

2012 年上海市长宁区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) $(-x^3)^2$ 的计算结果是 ()

- A. $-x^5$ B. $-x^6$ C. x^5 D. x^6

2. (4 分) 已知 $\sqrt{2a+4}$ 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，实数 a 的值可以是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (4 分) 反比例函数 $y = \frac{10}{x}$ 的图象在直角坐标平面的 ()

- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限
C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

4. (4 分) 已知下列图案，其中为轴对称图形的是 ()



5. (4 分) 把 2456000 保留 3 个有效数字，得到的近似数是 ()

- A. 246 B. 2460000 C. 2.456×10^6 D. 2.46×10^6

6. (4 分) 下列命题中，真命题的个数有 ()

- ①长度相等的两条弧是等弧；
②不共线的三点确定一个圆；
③相等的圆心角所对的弧相等；
④垂直弦的直径平分这条弦.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 分解素因数： $12 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4分) 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是_____.

9. (4分) 方程 $x^2 - x = 0$ 的解是_____.

10. (4分) 计算: $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x} =$ _____.

11. (4分) 在一个不透明的袋子里, 装有 5 个红球, 3 个白球, 它们除颜色外大小, 材质都相同, 从中任意摸出一个球, 摸到红球的概率是_____.

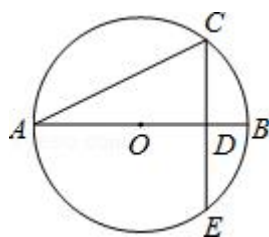
12. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-6 > 0 \\ x < 2x-1 \end{cases}$ 的解集是_____.

13. (4分) 已知 5 个正数 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 的平均数是 6, 则数据 $a_1, a_2, a_3, 0, a_4, a_5$ 的平均数是_____.

14. (4分) 国家实施惠农政策后, 某镇农民人均收入经过两年提高 44%, 设这两年该镇农民人均收入平均年增长率是 x , 列出关于 x 的方程_____.

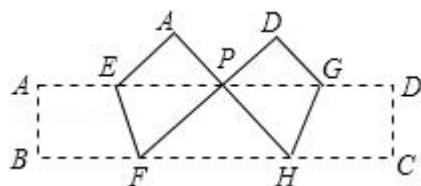
15. (4分) 已知斜坡的坡比 $i = 1:3$, 坡角为 α , 则 $\cos \alpha =$ _____.

16. (4分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CE \perp AB$, 垂足为 D 点, 若 $AB = 4$, $AC = 2\sqrt{3}$, 则 $CE =$ _____.



17. (4分) 已知点 G 是等边 $\triangle ABC$ 的中心, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AG} =$ _____.

18. (4分) 如图, 把矩形纸条 $ABCD$ 沿 EF , GH 同时折叠, B , C 两点恰好落在 AD 边的 P 点处, 若 $\angle FPH = 90^\circ$, $PF = 8$, $PH = 6$, 则矩形 $ABCD$ 的面积为_____.



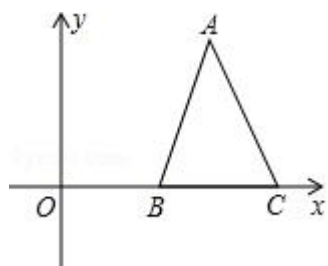
三、解答题: (19、20、21、22 题每题 10 分, 23、24 题每题 12 分, 25 题 14 分, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $(\pi-1)^0 + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + (-\tan 45^\circ)^{-1}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - xy = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \end{cases}$$
.

21. (10分) 如图, 在直角坐标平面中, 等腰 $\triangle ABC$ 的顶点 A 在第一象限, $B(2, 0)$, $C(4, 0)$, $\triangle ABC$ 的面积是3.

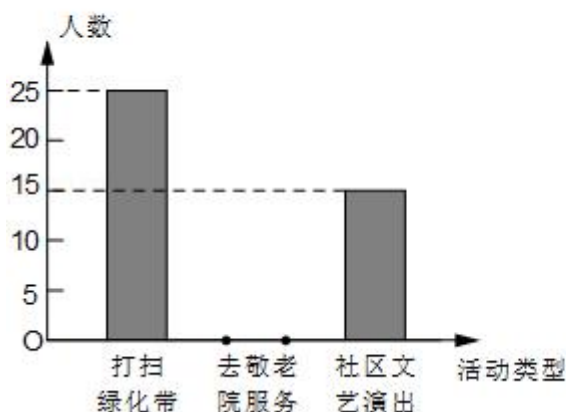
- (1) 若 x 轴表示水平方向, 设从原点 O 观测点 A 的仰角为 α , 求 $\tan \alpha$ 的值;
- (2) 求过 O 、 A 、 C 三点的抛物线解析式, 并写出抛物线的对称轴和顶点坐标.



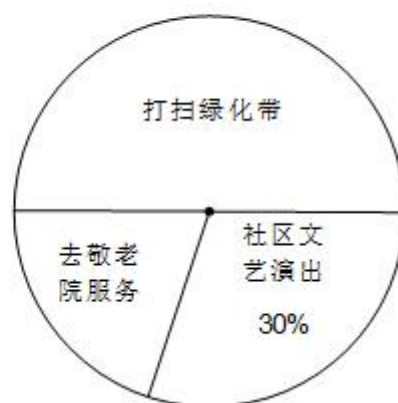
22. (10分) 今年3月5日, 某中学团委组织全校学生参加“学习雷锋, 服务社会”的活动. 九年级1班全体同学分为三组参加打扫绿化带、去敬老院服务和到社区文艺演出的活动. 小明同学统计了当天本班学生参加三项活动的人数, 并制作如下条形统计图和扇形统计图. 请根据小明同学所作的两个图形解答:

- (1) 九年级1班共有_____名学生;
- (2) 去敬老院服务的学生占九年级1班学生的百分比是_____;
- (3) 补全条形统计图的空缺部分.

