

2012 年上海市闵行区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $(a+a)^2 = 2a^2$

C. $a^2 \div a^4 = a^{\frac{1}{2}}$

D. $(a^2)^3 = a^6$

2. (4 分) 已知： a 、 b 、 c 为任意实数，且 $a > b$ ，那么下列结论一定正确的是 ()

A. $a - c > b - c$ B. $-a \cdot c < -b \cdot c$ C. $a \cdot c > b \cdot c$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

3. (4 分) 点 $P(-1, 3)$ 关于原点中心对称的点的坐标是 ()

A. $(-1, -3)$ B. $(1, -3)$ C. $(1, 3)$ D. $(3, -1)$

4. (4 分) 如果一组数据 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的方差 $s^2 = 0$ ，那么下列结论一定正确的是 ()

A. 这组数据的平均数 $\bar{x} = 0$

B. $a_1 = a_2 = \dots = a_n$

C. $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$

D. $a_1 < a_2 < \dots < a_n$

5. (4 分) 在四边形 $ABCD$ 中，对角线 $AC \perp BD$ ，那么依次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得的四边形一定是 ()

A. 菱形 B. 矩形 C. 正方形 D. 平行四边形

6. (4 分) 等边三角形绕它的一个顶点旋转 90° 后与原来的等边三角形组成一个新的图形，那么这个新的图形 ()

A. 是轴对称图形，但不是中心对称图形

B. 是中心对称图形，但不是轴对称图形

C. 既是轴对称图形，又是中心对称图形

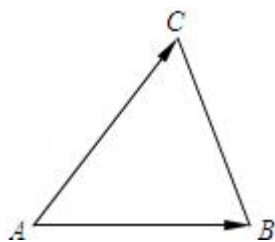
D. 既不是轴对称图形，又不是中心对称图形

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

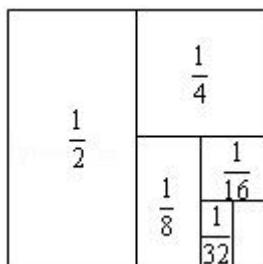
7. (4 分) 计算： $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式： $2x^3 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4分) 不等式 $x - 1 > 3(x + 1)$ 的解集是_____.
10. (4分) 已知 $x = 1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 的一个实数根, 那么 $a + b$ = _____.
11. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{x-3}$, 那么 $f(9) =$ _____.
12. (4分) 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $A(1, -5)$, 且与直线 $y = -3x + 2$ 平行, 那么该一次函数的解析式为_____.
13. (4分) 二次函数 $y = -2x^2 + 3x$ 的图象在对称轴的左侧是_____. (填“上升”或“下降”)
14. (4分) 从 1、2、3、4、5、6、7、8 这八个数中, 任意抽取一个数, 那么抽得的数是素数的概率是_____.
15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} =$ _____.



16. (4分) 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, $DE \parallel AC$, $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$, $DE = 4$, 那么边 AC 的长为_____.
17. (4分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点, 如果 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别为 10 厘米和 17 厘米, 公共弦 AB 的长为 16 厘米, 那么这两圆的圆心距 O_1O_2 的长为_____厘米.
18. (4分) 如图, 把一个面积为 1 的正方形等分成两个面积为 $\frac{1}{2}$ 的矩形, 接着把其中一个面积为 $\frac{1}{2}$ 的矩形等分成两个面积为 $\frac{1}{4}$ 的矩形, 再把其中一个面积为 $\frac{1}{4}$ 的矩形等分成两个面积为 $\frac{1}{8}$ 的矩形, 如此进行下去, 试利用图形所揭示的规律计算: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} =$ _____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

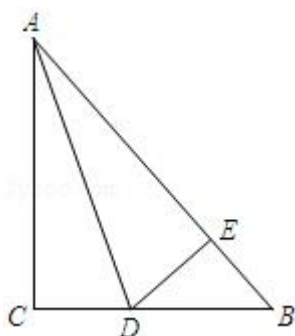
19.（10 分）先化简，再求值： $(\frac{2}{a-1} - \frac{1}{a+1}) \div \frac{1}{a+1}$ ，其中 $a = \sqrt{2} - 1$.

20.（10 分）解方程组： $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x^2-y^2+x+7=0. \end{cases}$

21.（10 分）已知：如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $DE \perp AB$ ，垂足为点 E ， $AE = 16$ ， $\sin \angle B = \frac{4}{5}$. 求：

（1） BC 的长；

（2）求 $\angle ADE$ 的正切值.

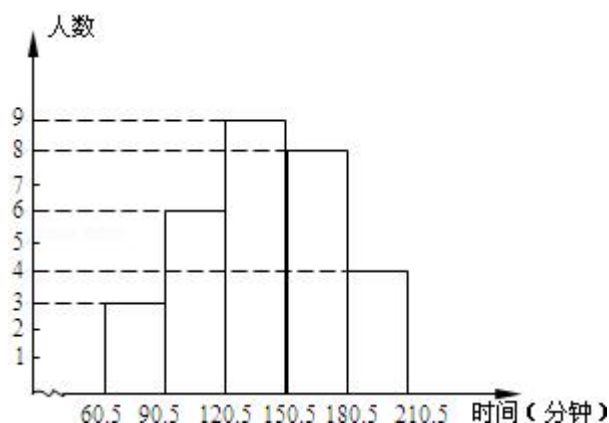


22.（10 分）某研究性学习小组，为了了解本校九年级学生一天中做家庭作业所用的大致时间（时间以整数记，单位：分钟），对该年级学生做了抽样调查，并把调查得到的所有数据（时间）进行整理，分成五个时间段，绘制成统计图（如图所示），请结合统计图中提供的信息，回答下列问题：

