

2012 年上海市金山区中考数学二模试卷

一、选择题（共 6 道小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) $-\frac{1}{4}$ 的绝对值等于 ()
A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$
2. (4 分) 下列计算正确的是 ()
A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ B. $a^2 + a^2 = a^4$ C. $(2a)^2 = 2a^2$ D. $a^6 \div a^3 = a^3$
3. (4 分) 已知二次函数 $y = -(x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标为 ()
A. (1, 2) B. (-1, 2) C. (-1, -2) D. (1, -2)
4. (4 分) 众志成城，抗震救灾. 某小组 7 名同学积极捐出自己的零花钱支援灾区，他们捐款的数额分别是（单位：元）：50, 20, 50, 30, 50, 30, 120. 这组数据的众数和中位数分别是 ()
A. 120, 50 B. 50, 20 C. 50, 30 D. 50, 50
5. (4 分) 若一个多边形的内角和等于 900° ，则这个多边形的边数是 ()
A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
6. (4 分) 在下列命题中，是真命题的是 ()
A. 两条对角线相等的四边形是矩形
B. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形
D. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

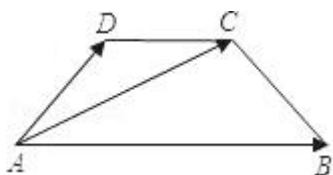
二、填空题（共 12 道小题，每小题 4 分，共 48 分）

7. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.
8. (4 分) 分解因式： $x^2 - xy =$ _____.
9. (4 分) 如果线段 $AB = 4cm$ ，点 P 是线段 AB 的黄金分割点，那么较长的线段 $BP =$ _____ cm .
10. (4 分) 方程 $\sqrt{2-x} = x$ 的根是_____.
11. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ 2x+3 > 0 \end{cases}$ 的整数解为_____.
12. (4 分) 如果方程 $kx^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不等实数根，则实数 k 的取值范围是_____.

13. (4分) 点 $A(x_1, y_1)$, 点 $B(x_2, y_2)$ 是双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 上的两点, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 则 y_1 _____ y_2 (填 “=”, “>”, “<”).

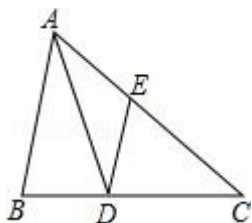
14. (4分) 有三张大小、形状完全相同的卡片, 卡片上分别写有数字: 1、2、3, 从这三张卡片中随机同时抽取两张, 用抽出的卡片上的数字组成两位数, 这个两位数是偶数的概率是_____.

15. (4分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 请用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC} =$ _____.



16. (4分) 已知两圆的圆心距为 4, 其中一个圆的半径长为 3, 那么当两圆内切时, 另一圆的半径为_____.

17. (4分) 如图, 已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel AB$ 交 AC 于 E , 如果 $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{AB}{AC} =$ _____.



18. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 4$, $AC = 3$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 旋转后点 A 落在直线 BC 上的点 A' , 点 C 落在点 C' 处, 那么 $\tan \angle AA'C$ 的值是_____.

三、解答题 (共 7 道小题, 共 78 分)

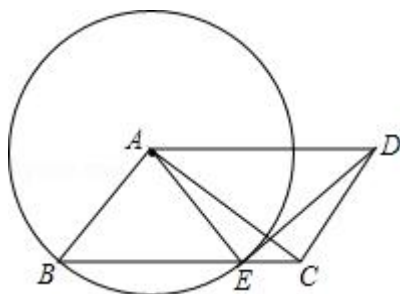
19. (10分) 计算: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1}$.

20. (10分) 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

21. (10分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 以点 A 为圆心, AB 为半径的圆, 交 BC 于点 E .

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EAD$;

(2) 如果 $AB \perp AC$, $AB = 6$, $\cos \angle B = \frac{3}{5}$, 求 EC 的长.

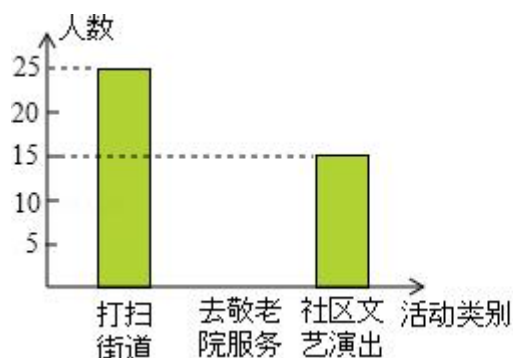


22. (10 分) 今年 3 月 5 日, 光明中学组织全体学生参加了“走出校门, 服务社会”的活动, 活动分为打扫街道、去敬老院服务和到社区文艺演出三项. 从九年级参加活动的同学中抽取了部分同学对打扫街道、去敬老院服务和到社区文艺演出的人数进行了统计, 并做了如下直方图和扇形统计图. 请根据两个图形, 回答以下问题:

(1) 抽取的部分同学的人数?

(2) 补全直方图的空缺部分.

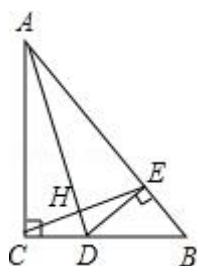
(3) 若九年级有 400 名学生, 估计该年级去敬老院的人数.



23. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB$ 的平分线交 BC 于 D , $DE \perp AB$, 垂足为 E , 连接 CE , 交 AD 于点 H .

