\sqrt{5}$,

$\because OC^2 = OA \cdot OB$,

$$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{OC}{OA},$$

又 $\angle BOC = \angle COA$,

$\therefore \triangle BOC \sim \triangle COA$,

$\therefore \angle OCB = \angle OAC$,

$\therefore \triangle PBC$ 和 $\triangle ABC$ 相似时, 分下列两种情况:

$$\textcircled{1} \text{ 当 } \frac{CP}{BC} = \frac{AB}{AC} \text{ 时, 得 } \frac{CP}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2\sqrt{5}}, \therefore CP = \frac{3}{2},$$

$$\therefore OP = OC - CP = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore P(0, \frac{1}{2});$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \frac{CP}{BC} = \frac{AC}{AB} \text{ 时, 得 } \frac{CP}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{3}, \therefore CP = \frac{10}{3},$$

$$\therefore OP = CP - OC = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3},$$

$$\therefore P(0, -\frac{4}{3}),$$

综合①、②当 $\triangle PBC$ 和 $\triangle ABC$ 相似时 $P(0, \frac{1}{2})$ 或 $P(0, -\frac{4}{3})$.

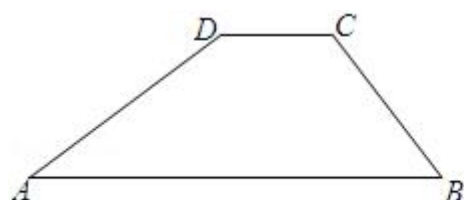
【点评】 本题考查了求二次函数的解析式、相似三角形的判定和性质，解题的关键是要注意分类讨论的数学思想运用，防止漏解.

25. (14分) 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $CD = 10$, $AB = 50$, $\cos A = \frac{4}{5}$, $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 点 M 是边 AB 的中点, 点 N 是边 AD 上的动点.

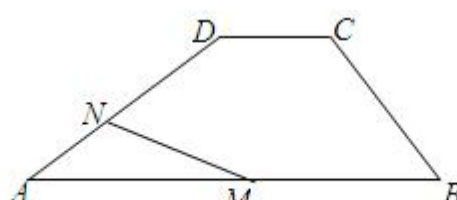
(1) 如图1, 求梯形 $ABCD$ 的周长;

(2) 如图2, 联结 MN , 设 $AN = x$, $MN \cdot \cos \angle NMA = y$ ($0^\circ < \angle NMA < 90^\circ$), 求 y 关于 x 的关系式及定义域;

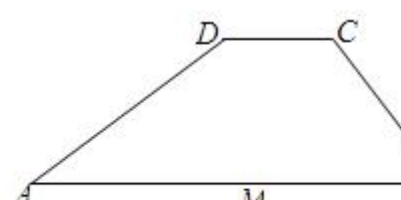
(3) 如果直线 MN 与直线 BC 交于点 P , 当 $\angle P = \angle A$ 时, 求 AN 的长.



(图1)



(图2)



(备用图)

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 过点 C 作 $CF \parallel AD$, 交 AB 于点 F , 得出平行四边形和直角三角形, 求出 AD , BC 即可;

(2) 过点 N 作 $NQ \perp AB$, 垂足为 Q , 求出 $y = MQ$, 求出 AQ 和 AM , 相减即可得出答案;

(3) 分别延长 AD 、 BC 交于点 E , 连接 EM , 分为两种情况, 1° 当点 P 在 CB 的延长线上时, 2° 当点 P 在 BC 的延长线上时, 画出图形, 结合图形求出线段的长, 即可得出答案.

【解答】解：（1）过点 C 作 $CF \parallel AD$ ，交 AB 于点 F ，如图 1，

$$\therefore \angle CFB = \angle A,$$

$$\because \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFB + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCB = 90^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$\therefore$ 四边形 $CDAF$ 是平行四边形，

$$\therefore CF = AD, AF = CD = 10,$$

$$\therefore BF = AB - AF = 40$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCF \text{ 中, } \angle FCB = 90^\circ, \therefore \cos \angle CFB = \frac{CF}{BF},$$

$$\therefore CF = BF \cdot \cos \angle CFB = 40 \times \frac{4}{5} = 32 = AD,$$

$$\therefore BC = \sqrt{BF^2 - CF^2} = \sqrt{40^2 - 32^2} = 24,$$

$$\therefore C_{ABCD} = 10 + 32 + 50 + 24 = 116.$$

（2）过点 N 作 $NQ \perp AB$ ，垂足为 Q ，

$$\therefore \angle NQA = \angle NQM = 90^\circ,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AQ}{AN},$$