（1）这个研究性学习小组所抽取样本的容量是多少？

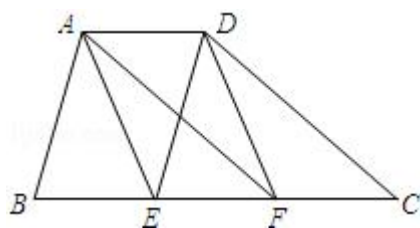
（2）在被调查的学生中，一天做家庭作业所用的大致时间超过 150 分钟（不包括 150 分钟）的人数占被调查学生总人数的百分之几？

（3）如果该校九年级学生共有 200 名，那么估计该校九年级学生一天做家庭作业所用时间不超过 120 分钟的学生约有多少人？



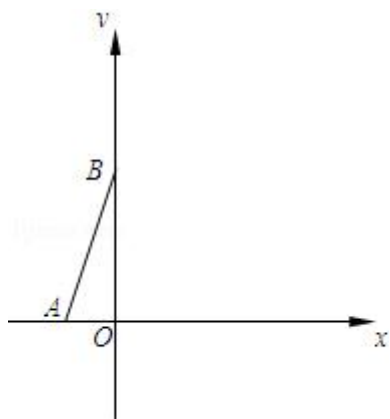
23. (12分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 、 F 在边 BC 上， $DE \parallel AB$ ， $AF \parallel CD$ ，且四边形 $AEFD$ 是平行四边形。

- (1) 试判断线段 AD 与 BC 的长度之间有怎样的数量关系？并证明你的结论；
 (2) 现有三个论断：① $AD = AB$ ；② $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ；③ $\angle B = 2\angle C$ 。请从上述三个论断中选择一个论断作为条件，证明四边形 $AEFD$ 是菱形。

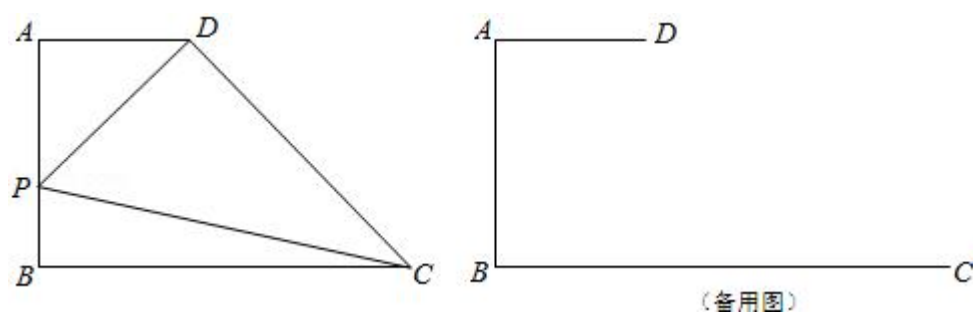


24. (12分) 已知：如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴的负半轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 $B(0, 3)$ ，且 $\angle OAB$ 的余切值为 $\frac{1}{3}$ 。

- (1) 求该抛物线的表达式，并写出顶点 D 的坐标；
 (2) 设该抛物线的对称轴为直线 l ，点 B 关于直线 l 的对称点为 C ， BC 与直线 l 相交于点 E 。点 P 在直线 l 上，如果点 D 是 $\triangle PBC$ 的重心，求点 P 的坐标；
 (3) 在 (2) 的条件下，将 (1) 所求得的抛物线沿 y 轴向上或向下平移后顶点为点 P ，写出平移后抛物线的表达式。点 M 在平移后的抛物线上，且 $\triangle MPD$ 的面积等于 $\triangle BPD$ 的面积 2 倍，求点 M 的坐标。



25. (14 分) 已知: 如图, $AB \perp BC$, $AD \parallel BC$, $AB = 3$, $AD = 2$. 点 P 在线段 AB 上, 连接 PD , 过点 D 作 PD 的垂线, 与 BC 相交于点 C . 设线段 AP 的长为 x .



- (1) 当 $AP = AD$ 时, 求线段 PC 的长;
- (2) 设 $\triangle PDC$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;
- (3) 当 $\triangle APD \sim \triangle DPC$ 时, 求线段 BC 的长.

2012 年上海市闵行区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $(a+a)^2 = 2a^2$

C. $a^2 \div a^4 = a^{\frac{1}{2}}$

D. $(a^2)^3 = a^6$

【考点】2F：分数指数幂；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂的乘法法则对 A 进行判断；根据幂的乘方与积的乘方对 B、D 进行判断；根据同底数幂的除法和负整数指数幂的意义对 C 进行判断.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，所以 A 选项不正确；

B、 $(a+a)^2 = (2a)^2 = 4a^2$ ，所以 B 项不正确；

C、 $a^2 \div a^4 = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ ，所以 C 选项不正确；

D、 $(a^2)^3 = a^6$ ，所以 D 项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的除法： $a^m \div a^n = a^{m-n}$. 也考查了同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、负整数指数幂以及分数指数幂.

2. (4 分) 已知： a 、 b 、 c 为任意实数，且 $a > b$ ，那么下列结论一定正确的是 ()

A. $a - c > b - c$ B. $-a \cdot c < -b \cdot c$ C. $a \cdot c > b \cdot c$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

【考点】C2：不等式的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】根据不等式两边加上（或减去）同一个数，不等号的方向不改变对 A 进行判断；通过举反例可对 B、C、D 进行判断.

【解答】解：A、若 $a > b$ ，则 $a - c > b - c$ ，故本选项正确；

B、若 $a > b$ ，当 $c = 0$ 时， $-a \cdot c < -b \cdot c$ 不成立，故本选项错误；

C、若 $a > b$ ，当 $c = 0$ 时， $a \cdot c > b \cdot c$ 不成立，故本选项错误；

D、若 $a > b$ ，当 $a = 1$ ， $b = -1$ 时， $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 不成立，故本选项错误.

故选：A.