(1) 求证: $AD \perp CE$;

(2) 如过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AD 于点 F , 连接 CF , 求证: 四边形 $CDEF$ 是菱形.



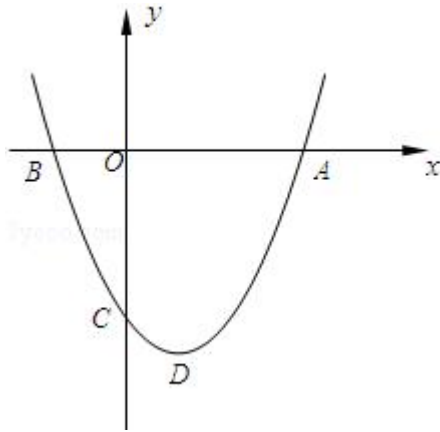
24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点

$A(3, 0)$, $B(-1, 0)$, $C(0, -3)$, 顶点为 D .

(1) 求这个二次函数的解析式及顶点坐标;

(2) 在 y 轴上找一点 P (点 P 与点 C 不重合), 使得 $\angle APD = 90^\circ$, 求点 P 坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 将 $\triangle APD$ 沿直线 AD 翻折, 得到 $\triangle AQD$, 求点 Q 坐标.

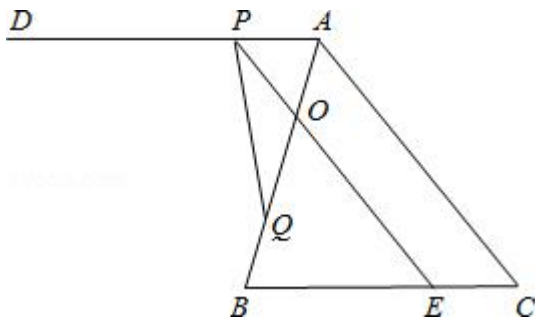


25. (14 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 5$, $AC = 6$, 过点 A 作 $AD \parallel BC$, 点 P 、 Q 分别是射线 AD 、线段 BA 上的动点, 且 $AP = BQ$, 过点 P 作 $PE \parallel AC$ 交线段 AQ 于点 O , 连接 PQ , 设 $\triangle POQ$ 面积为 y , $AP = x$.

(1) 用 x 的代数式表示 PO ;

(2) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 连接 QE , 若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, 求 AP 的长.



2012 年上海市金山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 道小题，每小题 4 分，共 24 分）

1.（4 分） $-\frac{1}{4}$ 的绝对值等于（ ）

A. 4

B. -4

C. $\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4}$

【考点】15：绝对值.

【分析】根据绝对值的性质进行计算.

【解答】解： $|- \frac{1}{4}| = \frac{1}{4}$.

故选：C.

【点评】本题考查了绝对值的性质：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2.（4 分）下列计算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$

B. $a^2 + a^2 = a^4$

C. $(2a)^2 = 2a^2$

D. $a^6 \div a^3 = a^3$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂乘法法则，合并同类项法则，积的乘方法则，逐一检验.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$ ，本选项错误；

B、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，本选项错误；

C、 $(2a)^2 = 4a^2$ ，本选项错误；

D、 $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$ ，本选项正确；

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的乘除法，积的乘方，合并同类项. 关键是熟练掌握每个运算法则.

3.（4 分）已知二次函数 $y = -(x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标为（ ）

A. (1, 2)

B. (-1, 2)

C. (-1, -2)

D. (1, -2)

【考点】H3：二次函数的性质.

【分析】根据二次函数 $y = -(x-1)^2 + 2$ 符合顶点式形式，直接得出顶点坐标即可.

【解答】解：根据二次函数 $y = -(x-1)^2+2$,

$\therefore$ 二次函数 $y = -(x-1)^2+2$ 的顶点坐标为: $(1, 2)$.

故选: A .

【点评】此题主要考查了利用顶点式求二次函数的顶点坐标, 利用顶点式求二次函数的顶点坐标是考查重点, 同学们应熟练掌握.

4. (4分) 众志成城, 抗震救灾. 某小组 7 名同学积极捐出自己的零花钱支援灾区, 他们捐款的数额分别是 (单位: 元): 50, 20, 50, 30, 50, 30, 120. 这组数据的众数和中位数分别是 ()

A. 120, 50 B. 50, 20 C. 50, 30 D. 50, 50

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不只一个.

【解答】解: 众数是一组数据中出现次数最多的数, 在这一组数据中 50 是出现次数最多的, 故众数是 50;

将这组数据从小到大的顺序排列为: 20, 30, 30, 50, 50, 50, 120, 处于中间位置的那个数是 50, 那么由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是 50.

故选: D .

【点评】本题为统计题, 考查了众数与中位数的意义. 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数. 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会错误地将这组数据最中间的那个数 30 当作中位数, 因而误选 C .
命题立意: 本题以给地震灾区捐款为背景, 考核了统计概率的相关知识. 本题在考核数学知识的基础上向学生渗透爱心教育, 是一道很不错的题目.

5. (4分) 若一个多边形的内角和等于 900° , 则这个多边形的边数是 ()

A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】 n 边形的内角和为 $(n-2)180^\circ$, 由此列方程求 n 的值.