九年级1班参加“学习雷锋, 服务社会”
活动人数条形统计图



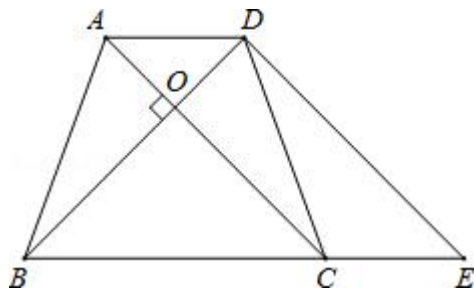
九年级1班参加“学习雷锋, 服务社会”
活动人数扇形统计图



23. (12分) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, $AC \perp BD$, 垂足为

点 O ，过 D 点作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E 。

- (1) 求证： $\triangle BDE$ 是等腰直角三角形；
 (2) 已知 $\sin \angle CDE = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，求 $AD:BE$ 的值。



24. (12 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = BC = 4$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，将一直角三角板的直角顶点放在斜边 AC 的中点 P 处，将三角板绕点 P 旋转，三角板的两直角边分别与边 AB 、 BC 或其延长线上交于 D 、 E 两点（假设三角板的两直角边足够长），如图（1）、图（2）表示三角板旋转过程中的两种情形。

- (1) 直角三角板绕点 P 旋转过程中，当 $BE = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $\triangle PEC$ 是等腰三角形；
 (2) 直角三角板绕点 P 旋转到图（1）的情形时，求证： $PD = PE$ ；
 (3) 如图（3），若将直角三角板的直角顶点放在斜边 AC 的点 M 处，设 $AM:MC = m:n$ (m, n 为正数)，试判断 MD 、 ME 的数量关系，并说明理由。

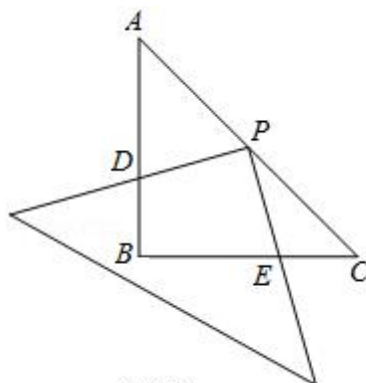


图 (1)

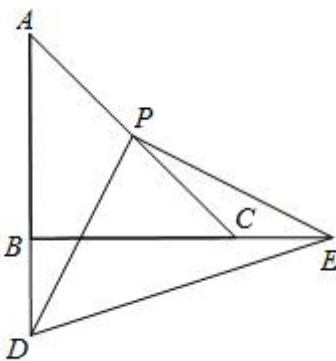


图 (2)

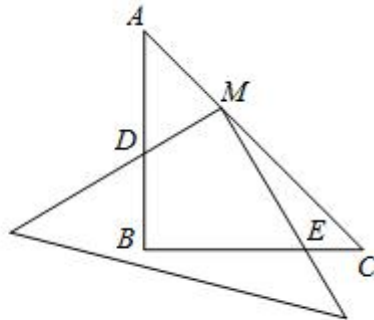


图 (3)

25. (14 分) 如图，在直角坐标平面中， O 为原点， $A(0, 6)$ ， $B(8, 0)$ 。点 P 从点 A 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿射线 AO 方向运动，点 Q 从点 B 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴正方向运动。

P 、 Q 两动点同时出发，设移动时间为 t ($t > 0$) 秒。

- (1) 在点 P 、 Q 的运动过程中，若 $\triangle POQ$ 与 $\triangle AOB$ 相似，求 t 的值；
 (2) 如图 (2)，当直线 PQ 与线段 AB 交于点 M ，且 $\frac{BM}{MA} = \frac{1}{5}$ 时，求直线 PQ 的解

析式；

- (3) 以点 O 为圆心， OP 长为半径画 $\odot O$ ，以点 B 为圆心， BQ 长为半径画 $\odot B$ ，讨论 $\odot O$ 和 $\odot B$ 的位置关系，并直接写出相应 t 的取值范围．

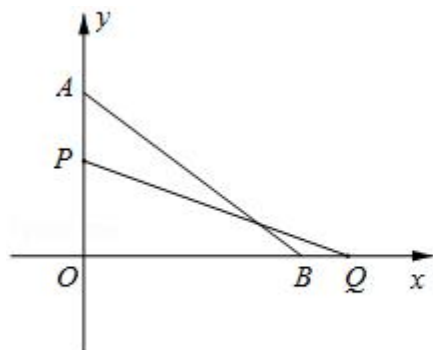


图 (1)

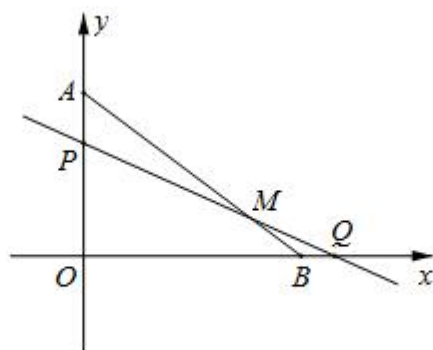
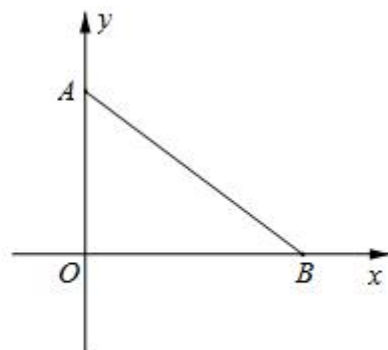


图 (2)



(备用图)

2012 年上海市长宁区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. （4 分） $(-x^3)^2$ 的计算结果是（ ）

- A. $-x^5$ B. $-x^6$ C. x^5 D. x^6

【考点】47：幂的乘方与积的乘方.

【专题】11：计算题.

【分析】根据幂的乘方的运算法则计算，底数不变，指数相乘进行解答即可.

【解答】解：原式 $= x^6$,

故选：D.

【点评】本题考查了幂的乘方与积的乘方法则，解答此题时要注意指数的奇偶性对符号的影响.

2. （4 分）已知 $\sqrt{2a+4}$ 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，实数 a 的值可以是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】77：同类二次根式.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据题意，同类二次根式是化为最简二次根式后，被开方数相同，将各选项的值代入求解即可.

【解答】解：A、当 $a=1$ 时， $\sqrt{2a+4} = \sqrt{6}$ ，不符合题意；

B、当 $a=2$ 时， $\sqrt{2a+4} = 2\sqrt{2}$ ，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，符合题意；

C、当 $a=3$ 时， $\sqrt{2a+4} = \sqrt{10}$ ，不符合题意；

D、当 $a=4$ 时， $\sqrt{2a+4} = 2\sqrt{3}$ ，不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查同类二次根式的概念，同类二次根式是化为最简二次根式后，被开方数相同的二次根式称为同类二次根式，属于基础题.