【点评】 本题考查了不等式的性质：不等式两边加上（或减去）同一个数，不等号的方向不改变；不等式两边乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不改变；不等式两边乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向要改变.

3. (4 分) 点 $P(-1, 3)$ 关于原点中心对称的点的坐标是 ()

A. $(-1, -3)$ B. $(1, -3)$ C. $(1, 3)$ D. $(3, -1)$

【考点】 R6: 关于原点对称的点的坐标.

【分析】 平面直角坐标系中任意一点 $P(x, y)$ ，关于原点的对称点是 $(-x, -y)$.

【解答】 解：根据中心对称的性质，得点 $P(-1, 3)$ 关于中心对称的点的坐标为 $(1, -3)$.

故选：B.

【点评】 本题考查关于原点对称的点坐标的关系，是需要熟记的基本问题，记忆方法可以结合平面直角坐标系的图形.

4. (4 分) 如果一组数据 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的方差 $s^2 = 0$ ，那么下列结论一定正确的是 ()

A. 这组数据的平均数 $\bar{x} = 0$ B. $a_1 = a_2 = \dots = a_n$
C. $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$ D. $a_1 < a_2 < \dots < a_n$

【考点】 W7: 方差.

【分析】 根据方差是用来衡量一组数据波动大小的量，一组数据 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的方差 $s^2 = 0$ ，即没有波动，此时这组数据一定相等，进而排除其他答案.

【解答】 解：由于方差是反映一组数据的波动大小的，而这一组数据没有波动，它的方差为 0.

则 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2] = 0$ ，此时每个数都和平均数相等，故 $a_1 = a_2 = \dots = a_n$,

故选：B.

【点评】 本题考查了方差公式应用，熟练利用方差公式 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2$

$-\bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 得出是解题关键.

5. (4分) 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC \perp BD$, 那么依次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得的四边形一定是 ()

- A. 菱形 B. 矩形 C. 正方形 D. 平行四边形

【考点】KX: 三角形中位线定理; L9: 菱形的判定.

【分析】利用三角形中位线定理可以推知四边形 $EFGH$ 是平行四边形; 然后由三角形中位线定理、已知条件 “ $AC \perp BD$ ” 推知 $HE \perp HG$; 最后由矩形判定定理 “有一内角为直角是平行四边形是矩形” 可以证得 $\square EFGH$ 是矩形.

【解答】解: 如图所示: $AC \perp BD$, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点;

$\because$ 在 $\triangle DAC$ 中, 根据三角形中位线定理知, $HG \parallel AC$ 且 $HG = \frac{1}{2}AC$;

同理在 $\triangle ABC$ 中, $EF \parallel AC$ 且 $EF = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore HG \parallel EF \parallel AC$, 且 $HG = EF$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形;

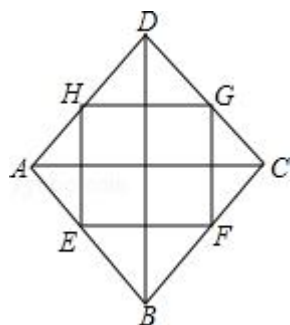
同理, $HE \parallel DB$;

又 $\because AC \perp BD$,

$\therefore HE \perp HG$,

$\therefore \square EFGH$ 是矩形;

故选: B.



【点评】本题考查了三角形中位线定理、矩形的判定定理. 三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半.

6. (4分) 等边三角形绕它的一个顶点旋转 90° 后与原来的等边三角形组成一个新的图形, 那么这个新的图形 ()

- A. 是轴对称图形，但不是中心对称图形
- B. 是中心对称图形，但不是轴对称图形
- C. 既是轴对称图形，又是中心对称图形
- D. 既不是轴对称图形，又不是中心对称图形

【考点】KK：等边三角形的性质；P3：轴对称图形；R5：中心对称图形.

【专题】16：压轴题.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：等边三角形绕它的一个顶点旋转 90° 后与原来的等边三角形组成一个新的图形，

沿着一条直线对折后两部分完全重合，故是轴对称图形；

找不到一点把图形绕该点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，故不是中心对称图形.

故选：A.

【点评】掌握中心对称图形与轴对称图形的概念.

在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形. 这个旋转点，就叫做中心对称点.

如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形. 这条直线叫做对称轴.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算： $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \underline{4}$.

【考点】75：二次根式的乘除法.

【分析】根据二次根式的乘法公式可得 $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8}$ ，化简得解即可.

【解答】解：原式 $= \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$. 故答案填 4.

【点评】本题考查学生掌握二次根式乘法的运算能力，是一个基础题，比较简单，注意结果要化为最简形式.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式： $2x^3 - 4x = \underline{2x(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})}$.

【考点】58：实数范围内分解因式.

【分析】先提公因式 $2x$ ，再根据平方差公式分解即可得出答案.

【解答】解： $2x^3 - 4x = 2x(x^2 - 2)$,

$$= 2x(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}),$$

故答案为： $2x(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$.

【点评】本题考查了分解因式（提公因式法和用平方差公式分解因式法），主要考查学生能否正确分解因式，题目比较好，难度不大.

9. (4分) 不等式 $x - 1 > 3(x + 1)$ 的解集是 $x < -2$.

【考点】C6: 解一元一次不等式.

【分析】首先去括号，然后利用不等式的基本性质移项、合并同类项，然后系数化成1，即可求解.

【解答】解：去括号得： $x - 1 > 3x + 3$,

移项得： $x - 3x > 3 + 1$

合并同类项得： $-2x > 4$,

则 $x < -2$.

故答案是： $x < -2$.

【点评】本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错.

解不等式要依据不等式的基本性质，在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

10. (4分) 已知 $x = 1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 的一个实数根，那么 $a + b =$ -3 .

【考点】A3: 一元二次方程的解.

【专题】11: 计算题.

