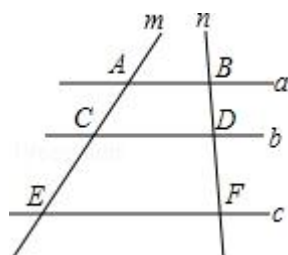


## 2013 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸的相应题号的选项上用 2B 铅笔填涂]

1. (4 分) 把抛物线  $y = x^2$  向右平移 2 个单位得到的抛物线是 ( )
- A.  $y = x^2 + 2$       B.  $y = x^2 - 2$       C.  $y = (x + 2)^2$       D.  $y = (x - 2)^2$
2. (4 分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别是  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的对边，下列等式中，正确的是 ( )
- A.  $\sin A = \frac{b}{c}$       B.  $\cos B = \frac{c}{a}$       C.  $\tan A = \frac{a}{b}$       D.  $\cot B = \frac{b}{a}$
3. (4 分) 等腰直角三角形的腰长为  $\sqrt{2}$ ，该三角形的重心到斜边的距离为 ( )
- A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$
4. (4 分) 若两个相似三角形的面积之比为 1:4，则它们的周长之比为 ( )
- A. 1:2      B. 1:4      C. 1:5      D. 1:16
5. (4 分) 如图，已知直线  $a \parallel b \parallel c$ ，直线  $m$ 、 $n$  与直线  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别交于点  $A$ 、 $C$ 、 $E$ 、 $B$ 、 $D$ 、 $F$ ， $AC = 4$ ， $CE = 6$ ， $BD = 3$ ，则  $BF =$  ( )

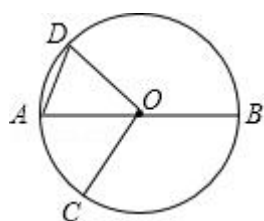


- A. 7      B. 7.5      C. 8      D. 8.5
6. (4 分) 在两个圆中有两条相等的弦，则下列说法正确的是 ( )
- A. 这两条弦所对的弦心距相等
- B. 这两条弦所对的圆心角相等
- C. 这两条弦所对的弧相等
- D. 这两条弦都被垂直于弦的半径平分

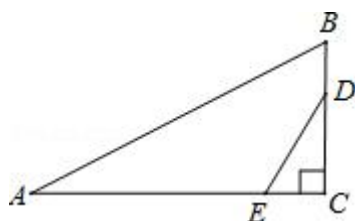
二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 二次函数  $y = x^2 + 3$  图象的顶点坐标是\_\_\_\_\_.
8. (4 分) 抛物线  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) 的图象一定经过\_\_\_\_\_象限.

9. (4分) 抛物线  $y = (x-1)(x+5)$  的对称轴是: 直线\_\_\_\_\_.
10. (4分) 已知抛物线  $y = x^2 - 2x - 3$ , 它的图象在对称轴\_\_\_\_\_的部分是下降的.
11. (4分)  $D$ 、 $E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB$ 、 $AC$  的反向延长线上的点, 如果  $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$ , 那么  $\frac{AE}{AC}$  的值是\_\_\_\_\_时,  $DE \parallel BC$ .
12. (4分) 已知线段  $a = 3\text{cm}$ ,  $c = 6\text{cm}$ , 若线段  $c$  是线段  $a$ 、 $b$  的比例中项, 则  $b = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ .
13. (4分) 已知三角形三边长为 3、4、5, 则最小角的正弦是\_\_\_\_\_.
14. (4分) 在高为 100 米的楼顶测得地面上某十字路口的俯角为  $\alpha$ , 那么楼底到这十字路口的水平距离是\_\_\_\_\_米. (用角  $\alpha$  的三角比表示)
15. (4分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\tan A = \frac{1}{2}$ , 那么  $\cot B$  的值为\_\_\_\_\_.
16. (4分) 若  $\odot O$  的一条弦长为 24, 弦心距为 5, 则  $\odot O$  的直径长为\_\_\_\_\_.
17. (4分) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$ 、 $D$  在  $\odot O$  上,  $\angle BOC = 110^\circ$ ,  $AD \parallel OC$ , 则  $\angle AOD = \underline{\hspace{2cm}}$ .



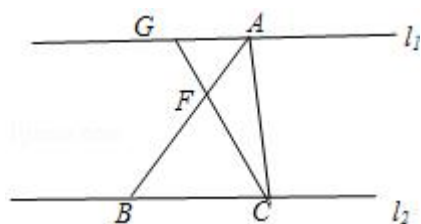
18. (4分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $BC = 3$ , 点  $D$ 、 $E$  分别在  $BC$ 、 $AC$  上, 且  $BD = CE$ , 设点  $C$  关于  $DE$  的对称点为  $F$ , 若  $DF \parallel AB$ , 则  $BD$  的长为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

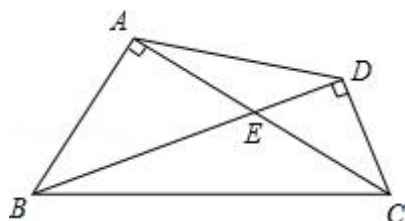
19. (10分) 计算:  $\frac{2\cos 30^\circ + 3\cot 60^\circ}{2\sin 60^\circ - \tan^2 45^\circ}$ .
20. (10分) 如图, 已知  $l_1 \parallel l_2$ , 点  $A$ 、 $G$ 、 $B$ 、 $C$  分别在  $l_1$  和  $l_2$  上,  $AF = \frac{2}{5}AB$ .

- (1) 求  $\frac{AG}{BC}$  的值;
- (2) 若  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ , 用向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  表示  $\overrightarrow{AG}$ .



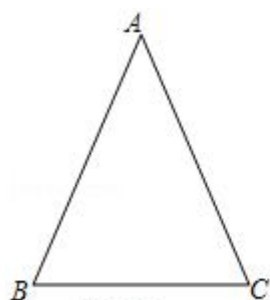
21. (10 分) 如图, 已知在四边形  $ABCD$  中,  $AC \perp AB$ ,  $BD \perp CD$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $E$ ,  $S_{\triangle AED} = 9$ ,  $S_{\triangle BEC} = 25$ .

- (1) 求证:  $\angle DAC = \angle CBD$ ;
- (2) 求  $\cos \angle AEB$  的值.

