

2012 年上海市静安区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) [每小题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $9^{\frac{1}{3}}=3$ B. $9^{\frac{1}{3}}=\pm 3$ C. $9^{\frac{1}{2}}=3$ D. $9^{\frac{1}{2}}=\pm 3$

2. (4 分) 关于 x 的方程 $x^2 - mx - 1 = 0$ 根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定的

3. (4 分) 函数 $y = (1 - k)x$ 中，如果 y 随着 x 增大而减小，那么常数 k 的取值范围是 ()

- A. $k < 1$ B. $k > 1$ C. $k \leq 1$ D. $k \geq 1$

4. (4 分) 在一个袋中，装有除颜色外其它完全相同的 2 个红球和 2 个白球，从中随机摸出两个球，摸到的两个球颜色不同的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

5. (4 分) 对角线互相平分且相等的四边形是 ()

- A. 菱形 B. 矩形 C. 正方形 D. 等腰梯形

6. (4 分) 如果 $\odot O_1$ 的半径是 5， $\odot O_2$ 的半径为 8， $O_1O_2 = 4$ ，那么 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是 ()

- A. 内含 B. 内切 C. 相交 D. 外离

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分) [在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. (4 分) 化简： $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 化简： $6a^6 \div 3a^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

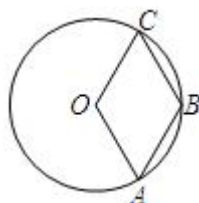
9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ -2x < 3 \end{cases}$ 的整数解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4 分) 方程 $\sqrt{x+6} = x$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

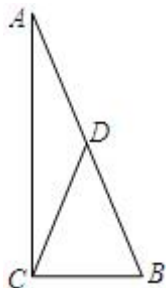
11. (4 分) 函数 $y = \frac{3x-2}{2x+3}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4 分) 已知 $x^2 + xy - 2y^2 = 0$ ($y \neq 0$), 那么 $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4分) 如果点 A 、 B 在一个反比例函数的图象上, 点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 点 B 横坐标为 2, 那么 A 、 B 两点之间的距离为_____.
14. (4分) 数据 3、4、5、5、6、7 的方差是_____.
15. (4分) 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, 要使四边形 $ABCD$ 是中心对称图形, 只需添加一个条件, 这个条件可以是_____. (只要填写一种情况)
16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $CD = 2BD$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DA}$ = _____.
17. (4分) 如图, 点 A 、 B 、 C 在半径为 2 的 $\odot O$ 上, 四边形 $OABC$ 是菱形, 那么由 $\widehat{BC}$ 和弦 BC 所组成的弓形面积是_____.



18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 为 AB 的中点, $BC = 3$, $\cos B = \frac{1}{3}$, $\triangle DBC$ 沿着 CD 翻折后, 点 B 落到点 E , 那么 AE 的长为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) [将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

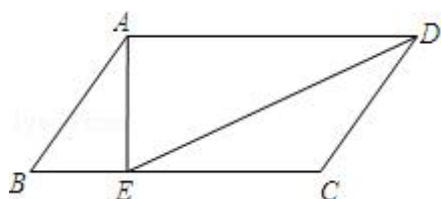
19. (10分) 化简: $\frac{1}{x^2-3x+2} + (x-1)^{-1} + (x-2)^0$, 并求当 $x = \sqrt{3} + 1$ 时的值.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{3}{x^2+y} + \frac{1}{x+y} = 2 \\ \frac{6}{x^2+y} - \frac{1}{x+y} = 1. \end{cases}$$

21. (10分) 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 8$, $AE \perp BC$, 垂足为 E , $\cos B = \frac{3}{5}$.

求：(1) DE 的长；

(2) $\angle CDE$ 的正弦值.



22. (10 分) 20 个集装箱装满了甲、乙、丙三种商品共 120 吨，每个集装箱都只装载一种商品，根据下表提供的信息，解答以下问题：

商品类型	甲	乙	丙
每个集装箱装载量 (吨)	8	6	5
每吨价值 (万元)	12	15	20

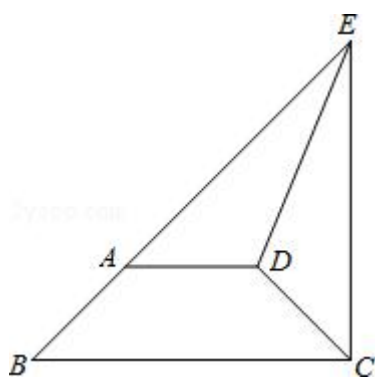
(1) 如果甲种商品装 x 个集装箱，乙种商品装 y 个集装箱，求 y 与 x 之间的关系式；

(2) 如果其中 5 个集装箱装了甲种商品，求每个集装箱装载商品总价值的中位数.

23. (12 分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD = AD$ ，点 E 在 BA 的延长线上， $AE = BC$ ， $\angle AED = \alpha$.

(1) 求证： $\angle BCD = 2\alpha$ ；

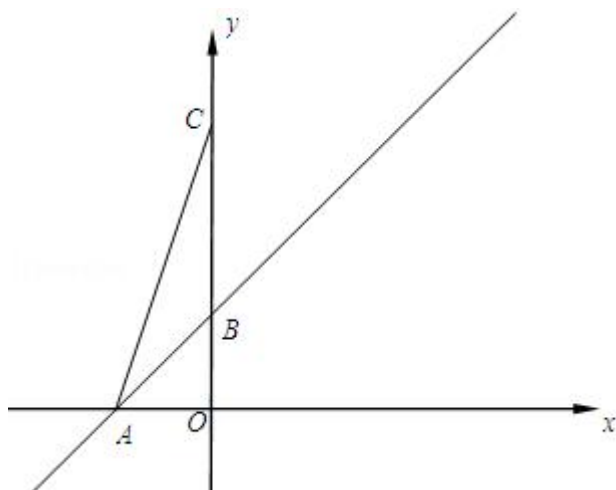
(2) 当 ED 平分 $\angle BEC$ 时，求证： $\triangle EBC$ 是等腰直角三角形.



