

2012 年上海市闸北区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 下列各数中是无理数的是 ()

- A. 16 B. $\frac{22}{7}$ C. $\sqrt{9}$ D. $\sqrt{5}$

2. (4 分) 函数 $y = \sqrt{4-x}$ 的定义域是 ()

- A. $x > 4$ B. $x \geq 4$ C. $x < 4$ D. $x \leq 4$

3. (4 分) 已知一元二次方程 $x^2 + x - 1 = 0$ ，下列判断正确的是 ()

- A. 该方程有两个相等的实数根
B. 该方程有两个不相等的实数根
C. 该方程无实数根
D. 该方程根的情况不确定

4. (4 分) 九年级 (1) 班全体师生义务植树 300 棵. 原计划每小时植树 x 棵, 但由于参加植树的全体师生植树的积极性高涨, 实际工作效率提高为原计划的 1.2 倍, 结果提前 20 分钟完成任务. 则下面所列方程中, 正确的是 ()

- A. $\frac{300}{x} - \frac{300}{1.2x} = 20$ B. $\frac{300}{x} - \frac{20}{60} = \frac{300}{1.2x}$
C. $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+1.2x} = \frac{20}{60}$ D. $\frac{300}{x} = \frac{300}{1.2x} - \frac{20}{60}$

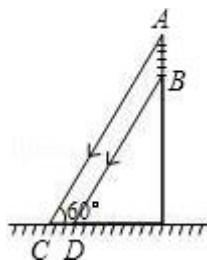
5. (4 分) 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (其中 a 、 b 、 c 为常数, 且 $a \neq 0$), 小红在用描点法画 $y = f(x)$ 的图象时, 列出如表格. 根据该表格, 下列判断中, 不正确的是 ()

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	0	3	4	3	...

- A. 抛物线 $y = f(x)$ 开口向下
B. 抛物线 $y = f(x)$ 的对称轴是直线 $x = 1$
C. $f(4) = -5$
D. $f(5) < f(6)$

6. (4 分) 如图, 一根电线杆的接线柱部分 AB 在阳光下的投影 CD 的长为 1 米,

太阳光线与地面的夹角 $\angle ACD = 60^\circ$ ，则 AB 的长为（ ）



A. $\frac{1}{2}$ 米

B. $\sqrt{3}$ 米

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 米

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 米

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直线填入答题纸的相应位置】

7.（4 分）计算： $\sqrt{(-5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8.（4 分）计算： $a^2 \cdot a = \underline{\hspace{2cm}}$.

9.（4 分）分解因式： $m^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10.（4 分）不等式 $2x - 1 < 3$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

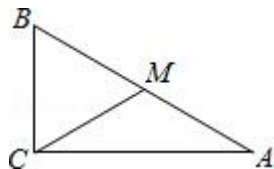
11.（4 分）若 $a < 0$ ，则 $\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12.（4 分）把抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 先向上平移 3 个单位，再向右平移 2 个单位，得新抛物线的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

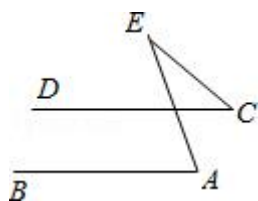
13.（4 分）一枚均匀的正方体骰子，抛掷一次，得朝上一面的数字为偶数的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14.（4 分）若一件衣服两次打九折后，售价为 y 元，则原价为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元（用 y 的代数式表示）.

15.（4 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 2$ ，点 M 是斜边 AB 的中点，那么 $CM = \underline{\hspace{2cm}}$.



16.（4 分）如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle E$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.



17. (4分) 在四边形 $ABCD$ 中, 如果 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, 那么与 $\overrightarrow{CB}$ 相等的向量是_____.

18. (4分) 已知等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$ ($AD < BC$), $AB = CD = 5$, $BC = 12$, 沿着经过点 A 的直线翻折梯形 $ABCD$, 使点 B 落在直线 AD 上的点 B' 处, $DB' = 1$, 直线 BB' 与直线 DC 交于点 H , 则 $DH =$ _____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

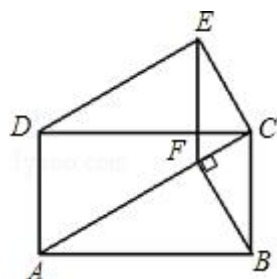
19. (10分) 计算: $2\sin 60^\circ + \sqrt{8} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - (-2012)^0$.

20. (10分) 解方程: $\frac{x-1}{x+1} + \frac{5}{x-1} = \frac{4}{x^2-1}$.

21. (10分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\angle EDC = \angle CAB$, $\angle DEC = 90^\circ$.

(1) 求证: $AC \parallel DE$;

(2) 过点 B 作 $BF \perp AC$ 于点 F , 连接 EF , 试判别四边形 $BCEF$ 的形状, 并说明理由.