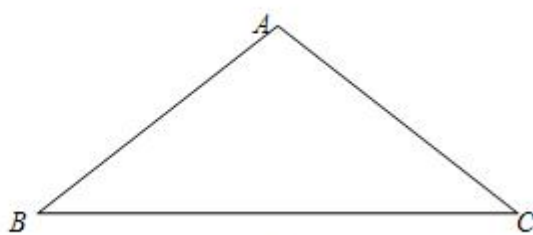


22. (10 分) 通过学习锐角三角比, 我们知道在直角三角形中, 一个锐角的大小与两条边长的比值是一一对应的, 因此, 两条边长的比值与角的大小之间可以相互转化. 类似的, 可以在等腰三角形中建立边角之间的联系. 我们定义: 等腰三角形中底边与腰的比叫做底角的邻对 ( $can$ ), 如图 (1) 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 底角  $B$  的邻对记作  $canB$ , 这时  $canB = \frac{\text{底边}}{\text{腰}} = \frac{BC}{AB}$ , 容易知道一个角的大小与这个角的邻对值也是一一对应的. 根据上述角的邻对的定义, 解下列问题:

- (1)  $can30^\circ =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 如图 (2), 已知在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $canB = \frac{8}{5}$ ,  $S_{\triangle ABC} = 24$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.



图(1)

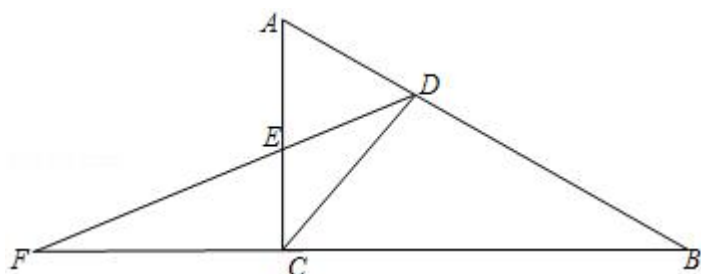


图(2)

23. (12分) 如图, 已知在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$  于  $D$ ,  $E$  是  $AC$  的中点,  $DE$  的延长线与  $BC$  的延长线交于点  $F$ .

(1) 求证:  $\triangle FDC \sim \triangle FBD$ ;

(2) 求证:  $\frac{DF}{BF} = \frac{AC}{BC}$ .



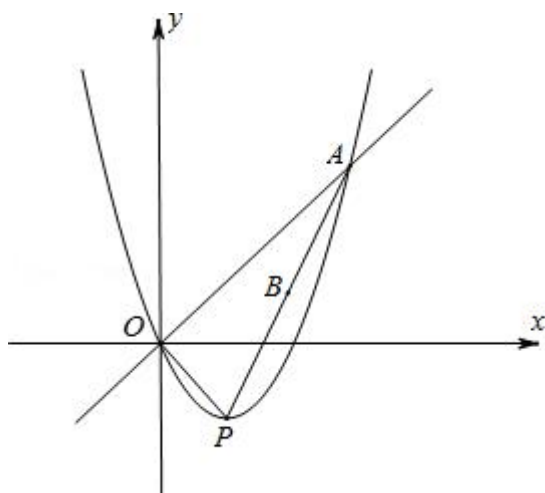
24. (12分) 如图, 已知直线  $y = x$  与二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象交于点  $A$ 、 $O$ ,

( $O$  是坐标原点), 点  $P$  为二次函数图象的顶点,  $OA = 3\sqrt{2}$ ,  $AP$  的中点为  $B$ .

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 求线段  $OB$  的长;

(3) 若射线  $OB$  上存在点  $Q$ , 使得  $\triangle AOQ$  与  $\triangle AOP$  相似, 求点  $Q$  的坐标.



25. (14分) 如图(1), 已知  $\angle MON = 90^\circ$ , 点  $P$  为射线  $ON$  上一点, 且  $OP = 4$ ,

$B$ 、 $C$  为射线  $OM$  和  $ON$  上的两个动点 ( $OC > OP$ ), 过点  $P$  作  $PA \perp BC$ , 垂足

为点  $A$ ，且  $PA = 2$ ，连接  $BP$ 。

(1) 若  $\frac{S_{\triangle PAC}}{S_{\text{四边形}ABOP}} = \frac{1}{2}$  时，求  $\tan \angle BPO$  的值；

(2) 设  $PC = x$ ， $\frac{AB}{BC} = y$ ，求  $y$  与  $x$  之间的函数解析式，并写出定义域；

(3) 如图 (2)，过点  $A$  作  $BP$  的垂线，垂足为点  $H$ ，交射线  $ON$  于点  $Q$ ，点  $B$ 、 $C$  在射线  $OM$  和  $ON$  上运动时，探索线段  $OQ$  的长是否发生变化？若不发生变化，求出它的值。若发生变化，试用含  $x$  的代数式表示  $OQ$  的长。

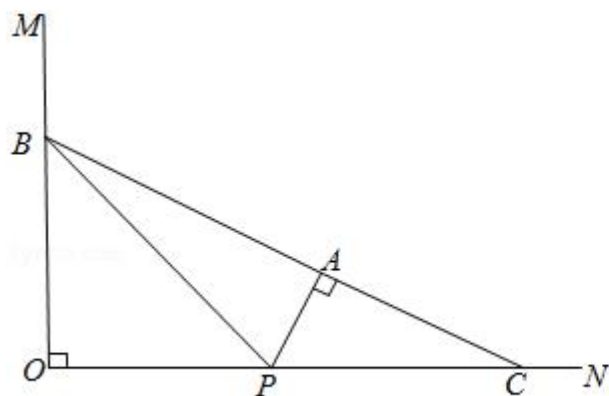


图 (1)

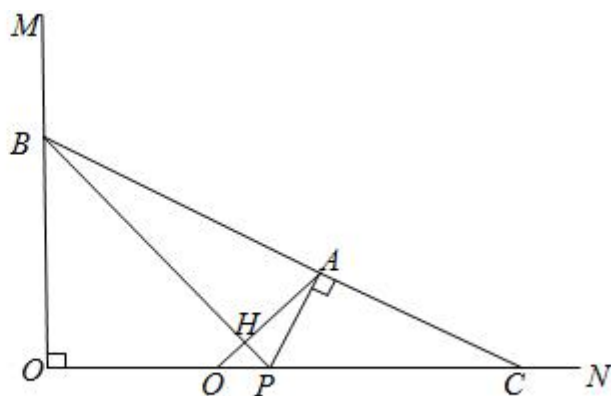


图 (2)

# 2013 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸的相应题号的选项上用 2B 铅笔填涂]

1.（4 分）把抛物线  $y = x^2$  向右平移 2 个单位得到的抛物线是（ ）

- A.  $y = x^2 + 2$       B.  $y = x^2 - 2$       C.  $y = (x + 2)^2$       D.  $y = (x - 2)^2$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【分析】按照“左加右减，上加下减”的规律.

【解答】解：抛物线  $y = x^2$  向右平移 2 个单位得  $y = (x - 2)^2$ .

故选：D.

【点评】主要是考查二次函数的平移.