【分析】把 $x = 1$ 代入一元二次方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 得出 $a + b + 3 = 0$ ，即可求出 $a + b$ 的值.

【解答】解：把 $x = 1$ 代入一元二次方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 得： $a + b + 3 = 0$,

即 $a + b = -3$,

故答案为： -3 .

【点评】 本题考查了对一元二次方程的解的应用，能得出 $a+b+3=0$ 是解此题的关键，题目比较典型，难度不大.

11. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{x-3}$, 那么 $f(9) = \frac{1}{3}$.

【考点】 E5: 函数值.

【分析】 将 $x=9$ 代入函数式，化简求值.

【解答】 解：由已知得， $f(9) = \frac{\sqrt{9-5}}{9-3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了求函数值. (1) 当已知函数解析式时，求函数值就是求代数式的值；(2) 函数值是唯一的，而对应的自变量可以是多个.

12. (4分) 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $A(1, -5)$ ，且与直线 $y=-3x+2$ 平行，那么该一次函数的解析式为 $y=-3x-2$.

【考点】 FF: 两条直线相交或平行问题.

【分析】 设一次函数的表达式为 $y=kx+b$ ，由于它的图象与直线 $y=-3x+2$ 平行，可知 $k=-3$ ，再由图象过点 $A(1, -5)$ ，可求出 b ，从而可求表达式.

【解答】 解： $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与直线 $y=-3x+2$ 平行，

$$\therefore k = -3,$$

$$\therefore \text{一次函数解析式为 } y = -3x + b,$$

$$\because \text{图象经过点 } A(1, -5),$$

$$\therefore -3 \times 1 + b = -5,$$

$$\text{解得：} b = -2,$$

$$\therefore \text{该一次函数的解析式为 } y = -3x - 2.$$

故答案为： $y = -3x - 2$.

【点评】 此题主要考查了两条直线平行问题，关键是掌握若两条直线是平行的关系，那么他们的自变量系数相同，即 k 值相同.

13. (4分) 二次函数 $y = -2x^2 + 3x$ 的图象在对称轴的左侧是 上升. (填“上升”或“下降”)

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 12: 应用题.

【分析】由于 $k < 0$ ，可知图象开口向下，从而易知函数图象在对称轴左侧是随 x 的增大而逐渐增大的，即上升.

【解答】解： $\because k = -2 < 0$,

$\therefore$ 函数图象开口向下，

$\therefore$ 图象在对称轴左侧是上升.

故答案是上升.

【点评】本题考查了二次函数的性质，解题的关键是注意二次函数的在对称轴左右的单调性.

14. (4分) 从 1、2、3、4、5、6、7、8 这八个数中，任意抽取一个数，那么抽得的数是素数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据素数定义，让素数的个数除以数的总数即为所求的概率.

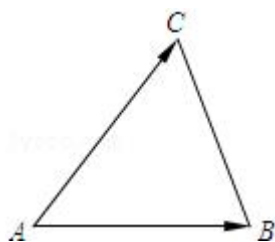
【解答】解： $\because 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 这 8 个数有 4 个素数，

$\therefore 2, 3, 5, 7$ ；故取到素数的概率是 $\frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ；找到素数的个数为易错点.

15. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \underline{\overrightarrow{CB}}$.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】如图，根据三角形法则，即可求得答案.

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

故答案为： $\overrightarrow{CB}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识．此题比较简单，注意掌握三角形法则的应用，平面向量是有方向性的．

16. (4分) 已知：在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上， $DE \parallel AC$ ， $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ ，

$DE = 4$ ，那么边 AC 的长为 6．

【考点】S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】首先根据画出图形，然后由 $DE \parallel AC$ ，即可得 $\triangle BDE \sim \triangle BAC$ ，又由 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ ，可求得 $BD:AB$ ，继而利用相似三角形的对应边成比例，即可求得边 AC 的长．

【解答】解： $\because DE \parallel AC$ ，

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB},$$

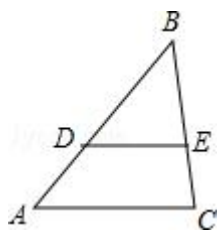
$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore DE = 4,$$

$$\therefore AC = 6.$$

故答案为：6．



【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质．此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用．

17. (4分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，如果 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别为10厘米和17厘米，公共弦 AB 的长为16厘米，那么这两圆的圆心距 O_1O_2 的长为 21或9 厘米．

【考点】ML：相交两圆的性质．

【分析】利用连心线垂直平分公共弦的性质，构造直角三角形利用勾股定理及有关性质解题．

【解答】解：如图， $\because \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，

$\therefore O_1O_2 \perp AB$ ，且 $AD = BD$ ；

又 $\because AB = 16$ 厘米，

$\therefore AD = 8$ 厘米，

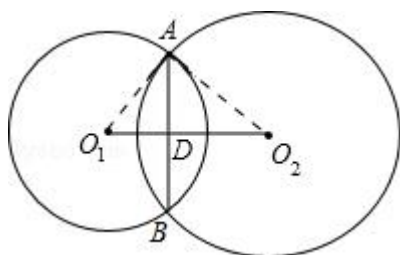
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AO_1D$ 中，根据勾股定理知 $O_1D = 6$ 厘米；

在 $\text{Rt}\triangle AO_2D$ 中，根据勾股定理知 $O_2D = 15$ 厘米，

$\therefore O_1O_2 = O_1D + O_2D = 21$ 厘米；

同理知，当小圆圆心在大圆内时，解得 $O_1O_2 = 15$ 厘米 - 6厘米 = 9厘米。

故答案是：21 或 9。



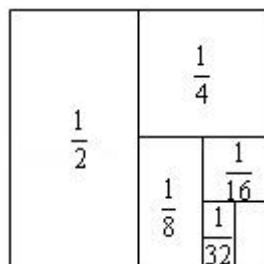
【点评】本题主要考查了圆与圆的位置关系，勾股定理等知识点．注意，解题时要分类讨论，以防漏解．

