

## 2012 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

### 一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 计算  $(-3)^2$  的结果是 ( )  
A. -6                      B. 6                      C. -9                      D. 9
2. (4 分) 下列二次根式中与  $\sqrt{18}$  是同类二次根式的是 ( )  
A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{6}$
3. (4 分) 下列函数中,  $y$  随  $x$  的增大而减小的是 ( )  
A.  $y = \frac{1}{3}x$                       B.  $y = -\frac{1}{3}x$                       C.  $y = \frac{3}{x}$                       D.  $y = -\frac{3}{x}$
4. (4 分) 从 1, 2, 3, 4, 5, 6 中任意取一个数, 取到的数是 6 的因数的概率是 ( )  
A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{1}{6}$
5. (4 分) 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ( )  
A. 等边三角形    B. 等腰梯形    C. 平行四边形    D. 正十边形
6. (4 分) 下列命题中, 假命题是 ( )  
A. 一组邻边相等的平行四边形是菱形  
B. 一组邻边相等的矩形是正方形  
C. 一组对边相等且有一个角是直角的四边形是矩形  
D. 一组对边平行且另一组对边不平行的四边形是梯形

### 二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算:  $a(a+2b) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
8. (4 分) 分母有理化  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
9. (4 分) 上海原世博园区最大单体建筑“世博轴”, 将被改造成为一个综合性的商业中心, 该项目营业面积将达 130000 平方米, 这个面积用科学记数法表示为  $\underline{\hspace{2cm}}$  平方米.
10. (4 分) 如果  $f(x) = \frac{k}{x}$ ,  $f(2) = -3$ , 那么  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .
11. (4 分) 若将直线  $y = 2x - 1$  向上平移 3 个单位, 则所得直线的表达式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
12. (4 分) 在方程  $x^2 + \frac{3}{x^2 - 4x} - 4x + 4 = 0$  中, 如果设  $y = x^2 - 4x$ , 那么原方程可化为

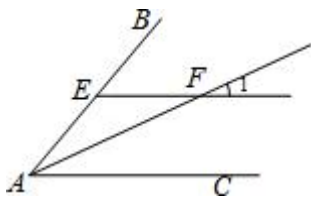
关于  $y$  的整式方程是\_\_\_\_\_.

13. (4分) 方程  $\sqrt{x+2}=x$  的解是  $x=$ \_\_\_\_\_.

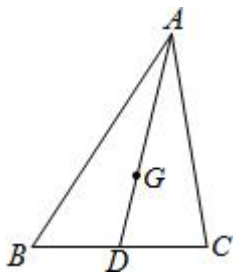
14. (4分) 用  $a$  辆车运一批橘子, 平均每辆车装  $b$  千克橘子, 若把这批橘子平均分送到  $c$  个超市, 则每个超市分到橘子\_\_\_\_\_千克.

15. (4分) 已知梯形的上底长是  $5\text{cm}$ , 中位线长是  $7\text{cm}$ , 那么下底长是\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

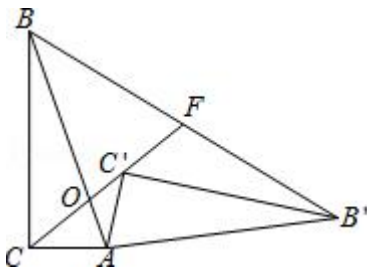
16. (4分) 如图,  $AF$  是  $\angle BAC$  的角平分线,  $EF \parallel AC$ , 如果  $\angle 1 = 25^\circ$ , 那么  $\angle BAC =$ \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



17. (4分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $G$  是重心, 设向量  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{GD} = \vec{b}$ , 那么向量  $\overrightarrow{BC}$  = \_\_\_\_\_ (结果用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示).



18. (4分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $O$  在  $AB$  上, 且  $CA = CO = 6$ ,  $\cos \angle CAB = \frac{1}{3}$ , 若将  $\triangle ACB$  绕点  $A$  顺时针旋转得到  $\text{Rt}\triangle AC'B'$ , 且  $C'$  落在  $CO$  的延长线上, 连接  $BB'$  交  $CO$  的延长线于点  $F$ , 则  $BF =$ \_\_\_\_\_.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

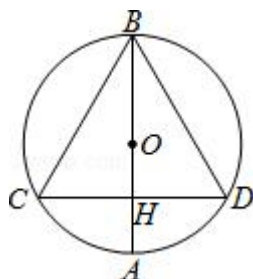
19. (10分) 化简:  $(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1}) \div \frac{a}{a+1} + 1$ .

20. (10分) 解不等式组:  $\begin{cases} 4x+6 > 1-x \\ 3(x-1) \leq x+5 \end{cases}$ , 并把解集在数轴上表示出来.

21. (10 分) 如图,  $AB$  是圆  $O$  的直径, 作半径  $OA$  的垂直平分线, 交圆  $O$  于  $C$ 、 $D$  两点, 垂足为  $H$ , 连接  $BC$ 、 $BD$ .

(1) 求证:  $BC = BD$ ;

(2) 已知  $CD = 6$ , 求圆  $O$  的半径长.



22. (10 分) 某公司组织员工 100 人外出旅游. 公司制定了三种旅游方案供员工选择:

方案一: 到  $A$  地两日游, 每人所需旅游费用 1500 元;

方案二: 到  $B$  地两日游, 每人所需旅游费用 1200 元;

方案三: 到  $C$  地两日游, 每人所需旅游费用 1000 元;

每个员工都选择了其中的一个方案, 现将公司员工选择旅游方案人数的有关数据整理后绘制成尚未完成的统计图, 根据图 1 与图 2 提供的信息解答下列问题:

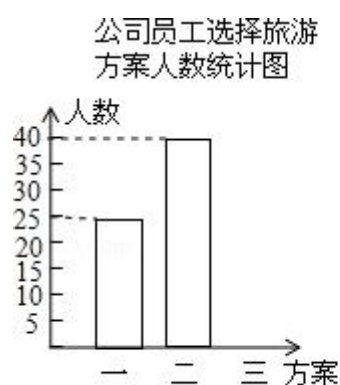


图1



图2

(1) 选择旅游方案三的员工有\_\_\_\_\_人, 将图 1 补画完整;

(2) 选择旅游方案三的女员工占女员工总数的\_\_\_\_\_ (填“几分之几”);

(3) 该公司平均每个员工所需旅游费\_\_\_\_\_元;

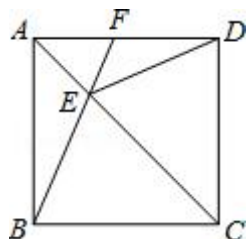
(4) 报名参加旅游的女员工所需旅游费为 57200 元, 参加旅游的女员工有\_\_\_\_\_人.