2.（4 分）在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别是  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的对边，下列等式中，正确的是（ ）

- A.  $\sin A = \frac{b}{c}$       B.  $\cos B = \frac{c}{a}$       C.  $\tan A = \frac{a}{b}$       D.  $\cot B = \frac{b}{a}$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】先根据题意画出图形，再根据三角函数的定义解答即可.

【解答】解：根据三角函数的定义：

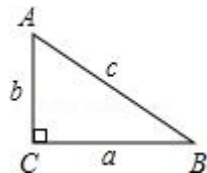
A、 $\sin A = \frac{a}{c}$ ，错误；

B、 $\cos B = \frac{a}{c}$ ，错误；

C、 $\tan A = \frac{a}{b}$ ，正确；

D、 $\cot B = \frac{a}{b}$ ，错误.

故选：C.



【点评】要注意，在三角形中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  所有对的边为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ .

3.（4 分）等腰直角三角形的腰长为  $\sqrt{2}$ ，该三角形的重心到斜边的距离为（ ）

A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{1}{3}$

【考点】K5：三角形的重心；KW：等腰直角三角形．

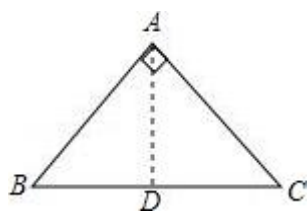
【分析】作等腰直角三角形底边上的高并根据勾股定理求解，再根据三角形重心三等分中线的性质即可求出．

【解答】解：如图，根据三线合一的性质，底边上的中线  $CD = \sqrt{2}\sin 45^\circ = 1$ ，

$\therefore$  三角形的重心到三角形顶点的距离等于中点距离的 2 倍，

$\therefore$  重心到  $AB$  的距离  $= 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ．

故选：D．



【点评】本题主要考查等腰三角形三线合一的性质和三角形重心的性质，熟练掌握定理是解题的关键．

4. (4 分) 若两个相似三角形的面积之比为 1:4，则它们的周长之比为 ( )

A. 1:2

B. 1:4

C. 1:5

D. 1:16

【考点】S7：相似三角形的性质．

【分析】根据相似三角形的面积比等于相似比的平方，即可求得其相似比，又由相似三角形的周长的比等于相似比，即可求得答案．

【解答】解： $\because$  两个相似三角形的面积之比为 1:4，

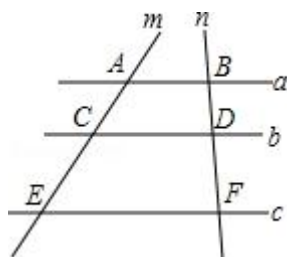
$\therefore$  它们的相似比为 1:2，

$\therefore$  它们的周长之比为 1:2．

故选：A．

【点评】此题考查了相似三角形的性质．注意相似三角形的面积比等于相似比的平方，相似三角形的周长的比等于相似比．

5. (4 分) 如图，已知直线  $a \parallel b \parallel c$ ，直线  $m$ 、 $n$  与直线  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别交于点  $A$ 、 $C$ 、 $E$ 、 $B$ 、 $D$ 、 $F$ ， $AC = 4$ ， $CE = 6$ ， $BD = 3$ ，则  $BF =$  ( )



A. 7

B. 7.5

C. 8

D. 8.5

**【考点】** S4: 平行线分线段成比例.

**【分析】** 由直线  $a \parallel b \parallel c$ , 根据平行线分线段成比例定理, 即可得  $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$ , 又由

$AC = 4$ ,  $CE = 6$ ,  $BD = 3$ , 即可求得  $DF$  的长, 则可求得答案.

**【解答】** 解:  $\because a \parallel b \parallel c$ ,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF},$$

$$\because AC = 4, CE = 6, BD = 3,$$

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{3}{DF},$$

$$\text{解得: } DF = \frac{9}{2},$$

$$\therefore BF = BD + DF = 3 + \frac{9}{2} = 7.5.$$

故选: B.

**【点评】** 此题考查了平行线分线段成比例定理. 题目比较简单, 解题的关键是注意数形结合思想的应用.

6. (4 分) 在两个圆中有两条相等的弦, 则下列说法正确的是 ( )

A. 这两条弦所对的弦心距相等

B. 这两条弦所对的圆心角相等

C. 这两条弦所对的弧相等

D. 这两条弦都被垂直于弦的半径平分

**【考点】** M2: 垂径定理; M4: 圆心角、弧、弦的关系.

**【分析】** 在同圆和等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 所对的弦也相等, 但在不同圆中则应另当别论.

**【解答】** 解: A、这两条弦所对的弦心距不一定相等, 原说法错误, 故本选项错误;

B、这两条弦所对的圆心角不一定相等, 原说法错误, 故本选项错误;

C、这两条弦所对的弧不一定相等，原说法错误，故本选项错误；

D、这两条弦都被垂直于弦的半径平分（垂径定理），原说法正确，故本选项正确；

故选：D.

**【点评】** 本题考查了圆心角、弧、弦的关系，注意在同圆和等圆这个条件，不要盲目解答.

**二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置】**

7.（4 分）二次函数  $y = x^2 + 3$  图象的顶点坐标是  $(0, 3)$ .

**【考点】** H3：二次函数的性质.

**【分析】** 根据二次函数的性质，利用顶点式直接得出顶点坐标即可.

**【解答】** 解：∵ 二次函数  $y = x^2 + 3$ ,

∴ 二次函数  $y = x^2 + 3$  图象的顶点坐标是：(0, 3).

故答案为：(0, 3).

**【点评】** 此题主要考查了利用二次函数顶点式求顶点坐标，此题型是中考中考查重点，同学们应熟练掌握.

8.（4 分）抛物线  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) 的图象一定经过 一二 象限.

**【考点】** H3：二次函数的性质.

**【分析】** 根据  $a > 0$ ，抛物线开口方向向上，再确定出顶点为原点，然后解答即可.

**【解答】** 解：∵  $a > 0$ ,

∴ 抛物线开口方向向上，

又∵ 抛物线的顶点坐标为 (0, 0),

∴ 一定经过第一二象限.

故答案为：一二.

**【点评】** 本题考查了二次函数的性质，是基础题.

9.（4 分）抛物线  $y = (x - 1)(x + 5)$  的对称轴是：直线  $x = -2$ .

**【考点】** HA：抛物线与 x 轴的交点.

**【专题】** 11：计算题.

【分析】令  $y = 0$  求出抛物线与  $x$  轴的两交点坐标，找出两交点的中点横坐标，即可确定出抛物线对称轴.

【解答】解：令  $y = 0$ ，得到  $x = 1$  或  $-5$ ，

$$\therefore \frac{1-5}{2} = -2,$$

则抛物线的对称轴为直线  $x = -2$ .

故答案为： $x = -2$ .

【点评】此题考查了抛物线与  $x$  轴的交点，熟练掌握二次函数的性质是解本题的关键.