24. (12 分) 如图，一次函数 $y = x + 1$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B . 二次函数的图象与 y 轴的正半轴相交于点 C ，与这个一次函数的图象相交于点 A 、 D ，且 $\sin \angle ACB = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

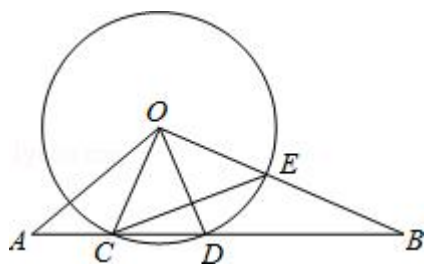
(1) 求点 C 的坐标；

(2) 如果 $\angle CDB = \angle ACB$, 求这个二次函数的解析式.



25. (14 分) 如图, $\odot O$ 的半径为 6, 线段 AB 与 $\odot O$ 相交于点 C 、 D , $AC = 4$, $\angle BOD = \angle A$, OB 与 $\odot O$ 相交于点 E , 设 $OA = x$, $CD = y$.

- (1) 求 BD 长;
- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 当 $CE \perp OD$ 时, 求 AO 的长.



2012 年上海市静安区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1.（4 分）下列运算正确的是（ ）

A. $9^{\frac{1}{3}}=3$

B. $9^{\frac{1}{3}}=\pm 3$

C. $9^{\frac{1}{2}}=3$

D. $9^{\frac{1}{2}}=\pm 3$

【考点】2F：分数指数幂.

【专题】17：推理填空题.

【分析】求出 $9^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} \neq \sqrt[3]{3^3}$ ，即不等于 3，即可判断 A、B；求出 $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ ，即可判断 C、D.

【解答】解：A、 $9^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} \neq 3$ ，故本选项错误；

B、 $9^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} \neq \pm 3$ ，故本选项错误；

C、 $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ ，故本选项正确；

D、 $9^{\frac{1}{2}} = 3 \neq \pm 3$ ，故本选项错误；

故选：C.

【点评】本题考查了对分数指数幂的应用，主要考查了学生的辨析能力和计算能力，题目比较好，但是一道比较容易出错的题目.

2.（4 分）关于 x 的方程 $x^2 - mx - 1 = 0$ 根的情况是（ ）

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根

D. 不能确定的

【考点】AA：根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】先计算 $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4$ ，由于 m^2 为非负数，则 $m^2 + 4 > 0$ ，即 $\Delta > 0$ ，根据一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的意义即可判断方程根的情况.

【解答】解： $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4$,

$\because m^2 \geq 0$,

$\therefore m^2+4 > 0$, 即 $\Delta > 0$,

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选: A.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

3. (4 分) 函数 $y = (1 - k)x$ 中, 如果 y 随着 x 增大而减小, 那么常数 k 的取值范围是 ()

- A. $k < 1$ B. $k > 1$ C. $k \leq 1$ D. $k \geq 1$

【考点】 F6: 正比例函数的性质.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 先根据函数 $y = (1 - k)x$ 中, y 随着 x 增大而减小得出关于 k 的不等式, 求出 k 的取值范围即可.

【解答】 解: $\because$ 函数 $y = (1 - k)x$ 中, y 随着 x 增大而减小,

$\therefore 1 - k < 0$, 解得 $k > 1$.

故选: B.

【点评】 本题考查的是正比例函数的性质, 即正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 中, 当 $k < 0$ 时, y 随着 x 增大而减小.

4. (4 分) 在一个袋中, 装有除颜色外其它完全相同的 2 个红球和 2 个白球, 从中随机摸出两个球, 摸到的两个球颜色不同的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

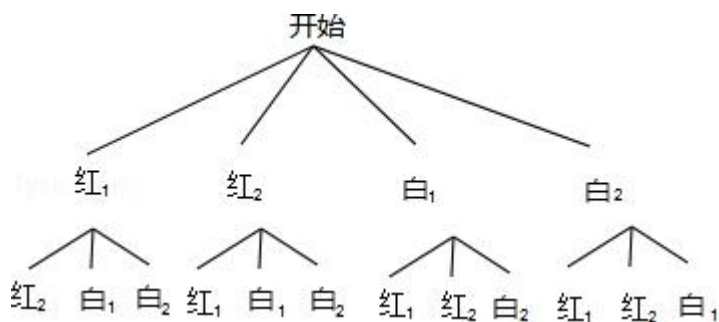
【分析】 列举出所有情况, 让摸出两个球均为红球的情况数除以总情况数即为所求的概率.

【解答】 解: 画树形图得:

$\therefore$ 从中随机摸出两个球, 摸到的两个球颜色的不同组合为 12 种, 摸到的两个球颜色不同的组合为: 8,

$\therefore P(\text{摸到的两个球颜色不同}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$,

故选: D.