【解答】解: 设这个多边形的边数是 n ,

则： $(n - 2) 180^{\circ} = 900^{\circ}$,

解得 $n = 7$,

故选： B .

【点评】 本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理.

6. (4 分) 在下列命题中，是真命题的是 ()

- A. 两条对角线相等的四边形是矩形
- B. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
- C. 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形
- D. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

【考点】 L6: 平行四边形的判定; L9: 菱形的判定; LC: 矩形的判定; LF: 正方形的判定.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 本题要求熟练掌握平行四边形、菱形、矩形、正方形的基本判定性质.

【解答】 解: A 、两条对角线相等的平行四边形是矩形，故选项 A 错误;

B 、两条对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故选项 B 错误;

C 、根据平行四边形的判定定理可知两条平行线相互平分的四边形是平行四边形，为真命题，故选项 C 是正确的;

D 、两条对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形，故选项 D 错误;

故选: C .

【点评】 基本的定义、概念以及一些性质是做题的根本条件，熟练地运用可以为解答更深奥的题目奠定基础.

二、填空题 (共 12 道小题，每小题 4 分，共 48 分)

7. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，就可以求解.

【解答】 解: 依题意，得 $x - 2 \geq 0$,

解得: $x \geq 2$,

故答案为: $x \geq 2$.

【点评】 本题主要考查函数自变量的取值范围，考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

8. (4 分) 分解因式: $x^2 - xy = \underline{x(x-y)}$.

【考点】 53: 因式分解 - 提公因式法.

【分析】 根据观察可知公因式是 x , 因此提出 x 即可得出答案.

【解答】 解: $x^2 - xy = x(x-y)$.

【点评】 此题考查的是对公因式的提取. 通过观察可以得出公因式, 然后就可以解题. 观察法是解此类题目常见的办法.

9. (4 分) 如果线段 $AB = 4cm$, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 那么较长的线段 $BP = \underline{2\sqrt{5}-2} cm$.

【考点】 S3: 黄金分割.

【分析】 把一条线段分成两部分, 使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项, 这样的线段分割叫做黄金分割, 他们的比值 ($\frac{\sqrt{5}-1}{2}$) 叫做黄金比.

【解答】 解: 设 $BP = xcm$, 则 $\frac{BP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$,

解得: $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 4 = 2\sqrt{5} - 2cm$.

故答案是: $2\sqrt{5} - 2$.

【点评】 理解黄金分割的概念, 找出黄金分割中成比例的对应该线段是解决问题的关键.

10. (4 分) 方程 $\sqrt{2-x} = x$ 的根是 $\underline{x=1}$.

【考点】 AG: 无理方程.

【分析】 把方程两边平方去根号后即可转化成整式方程, 解方程即可求得 x 的值, 然后进行检验即可.

【解答】 解: 两边平方得: $2 - x = x^2$,

整理得: $x^2 + x - 2 = 0$,

解得: $x = 1$ 或 -2 .

经检验: $x = 1$ 是方程的解, $x = -2$ 不是方程的解.

故答案是: $x = 1$.

【点评】 在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法, 本题用了平方法.

11. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ 2x+3 > 0 \end{cases}$ 的整数解为 -1, 0, 1.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【专题】11: 计算题.

【分析】将不等式组中的两不等式分别记作①和②，分别求出两不等式的解集，找出两解集中的公共部分，确定出不等式组的解集，找出解集中的整数即可确定出原不等式组的整数解.

【解答】解： $\begin{cases} x-1 \leq 0 \text{ ①} \\ 2x+3 > 0 \text{ ②} \end{cases}$,

由不等式①得： $x \leq 1$,

由不等式②得： $2x > -3$ ，解得： $x > -\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-\frac{3}{2} < x \leq 1$,

则原不等式组的整数解为 -1, 0, 1.

故答案为： -1, 0, 1

【点评】此题考查了一元一次不等式组的整数解，一元一次不等式组取解集的方法为：同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小无解.

12. (4分) 如果方程 $kx^2+2x+1=0$ 有两个不等实数根，则实数 k 的取值范围是 $k < 1$ 且 $k \neq 0$.

【考点】A1: 一元二次方程的定义；AA: 根的判别式.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 意义由题意得 $k \neq 0$ 且 $\Delta > 0$ ，即 $2^2 - 4 \times k \times 1 > 0$ ，然后求出两个不等式的公共部分即可.

【解答】解： $\because$ 方程 $kx^2+2x+1=0$ 有两个不等实数根，

$\therefore k \neq 0$ 且 $\Delta > 0$ ，即 $2^2 - 4 \times k \times 1 > 0$ ，解得 $k < 1$ ，

$\therefore$ 实数 k 的取值范围为 $k < 1$ 且 $k \neq 0$.

故答案为 $k < 1$ 且 $k \neq 0$.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根. 也考查了一元二次方程的定义.

13. (4分) 点 $A(x_1, y_1)$, 点 $B(x_2, y_2)$ 是双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 上的两点, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 则 y_1 > y_2 (填“=”、“>”、“<”).

【考点】G4: 反比例函数的性质; G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】根据反比例函数的性质, 当 $k > 0$ 时, 在每个象限内, y 随 x 的增大而减小解答.

【解答】解: $\because 2 > 0$, 若 $x_1 < x_2 < 0$

$\therefore y_1 > y_2$.

故答案为: >.