23. (12 分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $E$  为对角线  $AC$  上一点, 连接  $EB$ 、 $ED$ ,

延长  $BE$  交  $AD$  于点  $F$ .

(1) 求证:  $\angle BEC = \angle DEC$ ;

(2) 当  $CE = CD$  时, 求证:  $DF^2 = EF \cdot BF$ .

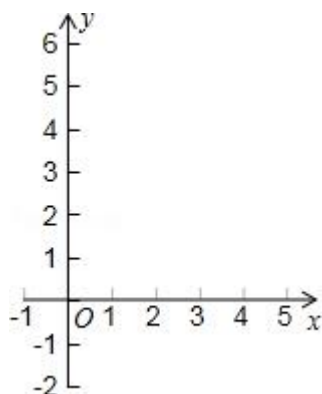


24. (12 分) 已知一次函数  $y = x + 1$  的图象和二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象都经过  $A$ 、 $B$  两点, 且点  $A$  在  $y$  轴上,  $B$  点的纵坐标为 5.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 将此二次函数图象的顶点记作点  $P$ , 求  $\triangle ABP$  的面积;

(3) 已知点  $C$ 、 $D$  在射线  $AB$  上, 且  $D$  点的横坐标比  $C$  点的横坐标大 2, 点  $E$ 、 $F$  在这个二次函数图象上, 且  $CE$ 、 $DF$  与  $y$  轴平行, 当  $CF \parallel ED$  时, 求  $C$  点坐标.

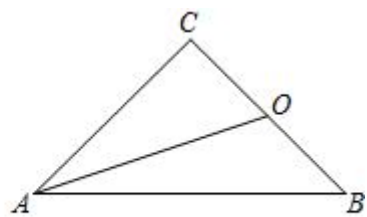
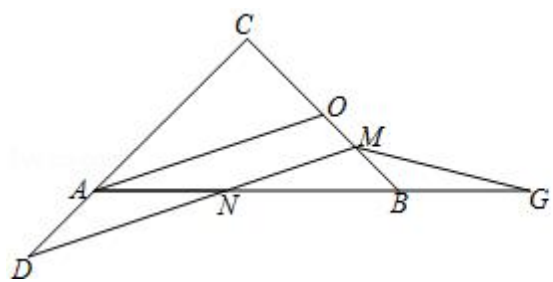


25. (14 分) 如图, 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $AB = 6$ ,  $O$  是  $BC$  边上的中点,  $N$  是  $AB$  边上的点 (不与端点重合),  $M$  是  $OB$  边上的点, 且  $MN \parallel AO$ , 延长  $CA$  与直线  $MN$  相交于点  $D$ ,  $G$  点是  $AB$  延长线上的点, 且  $BG = AN$ , 连接  $MG$ , 设  $AN = x$ ,  $BM = y$ .

(1) 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式及其定义域;

(2) 连接  $CN$ , 当以  $DN$  为半径的  $\odot D$  和以  $MG$  为半径的  $\odot M$  外切时, 求  $\angle ACN$  的正切值;

(3) 当  $\triangle ADN$  与  $\triangle MBG$  相似时, 求  $AN$  的长.



备用图

## 2012 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

### 一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 计算  $(-3)^2$  的结果是 ( )

- A. -6                      B. 6                      C. -9                      D. 9

【考点】1E: 有理数的乘方.

【分析】根据有理数的乘方运算，乘方的运算可以利用乘法的运算来进行.

【解答】解： $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ .

故选：D.

【点评】本题考查有理数的乘方运算，乘方的运算可以利用乘法的运算来进行. 负数的奇数次幂是负数，负数的偶数次幂是正数.

2. (4 分) 下列二次根式中与  $\sqrt{18}$  是同类二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{6}$

【考点】77: 同类二次根式.

【分析】先把  $\sqrt{18}$  化简为最简二次根式，再逐一判断即可.

【解答】解： $\because \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，四个选项中只有  $\sqrt{2}$  与  $3\sqrt{2}$  被开方数相同，是同类二次根式.

故选：A.

【点评】此题主要考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同. 这样的二次根式叫做同类二次根式.

3. (4 分) 下列函数中， $y$  随  $x$  的增大而减小的是 ( )

- A.  $y = \frac{1}{3}x$                       B.  $y = -\frac{1}{3}x$                       C.  $y = \frac{3}{x}$                       D.  $y = -\frac{3}{x}$

【考点】F6: 正比例函数的性质；G4: 反比例函数的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】分别根据一次函数及反比例函数的性质对各选项进行逐一分析即可.

【解答】解：A、 $\because$  正比例函数  $y = \frac{1}{3}x$  中， $k = \frac{1}{3} > 0$ ， $\therefore y$  随  $x$  的增大而增大，故本选项错误；

B、 $\because$  正比例函数  $y = -\frac{1}{3}x$  中， $k = -\frac{1}{3} < 0$ ， $\therefore y$  随  $x$  的增大而减小，故本选项

正确；

C、 $\because$  反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  中， $k = 3 > 0$ ， $\therefore$  函数图象在每一象限内  $y$  随  $x$  的增大而减小，故本选项错误；

D、 $\because$  反比例函数  $y = -\frac{3}{x}$  中， $k = -3 < 0$ ， $\therefore$  函数图象在每一象限内  $y$  随  $x$  的增大而增大，故本选项错误。

故选：B.

**【点评】** 本题考查的是反比例函数及正比例函数的性质，即反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象是双曲线；

当  $k > 0$ ，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内  $y$  随  $x$  的增大而减小；

当  $k < 0$ ，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内  $y$  随  $x$  的增大而增大。

4. (4 分) 从 1, 2, 3, 4, 5, 6 中任意取一个数，取到的数是 6 的因数的概率是 ( )

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{1}{6}$

**【考点】** X4: 概率公式.

**【专题】** 11: 计算题.

**【分析】** 先寻找 6 的因数，然后根据概率 = 所求情况数与总情况数之比，即可得出答案.

**【解答】** 解：1, 2, 3, 4, 5, 6 中 6 的因数有：1、2、3、6，共 4 个.

故取到的数是 6 的因数的概率是： $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

故选：C.