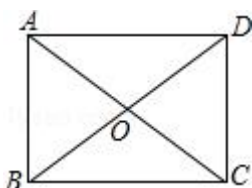
【点评】此题考查了用列表法或树状图法求随机事件的概率，树形图法可以不重不漏的列举出所有可能发生的情况，树形图法适合于两步或两步以上完成的事件．还要注意题目是放回实验还是不放回实验．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

5. (4 分) 对角线互相平分且相等的四边形是 ()

- A. 菱形 B. 矩形 C. 正方形 D. 等腰梯形

【考点】LC：矩形的判定．

【分析】根据对角线互相平分得出平行四边形，再加上对角线相等即可得出矩形．



【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OA = OC, OB = OD,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AC = BD,$$

∴ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形．

故选：B．

【点评】本题考查了矩形和平行四边形的判定，主要考查学生的推理能力，题目比较好，难度不大．

6. (4 分) 如果 $\odot O_1$ 的半径是 5， $\odot O_2$ 的半径为 8， $O_1O_2 = 4$ ，那么 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是 ()

- A. 内含 B. 内切 C. 相交 D. 外离

【考点】MJ：圆与圆的位置关系．

【分析】先求出两圆半径的和与差，再与圆心距进行比较，确定两圆的位置关系．

【解答】解：∵ $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别是 5 和 8，圆心距 O_1O_2 是 4，

则 $8 - 5 = 3$, $5 + 8 = 13$, $O_1O_2 = 4$,

$\therefore 3 < O_1O_2 < 13$,

两圆相交时, 圆心距的长度在两圆的半径的差与和之间,

$\therefore$ 两圆相交.

故选: C.

【点评】考查了圆与圆的位置关系, 本题利用了两圆相交, 圆心距的长度在两圆的半径的差与和之间求解.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) [在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. (4 分) 化简: $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = \underline{2-\sqrt{3}}$.

【考点】73: 二次根式的性质与化简.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据二次根式的性质解答.

【解答】解: 原式 $= |\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$.

故答案为: $2 - \sqrt{3}$.

【点评】解答此题, 要弄清性质: $\sqrt{a^2} = |a|$, 去绝对值的法则.

8. (4 分) 化简: $6a^6 \div 3a^3 = \underline{2a^3}$.

【考点】4H: 整式的除法.

【分析】单项式除以单项式就是将系数除以系数作为结果的系数, 相同字母除以相同字母作为结果的一个因式即可.

【解答】解: $6a^6 \div 3a^3$

$$= (6 \div 3)(a^6 \div a^3)$$

$$= 2a^3.$$

故答案为: $2a^3$.

【点评】本题考查了整式的除法, 解题的关键是牢记整式的除法的运算法则.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ -2x < 3 \end{cases}$ 的整数解是 $\underline{-1, 0, 1}$.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】首先解出两个不等式的解集, 再根据求不等式组的解集的规律: 同大取

大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到，确定不等式组的解集，最后找出符合条件的整数解.

【解答】 解：
$$\begin{cases} x-1 \leq 0 & \text{①} \\ -2x < 3 & \text{②} \end{cases}$$

由①得： $x \leq 1$,

由②得： $x > -\frac{3}{2}$,

则不等式组的解集为： $-\frac{3}{2} < x \leq 1$,

故整数解为： $-1, 0, 1$.

故答案为： $-1, 0, 1$.

【点评】 此题主要考查了解一元一次不等式组，以及求不等式组的整数解，解决此类问题的关键在于正确解得不等式组或不等式的解集，然后再根据题目中对于解集的限制得到下一步所需要的条件，再根据得到的条件进而求得不等式组的整数解.

10. (4分) 方程 $\sqrt{x+6} = x$ 的根是 $x = 3$.

【考点】 AG: 无理方程.

【分析】 把方程两边平方去根号后求解.

【解答】 解：由题意得： $x > 0$

两边平方得： $x+6 = x^2$,

解之得 $x = 3$ 或 $x = -2$ (不合题意舍去).

【点评】 在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法, 本题用了平方法.

11. (4分) 函数 $y = \frac{3x-2}{2x+3}$ 的定义域为 $x \neq -\frac{3}{2}$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据分式有意义的条件是分母不等于 0, 即可求得 x 的范围.

【解答】 解：根据题意得： $2x+3 \neq 0$,

解得： $x \neq -\frac{3}{2}$.

故答案是： $x \neq -\frac{3}{2}$.

【点评】 考查了函数自变量的取值范围, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

12. (4 分) 已知 $x^2+xy-2y^2=0$ ($y \neq 0$), 那么 $\frac{x}{y} = \underline{-2 \text{ 或 } 1}$.

【考点】A9: 换元法解一元二次方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】把 $x^2+xy-2y^2=0$ ($y \neq 0$) 两边都除以 y^2 得到 $(\frac{x}{y})^2+\frac{x}{y}-2=0$, 然后运

用换元法解方程, 设 $t=\frac{x}{y}$, 则原方程转化为 $t^2+t-2=0$, 利用因式分解法即可得到方程的解.

【解答】解: $\because y \neq 0$,

$$\therefore (\frac{x}{y})^2+\frac{x}{y}-2=0,$$

设 $t=\frac{x}{y}$, 则原方程转化为 $t^2+t-2=0$,

$$\therefore (t+2)(t-1)=0,$$

$$\therefore t_1=-2, t_2=1,$$

$$\text{即 } \frac{x}{y} = -2 \text{ 或 } 1.$$

故答案为 -2 或 1 .

【点评】本题考查了换元法解一元二次方程: 运用换元法, 可使方程的形式简单, 便于求方程的解.

13. (4 分) 如果点 A 、 B 在一个反比例函数的图象上, 点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 点 B 横坐标为 2 , 那么 A 、 B 两点之间的距离为 $\underline{\sqrt{2}}$.

【考点】D6: 两点间的距离公式.

【分析】根据待定系数法由点 A 的坐标 $(1, 2)$, 可求反比例函数的解析式, 将点 B 横坐标 2 , 代入可求点 B 坐标, 再根据两点间的距离公式即可求出 A 、 B 两点之间的距离.