3. （4 分）反比例函数 $y = -\frac{10}{x}$ 的图象在直角坐标平面的（ ）

- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限
C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

【考点】G4：反比例函数的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】由于 $k = -10 < 0$ ，根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的性质即可得到图象分布在第二、四象限.

【解答】解：∵ $k = -10 < 0$,

∴ 反比例函数 $y = \frac{10}{x}$ 的图象分布在第二、四象限.

故选：C.

【点评】本题考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的性质：反比例函数图象为双曲线，当 $k > 0$ ，图象分布在第一、三象限，在每一象限， y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ ，图象分布在第二、四象限，在每一象限， y 随 x 的增大而增大.

4. (4 分) 已知下列图案，其中为轴对称图形的是 ()



【考点】P3：轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，故本选项正确；

B、不是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误.

故选：A.

【点评】本题考查了轴对称图形，掌握轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合是解题的关键，要注意仔细

关系图形的细微差别.

5. (4分) 把 2456000 保留 3 个有效数字, 得到的近似数是 ()

- A. 246 B. 2460000 C. 2.456×10^6 D. 2.46×10^6

【考点】1H: 近似数和有效数字.

【分析】较大的数保留有效数字需要用科学记数法来表示. 用科学记数法保留有效数字, 要在标准形式 $a \times 10^n$ 中 a 的部分保留, 从左边第一个不为 0 的数字起, 需要保留几位就数几位, 然后根据四舍五入的原理进行取舍.

【解答】解: $2456000 = 2.456 \times 10^6 \approx 2.46 \times 10^6$.

故选: D.

【点评】此题考查的知识点是近似数和有效数字, 关键明确从左边第一个不是 0 的数开始数起, 到精确到的数位为止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字.

6. (4分) 下列命题中, 真命题的个数有 ()

- ①长度相等的两条弧是等弧;
- ②不共线的三点确定一个圆;
- ③相等的圆心角所对的弧相等;
- ④垂直弦的直径平分这条弦.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】O1: 命题与定理.

【专题】16: 压轴题.

【分析】①③不在同一个圆中, 不是真命题, ②④都是真命题.

【解答】解: ①不在同圆中, 不是等弧, 是假命题;

②是真命题;

③不在同圆中, 不一定相等, 是假命题;

④是真命题.

故选: B.

【点评】本题考查了命题与定理, 解题的关键是掌握有关概念、定理等.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 分解素因数: $12 = \underline{2 \times 2 \times 3}$.

【考点】1C: 有理数的乘法.

【分析】用 12 最小的质因数去除，一直除到商是质数为止，最后把这个合数写成除数和商相乘的形式.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 3 \end{array}$$

【解答】解：

$$12 = 2 \times 2 \times 3.$$

故答案为： $2 \times 2 \times 3$.

【点评】此题主要考查合数分解质因数的方法，注意书写格式.

8. (4 分) 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是 $x > 1$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解.

【解答】解：根据题意得： $x - 1 > 0$,

解得： $x > 1$.

故答案是： $x > 1$.

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

9. (4 分) 方程 $x^2 - x = 0$ 的解是 0 或 1.

【考点】A8: 解一元二次方程 - 因式分解法.

【专题】11: 计算题.

【分析】本题应对方程进行变形，提取公因式 x ，将原式化为两式相乘的形式，再根据“两式相乘值为 0，这两式中至少有一式值为 0”来解题.

【解答】解：原方程变形为： $x(x - 1) = 0$,

$\therefore x = 0$ 或 $x = 1$.

【点评】本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的提点灵活选用合适的方法. 本题运用的是因式分解法.

10. (4 分) 计算： $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{x^2 - 2x + 2}{x(x-1)}$.

【考点】6B：分式的加减法.

【分析】首选进行通分，然后进行分式的减法运算即可求解.

【解答】解：原式 $= \frac{x^2}{x(x-1)} - \frac{2(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x^2-2(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x^2-2x+2}{x(x-1)}$.

故答案是： $\frac{x^2-2x+2}{x(x-1)}$.

【点评】本题考查了分式的加减运算，如果是同分母分式，那么分母不变，把分子直接相加减即可；如果是异分母分式，则必须先通分，把异分母分式化为同分母分式，然后再相加减.

11. (4分) 在一个不透明的袋子里，装有5个红球，3个白球，它们除颜色外大小，材质都相同，从中任意摸出一个球，摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$.

【考点】X4：概率公式.

【分析】由题意可得红球的个数，根据概率公式计算其概率即可得出结果.

【解答】解： $\because$ 共有 $(5+3)$ 个球，红球有5个，

$\therefore$ 摸出的球是红球的概率是： $P = \frac{5}{8}$,

故答案为： $\frac{5}{8}$.

【点评】本题主要考查概率的计算，一般方法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

12. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-6 > 0 \\ x < 2x-1 \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$.

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【专题】11：计算题.

【分析】先求出两个不等式的解集，再求其公共解.

【解答】解： $\begin{cases} 2x-6 > 0 \textcircled{1} \\ x < 2x-1 \textcircled{2} \end{cases}$,

解不等式①得， $x > 3$,

解不等式②得， $x > 1$,

所以，不等式组的解集是 $x > 3$.

故答案为： $x > 3$.

【点评】 本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法，其简便求法就是用口诀求解．求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）．

13.（4分）已知5个正数 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 的平均数是6，则数据 $a_1, a_2, a_3, 0, a_4, a_5$ 的平均数是5．

【考点】 W1：算术平均数．

【专题】 11：计算题．

【分析】 根据平均数的性质，所有数之和除以总个数即可得出平均数．

【解答】 解：由平均数定义可知： $\frac{1}{6} (a_1 + a_2 + a_3 + 0 + a_4 + a_5) = \frac{1}{6} \times 6 \times 5 = 5$ ．

故答案为：5．

【点评】 本题考查的是平均数的定义，利用整体代入的思想是解题的关键．

14.（4分）国家实施惠农政策后，某镇农民人均收入经过两年提高44%，设这两年该镇农民人均收入平均年增长率是 x ，列出关于 x 的方程 $(1+x)^2 = 1.44$ ．

【考点】 AC：由实际问题抽象出一元二次方程．

【专题】 123：增长率问题．

【分析】 用增长后的量 = 增长前的量 $\times$ （1+增长率），如果设两年前该镇农民人均收入是1，那么根据经过两年该镇农民人均收入不变，可得出 $1 \times (1+x)^2 = 1.44$ ．

【解答】 解：设这两年该镇农民人均收入的平均增长率是 x ，两年前该镇农民人均收入是1．

根据题意，得 $1 \times (1+x)^2 = 1.44$ ，即 $(1+x)^2 = 1.44$ ．

故答案为 $(1+x)^2 = 1.44$ ．

【点评】 主要考查增长率问题，根据经过两年该镇农民人均收入不变是解题的关键．

15.（4分）已知斜坡的坡比 $i = 1:3$ ，坡角为 α ，则 $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ．

【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题．

【专题】 121：几何图形问题．

【分析】坡比 = 坡角的正切值，进而可求出 α 的余弦值.