10. (4分) 已知抛物线  $y = x^2 - 2x - 3$ ，它的图象在对称轴左侧的部分是下降的.

【考点】H3：二次函数的性质.

【分析】本题实际上是判断抛物线的增减性，根据解析式判断开口方向，结合对称轴回答问题.

【解答】解： $\because$  抛物线  $y = x^2 - 2x - 3$  中， $a = 1 > 0$ ，抛物线开口向上，

$\therefore$  抛物线图象在对称轴左侧， $y$  随  $x$  的增大而减小（下降）.

填：左侧.

【点评】根据抛物线的开口方向 and 对称轴，可判断抛物线的增减性.

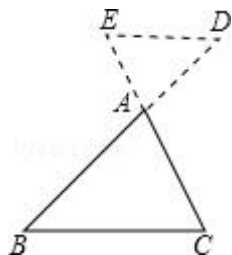
11. (4分)  $D$ 、 $E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB$ 、 $AC$  的反向延长线上的点，如果  $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$ ，那么  $\frac{AE}{AC}$  的值是  $\frac{2}{5}$  时， $DE \parallel BC$ .

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【专题】31：数形结合.

【分析】根据平行线分线段成比例的逆定理分析即可.

【解答】解：要使  $DE \parallel BC$ ，则需  $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$ .



【点评】此题考查了平行线分线段成比例定理的逆定理.

12. (4分) 已知线段  $a = 3\text{cm}$ ,  $c = 6\text{cm}$ , 若线段  $c$  是线段  $a$ 、 $b$  的比例中项, 则  $b$   
= 12  $\text{cm}$ .

【考点】S2: 比例线段.

【分析】根据比例中项的定义, 列出比例式即可求解.

【解答】解: 根据比例中项的概念结合比例的基本性质, 得: 比例中项的平方等于两条线段的乘积,

所以  $c^2 = ab$ , 即  $6^2 = 3b$ ,

解得  $b = 12$ .

故答案为: 12.

【点评】此题考查了比例线段; 理解比例中项的概念, 注意线段不能是负数.

13. (4分) 已知三角形三边长为 3、4、5, 则最小角的正弦是  $\frac{3}{5}$ .

【考点】KS: 勾股定理的逆定理; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据三角形三边长可以判断三角形是直角三角形, 再根据三角函数的定义就可以求解.

【解答】解:  $\because 3^2 + 4^2 = 5^2$ ,

$\therefore$  这个三角形是直角三角形.

则最小角即 3 所对的角, 它的正弦值是  $\frac{3}{5}$ .

故答案为:  $\frac{3}{5}$ .

【点评】本题可以考查锐角三角函数的定义即运用: 在直角三角形中, 锐角的正弦为对边比斜边, 余弦为邻边比斜边, 正切为对边比边.

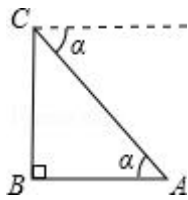
14. (4分) 在高为 100 米的楼顶测得地面上某十字路口的俯角为  $\alpha$ , 那么楼底到这十字路口的水平距离是  $100\cot\alpha$  米. (用角  $\alpha$  的三角比表示)

【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【专题】2B: 探究型.

【分析】根据题意画出图形, 利用锐角三角函数的定义直接进行解答即可.

【解答】解: 如图所示,



$$\because \angle BAC = \alpha, BC = 100m,$$

$$\therefore AB = BC \cdot \cot \alpha = 100 \cot \alpha m.$$

故答案为：100cotα.

**【点评】** 本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，根据题意画出图形，利用数形结合求解是解答此题的关键.

15. (4分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ，那么  $\cot B$  的值为  $\frac{1}{2}$ .

**【考点】** T4: 互余两角三角函数的关系.

**【分析】** 一个角的余切值等于这个角的余角的正切值，据此作答即可.

**【解答】** 解： $\because \angle C = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle A$  和  $\angle B$  互余，

$$\therefore \cot B = \tan A = \frac{1}{2}.$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ .

**【点评】** 本题考查了互余两角的三角函数的关系，注意掌握一个角的余切值等于这个角的余角的正切值.

16. (4分) 若  $\odot O$  的一条弦长为 24，弦心距为 5，则  $\odot O$  的直径长为 26.

**【考点】** KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

**【专题】** 11: 计算题.

**【分析】** 根据题意画出相应的图形，如图所示，由  $OC$  垂直于  $AB$ ，利用垂径定理得到  $C$  为  $AB$  的中点，由  $AB$  的长求出  $AC$  的长，在直角三角形  $AOC$  中，由  $AC$  与  $OC$  的长，利用勾股定理求出  $OA$  的长，即可确定出圆  $O$  的直径长.

**【解答】** 解：根据题意画出相应的图形，如图所示，

$$\because OC \perp AB,$$

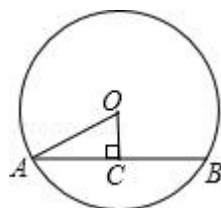
$$\therefore AC = BC = \frac{1}{2}AB = 12,$$

在  $\text{Rt}\triangle AOC$  中， $AC = 12$ ， $OC = 5$ ，

根据勾股定理得： $AO = \sqrt{AC^2 + OC^2} = 13$ ，

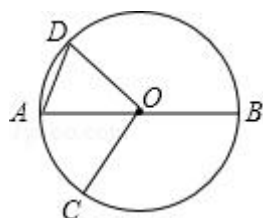
则圆  $O$  的直径长为 26.

故答案为：26



**【点评】** 此题考查了垂径定理，以及勾股定理，熟练掌握垂径定理是解本题的关键.

17. (4 分) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$ 、 $D$  在  $\odot O$  上,  $\angle BOC = 110^\circ$ ,  $AD \parallel OC$ , 则  $\angle AOD = \underline{40^\circ}$ .



**【考点】** JA: 平行线的性质; K7: 三角形内角和定理; M1: 圆的认识.

**【专题】** 11: 计算题.

**【分析】** 根据三角形内角和定理可求得  $\angle AOC$  的度数, 再根据平行线的性质及三角形内角和定理即可求得  $\angle AOD$  的度数.

**【解答】** 解:  $\because \angle BOC = 110^\circ$ ,  $\angle BOC + \angle AOC = 180^\circ$ ,

$$\therefore \angle AOC = 70^\circ,$$

$$\because AD \parallel OC, OD = OA,$$

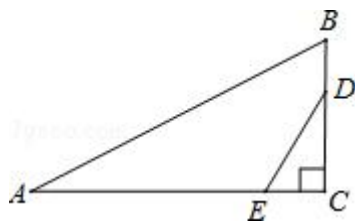
$$\therefore \angle D = \angle A = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - 2\angle A = 40^\circ.$$

故答案为：40.