【解答】解: 设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$,

$\because$ 点 A 在反比例函数的图象上,

$$\therefore k=1 \times 2=2,$$

∴反比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{x}$,

∵点 B 横坐标为 2,

∴点 B 纵坐标为 $\frac{2}{2} = 1$, 即点 B 坐标为 $(2, 1)$,

∴ A 、 B 两点之间的距离为: $\sqrt{(1-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$.

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点评】考查了待定系数法求反比例函数的解析式和两点间的距离公式, 解答该题的关键是求出点 B 坐标, 熟记两点间的距离公式.

14. (4 分) 数据 3、4、5、5、6、7 的方差是 $\frac{5}{3}$.

【考点】W7: 方差.

【分析】先求平均数, 再根据方差的公式计算.

【解答】解: ∵平均数 $= (3+4+5+5+6+7) \div 6 = 5$,

∴数据的方差 $S^2 = \frac{1}{6}[(3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2] = \frac{5}{3}$,

故答案为 $\frac{5}{3}$.

【点评】本题考查方差的定义, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

15. (4 分) 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, 要使四边形 $ABCD$ 是中心对称图形, 只需添加一个条件, 这个条件可以是 不唯一, 可以是: $AB \parallel CD$ 或 $AD = BC$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 等. (只要填写一种情况)

【考点】R5: 中心对称图形.

【专题】26: 开放型.

【分析】根据平行四边形是中心对称图形, 可以针对平行四边形的各种判定方法, 给出相应的条件, 得出此四边形是中心对称图形.

【解答】解: ∵ $AB = CD$,

∴当 $AD = BC$, (两组对边分别相等的四边形是平行四边形.)

或 $AB \parallel CD$ (一组对边平行且相等的四边形是平行四边形) 时, 或 $\angle B + \angle C = 180^\circ$

或 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 等时, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

故此时是中心对称图象,

故答案为: $AD = BC$ 或 $AB \parallel CD$ 或 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 或 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 等.

【点评】本题考查了中心对称图形的定义和平行四边形的判定, 平行四边形的五种判定方法分别是: (1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形; (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形; (3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形; (4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形; (5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $CD = 2BD$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DA}$ = $-\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由 $CD = 2BD$, 与 $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 即可求得 $\overrightarrow{BD}$ 的值, 又由 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, 利用三角形法则, 即可求得 $\overrightarrow{AD}$ 的值, 继而可得 $\overrightarrow{DA}$ 的值.

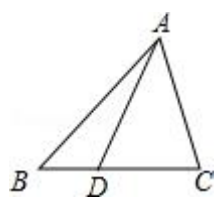
【解答】解: 如图: $\because CD = 2BD$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\vec{b},$$

$$\because \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

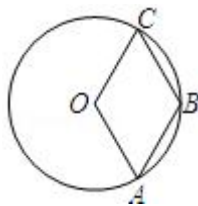
$$\therefore \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AD} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) = -(\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}) = -\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}.$$

故答案为: $-\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$.



【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握三角形法则的应用, 注意数形结合思想的应用.

17. (4分) 如图, 点 A 、 B 、 C 在半径为 2 的 $\odot O$ 上, 四边形 $OABC$ 是菱形, 那么由 $\widehat{BC}$ 和弦 BC 所组成的弓形面积是 $\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$.



【考点】L8：菱形的性质；MO：扇形面积的计算．

【专题】11：计算题．

【分析】连接 OB 和 AC 交于点 D ，根据菱形及直角三角形的性质先求出 AC 的长及 $\angle AOC$ 的度数，然后求出菱形 $ABCO$ 及扇形 AOC 的面积，则由 $\widehat{BC}$ 和弦 BC 所组成的弓形面积 $= \frac{1}{2} (S_{\text{扇形}AOC} - S_{\text{菱形}ABCO})$ ．

【解答】解：连接 OB 和 AC 交于点 D ，如图所示：

$\because$ 圆的半径为 2，

$\therefore OB = OA = OC = 2$ ，

又四边形 $OABC$ 是菱形，

$\therefore OB \perp AC$ ， $OD = \frac{1}{2}OB = 1$ ，

在 $\text{Rt}\triangle COD$ 中利用勾股定理可知： $CD = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ ， $AC = 2CD = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore \sin \angle COD = \frac{CD}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

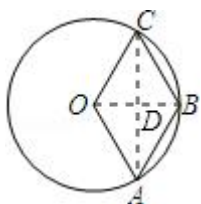
$\therefore \angle COD = 60^\circ$ ， $\angle AOC = 2\angle COD = 120^\circ$ ，

$\therefore S_{\text{菱形}ABCO} = \frac{1}{2}OB \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ，

$S_{\text{扇形}AOC} = \frac{120\pi \cdot 2^2}{360} = \frac{4\pi}{3}$ ，

则由 $\widehat{BC}$ 和弦 BC 所组成的弓形面积 $= \frac{1}{2} (S_{\text{扇形}AOC} - S_{\text{菱形}ABCO}) = \frac{1}{2} (\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3})$
 $= \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$ ．

故答案为： $\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$ ．

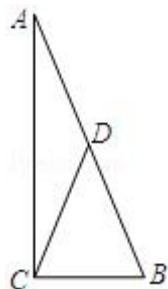


【点评】本题考查扇形面积的计算及菱形的性质，解题关键是熟练掌握菱形的面

积 $= \frac{1}{2}a \cdot b$ (a 、 b 是两条对角线的长度); 扇形的面积 $= \frac{n\pi R^2}{360}$, 有一定的难度.

18. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 为 AB 的中点, $BC = 3$, $\cos B = \frac{1}{3}$,

$\triangle DBC$ 沿着 CD 翻折后, 点 B 落到点 E , 那么 AE 的长为 7.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 利用锐角三角函数得到, AB 的长, 进而利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 得出 CD 的长, 进而得出 BE 的长, 即可利用勾股定理求出 AE 的长.