【解答】解：由题意，得： $\tan \alpha = i = \frac{1}{3}$,

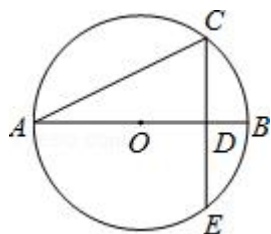
设竖直直角边为 x ，水平直角边为 $3x$ ，斜边为 $\sqrt{10}x$,

$$\text{则 } \cos \alpha = \frac{3x}{\sqrt{10}x} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

故答案为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

【点评】此题主要考查坡比、坡角的关系，坡角的正切等于坡比.

16. (4分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CE \perp AB$, 垂足为 D 点, 若 $AB = 4$, AC
 $= 2\sqrt{3}$, 则 $CE = \underline{2\sqrt{3}}$.



【考点】KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理.

【分析】连接 BC , 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 利用三角形的面积公式即可求得 CD 的长, 然后利用垂径定理即可得到 $CE = 2CD$, 从而求解.

【解答】解: 连接 BC .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在直角 } \triangle ABC \text{ 中, } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2,$$

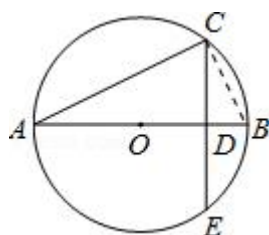
$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CD,$$

$$\therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{2 \times 2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3},$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CE \perp AB$, 垂足为 D 点,

$$\therefore CE = 2CD = 2\sqrt{3}.$$

故答案是: $2\sqrt{3}$.



【点评】本题考查了垂径定理以及三角形的面积公式，关键是利用三角形的面积公式求得 CD 的长度．

17. (4 分) 已知点 G 是等边 $\triangle ABC$ 的中心，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}.$$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先根据题意画出图形，由点 G 是等边 $\triangle ABC$ 的中心，即可得 $BD =$

$CD = \frac{1}{2}BC$, $AG = \frac{2}{3}AD$, 然后利用三角形法则求得 $\overrightarrow{BD}$ 的值，继而求得 $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{AG}$ 的值.

【解答】解: $\because$ 点 G 是等边 $\triangle ABC$ 的中心,

$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC, AG = \frac{2}{3}AD,$$

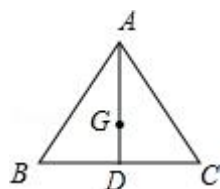
$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}),$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}),$$

$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}.$$

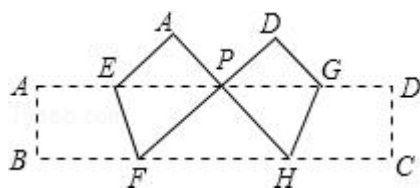
故答案为: $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.



【点评】此题考查了平面向量的知识．此题难度适中，注意掌握三角形法则的应用，注意数形结合思想的应用．

18. (4 分) 如图，把矩形纸条 $ABCD$ 沿 EF , GH 同时折叠， B , C 两点恰好落在 AD 边的 P 点处，若 $\angle FPH = 90^\circ$, $PF = 8$, $PH = 6$, 则矩形 $ABCD$ 的面积为

115.2.

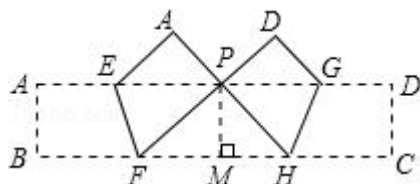


【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】16：压轴题.

【分析】首先根据勾股定理求得 FH 的长，根据折叠的性质，得 $BC = PF + PH + FH$ ，再根据直角三角形的面积公式求得直角三角形 FPH 斜边上的高，即为 AB 的长，进一步求得矩形 $ABCD$ 的面积.

【解答】解：作 $PM \perp BC$ 于 M .



$$\because \angle FPH = 90^\circ, PF = 8, PH = 6,$$

$$\therefore FH = 10, AB = PM = \frac{PF \cdot PH}{FH} = 4.8.$$

$$\therefore BC = PF + PH + FH = 24,$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积} = AB \cdot BC = 115.2.$$

【点评】此题综合运用了折叠的性质、勾股定理以及直角三角形的面积公式.

三、解答题：（19、20、21、22 题每题 10 分，23、24 题每题 12 分，25 题 14 分，满分 78 分）

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算: } (\pi - 1)^0 + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + (-\tan 45^\circ)^{-1}.$$

【考点】6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；79：二次根式的混合运算；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题.

【分析】根据 $a^0 = 1$ ($a \neq 1$)、分母有理化和 $\tan 45^\circ = 1$ 得到原式 = $1 + \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} + (-1)^{-1}$ ，然后根据负整数指数幂的意义得到原式 = $1 + \sqrt{2} + 1 - 1$ ，最后合并即可.

【解答】 解：原式 $= 1 + \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + (-1)^{-1}$
 $= 1 + \sqrt{2} + 1 - 1$
 $= 1 + \sqrt{2}.$

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后进行二次根式的加减运算．也考查了 $a^0 = 1$ ($a \neq 1$)、负整数指数幂以及特殊角的三角函数值．

20. (10分) 解方程组：
$$\begin{cases} x^2 - xy = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \end{cases}.$$

【考点】 AF：高次方程．

【专题】 11：计算题．

【分析】
$$\begin{cases} x^2 - xy = 0 \text{ ①} \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \text{ ②} \end{cases},$$
 由①变形得 $x(x-y) = 0$ ，则 $x = 0$ 或 $x - y = 0$ ，

由②变形得 $(x-2y)^2 = 1$ ，则 $x - 2y = 1$ 或 $x - 2y = -1$ ，原方程组转化为四个二元一次方程组 $\begin{cases} x=0 \\ x-2y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=0 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=0 \\ x-2y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=0 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ ，分别解四个二元一次方程组即可得到原方程组的解．