$$\therefore AQ = AN \cdot \cos A = \frac{4}{5}x,$$

$$\therefore \cos \angle NMA = \frac{MQ}{MN},$$

$$\therefore MQ = MN \cdot \cos \angle NMA = y,$$

$\because$ 点 M 是边 AB 的中点，

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = 25,$$

$$\therefore y = 25 - \frac{4}{5}x;$$

$$\text{定义域是 } 0 < x < \frac{125}{4}.$$

（3）分别延长 AD 、 BC 交于点 E ，连接 EM 。

$$\because \angle A + \angle B = 90^\circ, \therefore \angle AEB = 90^\circ, AM = EM = BM = 25,$$

$$\therefore AE = AB \cdot \cos A = 50 \times \frac{4}{5} = 40.$$

直线 MN 与直线 BC 交于点 P ,

当 $\angle P = \angle A$ 时, 分两种情况: 1° 当点 P 在 CB 的延长线上时, 如图 4,

$$\because BM = EM,$$

$$\therefore \angle BEM = \angle EBM,$$

$$\because \angle A + \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle P + \angle MEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EMP = \angle EMN = 90^\circ,$$

$$\because AM = EM,$$

$$\therefore \angle AEM = \angle A,$$

$$\therefore \cos \angle AEM = \frac{EM}{EN},$$

$$\therefore EN = \frac{EM}{\cos A} = \frac{25}{\frac{4}{5}} = \frac{125}{4},$$

$$\therefore AN = AE - EN = 40 - \frac{125}{4} = \frac{35}{4};$$

2° 当点 P 在 BC 的延长线上时, 如图 5,

$$\because \angle P + \angle PNE = 90^\circ, \angle ANM = \angle PNE,$$

$$\therefore \angle A + \angle ANM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AM}{AN},$$

$$\therefore AN = \frac{AM}{\cos A} = \frac{25}{\frac{4}{5}} = \frac{125}{4},$$

综合 1°、2°, 当 $\angle P = \angle A$ 时, $AN = \frac{35}{4}$ 或 $\frac{125}{4}$.

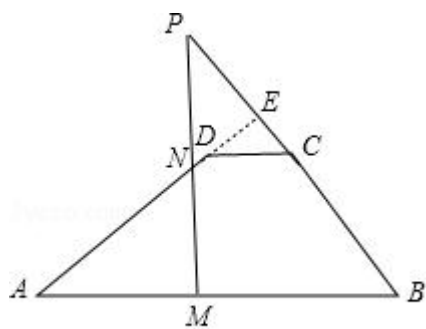


图5

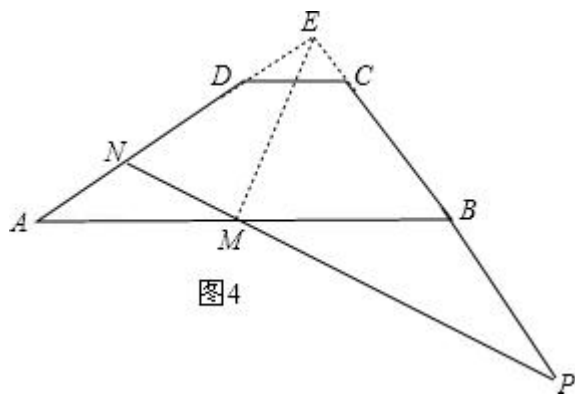


图4

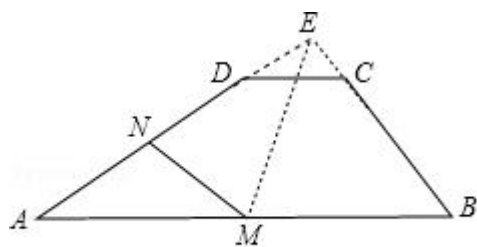


图3

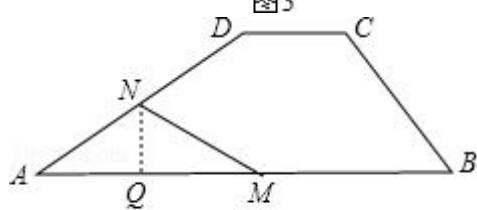


图2

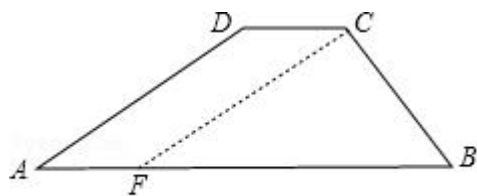


图1

【点评】 本题考查了梯形性质，平行四边形的性质和判定，勾股定理，解直角三角形，直角三角形斜边上中线性质的应用，主要考查学生综合运用性质进行推理和计算的能力，难度偏大。