18. (4分) 如图，把一个面积为1的正方形等分成两个面积为 $\frac{1}{2}$ 的矩形，接着把

其中一个面积为 $\frac{1}{2}$ 的矩形等分成两个面积为 $\frac{1}{4}$ 的矩形，再把其中一个面积为 $\frac{1}{4}$

的矩形等分成两个面积为 $\frac{1}{8}$ 的矩形，如此进行下去，试利用图形所揭示的规律计算：

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} = \frac{511}{256}.$$



【考点】37：规律型：数字的变化类；38：规律型：图形的变化类．

【专题】2A：规律型．

【分析】根据规律，各分割部分的和等于正方形的面积减去最后一次分割剩下的部分的面积，而每一次都是分割成相等的两个部分，根据此规律进行计算即

可得解.

【解答】 解: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256}$
 $= 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} \right)$
 $= 1 + 1 - \frac{1}{256}$
 $= \frac{511}{256}.$

故答案为: $\frac{511}{256}.$

【点评】 本题是对数字变化规律与图形变化规律的考查, 由图形观察出各分割部分的面积等于正方形的面积减去最后一次分割后剩下的部分的面积是解题的关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{2}{a-1} - \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{1}{a+1}$, 其中 $a = \sqrt{2} - 1$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【分析】 将括号里通分, 除法化为乘法, 约分, 再代值计算.

【解答】 解: 原式 $= \frac{2(a+1) - (a-1)}{(a-1)(a+1)} \cdot (a+1)$
 $= \frac{a+3}{a-1},$

当 $a = \sqrt{2} - 1$ 时, 原式 $= \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-2} = \frac{6+4\sqrt{2}}{-2} = -3 - 2\sqrt{2}.$

【点评】 本题考查了分式的化简求值. 解答此题的关键是把分式化到最简, 然后代值计算.

20. (10 分) 解方程组: $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x^2-y^2+x+7=0. \end{cases}$

【考点】 AF: 高次方程.

【分析】 用代入法即可解答, 把①化为 $y = -2x+5$, 代入②得 $x^2 - (-2x+5)^2 + x + 7 = 0$ 即可.

【解答】 解: 由①得 $y = -2x+5$ ③

把③代入②, 得 $x^2 - (-2x+5)^2 + x + 7 = 0.$

整理后, 得 $x^2 - 7x + 6 = 0.$

解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 6$.

由 $x_1 = 1$, 得 $y_1 = -2 + 5 = 3$.

由 $x_2 = 6$, 得 $y_2 = -12 + 5 = -7$. $\cdots$ (1分)

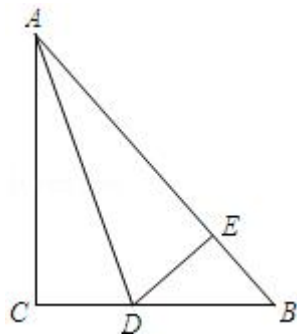
所以, 原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 3 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = -7 \end{cases}$.

【点评】考查了高次方程, 解答此类题目一般用代入法比较简单, 先消去一个未知数再解关于另一个未知数的一元二次方程, 把求得结果代入一个较简单的方程中即可.

21. (10分) 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, 垂足为点 E , $AE = 16$, $\sin \angle B = \frac{4}{5}$. 求:

(1) BC 的长;

(2) 求 $\angle ADE$ 的正切值.



【考点】KF: 角平分线的性质; KQ: 勾股定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 由在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, 利用角平分线的性质, 可得 $AC = AE = 16$, 又由 $\sin \angle B = \frac{4}{5}$, 即可求得 AB 的长, 然后利用勾股定理, 即可求得 BC 的长;

(2) 易证得 $\triangle DBE \sim \triangle ABC$, 根据相似三角形的对应边成比例, 可求得 DE 的长, 继而可求得 $\angle ADE$ 的正切值.

【解答】解: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore AC \perp CD$.

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$,

$\therefore \angle ADC = \angle ADE$,

$$\therefore AC = AE = 16,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \sin \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AB = 20,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12.$$

$$(2) \because AB = 20, AE = 16,$$

$$\therefore BE = 4.$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle DEB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle DEB = \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle DBE = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle DBE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BC}.$$

$$\therefore \frac{DE}{16} = \frac{4}{12}.$$

$$\text{解得: } DE = \frac{16}{3},$$

$$\text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, } \tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \frac{16}{\frac{16}{3}} = 3.$$

$$\therefore \tan \angle ADE = 3.$$

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质、角平分线的性质、勾股定理以及三角函数的定义. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

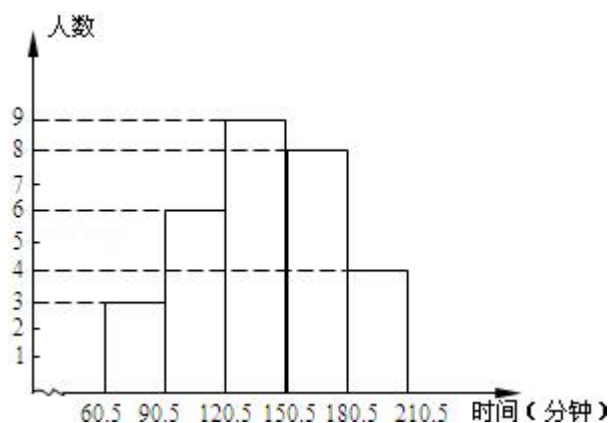
22. (10 分) 某研究性学习小组, 为了了解本校九年级学生一天中做家庭作业所用的大致时间 (时间以整数记, 单位: 分钟), 对该年级学生做了抽样调查, 并把调查得到的所有数据 (时间) 进行整理, 分成五个时间段, 绘制成统计图 (如图所示), 请结合统计图中提供的信息, 回答下列问题:

(1) 这个研究性学习小组所抽取样本的容量是多少?