【点评】本题主要考查利用反比例函数的性质来解反比例函数图象上点的坐标特征, 需要熟练掌握.

14. (4分) 有三张大小、形状完全相同的卡片, 卡片上分别写有数字: 1、2、3, 从这三张卡片中随机同时抽取两张, 用抽出的卡片上的数字组成两位数, 这个两位数是偶数的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据随机事件概率大小的求法, 找准两点:

①符合条件的偶数的数目;

②全部两位数的总数.

二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】解: 从这三张卡片中随机同时抽取两张, 用抽出的卡片上的数字组成的两位数为:

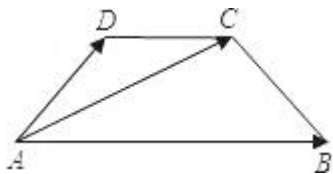
12; 13; 23; 21; 31; 32 共 6 个,

偶数为: 12, 32.

故两位数是偶数的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

【点评】此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. (4分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 请用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.



【考点】LM：*平面向量．

【分析】首先根据已知求得向量 $\overrightarrow{CD}$ ，再根据向量的知识求得 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$ ，代入数值即可求得．

【解答】解： $\because AB = 2CD$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\vec{b}，$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}，$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \vec{a}，$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}．$$

故答案为： $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ．

【点评】此题考查向量的知识．题目比较简单，要注意识图．

16. (4分) 已知两圆的圆心距为4，其中一个圆的半径长为3，那么当两圆内切时，另一圆的半径为 7．

【考点】MJ：圆与圆的位置关系．

【分析】根据数量关系与两圆位置关系的对应情况便可直接得出答案．

外离，则 $P > R + r$ ；外切，则 $P = R + r$ ；相交，则 $R - r < P < R + r$ ；内切，则 $P = R - r$ ；内含，则 $P < R - r$ ．

(P 表示圆心距， R ， r 分别表示两圆的半径)．

【解答】解： $\because$ 两圆内切，一个圆的半径是3，圆心距是4，

$\therefore$ 另一个圆的半径 $= 3 - 4 = -1$ (不合题意舍去)；

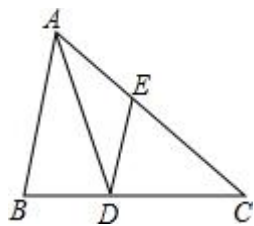
或另一个圆的半径 $= 3 + 4 = 7$ ．

故答案为：7．

【点评】本题考查了根据两圆位置关系来求圆的半径的方法．注意圆的半径是3，要分大圆和小圆两种情况讨论．

17. (4分) 如图，已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DE \parallel AB$ 交 AC 于 E ，如果 $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$ ，

那么 $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$.



【考点】 KJ：等腰三角形的判定与性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】 根据角平分线的定义，平行线的性质易证 $EA = ED$ ， $\triangle CED \sim \triangle CAB$ ，从而求得 $\frac{AB}{AC}$ 的值.

【解答】 解： $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle BAD = \angle EAD,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CED \sim \triangle CAB, \angle BAD = \angle EDA.$$

$$\therefore \angle EDA = \angle EAD,$$

$$\therefore EA = ED,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore ED : EC = 2 : 3,$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = ED : EC = 2 : 3.$$

故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定与性质，相似三角形的对应边对应成比例，同时考查了角平分线的定义.

18. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 4$ ， $AC = 3$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 旋转后点 A 落在直线 BC 上的点 A' ，点 C 落在点 C' 处，那么 $\tan \angle AA' C$ 的值是 3 或 $\frac{1}{3}$.

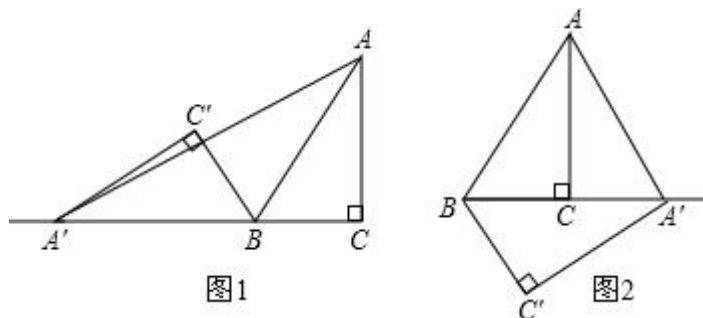
【考点】 KQ：勾股定理；R2：旋转的性质；T1：锐角三角函数的定义.

【专题】 32：分类讨论.

【分析】 根据勾股定理求出 AB 的长度，然后分逆时针旋转与顺时针旋转两种情况求出 $A' C$ 的长度，再根据正切值等于对边比邻边列式计算即可得解.

【解答】解：∵ $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 4$ ， $AC = 3$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$



①如图 1，逆时针旋转时， $A'C = A'B + BC = 5 + 4 = 9$ ，

$$\tan \angle AA'C = \frac{AC}{A'C} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3},$$

②如图 2，顺时针旋转时， $A'C = A'B - BC = 5 - 4 = 1$ ，

$$\tan \angle AA'C = \frac{AC}{A'C} = \frac{3}{1} = 3,$$

综上， $\tan \angle AA'C$ 的值是 3 或 $\frac{1}{3}$ 。

故答案为：3 或 $\frac{1}{3}$ 。

【点评】本题考查了旋转的性质，勾股定理的应用，锐角三角函数的定义，难点在于要分顺时针与逆时针旋转两种情况讨论。

三、解答题（共 7 道小题，共 78 分）

19. (10 分) 计算： $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1}$ 。

【考点】6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；79：二次根式的混合运算；T5：特殊角的三角函数值。

【专题】11：计算题。

【分析】原式第一项分子分母同时乘以 $\sqrt{2}+1$ ，分母利用平方差公式化简，第二项利用特殊角的三角函数值化简，第三项利用零指数公式化简，第四项利用负指数公式化简，整理后即可得到结果。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1} \\ &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 3 \\ &= 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \end{aligned}$$

= 0.