【解答】 解: 连接 EB , AE , EC , DE ,

$$\because \angle C = 90^\circ, BC = 3, \cos B = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AB = 9,$$

$$\because \text{点 } D \text{ 是 } AB \text{ 中点}, \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore CD = BD,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle B,$$

$$\therefore \cos \angle DCB = \frac{CF}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\because BC = 3,$$

$$\therefore CF = 1,$$

$$\text{由勾股定理得: } BF = 2\sqrt{2}, \text{ 由题意: } BE = 4\sqrt{2},$$

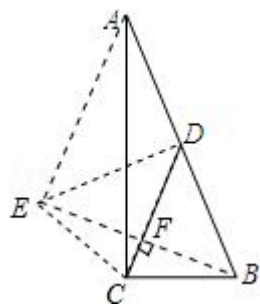
$$\text{又 } \because D \text{ 是 } AB \text{ 中点}, F \text{ 是 } BE \text{ 中点},$$

$$\therefore DF \text{ 是中位线},$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DFB = 90^\circ,$$

$$\text{由勾股定理得: } AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 7,$$

故答案为：7.



【点评】此题主要考查了解直角三角形以及勾股定理和翻折变换的性质，根据已知得出 BE 的长，进而利用勾股定理得出是解题关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19.（10 分）化简： $\frac{1}{x^2-3x+2}+(x-1)^{-1}+(x-2)^0$ ，并求当 $x=\sqrt{3}+1$ 时的值.

【考点】6D：分式的化简求值；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂.

【专题】2B：探究型.

【分析】先根据负整数指数幂及 0 指数幂的计算法则计算出各数，再根据分式混合运算的法则把原式进行化简，把 x 的值代入进行计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{x-1} + 1 \\ &= \frac{1+x-2+x^2-3x+2}{(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{x^2-2x+1}{(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{x-1}{x-2}.\end{aligned}$$

当 $x=\sqrt{3}+1$ 时，原式 $= \frac{\sqrt{3}+1-1}{\sqrt{3}+1-2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$

【点评】本题考查分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

$$20.（10 分）解方程组：\begin{cases} \frac{3}{x^2+y} + \frac{1}{x+y} = 2 \\ \frac{6}{x^2+y} - \frac{1}{x+y} = 1. \end{cases}.$$

【考点】&C：高次方程.

【分析】首先假设 $\frac{1}{x^2+y}=a$ ， $\frac{1}{x+y}=b$ ，得出 a ， b 的值，进而求出 x ， y 的值.

【解答】解：设 $\frac{1}{x^2+y}=a$, $\frac{1}{x+y}=b$.

$$\text{则} \begin{cases} 3a+b=2, \\ 6a-b=1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=\frac{1}{3}, \\ b=1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y}=\frac{1}{3}, \\ \frac{1}{x+y}=1 \end{cases},$$

$$\text{即} \begin{cases} x^2+y=3, \\ x+y=1 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x_1=2 \\ y_1=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=2 \end{cases},$$

经检验：它们都是原方程组的解.

所以原方程组的解是： $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=2 \end{cases}$.

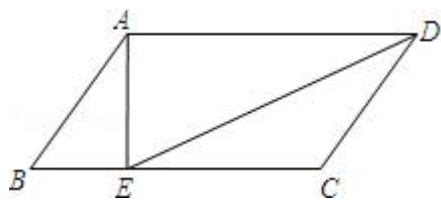
【点评】此题主要考查了高次方程的解法，利用换元法达到将次目的是解题关键.

21. (10分) 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=5$, $BC=8$, $AE \perp BC$, 垂足为 E ,

$$\cos B = \frac{3}{5}.$$

求：(1) DE 的长；

(2) $\angle CDE$ 的正弦值.



【考点】KQ：勾股定理；L5：平行四边形的性质；T7：解直角三角形.

【分析】(1) 由已知条件可先求出 BE 的长，然后利用勾股定理求出 AE 的长，

再根据平行四边形的性质和勾股定理即可求出 DE 的长；

(2) 首先计算 $CE=5$ ，所以 $CD=CD$ ，进而得到 $\angle CDE = \angle CED = \angle ADE$ ，所以 $\cos \angle CDE = \cos \angle ADE$ 问题的解.

【解答】解：(1) $\because$ $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $\cos B = \frac{BE}{AB}$,

$$\therefore BE = AB \cos B = 5 \times \frac{3}{5} = 3.$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$\because \square ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\therefore \angle DAE = \angle AEB = 90^\circ$, $AD = BC = 8$,

$$\therefore DE = \sqrt{AE^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5};$$

(2) $\because CD = AB = 5$, $CE = BC - BE = 8 - 3 = 5$,

$\therefore CD = CE$,

$\therefore \angle CDE = \angle CED = \angle ADE$,

$$\therefore \sin \angle CDE = \sin \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

【点评】 本题考查了解直角三角形的运用、勾股定理的运用、平行四边形的性质和等腰三角形的判定和性质，解题的关键是找到图形中相等的角。

22. (10 分) 20 个集装箱装满了甲、乙、丙三种商品共 120 吨，每个集装箱都只装载一种商品，根据下表提供的信息，解答下列问题：

商品类型	甲	乙	丙
每个集装箱装载量 (吨)	8	6	5
每吨价值 (万元)	12	15	20

(1) 如果甲种商品装 x 个集装箱，乙种商品装 y 个集装箱，求 y 与 x 之间的关系式；

(2) 如果其中 5 个集装箱装了甲种商品，求每个集装箱装载商品总价值的中位数。

【考点】 FH：一次函数的应用；W4：中位数。

【专题】 12：应用题。

【分析】 (1) 由于甲种商品装 x 个集装箱，乙种商品装 y 个集装箱，而共有 20 个集装箱，则丙种商品装 $(20 - x - y)$ 个集装箱，由表中数据得到每个集装箱可装甲 8 吨或乙 6 吨或 5 吨，然后根据总吨数可列关系式 $8x + 6y + 5(20 - x - y) = 120$ ，整理可得 y 与 x 之间的关系式；