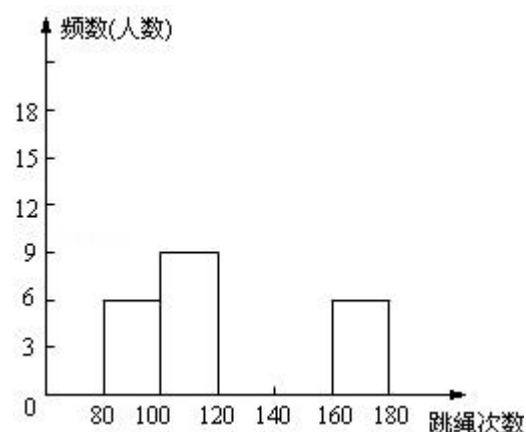
22. (10分) 为了进一步了解八年级学生的身体素质情况, 体育老师对八年级(1)班 50 位学生进行一分钟跳绳次数测试, 以测试数据为样本, 绘制出部分频数分布表和部分频数分布直方图. 如下图所示:

组别	次数 x	频数
第 1 组	$80 \leq x < 100$	6
第 2 组	$100 \leq x < 120$	8
第 3 组	$120 \leq x < 140$	a
第 4 组	$140 \leq x < 160$	18

第 5 组	$160 \leq x < 180$	6
-------	--------------------	---

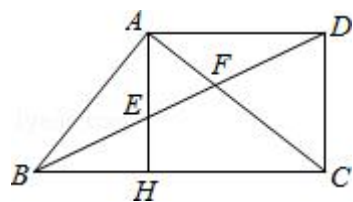
请结合图表完成下列问题：

- (1) 表中的 $a =$ _____.
- (2) 请把频数分布直方图补充完整；
- (3) 若八年级学生一分钟跳绳次数 (x) 达标要求是： $x < 120$ 为不合格； $120 \leq x < 140$ 为合格； $140 \leq x < 160$ 为良； $x \geq 160$ 为优. 根据以上信息，请你给学校或八年级同学提一条合理化建议：_____.



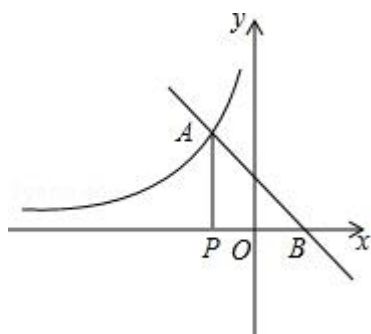
23. (12 分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $DC \perp BC$ ， $AH \perp BC$ 于点 H ， $AC \perp AB$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，分别交 AH 、 AC 于点 E 、 F 。

- (1) 求证： $AE = AF$ ；
- (2) 设 $AB = m$ ，求： $\sin \angle BAH$ 的值。



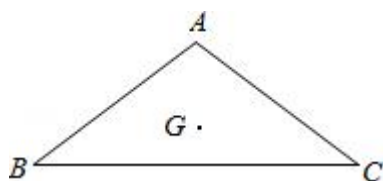
24. (12 分) 已知：如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象交于点 $A(-1, m)$ ，与 x 轴正半轴交于点 B ， $AP \perp x$ 轴于点 P ，且 $S_{\triangle ABP} = 2$ 。

- (1) 求点 B 的坐标及一次函数的解析式；
- (2) 设点 C 是 x 轴上的一个点，如果 $\angle ACO = \angle BAO$ ，求出点 C 的坐标。



25. (14 分) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10\text{cm}$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心. 动点 E 从点 A 出发沿着射线 AG 以每秒 1cm 的速度移动, 动点 F 从点 C 出发沿着射线 CA 以每秒 2cm 的速度移动, 点 E 和点 F 同时出发, 设它们的运动时间为 t (秒).

- (1) 求点 A 到点 G 的距离;
- (2) 在移动过程中, 是否存在以点 G 为圆心 GE 长为半径的圆与以点 C 为圆心 CF 长为半径的圆外切? 若存在, 求出 t 值; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 连接 EF , 在运动过程中, 是否存在 $\triangle AEF$ 是等腰三角形? 若存在, 求出 t 值; 若不存在, 请说明理由.



2012 年上海市闸北区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1.（4 分）下列各数中是无理数的是（ ）

- A. 16 B. $\frac{22}{7}$ C. $\sqrt{9}$ D. $\sqrt{5}$

【考点】26：无理数.

【专题】2B：探究型.

【分析】根据无理数的定义对四个选项进行逐一分析即可.

【解答】解：A、因为 16 是整数，所以是有理数，故本选项错误；

B、因为 $\frac{22}{7}$ 是分数，所以是有理数，故本选项错误；

C、因为 $\sqrt{9}=3$ ，3 是有理数，所以 $\sqrt{9}$ 是有理数，故本选项错误；

D、 $\sqrt{5}$ 是开方开不尽的数，所以 $\sqrt{5}$ 是无理数，故本选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查的是无理数的定义，即无限不循环小数是无理数.

2.（4 分）函数 $y=\sqrt{4-x}$ 的定义域是（ ）

- A. $x > 4$ B. $x \geq 4$ C. $x < 4$ D. $x \leq 4$

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式进行计算即可得解.

【解答】解：根据题意得， $4-x \geq 0$,

解得 $x \leq 4$.

故选：D.

【点评】本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

3.（4 分）已知一元二次方程 $x^2+x-1=0$ ，下列判断正确的是（ ）

- A. 该方程有两个相等的实数根
B. 该方程有两个不相等的实数根
C. 该方程无实数根

D. 该方程根的情况不确定

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】判断上述方程的根的情况, 只要看根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值的符号就可以了.

【解答】解: $\because a = 1, b = 1, c = -1,$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等实数根.

故选: B.