【点评】此题考查了二次根式的混合运算，涉及的知识有：二次根式的化简，特殊角的三角函数值，零指数、负指数公式，熟练掌握法则及公式是解本题的关键.

20. (10分) 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

【考点】A8: 解一元二次方程 - 因式分解法; B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】观察可得最简公分母是 $(x-2)(x+2)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】解: 方程两边乘 $(x-2)(x+2)$,

$$\text{得 } x(x+2) - 8 = x - 2,$$

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x+3)(x-2) = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -3, x_2 = 2.$$

经检验: $x_1 = -3$ 是原方程的根, $x_2 = 2$ 是增根.

$\therefore$ 原方程的根是 $x = -3$.

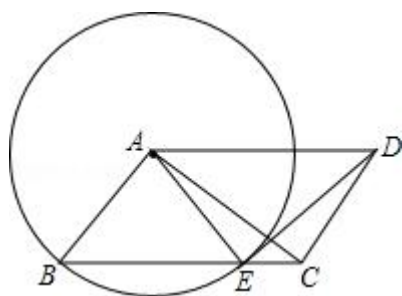
【点评】(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定注意要验根.

21. (10分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 以点 A 为圆心, AB 为半径的圆, 交 BC 于点 E .

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EAD$;

(2) 如果 $AB \perp AC$, $AB = 6$, $\cos \angle B = \frac{3}{5}$, 求 EC 的长.



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 根据平行四边形的性质得出 $AD = BC$ ，根据圆的半径相等可得出 $AB = AE$ ，结合等腰三角形的性质和平行线的性质可得出 $\angle B = \angle EAD$ ，从而利用 SAS 可证得结论.

(2) 在 $Rt\triangle ABC$ 中，可求出 BC ，过圆心 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为 H ，则 $BH = HE$ ，则结合 $\cos \angle B$ 的值，可求出 BH 、 EH 的长度，继而根据 $EC = BC - BE$ 即可得出答案.

【解答】解：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EAD,$$

$$\because AB = AE \text{ (} AB \text{ 与 } AE \text{ 为圆的半径)},$$

$$\therefore \angle AEB = \angle B,$$

$$\therefore \angle B = \angle EAD,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle EAD \text{ 中, } \begin{cases} AE = AB \\ \angle B = \angle EAD \\ BC = AD \end{cases}$$

故可得 $\triangle ABC \cong \triangle EAD$.

$$(2) \because AB \perp AC,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } \cos \angle B = \frac{AB}{BC},$$

$$\text{又 } \because \cos \angle B = \frac{3}{5}, AB = 6,$$

$$\therefore BC = 10,$$

过圆心 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为 H ，

$$\text{则 } BH = HE,$$

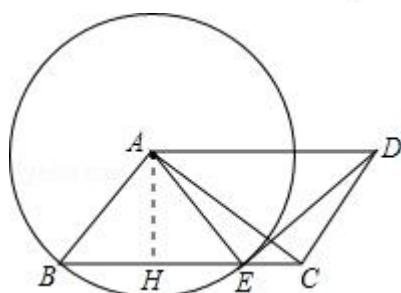
$$\text{在 } Rt\triangle ABH \text{ 中, } \cos \angle B = \frac{BH}{AB},$$

$$\text{则可得 } \frac{3}{5} = \frac{BH}{6},$$

$$\text{解得: } BH = \frac{18}{5},$$

$$\therefore BE = \frac{36}{5},$$

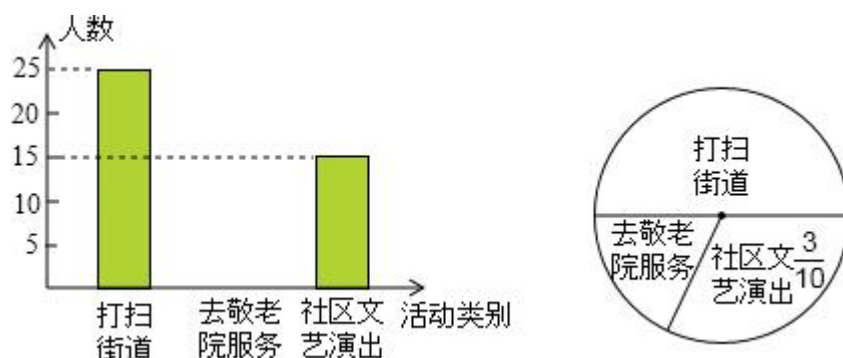
$$\text{故可得 } EC = BC - BE = \frac{14}{5}.$$



【点评】此题属于圆的综合题，涉及了平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质、三角函数值的知识，综合性较强，解答本题需要我们熟练各部分的内容，对学生的综合能力要求较高，一定要注意将所学知识贯穿起来。