【解答】 解：
$$\begin{cases} x^2 - xy = 0 \text{ ①} \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得 $x(x-y) = 0$ ，则 $x = 0$ 或 $x - y = 0$ ，

由②得 $(x-2y)^2 = 1$ ，则 $x - 2y = 1$ 或 $x - 2y = -1$ ，

原方程组变形为 $\begin{cases} x=0 \\ x-2y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=0 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=0 \\ x-2y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=0 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ ，

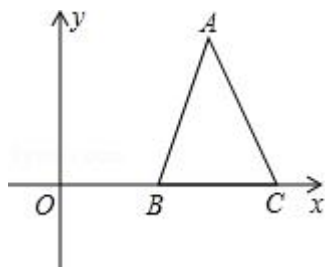
解四个二元一次方程组得到原方程组的解为：

$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=-\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2=0 \\ y_2=\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3=-1 \\ y_3=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_4=1 \\ y_4=1 \end{cases}.$$

【点评】 本题考查了二元二次方程组：利用降次的方法解方程组，先把每个二元二次方程变形为两个二元一次方程，然后组成四个二元一次方程组，分别解四个二元一次方程组，从而得到原方程组的解．

21. (10分) 如图，在直角坐标平面中，等腰 $\triangle ABC$ 的顶点 A 在第一象限， $B(2, 0)$ ， $C(4, 0)$ ， $\triangle ABC$ 的面积是 3．

- (1) 若 x 轴表示水平方向, 设从原点 O 观测点 A 的仰角为 α , 求 $\tan\alpha$ 的值;
 (2) 求过 O 、 A 、 C 三点的抛物线解析式, 并写出抛物线的对称轴和顶点坐标.



【考点】 H3: 二次函数的性质; H8: 待定系数法求二次函数解析式; KH: 等腰三角形的性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 (1) 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H , 由 B 、 C 两点坐标及 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 可求 OH , 再由 $\triangle ABC$ 的面积求 AH , 根据正切的定义求 $\tan\alpha$ 的值;

(2) 根据抛物线过 $O(0, 0)$, 设抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx$, 将 A 、 C 两点坐标代入, 列方程组求 a 、 b 的值, 确定抛物线解析式, 根据抛物线解析式求抛物线的对称轴和顶点坐标.

【解答】 解: (1) 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H ,

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形, $\therefore H$ 是 BC 中点,

$\because B(2, 0), C(4, 0)$

$\therefore H(3, 0), BC = 2,$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = 3, \therefore AH = 3, A(3, 3),$

$\tan\alpha = \frac{AH}{OH} = 1;$

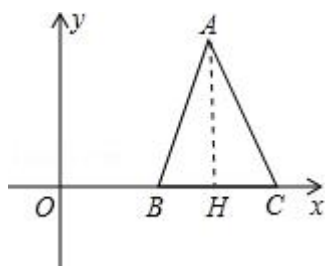
(2) 据题意, 设抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$)

$A(3, 3), C(4, 0)$ 代入得 $\begin{cases} 3 = 9a + 3b \\ 0 = 16a + 4b \end{cases},$

解得 $\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases},$

所求解析式为 $y = -x^2 + 4x,$

对称轴直线 $x = 2$, 顶点 $(2, 4).$

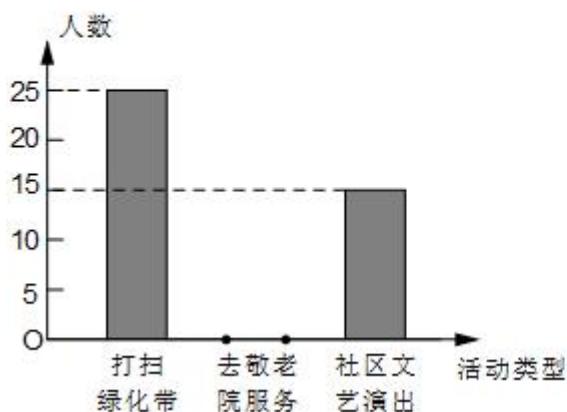


【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的性质，等腰三角形的性质，锐角三角函数的定义．关键是明确锐角三角函数的定义，待定系数法求抛物线解析式的一般方法．

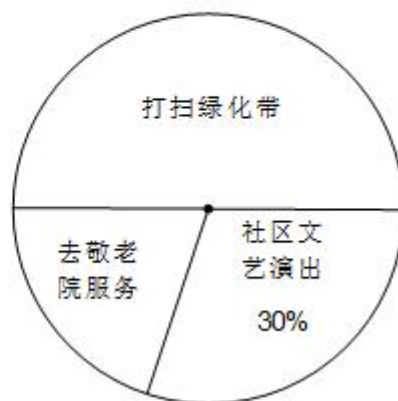
22. (10 分) 今年 3 月 5 日，某中学团委组织全校学生参加“学习雷锋，服务社会”的活动．九年级 1 班全体同学分为三组参加打扫绿化带、去敬老院服务和到社区文艺演出的活动．小明同学统计了当天本班学生参加三项活动的人数，并制作如下条形统计图和扇形统计图．请根据小明同学所作的两个图形解答：

- (1) 九年级 1 班共有 50 名学生；
- (2) 去敬老院服务的学生占九年级 1 班学生的百分比是 20%；
- (3) 补全条形统计图的空缺部分．

九年级 1 班参加“学习雷锋，服务社会”
活动人数条形统计图



九年级 1 班参加“学习雷锋，服务社会”
活动人数扇形统计图



【考点】 VB：扇形统计图；VC：条形统计图．

【分析】 (1) 本题需先根据条形图知到社区文艺演出的人数为 15 人，再有它们在图中所占的比例即可求出该班的学生人数；

(2) 本题需先根据扇形图及 (1) 可求出去敬老院服务的学生有多少人，然后用此数据除以总人数即可求得其所占的百分比；

(3) 根据上题求得的去敬老院服务的人数即可补全统计图；

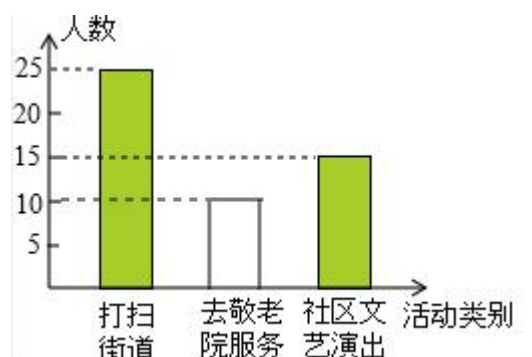
【解答】解：(I) 由条形图知到社区文艺演出的人数为 15 人，由扇形图知到社区文艺演出的人数占全体的 30%，