(2) 在被调查的学生中, 一天做家庭作业所用的大致时间超过 150 分钟 (不包括 150 分钟) 的人数占被调查学生总人数的百分之几?

(3) 如果该校九年级学生共有 200 名, 那么估计该校九年级学生一天做家庭作

业所用时间不超过 120 分钟的学生约有多少人？



【考点】 V5：用样本估计总体；V8：频数（率）分布直方图．

【分析】（1）这个研究性学习小组所抽取样本的容量是统计图中各个时间段的人数之和；

（2）一天做家庭作业所用的大致时间超过 150 分钟（不包括 150 分钟）的人数是 $8+4=12$ 人，被调查学生总人数是 30 人，直接求出即可；

（3）首先设一天做家庭作业所用的时间少于 120 分钟的学生约有 x 人，根据题意，得 $\frac{3+6}{30}=\frac{x}{200}$ 求出即可．

【解答】解：（1）根据题意，得 $3+4+6+8+9=30$ ．

答：这个研究性学习小组所抽取样本的容量为 30；

（2）根据题意，得 $8+4=12$ （人）．

所以 $\frac{12}{30}=0.4=40\%$ ．

答：一天做家庭作业所用的大致时间超过 150 分钟的人数占被调查学生总人数的 40%．

（3）设一天做家庭作业所用的时间少于 120 分钟的学生约有 x 人．

根据题意，得 $\frac{3+6}{30}=\frac{x}{200}$ ，

解得 $x=60$ ．

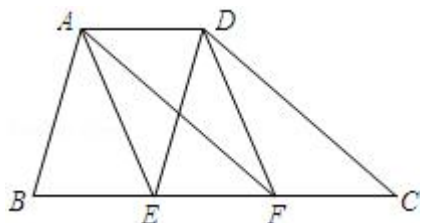
答：估计一天做家庭作业所用时间少于 120 分钟的学生约有 60 人．

【点评】 本题考查了读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力以及利用样本估计总体，利用频数分布直方图得出正确信息是解题关键．

23. (12分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 、 F 在边 BC 上，
 $DE \parallel AB$ ， $AF \parallel CD$ ，且四边形 $AEFD$ 是平行四边形。

(1) 试判断线段 AD 与 BC 的长度之间有怎样的数量关系？并证明你的结论；

(2) 现有三个论断：① $AD = AB$ ；② $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ；③ $\angle B = 2\angle C$ 。请从上述三个论断中选择一个论断作为条件，证明四边形 $AEFD$ 是菱形。



【考点】 L7：平行四边形的判定与性质；L9：菱形的判定；LH：梯形。

【专题】 15：综合题。

【分析】 (1) 由题中所给平行线，不难得出四边形 $ABED$ 和四边形 $AFCD$ 都是平行四边形，而四边形 $AEFD$ 也是平行四边形，三个平行四边形都共有一条边 AD ，所以可得出 $BC = 3AD$ 的结论。

(2) 可选择②作为证明条件，先证明 $DE = EF$ ，然后结合四边形 $AEFD$ 是平行四边形得出结论。

【解答】 解：(1) 线段 AD 与 BC 的长度之间的数量为： $BC = 3AD$ 。

证明： $\because AD \parallel BC$ ， $DE \parallel AB$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形，

$\therefore AD = BE$ ，

同理可证：四边形 $AFCD$ 是平行四边形，即得： $AD = FC$ ，

又 $\because$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

$\therefore AD = EF$ ，

$\therefore AD = BE = EF = FC$ ，

$\therefore BC = 3AD$ 。

(2) 解：选择论断②作为条件。

证明： $\because DE \parallel AB$ ，

$\therefore \angle B = \angle DEC$ ，

$\because \angle B + \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle DEC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\text{即得 } \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because EF = FC,$$

$$\therefore DF = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是菱形.

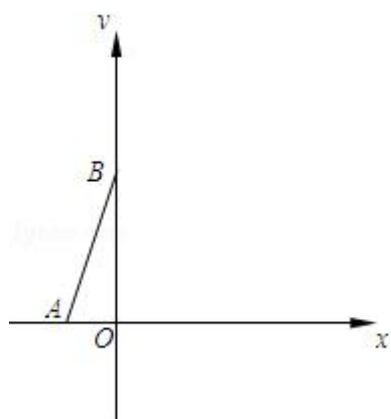
【点评】 本题考查了梯形、平行四边形的性质和矩形的判定，是一道集众多四边形于一体的小综合题，建议同学们平时学习中，重视一题多变，适当地变式联系，可以触类旁通.

24. (12分) 已知：如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴的负半轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 $B(0, 3)$ ，且 $\angle OAB$ 的余切值为 $\frac{1}{3}$.

(1) 求该抛物线的表达式，并写出顶点 D 的坐标；

(2) 设该抛物线的对称轴为直线 l ，点 B 关于直线 l 的对称点为 C ， BC 与直线 l 相交于点 E . 点 P 在直线 l 上，如果点 D 是 $\triangle PBC$ 的重心，求点 P 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下，将 (1) 所求得的抛物线沿 y 轴向上或向下平移后顶点为点 P ，写出平移后抛物线的表达式. 点 M 在平移后的抛物线上，且 $\triangle MPD$ 的面积等于 $\triangle BPD$ 的面积 2 倍，求点 M 的坐标.



【考点】 H8：待定系数法求二次函数解析式；HF：二次函数综合题；K3：三角形的面积；P2：轴对称的性质；Q2：平移的性质.

【专题】 11：计算题.