22. (10分) 今年3月5日，光明中学组织全体学生参加了“走出校门，服务社会”的活动，活动分为打扫街道、去敬老院服务和到社区文艺演出三项。从九年级参加活动的同学中抽取了部分同学对打扫街道、去敬老院服务和到社区文艺演出的人数进行了统计，并做了如下直方图和扇形统计图。请根据两个图形，回答以下问题：

- (1) 抽取的部分同学的人数？
- (2) 补全直方图的空缺部分。
- (3) 若九年级有400名学生，估计该年级去敬老院的人数。



【考点】 V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图。

【分析】 (1) 本题需先根据条形图知到社区文艺演出的人数为15人，再有它们在图中所占的比例即可求出该班的学生人数；

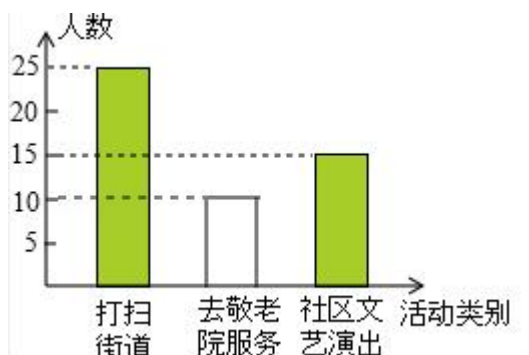
(2) 本题需先根据扇形图及(1)可求出去敬老院服务的学生有多少人，即可补全统计图；

(3) 用总人数乘以该年级去敬老院的人数所占的百分比即可；

【解答】解：(I) 由条形图知到社区文艺演出的人数为 15 人，由扇形图知到社区文艺演出的人数占全体的 $\frac{3}{10}$ ，

所以抽取的部分同学的人数 $15 \div \frac{3}{10} = 50$ 人；

(2) 根据题意，如图：



(3) 根据题意得：

$$400 \times \frac{2}{10} = 80 \text{ (人)},$$

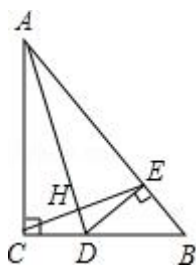
答：该年级去敬老院的人数是 80 人．

【点评】本题主要考查了条形统计图和扇形统计图，在解题时要注意图中所给的数据，再结合所问的问题解出答案是本题的关键．

23. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的平分线交 BC 于 D ， $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，连接 CE ，交 AD 于点 H ．

(1) 求证： $AD \perp CE$ ；

(2) 如过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AD 于点 F ，连接 CF ，求证：四边形 $CDEF$ 是菱形．



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；KF：角平分线的性质；L9：菱形的判定．

【分析】 (1) 首先证明 $\triangle ACD \cong \triangle AED$ ，可得到 $AC = AE$ ，再根据等腰三角形的性质；三线合一，可证出 $AD \perp CE$ ，

(2) 首先证明 $\triangle CHD \cong \triangle EHF$ ，可得到 $EF = CD$ ，再有 $FE \parallel CD$ ，根据一条对边平行且相等的四边形是平行四边形，再加条件 $CE \perp FD$ 可得到结论

【解答】 证明：

(1) $\because \angle ACD = \angle AED = 90^\circ$ ，

$\angle CAD = \angle EAD$ ， $AD = AD$ ，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED$ (AAS)，

$\therefore AC = AE$ ，

$\therefore AD$ 是角平分线，

$\therefore AD \perp CE$ ，

(2) 由 $\triangle ACD \cong \triangle AED$ ，

$\therefore CH = HE$ ，

$\because EF \parallel CD$ ，

$\therefore \angle FEH = \angle DCH$ ，

$\because \angle FHE = \angle DHC$ ，

$\therefore \triangle CHD \cong \triangle EHF$ ，

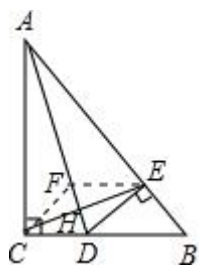
$\therefore EF = CD$ ，

$\because EF \parallel CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 是平行四边形，

$\because AD \perp CE$ ，

$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 是菱形．



【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定与性质，菱形与平行四边形的判定，以及角平分线的性质，题目综合性较强，关键是需要同学们熟练掌握基础知

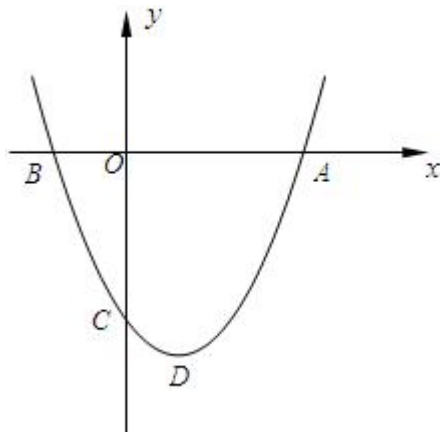
识.

24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(3, 0)$, $B(-1, 0)$, $C(0, -3)$, 顶点为 D .