【点评】总结: 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

4. (4分) 九年级(1)班全体师生义务植树 300 棵. 原计划每小时植树 x 棵, 但由于参加植树的全体师生植树的积极性高涨, 实际工作效率提高为原计划的 1.2 倍, 结果提前 20 分钟完成任务. 则下面所列方程中, 正确的是 ()

A. $\frac{300}{x} - \frac{300}{1.2x} = 20$

B. $\frac{300}{x} - \frac{20}{60} = \frac{300}{1.2x}$

C. $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+1.2x} = \frac{20}{60}$

D. $\frac{300}{x} = \frac{300}{1.2x} - \frac{20}{60}$

【考点】B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【分析】原计划每小时植树 x 棵, 实际工作效率提高为原计划的 1.2 倍, 故每小时植 $1.2x$ 棵, 原计划植 300 棵树可用时 $\frac{300}{x}$ 小时, 实际用了 $\frac{300}{1.2x}$ 小时, 根据关键语句“结果提前 20 分钟完成任务”可得方程.

【解答】解: 原计划每小时植树 x 棵, 实际工作效率提高为原计划的 1.2 倍, 故每小时植 $1.2x$ 棵, 由题意得:

$$\frac{300}{x} - \frac{20}{60} = \frac{300}{1.2x},$$

故选: B.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程, 关键是弄清题意, 表示出原计划植 300 棵树所用时间与实际所用时间.

5. (4分) 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$), 小红在用

描点法画 $y=f(x)$ 的图象时，列出如表格．根据该表格，下列判断中，不正确的是（ ）

x	$\cdots$	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	0	3	4	3	$\cdots$

- A. 抛物线 $y=f(x)$ 开口向下
- B. 抛物线 $y=f(x)$ 的对称轴是直线 $x=1$
- C. $f(4) = -5$
- D. $f(5) < f(6)$

【考点】 H2：二次函数的图象；H3：二次函数的性质．

【分析】 根据表格数据，利用待定系数法求出二次函数解析式，然后根据函数的性质对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】 解：根据题意，
$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ c=3 \\ a+b+c=4 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases},$$

所以，抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$,

A、 $\because a = -1 < 0$,

$\therefore$ 抛物线 $y=f(x)$ 开口向下正确，故本选项错误；

B、抛物线 $y=f(x)$ 的对称轴是直线 $x=1$ ，正确，故本选项错误；

C、 $f(4) = -4^2 + 2 \times 4 + 3 = -16 + 8 + 3 = -5$ ，正确，故本选项错误；

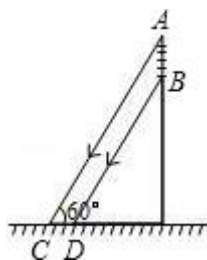
D、当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，

所以， $f(5) > f(6)$ ，故本选项正确．

故选：D．

【点评】 本题考查了二次函数的图象，根据表格数据，利用待定系数法求出二次函数解析式是解题的关键．

6. (4分) 如图，一根电线杆的接线柱部分 AB 在阳光下的投影 CD 的长为 1 米，太阳光线与地面的夹角 $\angle ACD = 60^\circ$ ，则 AB 的长为（ ）



A. $\frac{1}{2}$ 米

B. $\sqrt{3}$ 米

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 米

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 米

【考点】T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】依据平行于三角形一边的直线截其他两边所得的线段对应成比例及 60° 的正切值联立求解.

【解答】解：设直线 AB 与 CD 的交点为点 O .

$$\therefore \frac{BO}{AB} = \frac{DO}{CD}.$$

$$\therefore AB = \frac{BO \times CD}{DO}.$$

$$\because \angle ACD = 60^\circ.$$

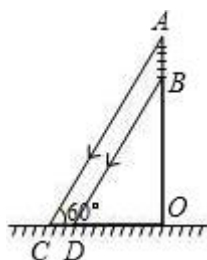
$$\therefore \angle BDO = 60^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle BDO \text{ 中, } \tan 60^\circ = \frac{BO}{DO} = \sqrt{3}.$$

$$\because CD = 1.$$

$$\therefore AB = \frac{BO}{DO} \times CD = \sqrt{3}.$$

故选：B.



【点评】本题主要考查平行线分线段成比例定理.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直线填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 计算： $\sqrt{(-5)^2} = \underline{5}$.

【考点】73：二次根式的性质与化简.

【专题】 11： 计算题.

【分析】 根据算术平方根的定义即可解答.

【解答】 解： 原式 $= |-5| = 5$.

故答案是： 5.

【点评】 本题考查了算术平方根的定义， 正确理解 $\sqrt{a^2} = |a|$ 是关键.

8. (4 分) 计算： $a^2 \cdot a = \underline{a^3}$.

【考点】 46： 同底数幂的乘法.

【专题】 11： 计算题.

【分析】 根据同底数幂的乘法法则： 同底数幂相乘， 底数不变， 指数相加， 进行运算即可.

【解答】 解： 原式 $= a^2 \cdot a = a^{2+1} = a^3$.

故答案为： a^3 .

【点评】 此题考查了同底数幂的乘法运算， 属于基础题， 解答本题的关键是掌握同底数幂的乘法法则.

9. (4 分) 分解因式： $m^2 - 9 = \underline{(m+3)(m-3)}$.

【考点】 54： 因式分解 - 运用公式法.

【分析】 通过观察发现式子可以写成平方差的形式， 故用平方差公式分解， $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

【解答】 解： $m^2 - 9$

$$= m^2 - 3^2$$

$$= (m+3)(m-3).$$

故答案为： $(m+3)(m-3)$.

【点评】 此题主要考查了平方差公式分解因式， 掌握平方差公式是解题的关键.

10. (4 分) 不等式 $2x - 1 < 3$ 的解集是 $\underline{x < 2}$.