**【点评】** 本题考查平行线性质的运用、圆的认识及三角形内角和定理的运用.

18. (4 分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $BC = 3$ , 点  $D$ 、 $E$  分别在  $BC$ 、 $AC$  上, 且  $BD = CE$ , 设点  $C$  关于  $DE$  的对称点为  $F$ , 若  $DF \parallel AB$ , 则  $BD$  的长为 1.



【考点】KF：角平分线的性质；P2：轴对称的性质；S4：平行线分线段成比例．

【分析】根据题意作出草图，根据勾股定理求出  $AC$ ，根据轴对称的性质可得  $EF = CE$ ，根据两直线平行，同位角相等可得  $\angle A = \angle EGF$ ，利用相似三角形对应边成比例列式表示出  $GE$ ，再表示出  $CG$ ，然后根据平行线分线段成比例定理列式计算即可得解．

【解答】解：如图，设  $BD = CE = x$ ，

$$\because \angle C = 90^\circ, AB = 5, BC = 3,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$\because$  点  $C$  关于  $DE$  的对称点为  $F$ ，

$$\therefore EF = CE = x,$$

$\because DF \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle A = \angle EGF,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle GEF,$$

$$\therefore \frac{AB}{GE} = \frac{BC}{EF},$$

$$\text{即 } \frac{5}{GE} = \frac{3}{x},$$

$$\text{解得 } GE = \frac{5}{3}x,$$

$$\therefore CG = GE + CE = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x,$$

$\because DF \parallel AB$ ，

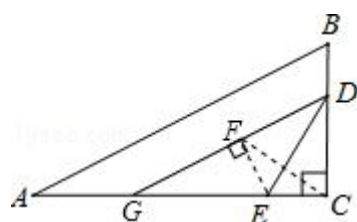
$$\therefore \frac{CG}{AC} = \frac{CD}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{8}{3}x}{4} = \frac{3-x}{3},$$

$$\text{解得 } x = 1,$$

即  $BD = 1$ .

故答案为: 1.



**【点评】** 本题考查了平行线分线段成比例定理, 轴对称的性质, 相似三角形的判定与性质, 难度不是很大, 找准线段的对应关系是解题的关键, 作出图形更形象直观.

### 三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算:  $\frac{2\cos 30^\circ + 3\cot 60^\circ}{2\sin 60^\circ - \tan^2 45^\circ}$ .

**【考点】** T5: 特殊角的三角函数值.

**【分析】** 将  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\tan 45^\circ = 1$  分别代入, 然后化简即可得出答案.

**【解答】** 解: 原式 = 
$$\frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$$

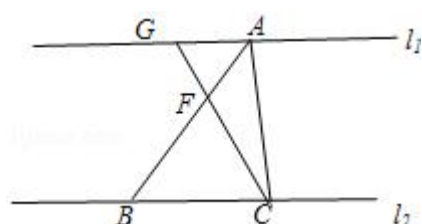
$$= 3 + \sqrt{3}.$$

**【点评】** 本题考查了特殊角的三角函数值, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练记忆一些特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 如图, 已知  $l_1 \parallel l_2$ , 点 A、G、B、C 分别在  $l_1$  和  $l_2$  上,  $AF = \frac{2}{5}AB$ .

(1) 求  $\frac{AG}{BC}$  的值;

(2) 若  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AC} = \vec{b}$ , 用向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  表示  $\vec{AG}$ .



【考点】LM: \*平面向量.

【分析】(1) 根据平行线的性质可得  $\frac{AG}{BC} = \frac{AF}{FB}$ , 结合,  $AF = \frac{2}{5}AB$  即可得出答案;

(2) 先表示出  $\overrightarrow{CB}$ , 结合 (1) 的结论即可得出  $\overrightarrow{AG}$ .

【解答】解: (1)  $\because AF = \frac{2}{5}AB$ ,

$$\therefore \frac{AF}{FB} = \frac{2}{3},$$

又  $\because l_1 // l_2$ ,

$$\therefore \frac{AG}{BC} = \frac{AF}{FB} = \frac{2}{3}.$$

(2)  $\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ,

$$\therefore \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{b},$$

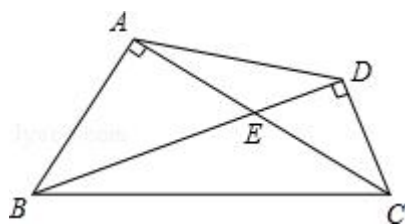
$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}(\vec{a} - \vec{b}).$$

【点评】本题考查了平面向量的加减及平行线的性质, 属于基础题, 根据题意得出线段的比值是解答本题的关键.

21. (10 分) 如图, 已知在四边形  $ABCD$  中,  $AC \perp AB$ ,  $BD \perp CD$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $E$ ,  $S_{\triangle AED} = 9$ ,  $S_{\triangle BEC} = 25$ .

(1) 求证:  $\angle DAC = \angle CBD$ ;

(2) 求  $\cos \angle AEB$  的值.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】(1) 先由  $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$  与  $\angle AEB = \angle DEC$ , 证得  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ ;

即可证得  $\frac{AE}{BE} = \frac{DE}{EC}$ , 又由  $\angle AED = \angle BEC$ , 证得  $\triangle AED \sim \triangle BEC$ , 故可得出  $\angle DAC = \angle CBD$ ;

(2) 由 (1) 知  $\triangle AED \sim \triangle BEC$ , 根据相似三角形面积的比等于相似比的平方,

即可求得  $AE$  与  $BE$  的比值, 由锐角三角函数的定义即可得出结论.

**【解答】** (1) 证明:  $\because AC \perp AB, BD \perp CD,$

$$\therefore \angle BAC = \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle AEB = \angle DEC,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{BE}{EC}, \text{ 即 } \frac{AE}{BE} = \frac{DE}{EC},$$

$$\text{又} \because \angle AED = \angle BEC,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CBD;$$

$$(2) \text{ 解: } \because \triangle AED \sim \triangle BEC, S_{\triangle AED} = 9, S_{\triangle BEC} = 25,$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5},$$

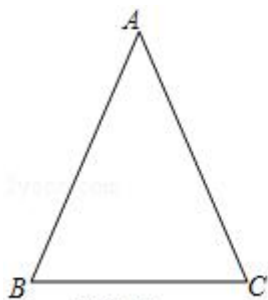
$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } \cos \angle AEB = \frac{AE}{BE} = \frac{3}{5}.$$