(1) 求这个二次函数的解析式及顶点坐标;

(2) 在 y 轴上找一点 P (点 P 与点 C 不重合), 使得 $\angle APD = 90^\circ$, 求点 P 坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 将 $\triangle APD$ 沿直线 AD 翻折, 得到 $\triangle AQD$, 求点 Q 坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 将 A 、 B 、 C 三点坐标代入 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 列方程组求 a 、 b 、 c 的值, 得出二次函数解析式, 根据顶点坐标公式求顶点坐标;

(2) 设 $P(0, m)$, 由勾股定理分别表示 PA , PD , AD 的长, 由于 $\angle APD = 90^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle PAD$ 中, 由勾股定理列方程求 m 的值即可;

(3) 作 $QH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 由勾股定理求出 $PA = PD = \sqrt{10}$, 又 $\angle PAQ = 90^\circ$, 可证 $\triangle PAD$ 为等腰直角三角形, 由翻折的性质可知四边形 $APDQ$ 为正方形, 得出 $\triangle AOP \cong \triangle AHQ$, 利用线段相等关系求 Q 点坐标.

【解答】 解: (1) 由题意, 得
$$\begin{cases} 9a+3b+c=0 \\ a-b+c=0 \\ c=-3 \end{cases}, \cdots (1 \text{ 分})$$

解得
$$\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases} \cdots (1 \text{ 分})$$

所以这个二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3 \cdots (1 \text{ 分})$

顶点 D 的坐标为 $(1, -4) \cdots (1 \text{ 分})$

(2) 解法一: 设 $P(0, m)$

由题意, 得 $PA = \sqrt{9+m^2}$, $PD = \sqrt{1+(m+4)^2}$, $AD = 2\sqrt{5} \cdots (1 \text{ 分})$

$\because \angle APD = 90^\circ$, $\therefore PA^2 + PD^2 = AD^2$, 即 $(\sqrt{9+m^2})^2 + (\sqrt{1+(m+4)^2})^2 = (2\sqrt{5})^2 \cdots (1 \text{ 分})$

解得 $m_1 = -1$, $m_2 = -3$ (不合题意, 舍去) $\cdots (1 \text{ 分})$

$\therefore P(0, -1) \cdots (1 \text{ 分})$

解法二:

如图, 作 $DE \perp y$ 轴, 垂足为点 E ,

则由题意, 得 $DE = 1$, $OE = 4 \cdots (1 \text{ 分})$

由 $\angle APD = 90^\circ$, 得 $\angle APO + \angle DPE = 90^\circ$,

由 $\angle AOP = 90^\circ$, 得 $\angle APO + \angle OAP = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAP = \angle EPD$

又 $\angle AOP = \angle OED = 90^\circ$,

$\therefore \triangle OAP \sim \triangle EPD$

$\therefore \frac{OA}{PE} = \frac{OP}{ED} \cdots (1 \text{ 分})$

设 $OP = m$, $PE = 4 - m$

则 $\frac{3}{m} = \frac{4-m}{1}$, 解得 $m_1 = 1$, $m_2 = 3$ (不合题意, 舍去) $\cdots (1 \text{ 分})$

$\therefore P(0, -1) \cdots (1 \text{ 分})$

(3) 解法一:

如图, 作 $QH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 易得 $PA = AQ = PD = QD = \sqrt{10}$, $\angle PAQ = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $APDQ$ 为正方形, $\cdots (1 \text{ 分})$

由 $\angle QAP = 90^\circ$, 得 $\angle HAQ + \angle OAP = 90^\circ$, 由 $\angle AOP = 90^\circ$, 得 $\angle APO + \angle OAP = 90^\circ$,

$\therefore \angle OPA = \angle HAQ$, 又 $\angle AOP = \angle AHQ = 90^\circ$, $PA = QA$

$\therefore \triangle AOP \cong \triangle AHQ$, $\therefore AH = OP = 1$, $QH = OA = 3 \cdots (2 \text{ 分})$

$\therefore Q(4, -3) \cdots (1 \text{ 分})$

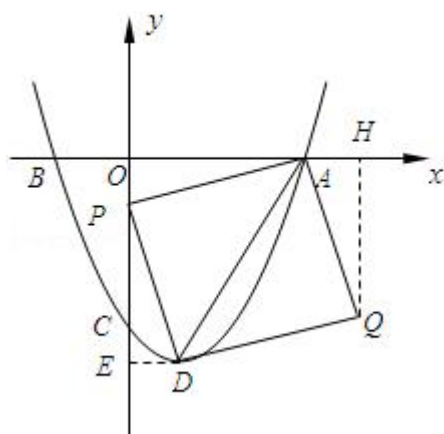
解法二:

设 $Q(m, n) \cdots (1 \text{ 分})$

则 $AQ = \sqrt{(m-3)^2 + n^2} = \sqrt{10}$, $QD = \sqrt{(m-1)^2 + (n+4)^2} = \sqrt{10} \cdots (1 \text{ 分})$

解得 $\begin{cases} m_1=4 \\ n_1=-3 \end{cases}$, $\begin{cases} m_2=0 \\ n_2=-1 \end{cases}$ (不合题意, 舍去) $\cdots (1 \text{ 分})$

$\therefore Q(4, -3) \cdots (1 \text{ 分})$



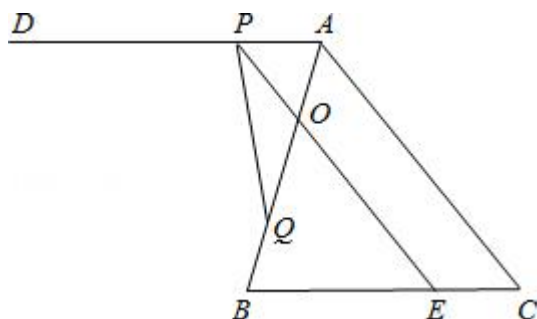
【点评】 本题考查了二次函数的综合运用. 关键是由已知条件求二次函数解析式, 由解析式求顶点坐标, 利用勾股定理列方程或利用三角形相似, 得出比例式, 求出相关点的坐标.