【考点】 C6： 解一元一次不等式.

【专题】 2B： 探究型.

【分析】 先移项， 再合并同类项， 化系数为 1 即可.

【解答】 解： 移项得， $2x < 3+1$,

合并同类项得， $2x < 4$,

化系数为 1 得, $x < 2$.

故答案为: $x < 2$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式, 即①去分母; ②去括号; ③移项; ④合并同类项; ⑤化系数为 1.

11. (4 分) 若 $a < 0$, 则 $\sqrt{a^2} = \underline{-a}$.

【考点】 73: 二次根式的性质与化简.

【分析】 根据 $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$ 进行填空即可.

【解答】 解: $\because a < 0$,

$$\therefore \sqrt{a^2} = -a.$$

故答案为 $-a$.

【点评】 本题考查了二次根式的化简与求值, 是基础知识要熟练掌握.

12. (4 分) 把抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 先向上平移 3 个单位, 再向右平移 2 个单位, 得新抛物线的解析式为 $\underline{y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 3}$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 首先根据二次函数解析式写出顶点坐标, 再利用平移的特点写出新的抛物线解析式, 即可求出新的抛物线.

【解答】 解: $\because$ 二次函数解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2$,

$\therefore$ 顶点坐标 $(0, 0)$

向上平移 3 个单位, 再向右平移 2 个单位得到的点是 $(2, 3)$,

可设新函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}(x-h)^2 + k$,

代入顶点坐标得 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$,

故答案为: $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$.

【点评】 此题主要考查的是函数图象的平移, 用平移规律“左加右减, 上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

13. (4 分) 一枚均匀的正方体骰子, 抛掷一次, 得朝上一面的数字为偶数的概

率为 $\frac{1}{2}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】让向上一面的数字是偶数的情况数除以总情况数 6 即为所求的概率.

【解答】解: 正方体骰子, 六个面上分别刻有的 1, 2, 3, 4, 5, 6 六个数字中, 偶数为 2, 4, 6, 则向上一面的数字是偶数的概率为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】此题主要考查了概率公式的应用, 一般方法为: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. (4 分) 若一件衣服两次打九折后, 售价为 y 元, 则原价为 $\frac{100}{81}y$ 元 (用 y 的代数式表示).

【考点】32: 列代数式.

【分析】设原价为 x , 则 $x \times 0.9 \times 0.9 = y$, 从而可得出原价的表达式.

【解答】解: 设原价为 x , 则

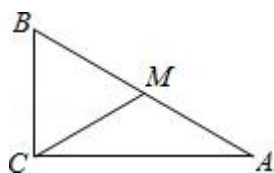
$$x \times 0.9 \times 0.9 = y,$$

$$\text{故 } x = \frac{100}{81}y, \text{ 即原价为: } \frac{100}{81}y.$$

故答案为: $\frac{100}{81}y$.

【点评】本题考查了列代数式的知识, 可以设出原价, 用方程的思想解决, 也可以直接表示出来.

15. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 2$, 点 M 是斜边 AB 的中点, 那么 $CM = 2$.



【考点】KO: 含 30° 度角的直角三角形; KP: 直角三角形斜边上的中线.

【分析】首先根据在直角三角形中, 30° 角所对的直角边等于斜边的一半可得 $AB = 4$, 再根据在直角三角形中, 斜边上的中线等于斜边的一半可得 $CM = 2$.

【解答】解：∵ $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 2$ ，

$$\therefore AB = 2BC = 4,$$

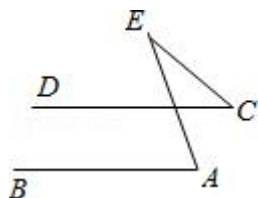
∵ 点 M 是斜边 AB 的中点，

$$\therefore CM = \frac{1}{2}AB = 2,$$

故答案为：2.

【点评】此题主要考查了直角三角形的性质，关键是熟练掌握：在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半；在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半.

16. (4 分) 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle E$ 等于 30 度.



【考点】JA：平行线的性质；K8：三角形的外角性质.

【专题】2B：探究型.

【分析】先根据平行线的性质求出 $\angle EFD$ 的度数，再由三角形外角的性质即可得出结论.

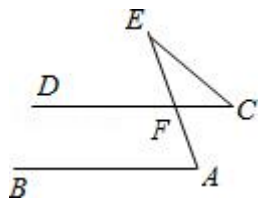
【解答】解：∵ 直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle EFD = \angle A = 70^\circ,$$

∵ $\angle EFD$ 是 $\triangle CEF$ 的外角，

$$\therefore \angle E = \angle EFD - \angle C = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$$

故答案为：30.



【点评】本题考查的是平行线的性质及三角形外角的性质，熟知两直线平行，同位角相等是解答此题的关键.

17. (4 分) 在四边形 $ABCD$ 中，如果 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ，那么与 $\overrightarrow{CB}$ 相等的向量是 $\overrightarrow{DA}$.

【考点】LM：*平面向量.

【专题】16：压轴题.

【分析】由 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ，可以得到 $AB \parallel DC$ ， $AB = DC$ ，即可证得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，则可得到 $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

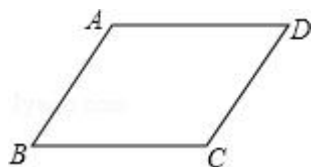
【解答】解： $\because \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$,

$\therefore AB \parallel DC$, $AB = DC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

故答案为: $\overrightarrow{DA}$.