**【点评】** 本题考查的是相似三角形的判定与性质, 先根据题意得出  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$  是解答此题的关键.

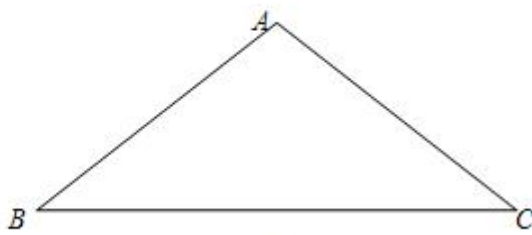
22. (10 分) 通过学习锐角三角比, 我们知道在直角三角形中, 一个锐角的大小与两条边长的比值是一一对应的, 因此, 两条边长的比值与角的大小之间可以相互转化. 类似的, 可以在等腰三角形中建立边角之间的联系. 我们定义: 等腰三角形中底边与腰的比叫做底角的邻对 ( $can$ ), 如图 (1) 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 底角  $B$  的邻对记作  $canB$ , 这时  $canB = \frac{\text{底边}}{\text{腰}} = \frac{BC}{AB}$ , 容易知道一个角的大小与这个角的邻对值也是一一对应的. 根据上述角的邻对的定义, 解下列问题:

$$(1) can30^\circ = \underline{\sqrt{3}};$$

(2) 如图 (2), 已知在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $canB = \frac{8}{5}$ ,  $S_{\triangle ABC} = 24$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.



图(1)



图(2)

【考点】KH：等腰三角形的性质；KQ：勾股定理；T7：解直角三角形．

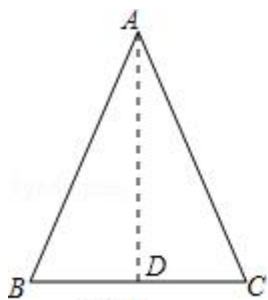
【专题】23：新定义．

【分析】(1) 过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$ ，根据  $\angle B = 30^\circ$ ，可得出  $BD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$ ，

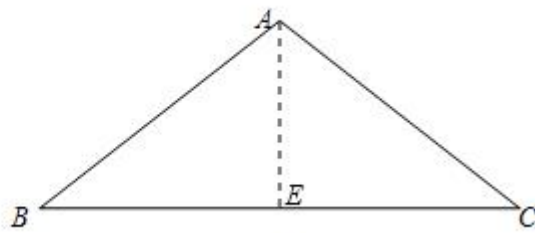
结合等腰三角形的性质可得出  $BC = \sqrt{3}AB$ ，继而得出  $\text{can}B$ ；

(2) 过点  $A$  作  $AE \perp BC$  于点  $E$ ，根据  $\text{can}B = \frac{8}{5}$ ，设  $BC = 8x$ ， $AB = 5x$ ，再由  $S_{\triangle}$

$ABC = 24$ ，可得出  $x$  的值，继而求出周长．



图(1)



图(2)

【解答】解：

(1) 过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$ ，

$\because \angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \cos \angle B = \frac{BD}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB,$$

$\because \triangle ABC$  是等腰三角形，

$$\therefore BC = 2BD = \sqrt{3}AB,$$

$$\text{故 } \text{can}30^\circ = \frac{BC}{AB} = \sqrt{3};$$

(2) 过点  $A$  作  $AE \perp BC$  于点  $E$ ，

$\because \text{can}B = \frac{8}{5}$ ，则可设  $BC = 8x$ ， $AB = 5x$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 3x,$$

$$\because S_{\triangle ABC} = 24,$$

$$\therefore \frac{1}{2}BC \times AE = 12x^2 = 24,$$

$$\text{解得: } x = \sqrt{2},$$

$$\text{故 } AB = AC = 5\sqrt{2}, BC = 8\sqrt{2},$$

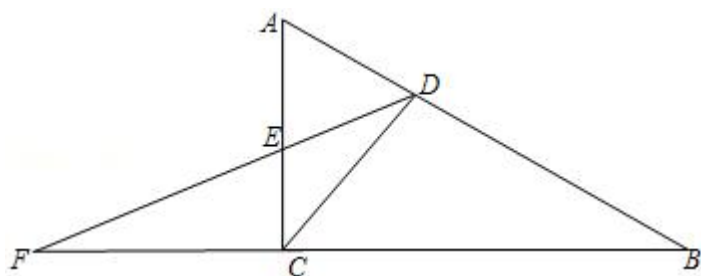
从而可得 $\triangle ABC$ 的周长为 $18\sqrt{2}$ .

**【点评】** 本题考查了解直角三角形及勾股定理的知识，解答本题的关键是熟练掌握等腰三角形的性质，表示出各个边的长度.

23. (12分) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 $D$ ， $E$ 是 $AC$ 的中点， $DE$ 的延长线与 $BC$ 的延长线交于点 $F$ .

(1) 求证： $\triangle FDC \sim \triangle FBD$ ;

(2) 求证： $\frac{DF}{BF} = \frac{AC}{BC}$ .



**【考点】** S9：相似三角形的判定与性质.

**【专题】** 14：证明题.

**【分析】** (1) 根据直角三角形斜边上中线性质的求出 $DE = EC$ ，推出 $\angle EDC = \angle ECD$ ，求出 $\angle FDC = \angle B$ ，根据 $\angle F = \angle F$ 证 $\triangle FBD \sim \triangle FDC$ ，即可；

(2) 由(1)可知 $\triangle FBD \sim \triangle FDC$ ，所以 $\frac{DF}{BF} = \frac{DC}{BD}$ ，由已知条件可证明 $\triangle BDC \sim \triangle BCA$ 所以 $\frac{DC}{BD} = \frac{AC}{BC}$ 即 $\frac{DF}{BF} = \frac{AC}{BC}$ .

**【解答】** (1) 证明： $\because CD \perp AB$ ,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$\because E$ 是 $AC$ 的中点，

$$\therefore DE = EC,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD,$$

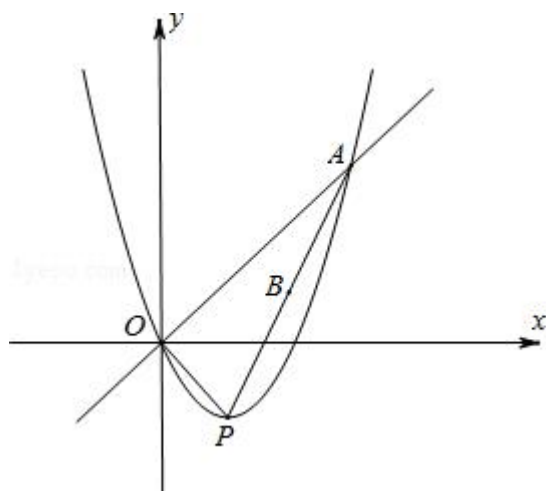
$\because \angle ACB = 90^\circ$  ,  $\angle BDC = 90^\circ$   
 $\therefore \angle ECD + \angle DCB = 90^\circ$  ,  $\angle DCB + \angle B = 90^\circ$  ,  
 $\therefore \angle ECD = \angle B$  ,  
 $\therefore \angle FDC = \angle B$  ,  
 $\because \angle F = \angle F$  ,  
 $\therefore \triangle FBD \sim \triangle FDC$  ;

(2)  $\because \triangle FBD \sim \triangle FDC$  ,  
 $\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{DC}{BD}$  ,  
 $\because \triangle BDC \sim \triangle BCA$  ,  
 $\therefore \frac{DC}{BD} = \frac{AC}{BC}$  ,  
 $\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{AC}{BC}$  .