**【点评】** 本题主要考查概率公式的知识点，解答本题的关键是熟练掌握概率公式：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

5. (4 分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ( )

A. 等边三角形

B. 等腰梯形

C. 平行四边形

D. 正十边形

**【考点】** P3: 轴对称图形；R5: 中心对称图形.

**【专题】** 1: 常规题型.

**【分析】** 根据中心对称图形的定义：旋转  $180^\circ$  后能够与原图形完全重合即是中心对称图形；轴对称图形的定义：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，即可判断出答案．

**【解答】** 解：A、此图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误；  
B、此图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误；  
C、此图形是中心对称图形，但不是轴对称图形，故此选项错误；  
D、此图形是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项正确．  
故选：D．

**【点评】** 本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．判断轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；判断中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转  $180$  度后与原图形重合．

6. (4 分) 下列命题中，假命题是 ( )

- A. 一组邻边相等的平行四边形是菱形
- B. 一组邻边相等的矩形是正方形
- C. 一组对边相等且有一个角是直角的四边形是矩形
- D. 一组对边平行且另一组对边不平行的四边形是梯形

**【考点】** L9：菱形的判定；LC：矩形的判定；LF：正方形的判定；LH：梯形；O1：命题与定理．

**【分析】** 根据菱形的定义、正方形的定义以及梯形的定义即可作出判断．

**【解答】** 解：A、是菱形的定义，故命题正确；  
B、一组邻边相等的矩形是正方形，是真命题；  
C、一组对边相等且有一个角是直角的四边形不一定是矩形，



如：，是假命题；

D、是梯形的定义，是真命题．

故选：C．

**【点评】** 本题考查了命题与定理，正确理解菱形的定义、正方形的定义以及梯形

的定义是关键.

## 二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算:  $a(a+2b) = \underline{a^2+2ab}$ .

【考点】4A: 单项式乘多项式.

【分析】根据单项式与多项式相乘, 先用单项式乘多项式的每一项, 再把所得的积相加计算即可.

【解答】解: 原式  $= a^2+2ab$ ,

故答案为:  $a^2+2ab$ .

【点评】本题考查了单项式与多项式相乘, 熟练掌握运算法则是解题的关键, 计算时要注意符号的处理.

8. (4 分) 分母有理化  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \underline{\sqrt{2}+1}$ .

【考点】76: 分母有理化.

【分析】分母有理化就是指通过分子分母同时乘以同一个数, 来消去分母中的根号, 从而使分母变为有理数. 完成分母有理化, 常要用到平方差公式.

【解答】解:  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1) \times (\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$ .

【点评】要正确使用平方差公式, 去掉分母中的根号.

9. (4 分) 上海原世博园区最大单体建筑“世博轴”, 将被改造成为一个综合性的商业中心, 该项目营业面积将达 130000 平方米, 这个面积用科学记数法表示为  $\underline{1.3 \times 10^5}$  平方米.

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.

【解答】解:  $130000 = 1.3 \times 10^5$ .

故答案为:  $1.3 \times 10^5$ .

【点评】此题主要考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数, 表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

10. (4分) 如果  $f(x) = \frac{k}{x}$ ,  $f(2) = -3$ , 那么  $k = \underline{-6}$ .

【考点】E5: 函数值.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据  $f(2) = -3$ , 代入自变量与函数的值, 解关于  $k$  的方程即可.

【解答】解:  $f(2) = \frac{k}{2} = -3$ ,

解得  $k = -6$ .

故答案为:  $-6$ .

【点评】本题考查了函数值, 主要渗透了待定系数法求函数解析式的思想, 把自变量与函数值同时代入进行计算即可, 比较简单.

11. (4分) 若将直线  $y = 2x - 1$  向上平移 3 个单位, 则所得直线的表达式为  $\underline{y = 2x + 2}$ .

【考点】F9: 一次函数图象与几何变换.

【分析】直接根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】解: 由“上加下减”的原则可知, 将直线  $y = 2x - 1$  向上平移 2 个单位后, 所得直线的表达式是  $y = 2x - 1 + 3$ , 即  $y = 2x + 2$ .

故答案为:  $y = 2x + 2$ .

【点评】本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键.

12. (4分) 在方程  $x^2 + \frac{3}{x^2 - 4x} - 4x + 4 = 0$  中, 如果设  $y = x^2 - 4x$ , 那么原方程可化为关于  $y$  的整式方程是  $\underline{y^2 + 4y + 3 = 0}$ .

【考点】B4: 换元法解分式方程.

【分析】先把方程整理出含有  $x^2 - 4x$  的形式, 然后换成  $y$  再去分母即可得解.

【解答】解: 方程整理得,  $x^2 - 4x + \frac{3}{x^2 - 4x} + 4 = 0$ ,

设  $y = x^2 - 4x$ ,

原方程可化为,  $y + \frac{3}{y} + 4 = 0$ ,

方程两边都乘以  $y$ , 去分母得,

$y^2 + 4y + 3 = 0$ .

故答案为:  $y^2 + 4y + 3 = 0$ .

【点评】 本题考查了用换元法解方程，解题关键是能准确的找出可用替换的代数式  $x^2 - 4x$ ，再用字母  $y$  代替解方程.

13. (4 分) 方程  $\sqrt{x+2} = x$  的解是  $x = \underline{2}$ .

【考点】 AG: 无理方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 本题含根号，计算比较不便，因此可先对方程两边平方，得到  $x+2 = x^2$ ，再对方程进行因式分解即可解出本题.

【解答】 解：原方程变形为： $x+2 = x^2$  即  $x^2 - x - 2 = 0$

$$\therefore (x-2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 或 } x = -1$$

$\because x = -1$  时不满足题意.

$$\therefore x = 2.$$

故答案为：2.

【点评】 本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的提点灵活选用合适的方法. 本题运用的是因式分解法和平方法.

14. (4 分) 用  $a$  辆车运一批橘子，平均每辆车装  $b$  千克橘子，若把这批橘子平均分送到  $c$  个超市，则每个超市分到橘子  $\underline{\frac{ab}{c}}$  千克.

【考点】 32: 列代数式.