【点评】此题考查了相等向量的意义：大小相等，方向相同．还考查了平行四边形的判定与性质．解题的关键是数形结合思想的应用．

18. (4分) 已知等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$ ($AD < BC$), $AB = CD = 5$, $BC = 12$, 沿着经过点 A 的直线翻折梯形 $ABCD$, 使点 B 落在直线 AD 上的点 B' 处, $DB' = 1$, 直线 BB' 与直线 DC 交于点 H , 则 $DH = \frac{5}{13}$ 或 $\frac{5}{11}$.

【考点】LJ：等腰梯形的性质；PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】分别根据当 B 点落在 AD 上或落在 AD 的延长线上利用相似三角形的判定与性质得出比例式即可求出.

【解答】解：如图 1 所示：

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle HB'D \sim \triangle HBC$,

$$\therefore \frac{HD}{HC} = \frac{DB'}{BC},$$

$\because AB = CD = 5$, $BC = 12$,

$$\therefore \frac{HD}{5+HD} = \frac{1}{12},$$

$$\text{解得: } HD = \frac{5}{11};$$

如图 2 所示：

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle HB'D \sim \triangle HBC,$$

$$\therefore \frac{HD}{HC} = \frac{DB'}{BC},$$

$$\because AB = CD = 5, BC = 12,$$

$$\therefore \frac{HD}{5-HD} = \frac{1}{12},$$

$$\text{解得: } DH = \frac{5}{13}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{5}{11} \text{ 或 } \frac{5}{13}.$$

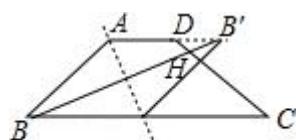


图2

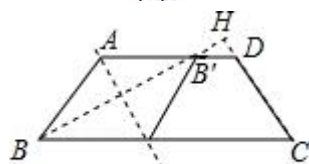


图1

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定与性质，利用相似三角形对应边之间的关系得出 HD 是解题关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $2\sin 60^\circ + \sqrt{8} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - (-2012)^0$.

【考点】 2C：实数的运算； 6E：零指数幂； T5：特殊角的三角函数值.

【专题】 11：计算题.

【分析】 根据零指数幂和 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 得到原式 $= 2 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$- 1$ ，再进行乘法运算和去括号得到原式 $= \sqrt{3} + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ ，然后合并同类二次根式即可.

【解答】 解：原式 $= 2 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) - 1$

$$= \sqrt{3} + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$$

$$= 3\sqrt{2} - 1.$$

【点评】 本题考查了实数的运算：先进行乘方或开方运算，再进行乘除运算，然

后进行加减运算. 也考查了零指数幂以及特殊角的三角函数值.

20. (10分) 解方程: $\frac{x-1}{x+1} + \frac{5}{x-1} = \frac{4}{x^2-1}$.

【考点】A8: 解一元二次方程 - 因式分解法; B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】本题的最简公分母是 $(x+1)(x-1)$, 方程两边都乘最简公分母, 可把分式方程转换为整式方程求解.

【解答】解: 方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$,

$$\text{得 } (x-1)^2 + 5(x+1) = 4,$$

$$x^2 - 2x + 1 + 5x + 5 = 4,$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0,$$

$$\text{解得 } x = -2 \text{ 或 } x = -1.$$

经检验 $x = -1$ 是增根.

$\therefore$ 原方程的解是: $x = -2$.

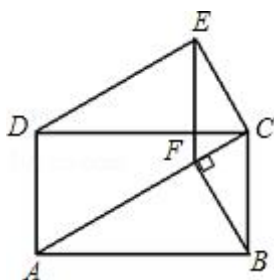
【点评】(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 方程两边都乘最简公分母, 把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要代入最简公分母验根.

21. (10分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\angle EDC = \angle CAB$, $\angle DEC = 90^\circ$.

(1) 求证: $AC \parallel DE$;

(2) 过点 B 作 $BF \perp AC$ 于点 F , 连接 EF , 试判别四边形 $BCEF$ 的形状, 并说明理由.



【考点】J9: 平行线的判定; KD: 全等三角形的判定与性质; L6: 平行四边形的判定; LB: 矩形的性质.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 要证 $AC \parallel DE$, 只要证明, $\angle EDC = \angle ACD$ 即可;

(2) 要判断四边形 $BCEF$ 的形状, 可以先猜后证, 利用三角形的全等, 证明四边形的两组对边分别相等.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle CAB,$$

$$\because \angle EDC = \angle CAB,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ACD,$$

$$\therefore AC \parallel DE;$$

(2) 解: 四边形 $BCEF$ 是平行四边形.

理由如下:

$\because BF \perp AC$, 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle DEC = \angle AFB = 90^\circ, \quad DC = AB$$

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle BAF$ 中,

$$\begin{cases} \angle DEC = \angle AFB \\ \angle EDC = \angle FAB, \\ CD = BA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle BAF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CE = BF, \quad DE = AF \text{ (全等三角形的对应边相等)},$$

$$\because AC \parallel DE,$$

即 $DE = AF, \quad DE \parallel AF$,

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = EF,$$

$$\because AD = BC,$$

$$\therefore EF = BC,$$

$$\because CE = BF,$$

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形 (两组对边分别相等的四边形是平行四边形).

【点评】 本题所考查的知识点: 三角形全等、平行四边形的判定, 矩形的性质; 综合性好, 难度中等.