**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质以及直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，解题的关键是由相似得到比例式．

24. (12 分) 如图，已知直线  $y = x$  与二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象交于点  $A$ 、 $O$ ，  
 ( $O$  是坐标原点)，点  $P$  为二次函数图象的顶点， $OA = 3\sqrt{2}$ ， $AP$  的中点为  $B$ ．

- (1) 求二次函数的解析式；
- (2) 求线段  $OB$  的长；
- (3) 若射线  $OB$  上存在点  $Q$ ，使得  $\triangle AOQ$  与  $\triangle AOP$  相似，求点  $Q$  的坐标．



**【考点】** HF：二次函数综合题．

**【分析】**(1) 由点  $A$  在直线  $y=x$  上, 可知  $A$  的横纵坐标相等, 又因为  $OA=3\sqrt{2}$ , 所以可以求出  $A$  的坐标, 再把  $O$  和  $A$  的坐标代入  $y=x^2+bx+c$ , 求出  $b$  和  $c$  的值即可求出函数的解析式;

(2) 用配方法求出顶点  $P$  的坐标, 再利用勾股定理求出  $OP$  的长和  $AP$  的长, 利用勾股定理的逆定理即可判定三角形  $AOP$  的形状, 进而求出  $OB$  的长;

(3) 若  $\triangle AOQ$  与  $\triangle AOP$  相似, 则①  $\triangle AOP \sim \triangle OQA$  或②  $\triangle AOP \sim \triangle OAQ$ , 根据相似三角形的性质得到比例式, 求出满足题意的  $OQ$  值即可.

**【解答】**解: (1)  $\because$  点  $A$  在直线  $y=x$  上, 且  $OA=3\sqrt{2}$ ,

$\therefore A$  点的坐标是  $(3, 3)$ ,

$\because$  点  $O(0, 0)$ ,  $A(3, 3)$  在函数  $y=x^2+bx+c$  的图象上,

$$\therefore \begin{cases} 0=c \\ 9+3b+c=3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b=-2 \\ c=0 \end{cases},$$

故二次函数的解析式是  $y=x^2-2x$ ;

$$(2) \because y=x^2-2x=(x-1)^2-1,$$

$\therefore$  顶点  $P$  的坐标为  $(1, -1)$

$$\therefore PO=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}, AP=2\sqrt{5},$$

$$\therefore AO^2+PO^2=AP^2,$$

$$\therefore \angle AOP=90^\circ,$$

$\therefore \triangle AOP$  是直角三角形,

$\because B$  为  $AP$  的中点,

$$\therefore OB=\sqrt{5};$$

(3)  $\because \angle AOP=90^\circ$ ,  $B$  为  $AP$  的中点,

$$\therefore OB=AB,$$

$$\therefore \angle AOB=\angle OAB,$$

若  $\triangle AOQ$  与  $\triangle AOP$  相似,

则①  $\triangle AOP \sim \triangle OQA$  时,

$$\therefore \frac{AO}{OQ} = \frac{AP}{OA},$$

$$\therefore OQ_1 = \frac{9\sqrt{5}}{5};$$

②  $\triangle AOP \sim \triangle OAQ$  时,

$$\therefore \frac{AO}{OA} = \frac{AP}{OQ},$$

$$\therefore OQ_2 = 2\sqrt{5},$$

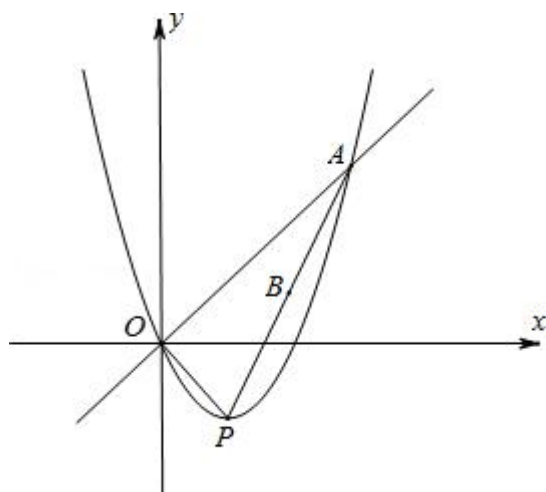
$\because$  点  $P$  的坐标为  $(1, -1)$ ,  $A$  点的坐标是  $(3, 3)$ ,  $B$  为  $AP$  的中点,

$$\therefore B \text{ 点的横坐标} = \frac{1+3}{2} = 2, \text{ 纵坐标} = \frac{-1+3}{2} = 1,$$

$\therefore B$  点的坐标为  $(2, 1)$ ,

$$\therefore Q_1 \left( \frac{18}{5}, \frac{9}{5} \right), Q_2 (4, 2)$$

即点  $Q$  的坐标分别是  $Q_1 \left( \frac{18}{5}, \frac{9}{5} \right), Q_2 (4, 2)$ .



**【点评】** 本题考查了用待定系数法求二次函数的解析式、二次函数的顶点坐标、勾股定理以及逆定理的运用以及相似三角形的判定和性质，解题时也要注意分类讨论数学思想的运用，题目的综合性很强，难度中等.

25. (14分) 如图(1), 已知  $\angle MON = 90^\circ$ , 点  $P$  为射线  $ON$  上一点, 且  $OP = 4$ ,  $B$ 、 $C$  为射线  $OM$  和  $ON$  上的两个动点 ( $OC > OP$ ), 过点  $P$  作  $PA \perp BC$ , 垂足为点  $A$ , 且  $PA = 2$ , 连接  $BP$ .

(1) 若  $\frac{S_{\triangle PAC}}{S_{\text{四边形}ABOP}} = \frac{1}{2}$  时, 求  $\tan \angle BPO$  的值;

(2) 设  $PC = x$ ,  $\frac{AB}{BC} = y$ , 求  $y$  与  $x$  之间的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 如图(2), 过点  $A$  作  $BP$  的垂线, 垂足为点  $H$ , 交射线  $ON$  于点  $Q$ , 点  $B$ 、 $C$  在射线  $OM$  和  $ON$  上运动时, 探索线段  $OQ$  的长是否发生变化? 若不发生变化, 求出它的值. 若发生变化, 试用含  $x$  的代数式表示  $OQ$  的长.