【分析】 (1) 求出 OB ，根据已知得出 $\tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{3}$ ，求出 OA ，即可求出 A 的坐标，代入抛物线即可求出抛物线的表达式，化成顶点式即可求出 D 的

坐标；

(2) 求出 C 的坐标，求出 E 的坐标，得出 DE ，求出 PD 、 PE ，即可得出 P 的坐标；

(3) 根据 P 、 D 的坐标得出抛物线向上平移两个单位即可得出新抛物线，设点 M 的坐标为 (m, n) ，求出 $\triangle MPD$ 和 $\triangle BPD$ 边 PD 上高分别为 $|m-1|$ 、 1 ，根据面积得出 $|m-1|=2$ ，求出 m ，代入抛物线求出 n 即可。

【解答】 解：(1) 由点 $B(0, 3)$ ，可知 $OB=3$ 。

$$\because \text{在 Rt}\triangle OAB \text{ 中, } \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OA=1,$$

$$\therefore \text{点 } A(-1, 0)$$

$\because$ 由抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 A 、 B ，代入得：

$$\begin{cases} 0 = -1 - b + c, \\ 3 = c \end{cases},$$

$$\therefore b=2, c=3,$$

$$\therefore \text{所求抛物线的表达式为 } y = -x^2 + 2x + 3,$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4,$$

$$\therefore \text{顶点 } D \text{ 的坐标为 } (1, 4);$$

(2) 该抛物线的对称轴是直线 l 为 $x=1$ ，

$\because$ 由题意知：点 B 关于直线 l 的对称点为 C ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2, 3)$ ，且点 $E(1, 3)$ 为 BC 的中点，

$$\therefore DE=1,$$

$\because$ 点 D 是 $\triangle PBC$ 的重心，

$$\therefore PD=2DE=2,$$

$$\text{即得: } PE=3,$$

$\because$ 由点 P 在直线 l 上，

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (1, 6);$$

(3) $\because P(1, 6)$ ， $D(1, 4)$ ，

$\therefore PD=2$ ，可知将抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 向上平移 2 个单位，

$\therefore$ 平移后的抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 5$,

设点 M 的坐标为 (m, n) .

$\triangle MPD$ 和 $\triangle BPD$ 边 PD 上高分别为 $|m - 1|$ 、 1 ,

于是, 由 $\triangle MPD$ 的面积等于 $\triangle BPD$ 的面积 2 倍,

得 $|m - 1| = 2$.

解得: $m_1 = -1$, $m_2 = 3$.

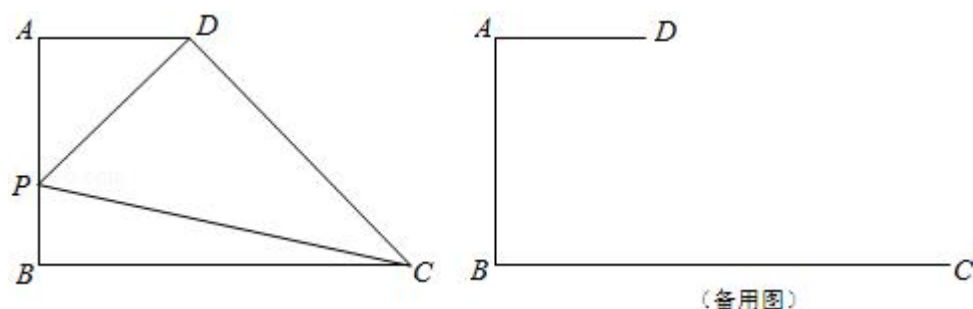
$\therefore$ 点 M 在抛物线 $y = -x^2 + 2x + 5$ 上,

$\therefore n_1 = 2$, $n_2 = 2$,

$\therefore$ 点 M 的坐标分别为 $M_1(-1, 2)$ 、 $M_2(3, 2)$.

【点评】 本题考查了平移性质, 用待定系数法求二次函数的解析式, 三角形的面积, 轴对称的性质等知识点的应用, 本题综合性比较强, 有一定的难度, 主要培养了学生综合运用性质进行推理和计算的能力.

25. (14 分) 已知: 如图, $AB \perp BC$, $AD \parallel BC$, $AB = 3$, $AD = 2$. 点 P 在线段 AB 上, 连接 PD , 过点 D 作 PD 的垂线, 与 BC 相交于点 C . 设线段 AP 的长为 x .



(1) 当 $AP = AD$ 时, 求线段 PC 的长;

(2) 设 $\triangle PDC$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 当 $\triangle APD \sim \triangle DPC$ 时, 求线段 BC 的长.

【考点】 SO: 相似形综合题.

【专题】 15: 综合题; 32: 分类讨论.

【分析】 (1) 过 C 作 CE 垂直于 AE , 交 AD 的延长线于 E 点, 在由 AB 垂直于 BC , PD 垂直于 CD , 以及 AD 平行于 BC , 得到三个角为直角, 再由 AD 与 BC 平行, 利用两直线平行同旁内角互补得到 $\angle BAC$ 为直角, 利用三个角为直角的四边形是矩形得到 $ABCE$ 为矩形, 根据矩形的对边相等可得出 $CE = AB = 3$, 利用同角的余角相等的一对角相等, 再由一对直角相等, 利用两对对应

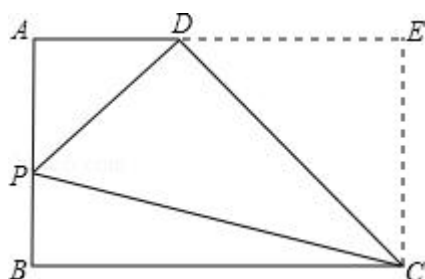
角相等的两三角形相似可得出三角形 ADP 与三角形 DEC 相似，由相似得比例，将 AD 与 AP 的长代入，得到 $DE = CE = 3$ ，在直角三角形 ADP 与直角三角形 DEC 中，分别利用勾股定理求出 DP 与 DC 的长，在直角三角形 PDC 中，利用勾股定理即可求出 PC 的长；