所以抽取的部分同学的人数 $15 \div 30\% = 50$ 人；

(2) 去敬老院服务的有 $50 - 25 - 15 = 10$ 人，

故其所占的百分比为 $10 \div 50 \times 100\% = 20\%$ ；

(3) 根据题意，如图：

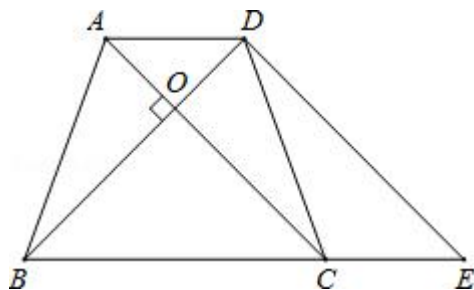


【点评】本题考查了条形统计图及扇形统计图的知识，解题的关键是仔细的读图并找到解题的有关信息．

23. (12 分) 如图，等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ， $AC \perp BD$ ，垂足为点 O ，过 D 点作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E ．

(1) 求证： $\triangle BDE$ 是等腰直角三角形；

(2) 已知 $\sin \angle CDE = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，求 $AD : BE$ 的值．



【考点】KQ：勾股定理；LJ：等腰梯形的性质；S4：平行线分线段成比例；T7：解直角三角形．

【分析】(1) 推出平行四边形 $ACED$ ，根据等腰梯形性质得出 $AC = DE = BD$ ，得

出等腰三角形，根据平行线性质求出 $\angle BOC = \angle BDE = 90^\circ$ ，即可得出答案；
 (2) 根据平行线分线段成比例定理得出 $\frac{AC}{OC} = \frac{BD}{OB}$ ，根据等腰三角形性质得出 $AC = BD$ ，推出 $OC = OB, OA = OD$ ，根据平行线得出 $\sin \angle CDE = \sin \angle DCO = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，
 在 $\text{Rt}\triangle DCO$ 中，设 $OD = k, DC = \sqrt{5}k$ 求出 $OC = 2k$ ，平行四边形的性质求出 $AD = CE$ ，求出 $\frac{OD}{OB} = \frac{1}{2}$ ，求出 $\frac{AD}{BC}$ 的值．即可求出答案．

【解答】 (1) 证明： $\because AD \parallel BE, BE \parallel AC$ ，

$\therefore ACED$ 是平行四边形，

$\therefore AC = DE$ ，

$\because$ 等腰梯形 $ABCD$ ，

$\therefore AC = BD$ ，

$\therefore BD = DE$

$\because AC \perp BD$ ，

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$ ，

$\because AC \parallel DE$ ，

$\therefore \angle BOC = \angle BDE = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰直角三角形．

(2) 解： $\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB} = \frac{AD}{BC}，$$

$$\therefore \frac{AC}{OC} = \frac{BD}{OB}$$

$\because$ 等腰梯形 $ABCD$ ，

$\therefore AC = BD$ ，

$\therefore OC = OB, OA = OD$ ，

$\because DE \parallel AC$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle DCO$ ，

$$\therefore \sin \angle CDE = \sin \angle DCO = \frac{\sqrt{5}}{5}，$$

在 $\text{Rt}\triangle DCO$ 中，设 $OD = k, DC = \sqrt{5}k$ ($k > 0$)，则 $OC = \sqrt{DC^2 - OD^2} = 2k$ ，

$\because$ 平行四边形 $ACDE$,

$\therefore AD = CE$,

$$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{1}{3}.$$

【点评】 本题考查了等腰梯形的性质，平行四边形的性质和判定，等腰三角形的判定，勾股定理、解直角三角形等知识点，主要考查学生综合运用性质进行推理和计算的能力，题目综合性比较强，有一定的难度。

24. (12 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 4$, $\angle B = 90^\circ$, 将一直角三角板的直角顶点放在斜边 AC 的中点 P 处, 将三角板绕点 P 旋转, 三角板的两直角边分别与边 AB 、 BC 或其延长线上交于 D 、 E 两点 (假设三角板的两直角边足够长), 如图 (1)、图 (2) 表示三角板旋转过程中的两种情形.

(1) 直角三角板绕点 P 旋转过程中, 当 $BE = \underline{0、2 \text{ 或 } 4 \pm 2\sqrt{2}}$ 时, $\triangle PEC$ 是等腰三角形;

(2) 直角三角板绕点 P 旋转到图 (1) 的情形时, 求证: $PD = PE$;

(3) 如图 (3), 若将直角三角板的直角顶点放在斜边 AC 的点 M 处, 设 $AM:MC = m:n$ (m, n 为正数), 试判断 $MD、ME$ 的数量关系, 并说明理由.

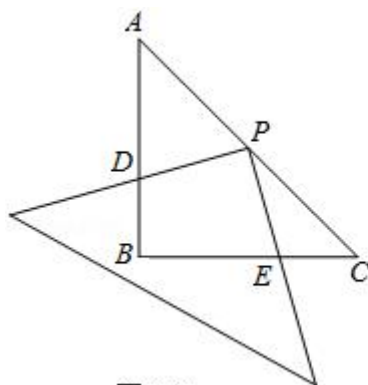


图 (1)

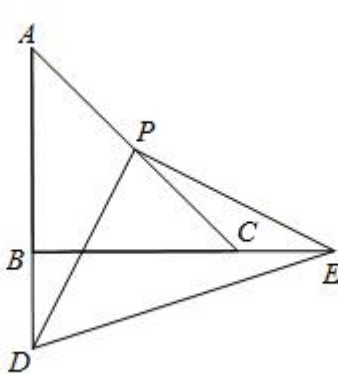


图 (2)

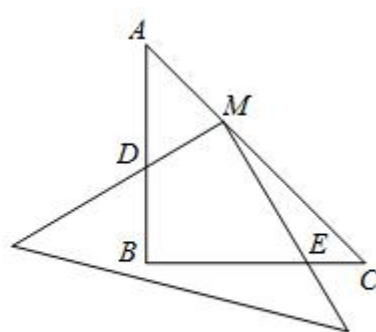


图 (3)

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 根据 $\triangle PEC$ 是等腰三角形, 分类进行讨论即可;