【分析】 先根据  $a$  辆车运一批橘子，平均每辆车装  $b$  千克橘子求出总的橘子数，再除以  $c$  即可.

【解答】 解：每个超市分到橘子  $\frac{ab}{c}$  千克.

故答案为： $\frac{ab}{c}$ .

【点评】 此题考查了列代数式，解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的等量关系列出代数式.

15. (4 分) 已知梯形的上底长是  $5cm$ ，中位线长是  $7cm$ ，那么下底长是  $\underline{9} cm$ .

【考点】 LL: 梯形中位线定理.

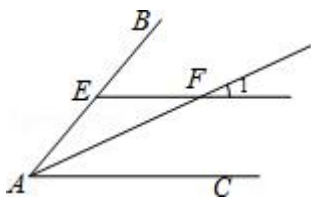
【分析】 根据“梯形中位线的长等于上底与下底和的一半”可求得其下底.

【解答】解：由已知得，下底  $= 2 \times 7 - 5 = 9\text{cm}$  .

故答案为 9 .

【点评】主要考查了梯形中位线定理的数量关系：梯形中位线的长等于上底与下底和的一半 .

16. (4 分) 如图,  $AF$  是  $\angle BAC$  的角平分线,  $EF \parallel AC$ , 如果  $\angle 1 = 25^\circ$  , 那么  $\angle BAC = \underline{50}^\circ$  .



【考点】IJ: 角平分线的定义; JA: 平行线的性质.

【分析】先根据两直线平行, 同位角相等求出  $\angle FAC$  的度数, 再根据角平分线的定义解答.

【解答】解:  $\because EF \parallel AC$ ,  $\angle 1 = 25^\circ$  ,

$\therefore \angle FAC = \angle 1 = 25^\circ$  ,

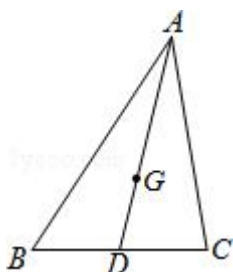
$\because AF$  是  $\angle BAC$  的角平分线,

$\therefore \angle BAC = 2\angle FAC = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$  .

故答案为: 50 .

【点评】本题考查了两直线平行, 同位角相等的性质, 角平分线的, 是基础题, 准确识图是解题的关键.

17. (4 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $G$  是重心, 设向量  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{GD} = \vec{b}$ , 那么向量  $\overrightarrow{BC} = \underline{-2\vec{a} + 6\vec{b}}$  (结果用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示).



【考点】K5: 三角形的重心; LM: \*平面向量.

【分析】根据三角形的重心的定义知  $AG = 2GD$ ,  $BD = DC$ ; 然后根据向量加法的三角形法则进行计算即可.

【解答】解：∵在 $\triangle ABC$ 中，点 $G$ 是重心， $\overrightarrow{GD}=\vec{b}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AD}=3\vec{b}, \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD};$$

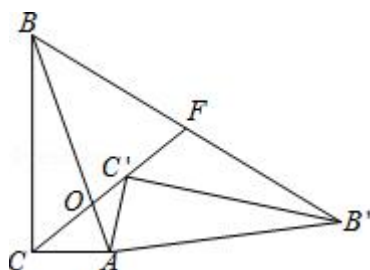
$$\text{又} \because \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}=\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{BC}=2(3\vec{b}-\vec{a})=-2\vec{a}+6\vec{b};$$

故答案是： $-2\vec{a}+6\vec{b}$ .

【点评】本题考查了平面向量、三角形的重心. 注意，向量是既有大小又有方向的.

18. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 $O$ 在 $AB$ 上，且 $CA=CO=6$ ， $\cos \angle CAB=\frac{1}{3}$ ，若将 $\triangle ACB$ 绕点 $A$ 顺时针旋转得到 $\text{Rt}\triangle AC'B'$ ，且 $C'$ 落在 $CO$ 的延长线上，连接 $BB'$ 交 $CO$ 的延长线于点 $F$ ，则 $BF=\underline{14}$ .



【考点】R2：旋转的性质.

【分析】过 $C$ 作 $CD\perp AB$ 于点 $D$ ，根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AD=DO$ ，然后根据 $\angle CAB$ 的余弦值列式求出 $AB$ 、 $AD$ 的值，再求出 $AO$ 的值，根据 $BO=AB-AO$ 代入数据求出 $BO$ ，然后根据旋转的性质可得 $AC=AC'$ ， $AB=AB'$ ，再根据旋转角得到 $\angle CAC'=\angle BAB'$ ，然后根据三角形的内角和定理求出 $\angle ABB'=\angle ACC'$ ，从而求出 $\angle BOF=\angle BFO$ ，根据等角对等边的性质可得 $BF=BO$ ，从而得解.

【解答】解：过 $C$ 作 $CD\perp AB$ 于点 $D$ ，

$$\because CA=CO,$$

$$\therefore AD=DO,$$

$$\text{在} \text{Rt}\triangle ACB \text{ 中, } \cos \angle CAB = \frac{1}{3} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{AB},$$

$$\therefore AB=3AC=18,$$

在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中:  $\cos \angle CAB = \frac{1}{3} = \frac{AD}{AC}$ ,

$$\therefore AD = \frac{1}{3}AC = 2,$$

$$\therefore AO = 2AD = 4,$$

$$\therefore BO = AB - AO = 18 - 4 = 14,$$

$\because \triangle AC'B'$  是由  $\triangle ACB$  旋转得到,

$$\therefore AC = AC', AB = AB', \angle CAC' = \angle BAB',$$

$$\because \angle ACC' = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CAC'), \angle ABB' = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAB'),$$

$$\therefore \angle ABB' = \angle ACC',$$

$\therefore$  在  $\triangle CAO$  和  $\triangle BFO$  中,  $\angle BFO = \angle CAO$ ,

$$\because CA = CO,$$

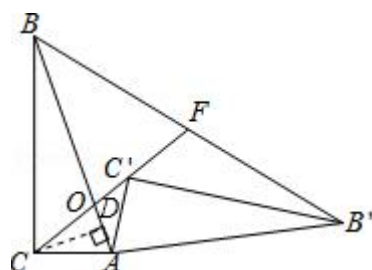
$$\therefore \angle COA = \angle CAO,$$

又  $\because \angle COA = \angle BOF$  (对顶角相等),

$$\therefore \angle BOF = \angle BFO,$$

$$\therefore BF = BO = 14.$$

故答案为: 14.