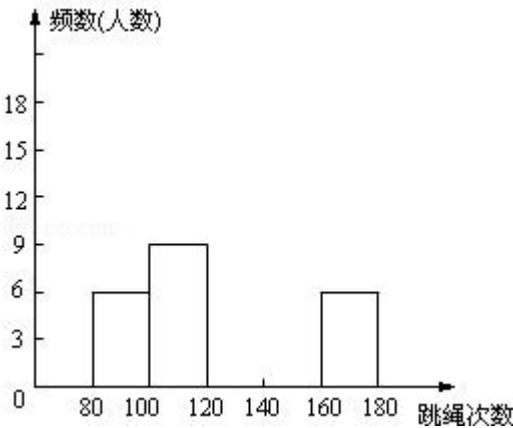
22. (10 分) 为了进一步了解八年级学生的身体素质情况, 体育老师对八年级 (1)

班 50 位学生进行一分钟跳绳次数测试，以测试数据为样本，绘制出部分频数分布表和部分频数分布直方图．如下图所示：

组别	次数 x	频数
第 1 组	$80 \leq x < 100$	6
第 2 组	$100 \leq x < 120$	8
第 3 组	$120 \leq x < 140$	a
第 4 组	$140 \leq x < 160$	18
第 5 组	$160 \leq x < 180$	6

请结合图表完成下列问题：

- (1) 表中的 $a = \underline{12}$ ．
- (2) 请把频数分布直方图补充完整；
- (3) 若八年级学生一分钟跳绳次数 (x) 达标要求是： $x < 120$ 为不合格； $120 \leq x < 140$ 为合格； $140 \leq x < 160$ 为良； $x \geq 160$ 为优．根据以上信息，请你给学校或八年级同学提一条合理化建议：加强体育锻炼，增强体质. ．



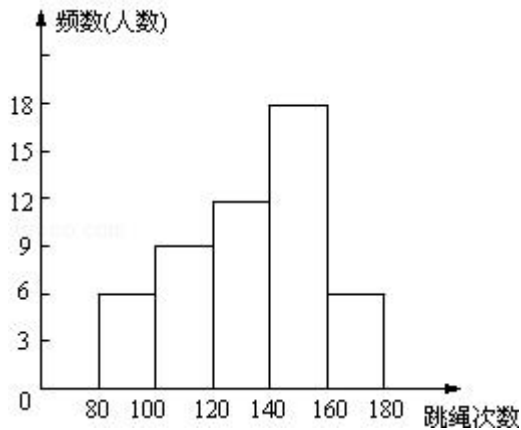
【考点】 V7：频数（率）分布表；V8：频数（率）分布直方图．

【专题】 27：图表型．

- 【分析】** (1) 第 3 组频数等于样本容量减去其他小组频数的和；
- (2) 各组小长方形高度的比等于各组频数的比．
- (3) 提出的建议合理即可．

【解答】 解：(1) $a = 50 - (6 + 8 + 18 + 6) = 50 - 38 = 12$

(2) 完整的频率分布直方图如下图所示：



(3) 加强锻炼, 增强体质.

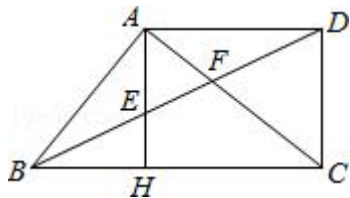
故答案为: 12; 加强锻炼, 增强体质.

【点评】 本题考查了频率分布直方图和频数分布表的相关知识, 此类知识在近几年的中考中考查的比重逐渐增加.

23. (12分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DC \perp BC$, $AH \perp BC$ 于点 H , $AC \perp AB$, BD 平分 $\angle ABC$, 分别交 AH 、 AC 于点 E 、 F .

(1) 求证: $AE = AF$;

(2) 设 $AB = m$, 求: $\sin \angle BAH$ 的值.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LH: 梯形; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据 $AC \perp AB$, $AH \perp BC$, 得出 $\angle BAE = \angle DAF$, 根据 BD 平分 $\angle ABC$, 得出 $\angle ABD = \angle CBD$, 根据 $AD \parallel BC$, 得出 $\angle ADB = \angle CBD$, $\angle ABD = \angle ADB$, 从而证出 $AB = AD$, 最后根据 ASA 证出 $\triangle BAE \cong \triangle DAF$, 即可得出 $AE = AF$;

(2) 先设 $BH = x$, 根据已知条件得出四边形 $AHCD$ 是矩形, $HC = AD$, 根据 $AB = AD$, $AB = m$, 得出 $HC = AB = m$, 根据 $\angle BHA = \angle BAC = 90^\circ$, 得出 $\angle HBA = \angle ABC$, 从而证出 $\triangle HBA \sim \triangle ABC$, $\frac{BH}{BA} = \frac{BA}{BC}$, 再把 $AB = m$, $BH = x$ 代入比例式, 得出 $x^2 + mx - m^2 = 0$, 求出 x 的值, 最后根据 $\sin \angle BAH = \frac{BH}{AB}$, 即可得出答案;

【解答】证明：（1） $\because AC \perp AB$ ， $AH \perp BC$ 于点 H 。

$$\therefore \angle CAB = \angle HAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAF.$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\therefore AB = AD,$$