(2) 把 $x = 5$ 代入 y 与 x 之间的关系式可得到 $y = 5$ ，则 $20 - x - y = 10$ ，根据表中数据可得到装甲、乙、丙的每个集装箱装载商品总价值分别为 96、90、100

万元，然后把 20 个集装箱装载商品总价值从小到大排列，可得第 10、11 个数分别是 96、100 万元，再根据中位数的定义即可得到这组数据的中位数．

【解答】解：（1）丙种商品装 $(20 - x - y)$ 个集装箱，

$$\therefore 8x + 6y + 5(20 - x - y) = 120,$$

$$\therefore y = -3x + 20 \quad (0 < x < \frac{20}{3} \text{ 的整数});$$

$$(2) \text{ 当 } x = 5 \text{ 时, } y = 20 - 3 \times 5 = 5, \quad 20 - x - y = 20 - 5 - 5 = 10,$$

$\therefore$ 甲、乙、丙三种商品装载集装箱个数分别是 5、5、10，则相应的每个集装箱装载商品总价值分别为 96、90、100 万元，

$\therefore$ 20 个集装箱装载商品总价值从小到大排列后第 10、11 个数分别是 96、100 万元，

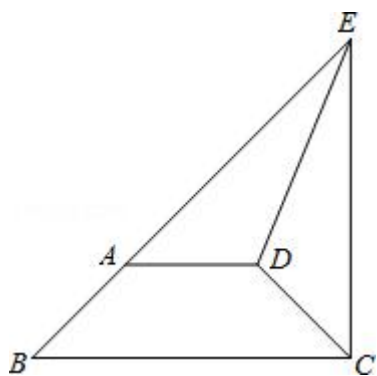
$$\therefore \text{每个集装箱装载商品总价值的中位数是 } \frac{96+100}{2} = 98 \text{ (万元)}.$$

【点评】 本题考查了一次函数的应用：先利用实际问题中数量关系确定一次函数关系式，然后根据一次函数的性质解决实际问题；也考查了从表格中获取信息的能力以及中位数的定义．

23. (12 分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD = AD$ ，点 E 在 BA 的延长线上， $AE = BC$ ， $\angle AED = \alpha$ ．

(1) 求证： $\angle BCD = 2\alpha$ ；

(2) 当 ED 平分 $\angle BEC$ 时，求证： $\triangle EBC$ 是等腰直角三角形．



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；KW：等腰直角三角形；LH：梯形．

【分析】（1）首先连接 AC ，由在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，易得 $\angle EAD = \angle B$ ，然后利用 SAS 即可判定 $\triangle DEA \cong \triangle ABC$ ，继而求得 $\angle BCA = \angle AED = \alpha$ ，又由 $AD = CD$ ，即可求得 $\angle DCA = \angle DAC = \angle ACB = \alpha$ ，则可证得： $\angle BCD = 2\alpha$ ；

(2) 由 ED 平分 $\angle BEC$ 时, 可得 $\angle BEC = 2\alpha$, 然后求得 $\angle B = 2\alpha$, $\angle BCE = 4\alpha$,
即可求得 $\angle BCE = 90^\circ$, $BC = CE$, 即可判定 $\triangle EBC$ 是等腰直角三角形.

【解答】证明: (1) 连接 AC ,

$\because$ 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EAD = \angle B$,

在 $\triangle DEA$ 和 $\triangle ABC$ 中,

$$\begin{cases} AE=BC \\ \angle EAD=\angle B, \\ AD=AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle DEA \cong \triangle ABC$ (SAS),

$\therefore \angle AED = \alpha$,

$\therefore \angle BCA = \angle AED = \alpha$,

$\because AD = CD$,

$\therefore \angle DCA = \angle DAC = \angle ACB = \alpha$,

$\therefore \angle BCD = \angle DCA + \angle ACB = 2\alpha$;

(2) $\because ED$ 平分 $\angle BEC$,

$\therefore \angle AEC = 2\angle AED = 2\alpha$.

$\because$ 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$,

$\therefore \angle EAD = \angle B = \angle BCD = 2\alpha = \angle AEC$,

$\therefore CE = BC = AE$,

$\therefore \angle ECA = \angle EAC = \angle EAD + \angle DAC = 3\alpha$,

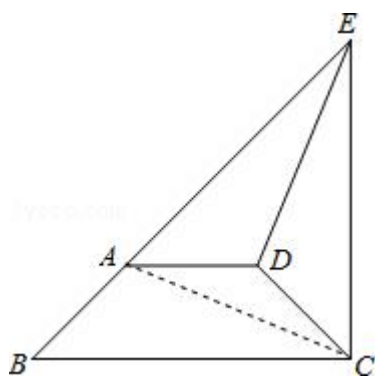
$\therefore \angle ECB = \angle ECA + \angle ACB = 4\alpha$.

$\because \angle B + \angle BEC + \angle BCE = 180^\circ$,

$\therefore 2\alpha + 2\alpha + 4\alpha = 180^\circ$,

$\therefore \angle ECB = 4\alpha = 90^\circ$.

$\therefore \triangle EBC$ 是等腰直角三角形.