(2) 在直角三角形 APD 中，由 $AP = x$ ， $AD = 2$ ，利用勾股定理表示出 PD ，再由三角形 ADP 与三角形 DEC 相似，由相似得比例，将 AD 与 CE 的长代入，根据表示出的 PD 表示出 DC ，根据三角形 PDC 为直角三角形，利用两直角边乘积的一半，即可表示出三角形 PDC 的面积，以及此时 x 的范围；

(3) 当三角形 APD 相似于三角形 DPC 时，即得三角形 APD ，三角形 DPC ，以及三角形 DCE 都相似，分两种情况考虑：

(i) 当点 P 与点 B 不重合时，可得出 $\angle APD = \angle DPC$ ，由三角形 APD 与三角形 DCE 相似得比例，再由三角形 APD 与三角形 DPC 相似得比例，将比例式变形后相等，可得出 $DE = AD$ ，由 AD 的长得出 DE 的长，根据 $AD + DE = AE$ 求出 AE 的长，再由 $ABCE$ 为矩形，可得出 $BC = AE$ ，即可得到 BC 的长；(ii) 当点 P 与点 B 重合时，如图所示 $\angle ABD = \angle DBC$ ，再由 AD 与 BC 平行，利用两直线平行内错角相等得到一对角相等，等量代换并利用等角对等边得到 $AB = AD$ ，为 AB 与 AD 不相等，故此种情况不存在，综上，得到满足题意的 BC 的长.

【解答】 解：(1) 过点 C 作 $CE \perp AD$ ，交 AD 的延长线于点 E ，



$\because AB \perp BC, CE \perp AD, PD \perp CD, AD \parallel BC,$

$\therefore \angle ABC = \angle AEC = \angle PDC = 90^\circ,$

$\because AD \parallel BC,$

$\therefore \angle BAE + \angle ABC = 180^\circ, \text{ 又 } \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAE = 90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 为矩形，又 $AB = 3,$

$$\therefore CE = AB = 3,$$

又 $\because \angle ADP + \angle EDC = 90^\circ$, 且 $\angle DCE + \angle EDC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ADP = \angle DCE, \text{ 又 } \angle BAD = \angle DEC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \triangle APD \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{AD}{CE} = \frac{AP}{DE},$$

由 $AP = AD = 2$, $CE = 3$, 得: $DE = CE = 3$,

在 $\text{Rt}\triangle APD$ 和 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中,

$$\text{根据勾股定理得: } PD = \sqrt{AP^2 + AD^2} = 2\sqrt{2}, \quad CD = \sqrt{DE^2 + DC^2} = 3\sqrt{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle PDC$ 中, 根据勾股定理得:

$$PC = \sqrt{PD^2 + CD^2} = \sqrt{8 + 18} = \sqrt{26};$$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle APD$ 中, 由 $AD = 2$, $AP = x$,

$$\text{根据勾股定理得: } PD = \sqrt{x^2 + 4},$$

$\because \triangle APD \sim \triangle ECD$, 且 $CE = 3$, $AD = 2$,

$$\therefore \frac{AD}{CE} = \frac{PD}{CD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore CD = \frac{3}{2}PD = \frac{3}{2}\sqrt{x^2 + 4},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PCD \text{ 中, } S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2}PD \cdot CD = \frac{1}{2} \times \sqrt{x^2 + 4} \times \frac{3}{2}\sqrt{x^2 + 4},$$

$\therefore$ 所求函数解析式为 $y = \frac{3}{4}x^2 + 3$, 此时函数的定义域为 $0 \leq x \leq 3$;

(3) 当 $\triangle APD \sim \triangle DPC$ 时, 即得 $\triangle APD \sim \triangle DPC \sim \triangle EDC$,

根据题意, 当 $\triangle APD$ 与 $\triangle DPC$ 相似时, 有下列两种情况:

(i) 当点 P 与点 B 不重合时, 可知 $\angle APD = \angle DPC$,

$$\text{由 } \triangle APD \sim \triangle EDC, \text{ 得 } \frac{AP}{DE} = \frac{PD}{DC}, \text{ 即 } \frac{AP}{PD} = \frac{DE}{DC},$$

$$\text{由 } \triangle APD \sim \triangle DPC, \text{ 得 } \frac{AP}{PD} = \frac{AD}{DC},$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{CD}, \text{ 又 } AD = 2,$$

$$\therefore DE = AD = 2,$$

$$\therefore AE = AD + DE = 4,$$

又 $\because \angle ABC = \angle BAE = \angle AEC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 是矩形,

$\therefore BC = AE = 4$;

(ii) 当点 P 与点 B 重合时, 可知 $\angle ABD = \angle DBC$,

又 $\because AD \parallel BC$,

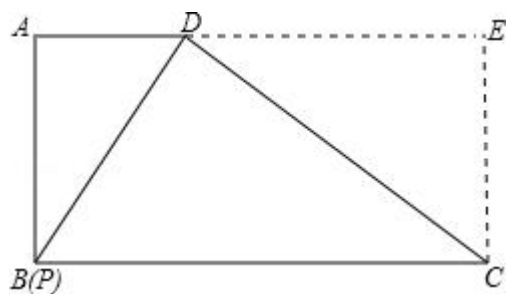
$\therefore \angle ADB = \angle DBC$,

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$,

$\therefore AD = AB$,

而 $AD = 2$, $AB = 3$, 即 $AD \neq AB$,

故此种情况不存在.



综上, 当 $\triangle APD \sim \triangle DPC$ 时, 线段 BC 的长为 4.

【点评】 此题考查了相似综合题, 涉及的知识有: 相似三角形的判定与性质, 矩形的判定与性质, 以及勾股定理, 利用了数形结合及分类讨论的思想, 灵活运用相似三角形的判定与性质是解本题的关键.