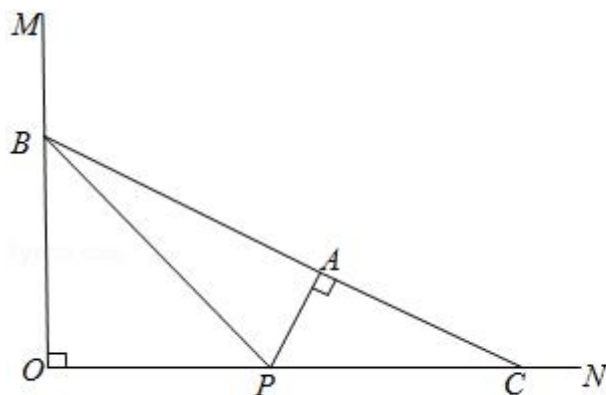


图 (1)

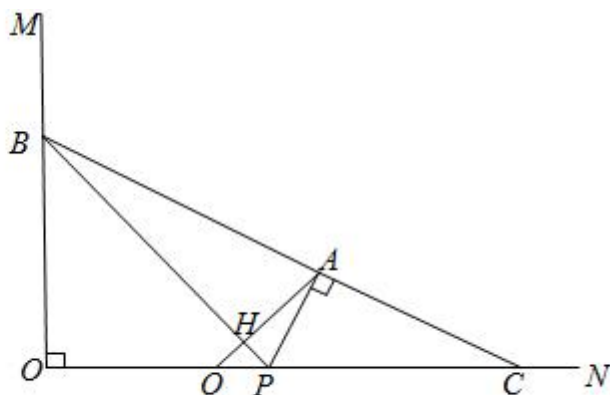


图 (2)

**【考点】** SO: 相似形综合题.

**【分析】** (1) 根据有两对角相等的三角形相似可证明  $\triangle CAP \sim \triangle COB$ , 由相似三

角形的性质可知:  $\frac{S_{\triangle PAC}}{S_{\triangle COB}} = \left(\frac{AP}{OB}\right)^2$ , 在由已知条件可求出  $OB$  的长, 由正切

的定义计算即可;

(2) 作  $AE \perp PC$  于  $E$ , 易证  $\triangle PAE \sim \triangle PCA$ , 根据相似三角形的性质: 对应边的

比值相等  $PE = \frac{4}{x}$ , 再利用平行线的性质即可得到  $\frac{AB}{BC} = \frac{OE}{OC}$ , 所以  $y = \frac{4 + \frac{4}{x}}{x + 4}$ , 整

理即可得到求  $y$  与  $x$  之间的函数解析式, 并写出定义域即可;

(3) 点  $B$ 、 $C$  在射线  $OM$  和  $ON$  上运动时, 探索线段  $OQ$  的长不发生变化, 由

$\triangle PAH \sim \triangle PBA$  得:  $\frac{PA}{PB} = \frac{PH}{PA}$ , 即  $PA^2 = PH \cdot PB$ , 由  $\triangle PHQ \sim \triangle POB$  得:  $\frac{PQ}{PB} = \frac{PH}{PO}$

即  $PQ \cdot PO = PH \cdot PB$ , 所以  $PA^2 = PQ \cdot PO$ , 再由已知数据即可求出  $OQ$  的长.

**【解答】** 解: (1)  $\because PA \perp BC$ ,

$$\therefore \angle CAP = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAP = \angle O = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ACP = \angle OCB,$$

$$\therefore \triangle CAP \sim \triangle COB,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PAC}}{S_{\triangle COB}} = \left(\frac{AP}{OB}\right)^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PAC}}{S_{\text{四边形}ABOP}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PAC}}{S_{\triangle COB}} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \left(\frac{AP}{OB}\right)^2 = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AP = 2,$$

$$\therefore OB = 2\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBP \text{ 中, } \tan \angle OPB = \frac{OB}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

(2) 作  $AE \perp PC$  于  $E$ ,

$$\therefore \angle AEP = \angle CAP = 90^\circ$$

$$\therefore \angle APE = \angle CPA,$$

$$\therefore \triangle PAE \sim \triangle PCA,$$

$$\therefore \frac{PA}{PC} = \frac{PE}{PA},$$

$$\therefore 2^2 = PE \cdot x,$$

$$\therefore PE = \frac{4}{x},$$

$$\therefore \angle MON = \angle AEC,$$

$$\therefore AE \parallel OM,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{OE}{OC},$$

$$\therefore y = \frac{4 + \frac{4}{x}}{x + 4},$$

$$\text{整理得: } y = \frac{4x+4}{x^2+4x} \quad (x > 2);$$

(3) 点  $B$ 、 $C$  在射线  $OM$  和  $ON$  上运动时, 探索线段  $OQ$  的长不发生变化,

理由如下: 由  $\triangle PAH \sim \triangle PBA$  得:  $\frac{PA}{PB} = \frac{PH}{PA}$ , 即  $PA^2 = PH \cdot PB$ ,

由  $\triangle PHQ \sim \triangle POB$  得:  $\frac{PQ}{PB} = \frac{PH}{PO}$  即  $PQ \cdot PO = PH \cdot PB$ ,

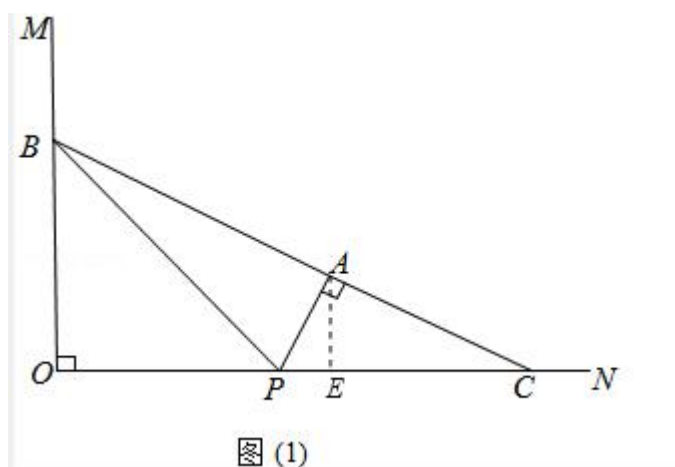
$$\therefore PA^2 = PQ \cdot PO,$$

$$\therefore PA = 2, \quad PO = 4,$$

$$\therefore PQ = 1,$$

$$\therefore OQ = 3,$$

即点  $B$ 、 $C$  在射线  $OM$  和  $ON$  上运动时，线段  $OQ$  的长不发生变化，长度是 3.



**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质、锐角三角函数的定义、平行线的判定和性质、由比例式引出的线段之间的函数关系，题目的综合性综合性很强，特别是第三问的动点问题是中考题中的难点.