**【点评】** 本题考查了旋转的性质, 等腰三角形三线合一的性质, 三角形的内角和定理, 以及锐角三角函数的应用, 求出  $BO$  的长度之后, 难点在于求  $BF = BO$ .

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 化简:  $(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1}) \div \frac{a}{a+1} + 1$ .

**【考点】** 6C: 分式的混合运算.

**【专题】** 11: 计算题.

**【分析】** 先将括号内部分通分, 再根据分式除法法则运算, 然后再通分计算加减.

**【解答】** 解: 原式 =  $\frac{a-1+a+1}{(a-1)(a+1)} \times \frac{a+1}{a} + 1 \cdots (4 \text{ 分})$

$$= \frac{2}{a-1} + \frac{a-1}{a-1} \cdots (4 \text{ 分})$$

$$= \frac{a+1}{a-1} \cdots (2 \text{ 分})$$

【点评】本题考查了分式的混合运算，关键是通分，因式分解，注意混合运算的运算顺序.

20. (10 分) 解不等式组:  $\begin{cases} 4x+6 > 1-x \\ 3(x-1) \leq x+5 \end{cases}$ , 并把解集在数轴上表示出来.

【考点】C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【专题】11: 计算题.

【分析】将不等式组的两不等式分别记作①和②, 由不等式①移项, 将  $x$  的系数化为 1, 求出  $x$  的范围, 由不等式②左边去括号后, 移项并将  $x$  的系数化为 1 求出解集, 找出两解集的公共部分, 确定出原不等式组的解集, 并将此解集表示在数轴上即可.

【解答】解:  $\begin{cases} 4x+6 > 1-x \text{ ①} \\ 3(x-1) \leq x+5 \text{ ②} \end{cases}$ ,

由不等式①移项得:  $4x+x > 1-6$ ,

整理得:  $5x > -5$ ,

解得:  $x > -1$ ,  $\cdots (1 \text{ 分})$

由不等式②去括号得:  $3x-3 \leq x+5$ ,

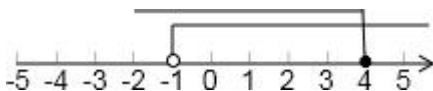
移项得:  $3x-x \leq 5+3$ ,

合并得:  $2x \leq 8$ ,

解得:  $x \leq 4$ ,  $\cdots (2 \text{ 分})$

则不等式组的解集为  $-1 < x \leq 4$ .  $\cdots (4 \text{ 分})$

在数轴上表示不等式组的解集如图所示,  $\cdots (6 \text{ 分})$

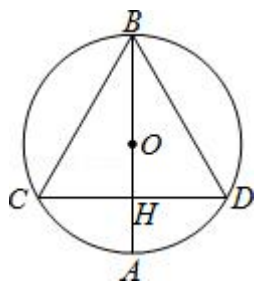


【点评】此题考查了一元一次不等式组的解法, 以及在数轴上表示不等式的解集, 分别求出不等式组中两不等式的解集, 然后利用取解集的方法 (同大取大, 同小取小, 大小小大取中间, 大大小小无解) 来找出不等式组的解集.

21. (10 分) 如图,  $AB$  是圆  $O$  的直径, 作半径  $OA$  的垂直平分线, 交圆  $O$  于  $C$ 、 $D$  两点, 垂足为  $H$ , 连接  $BC$ 、 $BD$ .

(1) 求证:  $BC = BD$ ;

(2) 已知  $CD = 6$ ，求圆  $O$  的半径长.



【考点】KG：线段垂直平分线的性质；KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【专题】11：计算题；14：证明题.

【分析】(1) 根据垂径定理得出  $CH = DH$ ，根据线段的垂直平分线性质的得出  $BC = BD$  即可；

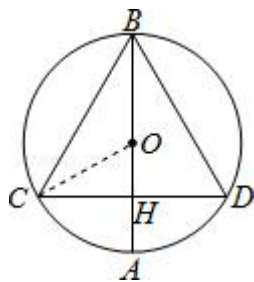
(2) 连接  $OC$ ，设圆  $O$  的半径为  $r$ ，则  $OH = \frac{1}{2}r$ ，在  $\triangle OCH$  中根据勾股定理得出一个关于  $r$  的方程，求出方程的解即可.

【解答】(1) 证明： $\because AB$  是圆  $O$  的直径，且  $AB \perp CD$ ，

$$\therefore CH = DH,$$

$$\because AB \perp CD,$$

$$\therefore BC = BD.$$



(2) 解：连接  $OC$ ，

$\because CD$  平分  $OA$ ，设圆  $O$  的半径为  $r$ ，则  $OH = \frac{1}{2}r$ ，

$$\because CD = 6,$$

$$\therefore CH = \frac{1}{2}CD = 3,$$

$$\because \angle CHO = 90^\circ,$$

$$\therefore OH^2 + CH^2 = CO^2,$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + 3^2 = r^2,$$

$$\therefore r = 2\sqrt{3},$$

答：圆  $O$  的半径长是  $2\sqrt{3}$ .

**【点评】** 本题考查了线段的垂直平分线定理，勾股定理，垂径定理的应用，主要培养了学生运用定理解推理和计算的能力，用了方程思想.

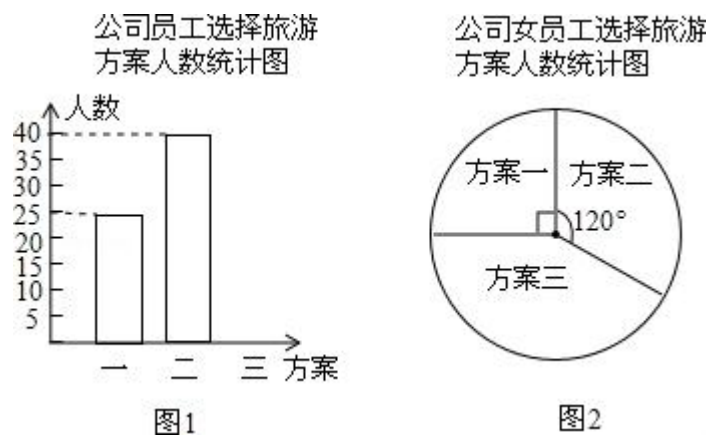
22. (10 分) 某公司组织员工 100 人外出旅游. 公司制定了三种旅游方案供员工选择:

方案一: 到  $A$  地两日游, 每人所需旅游费用 1500 元;

方案二: 到  $B$  地两日游, 每人所需旅游费用 1200 元;

方案三: 到  $C$  地两日游, 每人所需旅游费用 1000 元;

每个员工都选择了其中的一个方案, 现将公司员工选择旅游方案人数的有关数据整理后绘制成尚未完成的统计图, 根据图 1 与图 2 提供的信息解答下列问题:



- (1) 选择旅游方案三的员工有 35 人, 将图 1 补画完整;
- (2) 选择旅游方案三的女员工占女员工总数的  $\frac{5}{12}$  (填“几分之几”);
- (3) 该公司平均每个员工所需旅游费 1205 元;
- (4) 报名参加旅游的女员工所需旅游费为 57200 元, 参加旅游的女员工有 48 人.

**【考点】** VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图; W2: 加权平均数.

**【专题】** 1: 常规题型.

**【分析】** (1) 总人数为 100 人, 而选择方案一和方案二的人数分别为 25 人和 40 人, 继而即可求出选择方案三的人数;

(2) 根据图 2 的扇形统计图, 先求出选择方案三的女员工的圆心角为  $360^\circ - 120^\circ - 90^\circ$ , 继而即可求出选择旅游方案三的女员工占女员工总数的百分比;

(3) 先求出 100 个员工所需的旅游费用，然后除以总人数即可；

(4) 设参加旅游的女员工人数为  $x$  人，则根据选择各个方案的女员工的百分比及各个方案的旅游费用，列方程进行求解．

【解答】解：(1)  $100 - (25+40) = 35$  (人)；

$$(2) \frac{360^\circ - 120^\circ - 90^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{12};$$

$$(3) \frac{25 \times 1500 + 40 \times 1200 + 35 \times 1000}{100} = 1205 \text{ (元)};$$

(4) 设参加旅游的女员工人数为  $x$  人，

$$\text{则根据题意得: } \frac{90^\circ}{360^\circ} \times x \times 1500 + \frac{120^\circ}{360^\circ} \times x \times 1200 + \frac{5}{12} \times x \times 1000 = 57200,$$

解得:  $x = 48$ .

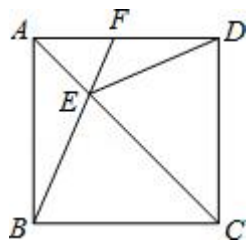
故答案为:  $35; \frac{5}{12}; 1205; 48$ .

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

23. (12 分) 如图，在正方形  $ABCD$  中， $E$  为对角线  $AC$  上一点，连接  $EB$ 、 $ED$ ，延长  $BE$  交  $AD$  于点  $F$ ．

(1) 求证:  $\angle BEC = \angle DEC$ ;

(2) 当  $CE = CD$  时，求证:  $DF^2 = EF \cdot BF$ .



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 利用正方形的性质，根据  $SAS$  即可证得:  $\triangle BEC \cong \triangle DEC$ ，从而求

证；

(2) 首先证明  $\triangle FDE \sim \triangle FBD$ ，根据相似三角形的对应边的比相等，即可证得

$$\frac{EF}{DF} = \frac{DF}{BF}, \text{ 即 } DF^2 = EF \cdot BF.$$

【解答】证明：(1)  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，

$$\therefore BC = CD, \text{ 且 } \angle BCE = \angle DCE,$$

又  $\because CE$  是公共边，

$$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DEC,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle DEC.$$

(2) 连接  $BD$ .

$$\because CE = CD, \therefore \angle DEC = \angle EDC.$$

$$\because \angle BEC = \angle DEC, \angle BEC = \angle AEF,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle AEF.$$

$$\because \angle AEF + \angle FED = \angle EDC + \angle ECD,$$

$$\therefore \angle FED = \angle ECD.$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，

$$\therefore \angle ECD = \frac{1}{2} \angle BCD = 45^\circ, \angle ADB = \frac{1}{2} \angle ADC = 45^\circ,$$

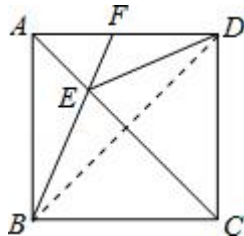
$$\therefore \angle ECD = \angle ADB.$$

$$\therefore \angle FED = \angle ADB.$$

又  $\because \angle BFD$  是公共角，

$$\therefore \triangle FDE \sim \triangle FBD,$$

$$\therefore \frac{EF}{DF} = \frac{DF}{BF}, \text{ 即 } DF^2 = EF \cdot BF.$$



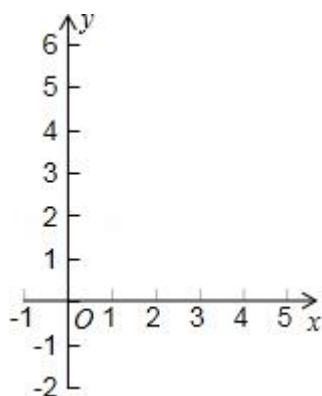
【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，和正方形的性质，正确理解正方形的性质是关键.

24. (12分) 已知一次函数  $y = x + 1$  的图象和二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象都经过  $A$ 、 $B$  两点，且点  $A$  在  $y$  轴上， $B$  点的纵坐标为 5.

(1) 求这个二次函数的解析式；

(2) 将此二次函数图象的顶点记作点  $P$ ，求  $\triangle ABP$  的面积；

(3) 已知点  $C$ 、 $D$  在射线  $AB$  上，且  $D$  点的横坐标比  $C$  点的横坐标大 2，点  $E$ 、 $F$  在这个二次函数图象上，且  $CE$ 、 $DF$  与  $y$  轴平行，当  $CF \parallel ED$  时，求  $C$  点坐标.