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle DAF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle DAF \\ AB = AD \\ \angle ABD = \angle ADB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DAF,$$

$$\therefore AE = AF.$$

$$(2) \text{ 设 } BH = x,$$

$$\because AD \parallel BC, DC \perp BC, AH \perp BC,$$

$$\therefore \text{四边形 } AHCD \text{ 是矩形},$$

$$\therefore HC = AD,$$

$$\because AB = AD, AB = m,$$

$$\therefore HC = AB = m,$$

$$\because DC \perp BC, AH \perp BC,$$

$$\therefore \angle BHA = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle HBA = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle HBA \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{BH}{BA} = \frac{BA}{BC},$$

$$\therefore \frac{x}{m} = \frac{m}{x+m}, \text{ 即 } x^2 + mx - m^2 = 0,$$

$$\therefore x = \frac{-m \pm \sqrt{5}m}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}m,$$

$$\because x > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}m,$$

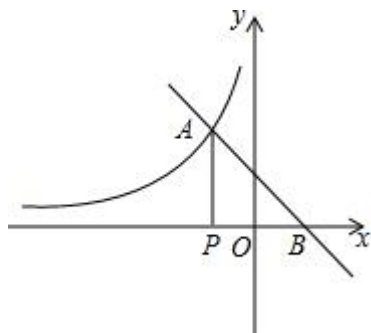
$$\text{在 Rt}\triangle ABH \text{ 中, } \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2};$$

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质，用到的知识点是矩形的性质、相似三角形的判定与性质，解题的关键是根据题意列出关于 x ， m 的方程．

24. (12 分) 已知：如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象交于点 $A(-1, m)$ ，与 x 轴正半轴交于点 B ， $AP \perp x$ 轴于点 P ，且 $S_{\triangle ABP} = 2$ ．

(1) 求点 B 的坐标及一次函数的解析式；

(2) 设点 C 是 x 轴上的一个点，如果 $\angle ACO = \angle BAO$ ，求出点 C 的坐标．



【考点】GB：反比例函数综合题．

【分析】(1) 首先把 $A(-1, m)$ 代入 $y = -\frac{2}{x}$ ，即可求得 m 的值，又由 $S_{\triangle ABP} = 2$ ，则可求得点 B 的坐标，然后利用待定系数法即可求得此一次函数的解析式；

(2) 由 (1) 可求得 $OA = \sqrt{5}$ ， $AB = 2\sqrt{2}$ ，分别从当点 C 在 x 轴的正半轴上与当点 C 在 x 轴的负半轴上时去分析，利用相似三角形的对应边成比例，即可求得答案．

【解答】解：(1) 把 $A(-1, m)$ 代入 $y = -\frac{2}{x}$ ，

$$\text{得 } m = -\frac{2}{-1} = 2,$$

即点 A 的坐标为： $(-1, 2)$ ，

$$\text{又 } \because S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}PB \cdot AP,$$

$$\therefore 2 = \frac{1}{2}PB \times 2,$$

$$\therefore PB = 2,$$

$$\therefore \text{点 } B(1, 0);$$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

$$\text{把点 } A、B \text{ 的坐标代入得: } \begin{cases} 0 = k + b \\ 2 = -k + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 1 \end{cases},$$

故直线 AB 的解析式为 $y = -x + 1$;

$$(2) \because \text{点 } A(-1, 2)、B(1, 0),$$

$$\therefore OA = \sqrt{5}, AB = 2\sqrt{2}. \text{ 如图:}$$

当点 C 在 x 轴的正半轴上时,

$$\because \angle ACO = \angle BAO, \angle AOC = \angle BOA,$$

$$\therefore \triangle OAC \sim \triangle OBA,$$

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OA},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{OC} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore OC = 5,$$

$$\text{即点 } C_1(5, 0);$$

当点 C 在 x 轴的负半轴上时,

$$\because \angle ACO = \angle BAO, \angle ABC = \angle OBA,$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle CBA,$$

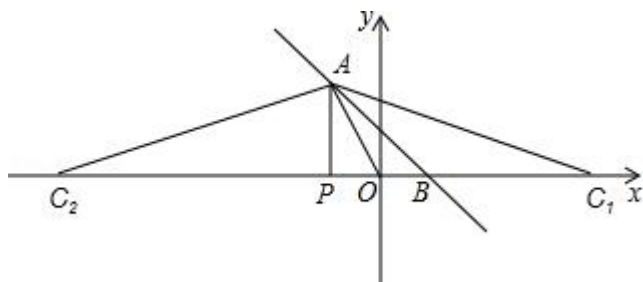
$$\therefore \frac{AB}{CB} = \frac{OB}{AB},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{8}}{CB} = \frac{1}{\sqrt{8}},$$

$$\therefore CB = 8,$$

$$\text{即点 } C_2(-7, 0).$$

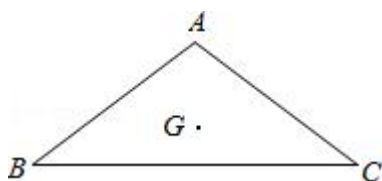
综上, 点 C 的坐标为: $(5, 0), (-7, 0)$.