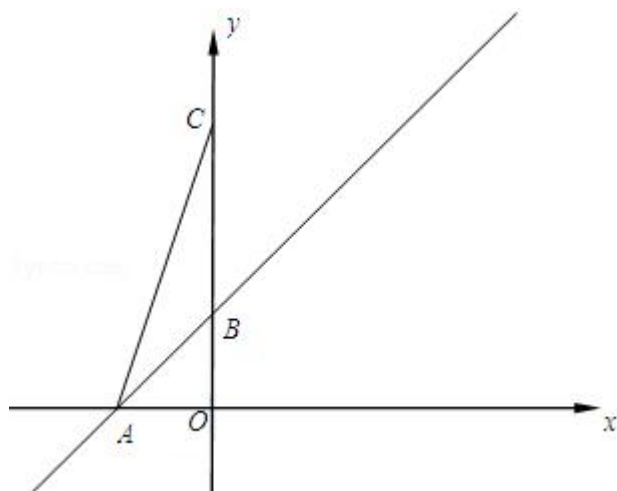


【点评】此题考查了等腰梯形的性质、等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质以及等腰直角三角形判定．此题难度适中，注意掌握数形结合思想与方程思想的应用，注意掌握辅助线的作法．

24. (12分) 如图，一次函数 $y = x + 1$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B ．二次函数的图象与 y 轴的正半轴相交于点 C ，与这个一次函数的图象相交于点 A 、 D ，且 $\sin \angle ACB = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ．

(1) 求点 C 的坐标；

(2) 如果 $\angle CDB = \angle ACB$ ，求这个二次函数的解析式．



【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】15：综合题．

【分析】(1) 先求出 A 点坐标为 $(-1, 0)$ ， B 点坐标为 $(0, 1)$ ，则 $OA = 1$ ， $OB = 1$ ， $AB = \sqrt{2}$ ，再根据正弦的定义得 $\sin \angle ACB = \frac{OA}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，而 $AO = 1$ ，则 $AC = \sqrt{10}$ ，然后根据勾股定理可计算出 $OC = 3$ ，从而确定点 C 的坐标为 $(0, 3)$ ；

(2) 分类讨论：当点 D 在 AB 延长线上时，如图 1，过点 D 作 $DE \perp x$ 轴，垂足

为 E ，由于 $\angle CDB = \angle ACB$ ， $\angle BAC = \angle CAD$ ，根据相似的判定得 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，则 $AD:AC = AC:AB$ ，即 $AD: \sqrt{10} = \sqrt{10}: \sqrt{2}$ ，

可计算出 $AD = 5\sqrt{2}$ ，易得 ADE 为等腰直角三角形，则 $DE = AE = \frac{\sqrt{2}}{2}AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times$

$5\sqrt{2} = 5$ ， $OE = 4$ ，得到点 D 的坐标为 $(4, 5)$ ，然后设一般式，利用待定系数法求过 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 、 $D(4, 5)$ 的二次函数的解析式；当点 D 在射线 BA 上，如图 2，过点 D 作 $DE \perp x$ 轴，垂足为 E ，与前面的解法相同。

【解答】 解：（1）对于 $y = x + 1$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = -1$ ； $x = 0$ ，则 $y = 1$ ，

$\therefore A$ 点坐标为 $(-1, 0)$ ， $OA = 1$ ； B 点坐标为 $(0, 1)$ ， $OB = 1$ ，

$\therefore AB = \sqrt{2}$ ，

在 $Rt\triangle AOC$ 中， $\therefore \sin \angle ACB = \frac{OA}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ， $OA = 1$ ，

$\therefore AC = \sqrt{10}$ ，

$\therefore OC = \sqrt{AC^2 - AO^2} = \sqrt{10 - 1} = 3$ ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 3)$ ；

（2）当点 D 在 AB 延长线上时，如图 1，过点 D 作 $DE \perp x$ 轴，垂足为 E ，

$\therefore \angle CDB = \angle ACB$ ， $\angle BAC = \angle CAD$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，

$\therefore AD:AC = AC:AB$ ，即 $AD: \sqrt{10} = \sqrt{10}: \sqrt{2}$ ，

$\therefore AD = 5\sqrt{2}$ ，

$\therefore DE \parallel BO$ ，

$\therefore \triangle ADE$ 为等腰直角三角形，

$\therefore DE = AE = \frac{\sqrt{2}}{2}AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 5\sqrt{2} = 5$ ，

$\therefore OE = 4$ ，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(4, 5)$ ，

设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + 3$ ，

$$\therefore \begin{cases} 0 = a - b + 3 \\ 5 = 16a + 4b + 3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases},$$

∴二次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3$;

当点 D 在射线 BA 上, 如图 2, 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴, 垂足为 E ,

∵ $\angle CDB = \angle ACB$, $\angle CBA = \angle DBC$,

∴ $\triangle BAC \sim \triangle BCD$,

∴ $BC:BD = BA:BC$, 即 $2:BD = \sqrt{2}:2$,

∴ $BD = 2\sqrt{2}$,

∴ $AD = DB - AB = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$,

∵ $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形,

∴ $DE = AE = \frac{\sqrt{2}}{2}AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} = 1$