**【考点】** HF：二次函数综合题.

**【专题】** 11：计算题.

**【分析】** (1) 利用一次函数结合  $A$ 、 $B$  两点的特点，求出  $A$ 、 $B$  两点的坐标，然后将  $A$ 、 $B$  的坐标代入  $y = x^2 + bx + c$ ，即可组成方程组求出  $b$ 、 $c$  的值，从而得到二次函数的解析式；

(2) 画出二次函数图象，画一次函数  $AB$  的图象，将  $\triangle APB$  转化为  $\triangle APG$  和  $\triangle PGB$  两个三角形的面积的和来解答；

(3) 设  $C$  点横坐标为  $a$ ，据题意此推知  $C$  点坐标为  $(a, a + 1)$ ， $D$  点坐标为  $(a + 2, a + 3)$ ， $E$  点坐标为  $(a, a^2 - 3a + 1)$ ， $F$  点坐标为  $(a + 2, a^2 + a - 1)$ ，得到  $CE = -a^2 + 4a$ ， $DF = a^2 - 4$ ，根据  $CE \parallel DF$ ， $CF \parallel ED$ ，得出四边形  $CEDF$  是平行四边形，根据平行四边形的性质，求出  $-a^2 + 4a = a^2 - 4$ ，或  $-a^2 + 4a = -a^2 + 4$  求出  $a$  的值，从而得到  $C$  点坐标.

**【解答】** 解：(1) 如图 1， $A$  点坐标为  $(0, 1)$ ，

将  $y = 5$  代入  $y = x + 1$ ，得  $x = 4$ ，

$\therefore B$  点坐标为  $(4, 5)$ ，

将  $A$ 、 $B$  两点坐标代入  $y = x^2 + bx + c$ ，

$$\text{解得} \begin{cases} b=-3 \\ c=1 \end{cases},$$

$\therefore$  二次函数解析式为  $y = x^2 - 3x + 1$ .

$$(2) y = x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4},$$

$P$  点坐标为  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right)$ ,

抛物线对称轴与直线  $AB$  的交点记作点  $G$ , 则点  $G\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ,

$$\therefore PG = \left|\frac{5}{2} - \left(-\frac{5}{4}\right)\right| = \frac{15}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = S_{\triangle APG} + S_{\triangle BPG} = \frac{15}{2}.$$

(3) 如图 2, 设  $C$  点横坐标为  $a$ ,

则  $C$  点坐标为  $(a, a+1)$ ,  $D$  点坐标为  $(a+2, a+3)$ ,

$E$  点坐标为  $(a, a^2 - 3a + 1)$ ,  $F$  点坐标为  $(a+2, a^2 + a - 1)$ ,

由题意, 得  $CE = -a^2 + 4a$ ,  $DF = a^2 - 4$ ,

$\therefore$  且  $CE$ 、 $DF$  与  $y$  轴平行,

$$\therefore CE \parallel DF,$$

又  $\therefore CF \parallel ED$ ,

$\therefore$  四边形  $CEDF$  是平行四边形,

$$\therefore CE = DF,$$

$$\therefore -a^2 + 4a = a^2 - 4,$$

解得,  $a_1 = 1 + \sqrt{3}$ ,

$$a_2 = 1 - \sqrt{3} \text{ (舍)},$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } (1 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}).$$

当  $CE = -a^2 + 4a$ ,  $DF = -a^2 + 4$ ,

$\therefore$  且  $CE$ 、 $DF$  与  $y$  轴平行,

$$\therefore CE \parallel DF,$$

又  $\therefore CF \parallel ED$ ,

$\therefore$  四边形  $CEDF$  是平行四边形,

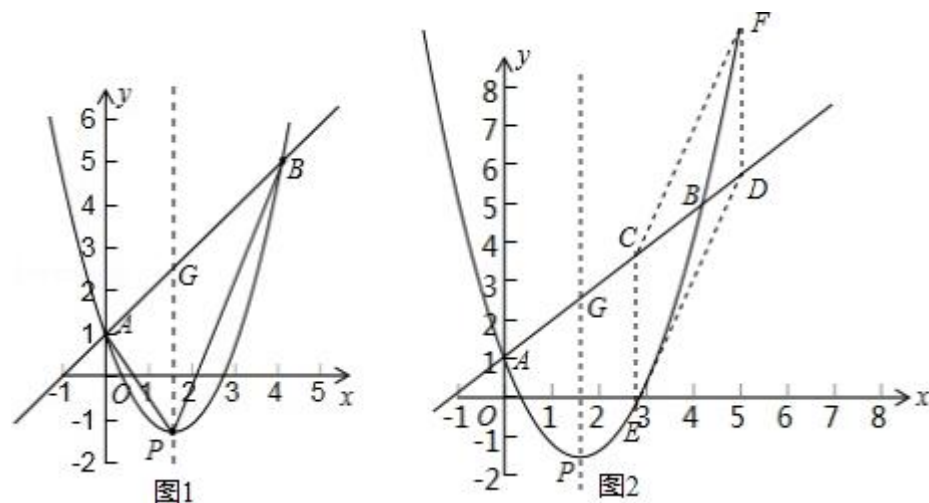
$$\therefore CE = DF,$$

$$\therefore -a^2 + 4a = -a^2 + 4,$$

解得：  $a = 1$ ，

故  $C$  点坐标为：  $(1, 2)$  当  $C$  点坐标为  $(1, 2)$  时  $CF$  不  $\parallel ED$ ，舍去。

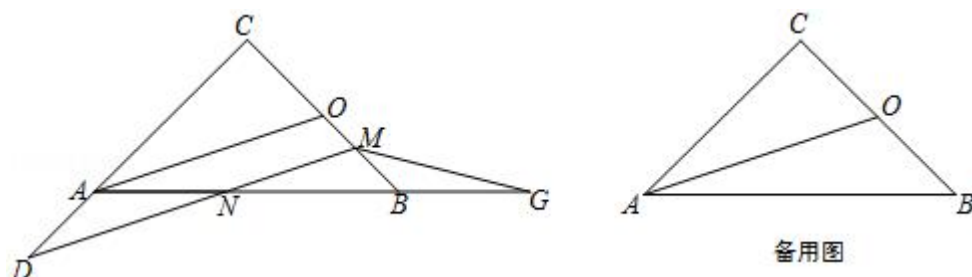
综上所述：  $C$  点坐标为  $(1+\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$ 。