25. (14 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 5$, $AC = 6$, 过点 A 作 $AD \parallel BC$, 点 P 、 Q 分别是射线 AD 、线段 BA 上的动点, 且 $AP = BQ$, 过点 P 作 $PE \parallel AC$ 交线段 AQ 于点 O , 连接 PQ , 设 $\triangle POQ$ 面积为 y , $AP = x$.

(1) 用 x 的代数式表示 PO ;

(2) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 连接 QE , 若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, 求 AP 的长.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 首先根据 $AD \parallel BC$, $PE \parallel AC$, 判定四边形 $APEC$ 是平行四边形,

从而得到 $AC = PE = 6$, $AP = EC = x$, 然后根据平行线分线段成比例定理列出比例式用含 x 的代数式表示 PO ;

(2) 根据 $AB = BC = 5$, 利用等边对等角得到 $\angle BAC = \angle BCA$, 再根据 $\angle APE = \angle BCA$, $\angle AOP = \angle BCA$, 得到 $\angle APE = \angle AOP$, 设 $AP = AO = x$, 用含 x 的式子表示 $OQ = 5 - 2x$, 利用 $\triangle OHQ \sim \triangle AFB$ 表示出 y 与 x 的函数关系式即可;

(3) 根据当 $0 < x < \frac{5}{2}$ 时, 由 $AP = BQ = x$, $AQ = BE = 5 - x$, $\angle PAQ = \angle QBE$ 可得 $\triangle PAQ \cong \triangle QBE$, 于是 $PQ = QE$, 可得若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, 只有 $\triangle PQE \sim \triangle POQ$, 于是得 $\frac{6}{5}x = 5 - 2x$, 解得 x 的值即可.

【解答】 解: (1) $\because AD \parallel BC$, $PE \parallel AC$,

$\therefore$ 四边形 $APEC$ 是平行四边形,

$\therefore AC = PE = 6$, $AP = EC = x$,

$$\therefore \frac{PA}{BE} = \frac{PO}{OE},$$

$$\therefore \frac{x}{5-x} = \frac{PO}{6-PO},$$

$$\therefore PO = \frac{6}{5}x;$$

(2) $\because AB = BC = 5$,

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$

又 $\angle APE = \angle BCA$, $\angle AOP = \angle BCA$,

$\therefore \angle APE = \angle AOP$,

$\therefore AP = AO = x$,

$\therefore$ 当 $0 < x < \frac{5}{2}$ 时, $OQ = 5 - 2x$;

作 $BF \perp AC$, $QH \perp PE$, 垂足分别为点 F 、 H ,

则易得 $AF = CF = 3$, $AB = 5$, $BF = 4$.

$\because \angle OHQ = \angle AFB = 90^\circ$, $\angle QOH = \angle BAF$,

$\therefore \triangle OHQ \sim \triangle AFB$,

$$\therefore \frac{QH}{BF} = \frac{OQ}{AB},$$

$$\therefore \frac{QH}{4} = \frac{5-2x}{5},$$

$$\therefore QH = \frac{4(5-2x)}{5} = -\frac{8}{5}x + 4,$$

$$\therefore y = -\frac{24}{25}x^2 + \frac{12}{5}x,$$

所以 y 与 x 的函数关系式是 $y = -\frac{24}{25}x^2 + \frac{12}{5}x$ ($0 < x < \frac{5}{2}$);

(3) 当 $0 < x < \frac{5}{2}$ 时,

由 $AP = BQ = x$, $AQ = BE = 5 - x$, $\angle PAQ = \angle QBE$,

可得 $\triangle PAQ \cong \triangle QBE$, 于是 $PQ = QE$,

由于 $\angle QPO = \angle EPQ$,

所以若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, 只有 $\triangle PQE \sim \triangle POQ$,

可得 $OP = OQ$,

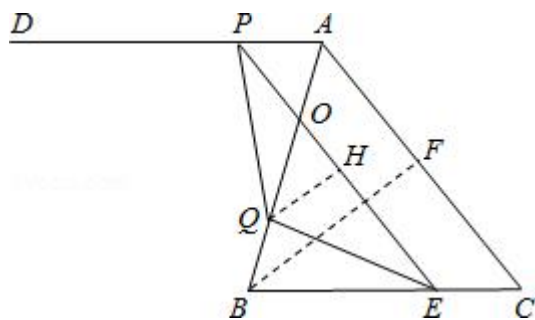
于是得 $\frac{6}{5}x = 5 - 2x$,

解得 $x = \frac{25}{16}$,

同理当 $\frac{5}{2} < x < 5$,

可得 $x = \frac{25}{4}$ (不合题意, 舍去).

所以, 若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, AP 的长为 $\frac{25}{16}$.



【点评】 本题主要考查了相似三角形的综合知识, 根据实际问题列一次函数关系式等, 本题关键在于作出辅助线, 找出等量关系.