(2) 连接 BP , 首先根据题干条件证明出 $\angle BPD = \angle CPE$, 然后证明 $\triangle DPB \cong \triangle EPC$, 于是证明出 $PD = PE$;

(3) 过 M 分别作 AB 、 BC 的垂线，垂足分别为 G 、 H ，首先根据角之间的关系求出 $\angle GMD = \angle HME$ ，进而证明出 $\triangle MGD \sim \triangle MHE$ ，根据相似三角形对应边成比例，得到 $\frac{GM}{HM} = \frac{MD}{ME}$ ，再求出 GM 、 HM 关于 m 、 n 的表达式，三式结合求出 MD 、 ME 之间的比例关系。

【解答】(1) 解：当 $BE = 0$ 时，即点 B 和点 E 重合，故可知 $\triangle PEC$ 是等腰三角形，

当 $BE = 2$ 时，即 E 是 BC 的中点，可得 $\triangle PEC$ 是等腰三角形

由题干条件知 $PC = 2\sqrt{2}$ ，当 $CP = CE$ 时 $\triangle PEC$ 是等腰三角形， $BE = 4 - 2\sqrt{2}$ ；

当 E 在 BC 的延长线上时， $CE = CP$ ， $\triangle PEC$ 是等腰三角形， $BE = 4 + 2\sqrt{2}$ ；

故答案为 0 、 2 或 $4 \pm 2\sqrt{2}$ 。

(2) 证明：连接 BP 。

$\because AB = BC$ 且 $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 45^\circ$ ，

又 $\because P$ 是 AC 中点，

$\therefore BP \perp AC$ ， $BP = PC$ 且 $\angle ABP = \angle CBP = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle CPE + \angle EPB = 90^\circ$ ，

$\because DP \perp PE$ ，

$\therefore \angle BPD + \angle EPB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BPD = \angle CPE$ ，

在 $\triangle DPB$ 和 $\triangle EPC$ 中

$$\because \begin{cases} \angle BPD = \angle CPE \\ BP = CP \\ \angle ABP = \angle C \end{cases},$$

$\therefore \triangle DPB \cong \triangle EPC$ ，

$\therefore PD = PE$ ，

(3) 解： MD 、 ME 的数量关系是： $\frac{MD}{ME} = \frac{m}{n}$ ，

理由如下：

过 M 分别作 AB 、 BC 的垂线，垂足分别为 G 、 H 。

由作图知， $\angle MGA = \angle MGB = \angle MHB = \angle MHE = 90^\circ$

又 $\because \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle GMH = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle GMD + \angle DMH = 90^\circ$ ，

$\because \angle DMH + \angle HME = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle GMD = \angle HME$

$\therefore \triangle MGD \sim \triangle MHE$ ，

$$\therefore \frac{GM}{HM} = \frac{MD}{ME} \text{①，}$$

$$\therefore \frac{AM}{MC} = \frac{m}{n}，$$

$$\therefore \frac{AM}{AC} = \frac{m}{m+n}，$$

$\because \angle MGA = \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore GM \parallel BC$ ，

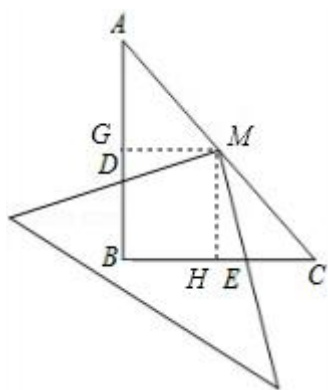
$$\therefore \frac{GM}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{m}{m+n} \text{即 } GM = BC \cdot \frac{m}{m+n} \text{②}$$

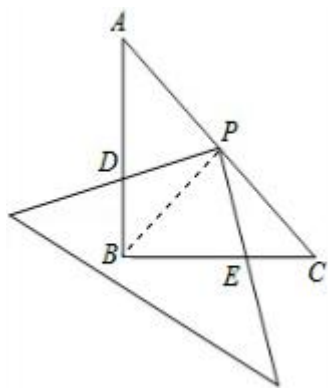
同理 $HM = AB \cdot \frac{n}{m+n}$ ，

$\because AB = BC$ ，

$$\therefore HM = BC \cdot \frac{n}{m+n} \text{③}$$

②③代入①得 $\frac{MD}{ME} = \frac{m}{n}$ 。





【点评】 本题主要考查相似综合题得知识点，解答本题的关键是熟练运用相似三角形的判定与性质定理，此题难度较大.

25. (14分) 如图，在直角坐标平面中， O 为原点， $A(0, 6)$ ， $B(8, 0)$. 点 P 从点 A 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿射线 AO 方向运动，点 Q 从点 B 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴正方向运动.

P 、 Q 两动点同时出发，设移动时间为 t ($t > 0$) 秒.

(1) 在点 P 、 Q 的运动过程中，若 $\triangle POQ$ 与 $\triangle AOB$ 相似，求 t 的值；

(2) 如图 (2)，当直线 PQ 与线段 AB 交于点 M ，且 $\frac{BM}{MA} = \frac{1}{5}$ 时，求直线 PQ 的解析式；

(3) 以点 O 为圆心， OP 长为半径画 $\odot O$ ，以点 B 为圆心， BQ 长为半径画 $\odot B$ ，讨论 $\odot O$ 和 $\odot B$ 的位置关系，并直接写出相应 t 的取值范围.

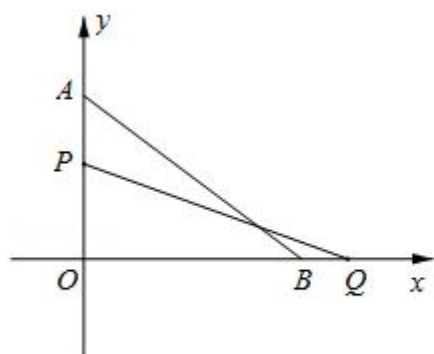


图 (1)

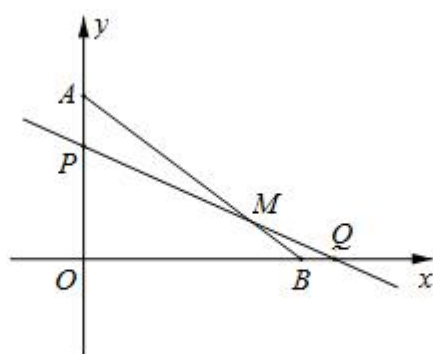
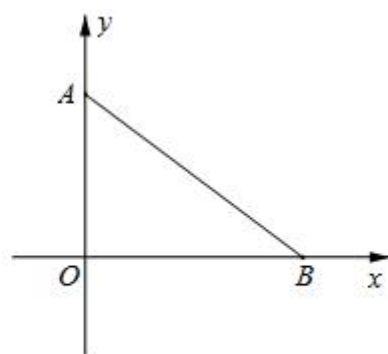


图 (2)



(备用图)

【考点】 F1: 一次函数综合题.