**【点评】** 本题考查了一次函数、二次函数图象上点的坐标特征，三角形面积与坐标的关系、平行四边形的判定等内容，以二次函数为依托，将所有知识有机的结合在一起，考查了学生的综合思维能力。

25. (14 分) 如图，已知  $\triangle ABC$  中，  $\angle C = 90^\circ$ ，  $AC = BC$ ，  $AB = 6$ ，  $O$  是  $BC$  边上的中点，  $N$  是  $AB$  边上的点（不与端点重合），  $M$  是  $OB$  边上的点，且  $MN \parallel AO$ ，延长  $CA$  与直线  $MN$  相交于点  $D$ ，  $G$  点是  $AB$  延长线上的点，且  $BG = AN$ ，连接  $MG$ ，设  $AN = x$ ，  $BM = y$ 。

- (1) 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式及其定义域；
- (2) 连接  $CN$ ，当以  $DN$  为半径的  $\odot D$  和以  $MG$  为半径的  $\odot M$  外切时，求  $\angle ACN$  的正切值；
- (3) 当  $\triangle ADN$  与  $\triangle MBG$  相似时，求  $AN$  的长。



**【考点】** JA：平行线的性质；KD：全等三角形的判定与性质；KH：等腰三角形的性质；KQ：勾股定理；KW：等腰直角三角形；S9：相似三角形的判定与性质；SO：相似形综合题。

【专题】11：计算题.

【分析】(1) 证  $\triangle BMN \sim \triangle BOA$ , 推出  $\frac{MB}{BO} = \frac{BN}{AB}$ , 由勾股定理求出  $BC = 3\sqrt{2}$ ,  $BO$

$= \frac{3\sqrt{2}}{2}$ , 根据  $AN = x$ ,  $BM = y$ , 代入求出即可;

(2) 求出  $MG = MN$ , 根据等腰三角形性质求出  $\angle AND = \angle G$ ,  $\angle DAN = \angle MBG$ ,

根据 AAS 证  $\triangle AND \cong \triangle BGM$ , 推出  $DN = MG = MN$ , 求出  $\tan \angle CAO = \frac{CO}{AC} = \frac{1}{2}$ ,

根据平行线性质求出  $\angle CAO = \angle ACN$ , 即可求出答案;

(3) 分为两种情况: ①若  $\angle D = \angle BMG$  时, 过点  $G$  作  $GE \perp CB$ , 垂足为点  $E$ ,

求出  $\tan \angle BMG = \frac{GE}{ME} = \frac{1}{2}$ , 根据  $\angle ABC = \angle GBE = \angle BGE = 45^\circ$ , 推出  $BM =$

$BE$ , 根据勾股定理得出  $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ , 与 (1) 得出关系式组成方程组, 即可求出

$x$ ; ②若  $\angle D = \angle G$  时, 过点  $M$  作  $MF \perp AB$ , 垂足为点  $F$ ,  $\tan \angle G = \frac{1}{2}$ , 求出  $x$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}y$ , 同样得出方程组, 求出  $x$  即可.

【解答】(1) 解:  $\because MN \parallel AO$ ,

$\therefore \triangle BMN \sim \triangle BOA$ ,

$$\therefore \frac{MB}{BO} = \frac{BN}{AB},$$

$\because \angle C = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $AB = 6$ ,

$\therefore$  由勾股定理得:  $BC = 3\sqrt{2}$ ,

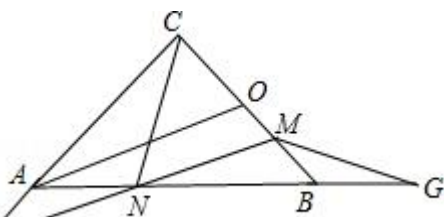
$\because O$  是  $BC$  边上的中点,

$$\therefore BO = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$\because AN = x$ ,  $BM = y$ ,

$$\therefore \frac{y}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{6-x}{6},$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2}(6-x)}{4} \quad (0 < x < 6);$$



(2) 解:  $\because$  以  $DN$  为半径的  $\odot D$  和以  $MG$  为半径的  $\odot M$  外切,

$$\therefore DN + MG = DM, \text{ 又 } DN + MN = DM,$$

$$\therefore MG = MN,$$

$$\therefore \angle MNG = \angle G,$$

$$\text{又 } \because \angle MNG = \angle AND,$$

$$\therefore \angle AND = \angle G,$$

$$\because AC = BC,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle CBA,$$

$$\therefore \angle DAN = \angle MBG,$$

$$\text{又 } \because AN = BG,$$

$$\therefore \triangle AND \cong \triangle BGM,$$

$$\therefore DN = MG = MN,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore CN = DN,$$

$$\therefore \angle ACN = \angle D,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AC = BC, O \text{ 是 } BC \text{ 边上的中点},$$

$$\therefore \tan \angle CAO = \frac{CO}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\because MN \parallel AO,$$

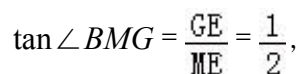
$$\therefore \angle CAO = \angle D,$$

$$\therefore \angle CAO = \angle ACN,$$

$$\therefore \tan \angle ACN = \frac{1}{2};$$

(3) 解:  $\because \angle DAN = \angle MBG$ , 当  $\triangle ADN$  与  $\triangle MBG$  相似时, 分为两种情况:

① 若  $\angle D = \angle BMG$  时, 过点  $G$  作  $GE \perp CB$ , 垂足为点  $E$ ,


$$\therefore AC \parallel GE,$$
$$\because \angle ABC = \angle GBE = 45^\circ,$$
$$\therefore BE = EG,$$

∴由勾股定理得： $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ ,

∴由(1)知:  $y = \frac{\sqrt{2}(6-x)}{4}$ ,

$$\therefore \tan \angle G = \frac{1}{2} = \frac{MF}{GF},$$
$$\because \angle C = 90^\circ, AC = BC,$$
$$\therefore \angle MFB = 90^\circ \quad ,$$
$$\therefore BF = MF,$$
$$\therefore BF = BG,$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2}}{2}y,$$

$$\text{由 (1) 知: } y = \frac{\sqrt{2}(6-x)}{4},$$

$$\therefore \text{解得: } x = \frac{6}{5};$$

综上所述, 当 $\triangle ADN$ 与 $\triangle MBG$ 相似时,  $AN$ 的长为2或 $\frac{6}{5}$ .

**【点评】** 本题考查了相似三角形的性质和判定, 全等三角形的性质和判定, 平行线的性质, 等腰三角形的性质, 等腰直角三角形, 勾股定理等知识点的运用, 主要考查学生综合运用性质进行推理和计算的能力, 题目综合性比较强, 难度偏大, 分类讨论思想的运用.