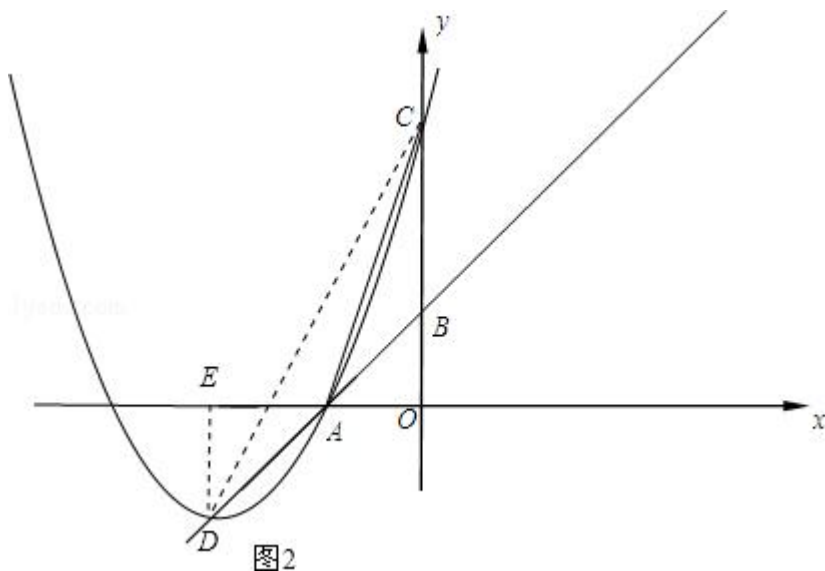
∴ $OE = OA + AE = 2$,

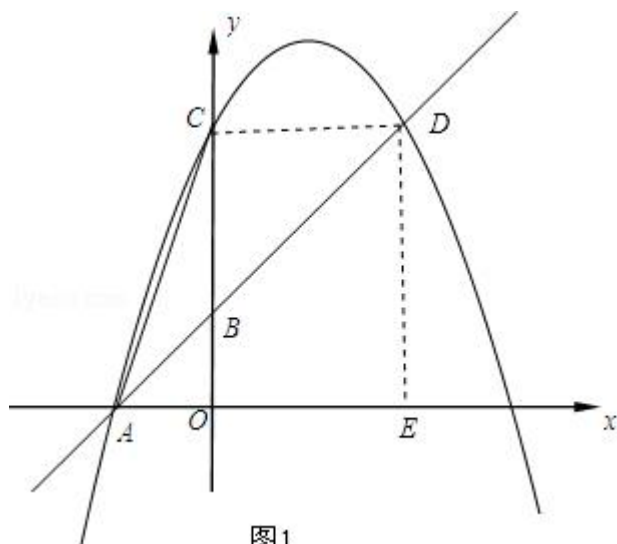
∴点 D 的坐标为 $(-2, -1)$,

设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + 3$,

把 $D(-2, -1)$, $A(-1, 0)$ 代入得 $\begin{cases} 4a - 2b + 3 = -1 \\ a - b + 3 = 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$,

∴二次函数解析式为 $y = x^2 + 4x + 3$.

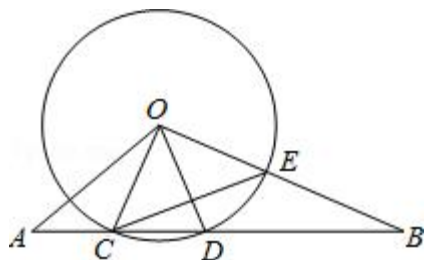




【点评】本题考查了二次函数综合题:熟练运用待定系数法求二次函数的解析式;运用相似三角形的判断与性质、勾股定理和等腰直角三角形的性质计算有关线段的长度;正确运用分类讨论的思想.

25. (14分) 如图, $\odot O$ 的半径为 6, 线段 AB 与 $\odot O$ 相交于点 C 、 D , $AC = 4$, $\angle BOD = \angle A$, OB 与 $\odot O$ 相交于点 E , 设 $OA = x$, $CD = y$.

- (1) 求 BD 长;
- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 当 $CE \perp OD$ 时, 求 AO 的长.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 31: 数形结合.

【分析】 (1) 易得 $\triangle OBD \sim \triangle AOC$, 利用相似三角形的对应边成比例可得 BD 长;

(2) 易得 $\triangle ACO \sim \triangle AOB$, 利用相似三角形的对应边成比例可得 y 与 x 的关系式, 根据 y 为正数及 x 为 $\triangle AOC$ 的一边可得 x 的取值范围;

(3) 可利用等角对等边判断出 $AO = AD$, 结合 (2) 得到的关系式把相关数值代入求得合适的解即可.

【解答】 解: (1) $\because OC = OD$,

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle ODB,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle A,$$

$$\therefore \triangle OBD \sim \triangle AOC,$$

$$\therefore \frac{BD}{OC} = \frac{OD}{AC},$$

$$\therefore OC = OD = 6, \quad AC = 4,$$

$$\therefore \frac{BD}{6} = \frac{6}{4},$$

$$\therefore BD = 9;$$

$$(2) \because \triangle OBD \sim \triangle AOC,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle B.$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ACO \sim \triangle AOB,$$

$$\therefore \frac{AB}{AO} = \frac{AO}{AC},$$

$$\therefore AB = AC + CD + BD = y + 13,$$

$$\therefore \frac{y+13}{x} = \frac{x}{4},$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数解析式为 } y = \frac{1}{4}x^2 - 13. \quad \text{定义域为 } 2\sqrt{13} < x < 10;$$

$$(3) \because OC = OE, \quad CE \perp OD. \quad \therefore \angle COD = \angle BOD = \angle A.$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle A - \angle ODC = 180^\circ - \angle COD - \angle OCD = \angle ADO.$$

$$\therefore AD = AO, \quad \therefore y + 4 = x, \quad \therefore \frac{1}{4}x^2 - 13 + 4 = x.$$

$$\therefore x = 2 \pm 2\sqrt{10} \quad (\text{负值不符合题意, 舍去}).$$

$$\therefore AO = 2 + 2\sqrt{10}.$$

【点评】综合考查圆及相似三角形的知识;找到与所求线段相关的相似三角形是解决本题的关键.