【专题】 153: 代数几何综合题; 16: 压轴题.

【分析】 (1) 分别表示出 OP ， OQ 的长度，再分 OP 与 OA ， OP 与 OB 是对应边两种情况，根据相似三角形对应边成比例列式进行计算即可得解；

(2) 过点 M 分别作 x 轴、 y 轴的垂线，垂足分别为 N 、 G ，然后平行线分线段成

比例定理列式求出 MN 、 MG 的长度，从而得到点 M 的坐标，然后在 $\text{Rt}\triangle MQN$ 中与 $\text{Rt}\triangle PQO$ 中，利用同一个角 $\angle MQN$ 与 $\angle PQO$ 的正切值相等列出方程求解得到 t 的值，然后求出点 P 的坐标，再利用待定系数法求直线函数解析式解答；

(3) 表示出 OP 、 BQ 的长度，然后根据实际意义求出两圆外切与内切时 t 的值，再写出两圆外离、相交、内含时的 t 的取值范围即可．

【解答】 解：(1) 根据题意， t 秒时， $AP = 2t$ ， $BQ = t$ ， $OP = |6 - 2t|$ ， $OQ = 8 + t$ ．

分两种情况：

①若 $\triangle POQ \sim \triangle AOB$ ，则当 OP 与 OA 是对应边时，

$$\frac{OP}{OA} = \frac{OQ}{OB}, \text{ 即 } \frac{|6-2t|}{6} = \frac{8+t}{8},$$

所以， $8(6 - 2t) = 6(8 + t)$ 或 $8(2t - 6) = 6(8 + t)$ ，

整理得，解得 $t = 0$ (舍去)， $t = \frac{48}{5}$ ；

②若 $\triangle POQ \sim \triangle BOA$ ，则当 OP 与 OB 是对应边时，

$$\frac{OP}{OB} = \frac{OQ}{OA}, \text{ 即 } \frac{|6-2t|}{8} = \frac{8+t}{6},$$

所以， $6(6 - 2t) = 8(8 + t)$ 或 $6(2t - 6) = 8(8 + t)$ ，

整理得， $t = -\frac{7}{5}$ (舍去)， $t = 25$ ，

所以，当 $t = \frac{48}{5}$ 或 25 时， $\triangle POQ \sim \triangle AOB$ ；

(2) 过 M 分别作 x 轴、 y 轴的垂线，垂足分别为 N 、 G ．

$$\because PO \parallel MN, \therefore \frac{MN}{OA} = \frac{MB}{BA},$$

$$\because \frac{MB}{MA} = \frac{1}{5}, \therefore \frac{MB}{BA} = \frac{1}{6},$$

$$\therefore \frac{MN}{OA} = \frac{1}{6},$$

$$\because OA = 6, \therefore MN = 1,$$

$$\text{同理 } MG = \frac{5}{6}OB,$$

$$\because OB = 8, \therefore MG = \frac{20}{3},$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } \left(\frac{20}{3}, 1\right),$$

$$\because OQ = 8+t,$$

$$\therefore NQ = 8+t - \frac{20}{3} = \frac{4}{3}+t,$$

$$\text{在 Rt}\triangle MNQ \text{ 中, } \tan \angle MQN = \frac{MN}{NQ} = \frac{1}{\frac{4}{3}+t},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OPQ \text{ 中, } \tan \angle PQO = \frac{OP}{OQ} = \frac{6-2t}{8+t},$$

$$\therefore \frac{1}{\frac{4}{3}+t} = \frac{6-2t}{8+t},$$

$$\text{整理得, } 6t^2 - 7t = 0,$$

$$\text{解得 } t = \frac{7}{6}, t = 0 \text{ (舍去)},$$

$$OP = 6 - 2 \times \frac{7}{6} = \frac{11}{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } P(0, \frac{11}{3}).$$

$$\text{设 } PQ \text{ 直线解析式为 } y = kx + b,$$

$$\text{则 } \begin{cases} b = \frac{11}{3} \\ \frac{20}{3}k + b = 1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{2}{5} \\ b = \frac{11}{3} \end{cases},$$

$$\therefore PQ \text{ 直线解析式: } y = -\frac{2}{5}x + \frac{11}{3};$$

$$(3) |6 - 2t| + t = 8 \text{ 时, } 6 - 2t + t = 8 \text{ 或 } 2t - 6 + t = 8,$$

$$\text{解得 } t = -2 \text{ (舍去)}, t = \frac{14}{3},$$

$$|6 - 2t| - t = 8 \text{ 时, } 6 - 2t - t = 8 \text{ 或 } 2t - 6 - t = 8,$$

$$\text{解得 } t = -\frac{2}{3} \text{ (舍去)}, t = 14,$$

$$\text{又当 } t = 3 \text{ 时, } OP = 0, \odot O \text{ 不存在,}$$

$$\text{所以, ①当 } 0 < t < \frac{14}{3} \text{ 且 } t \neq 3 \text{ 时, 两圆外离;}$$

$$\text{②当 } t = \frac{14}{3} \text{ 时, 两圆外切;}$$

$$\text{③当 } \frac{14}{3} < t < 14 \text{ 时, 两圆相交;}$$

$$\text{④当 } t = 14 \text{ 时, 两圆内切;}$$

⑤当 $t > 14$ 时，两圆内含．（每个结果（1分），共5分）

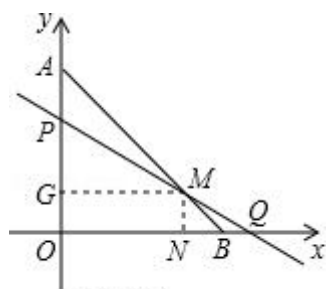


图 (2)

【点评】 本题是对一次函数的综合考查，主要利用了相似三角形对应边成比例，平行线分线段成比例定理，以及圆的位置关系，（3）中要注意先求出外切与内切时的两个临界值．