【点评】此题考查了待定系数法求一次函数的解析式、相似三角形的判定与性质、反比例函数与一次函数的交点问题以及三角形面积问题．此题难度较大，注意掌握方程思想、分类讨论思想与数形结合思想的应用．

25. (14 分) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10\text{cm}$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心．动点 E 从点 A 出发沿着射线 AG 以每秒 1cm 的速度移动，动点 F 从点 C 出发沿着射线 CA 以每秒 2cm 的速度移动，点 E 和点 F 同时出发，设它们的运动时间为 t (秒)．

- (1) 求点 A 到点 G 的距离；
- (2) 在移动过程中，是否存在以点 G 为圆心 GE 长为半径的圆与以点 C 为圆心 CF 长为半径的圆外切？若存在，求出 t 值；若不存在，请说明理由；
- (3) 连接 EF ，在运动过程中，是否存在 $\triangle AEF$ 是等腰三角形？若存在，求出 t 值；若不存在，请说明理由．



【考点】 SO：相似形综合题．

【分析】 (1) 连接 AG 并延长，交边 BC 于点 H ．根据 G 是重心得到 AH 平分边 BC ，再根据 $AB = AC$ 得到 $AH \perp BC$ ，然后解直角三角形 ABH 即可求解；

(2) 由 (1) 得： $GH = 2$ ， $HC = BH = 8$ ，根据两圆相外切两圆的圆心距等于两圆半径的和列出有关 t 的方程求得 t 的值即可；

(3) 分当点 F 在边 AC 上时和当点 F 在 CA 的延长线上时两种情况利用等腰三角形的性质列出有关 t 的方程求得 t 的值即可求解．

【解答】 解：(1) 连接 AG 并延长，交边 BC 于点 H ．

$\because G$ 是重心，

$$\therefore AH \text{ 平分边 } BC, AG = \frac{2}{3}AH,$$

$$\because AB = AC$$

$$\therefore AH \perp BC.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABH \text{ 中, } \cos B = \frac{BH}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{BH}{10} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore BH = 8,$$

$$\therefore AH = 6,$$

$$\therefore AG = 4.$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得: } GH = 2, HC = BH = 8.$$

$$\text{根据题意得: } EG = |4 - t|, CF = 2t$$

$$\therefore r_G = |4 - t|, r_C = 2t$$

$$\text{且圆心距 } CG = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}.$$

$$\text{当圆 } G \text{ 与圆 } C \text{ 外切时: } r_G + r_C = CG,$$

$$\therefore |4 - t| + 2t = 2\sqrt{17}, \dots (3 \text{ 分})$$

$$\text{即: } 4 - t + 2t = 2\sqrt{17} \ (t < 4) \text{ 或 } t - 4 + 2t = 2\sqrt{17} \ (t > 4)$$

$$\therefore t_1 = 2\sqrt{17} - 4 \text{ (舍)}, t_2 = \frac{2\sqrt{17} + 4}{3}$$

$$\text{即当 } t = \frac{2\sqrt{17} + 4}{3} \text{ 时两圆外切.}$$

(3) · 当点 F 在边 AC 上时:

$$\text{①如图 1, 当 } AE = AF \text{ 时, } t = 10 - 2t, \therefore t_1 = \frac{10}{3}. \dots (1 \text{ 分})$$

②如图 2, 当 $AF = EF$ 时, 过 F 作 $MF \perp AH$ 于点 M ,

$$\text{由 } MF \parallel HC, \therefore \frac{AM}{AF} = \frac{AH}{AC}, \therefore \frac{\frac{1}{2}t}{10-2t} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore t_2 = \frac{60}{17}. \dots (1 \text{ 分})$$

③如图 3, 当 $AE = EF$ 时: 过点 E 作 $EM \perp AC$ 于点 M ,

$$\text{易证 } \triangle AEM \sim \triangle ACH, \therefore AM: AE = AH: AC,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(10-2t):t=3:5, \therefore t_3=\frac{25}{8}. \cdots (1 \text{ 分})$$

•当点 F 在 CA 的延长线上时:

④如图 4, 只有 $AE=AF$ 时, $\triangle AEF$ 为等腰三角形,

$$\therefore t=2t-10,$$

$$\therefore t_4=10. \cdots (1 \text{ 分})$$

综上所述, 当 $t=\frac{10}{3}$ 、 $\frac{25}{8}$ 、 $\frac{60}{17}$ 、10 的时候, $\triangle AEF$ 是等腰三角形.

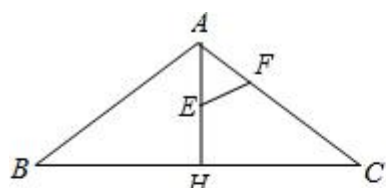


图1

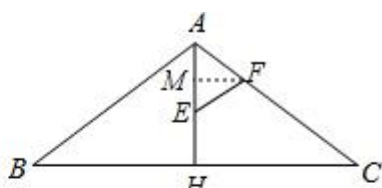


图2

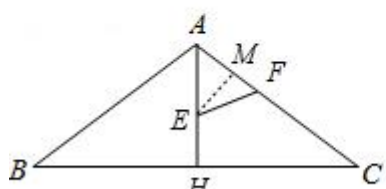


图3

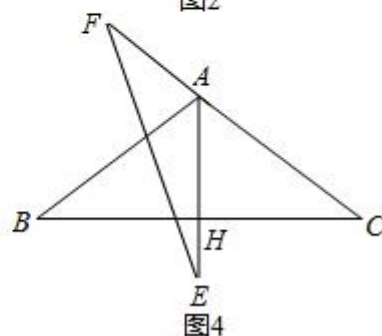
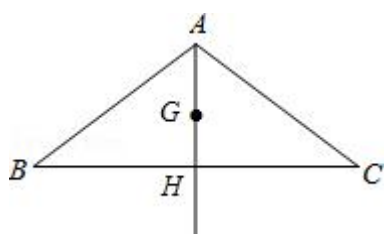


图4



【点评】 本题考查了相似形的综合知识, 特别是第(3)题中利用了分类讨论的数学思想, 这也是中考中常常考查的重点知识之一.