

2012 年上海市虹口区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

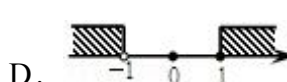
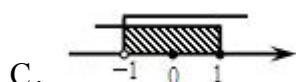
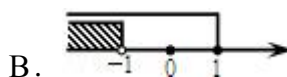
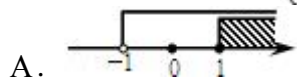
1. (4 分) 下列运算中，正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $a^6 - a^2 = a^4$

2. (4 分) 一元二次方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的实数根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定

3. (4 分) 把不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上，正确的是 ()



4. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{-1}{x}$ 的图象上有两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 且 $x_1 < x_2$ ，那么下列结论正确的是 ()

- A. $y_1 < y_2$
B. $y_1 > y_2$
C. $y_1 = y_2$
D. y_1 与 y_2 之间的大小关系不能确定

5. (4 分) 如果两圆的直径分别为 6 和 14，圆心距为 4，那么这两圆的位置关系是 ()

- A. 内含 B. 内切 C. 相交 D. 外切

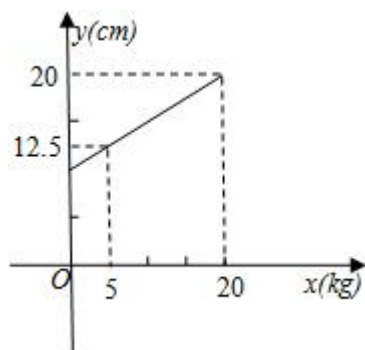
6. (4 分) 下列命题中，真命题是 ()

- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形
B. 有一组邻边相等的梯形是等腰梯形
C. 有一组对角互补的梯形是等腰梯形
D. 有两组对角分别相等的四边形是等腰梯形.

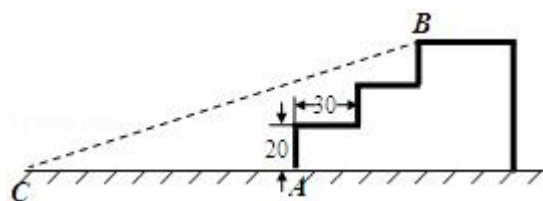
二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题

纸的相应位置]

7. (4分) 因式分解: $2x^2 - 18 =$ _____.
8. (4分) 化简: $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x+1}{x+2} =$ _____.
9. (4分) 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=-2 \end{cases}$ 的解是_____.
10. (4分) 方程 $\sqrt{x+2} = -x$ 的解是_____.
11. (4分) 与直线 $y = -2x+1$ 平行且经过点 $(-1, 2)$ 的直线解析式为_____.
12. (4分) 抛物线 $y = x^2+2x+1$ 的顶点坐标是_____.
13. (4分) 一个不透明的口袋里有红、黄、绿三种颜色的球 (除颜色外其余都相同), 其中红球有 2 个, 黄球有 3 个, 绿球有 1 个, 从该口袋中任意摸出一个黄球的概率为_____.
14. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、点 E 分别在边 AB 和边 AC 上, 且 $AD = DB$, $AE = EC$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$ 是_____.
15. (4分) 正八边形的中心角等于_____度.
16. (4分) 若弹簧的总长度 y (cm) 是所挂重物 x (kg) 的一次函数, 图象如右图所示, 那么不挂重物时, 弹簧的长度是_____cm.

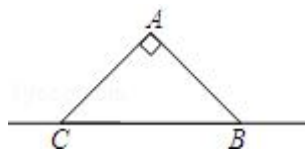


17. (4分) 如图, 某公园入口处原有三级台阶, 每级台阶高为 20cm , 深为 30cm , 为方便残疾人士, 拟将台阶改为斜坡, 设台阶的起点为 A , 斜坡的起始点为 C , 现设计斜坡的坡度 $i = 1:5$, 则 AC 的长度是_____cm.



18. (4分) 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, $AC = AB = 3$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线

BC 平移，顶点 A 、 C 、 B 平移后分别记为 A_1 、 C_1 、 B_1 ，若 $\triangle ACB$ 与 $\triangle A_1C_1B_1$ 重合部分的面积 2，则 $CB_1 =$ _____.

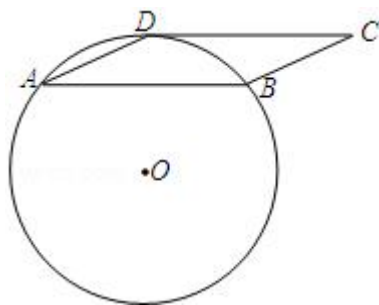


三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $\frac{2}{2-\sqrt{2}} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}$.

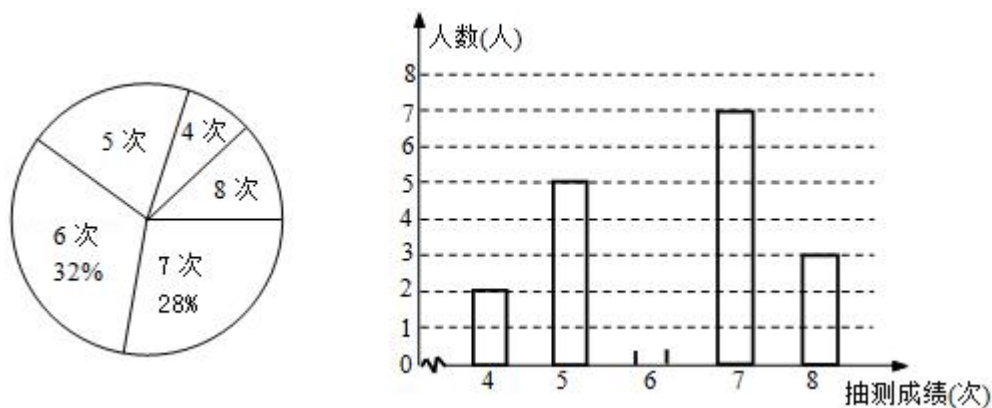
20. (10 分) 解方程： $\frac{x}{x+1} - \frac{3x+3}{x} = 2$.

21. (10 分) 如图，圆 O 经过平行四边形 $ABCD$ 的三个顶点 A 、 B 、 D ，且圆心 O 在平行四边形 $ABCD$ 的外部， $\tan \angle DAB = \frac{1}{2}$ ， $\widehat{AD} = \widehat{BD}$ ，圆 O 的半径为 5，求平行四边形的面积.



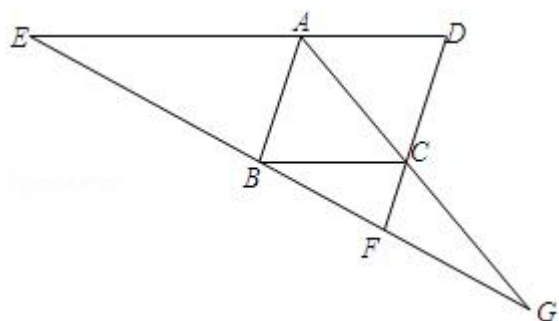
22. (10 分) 为了解某校九年级男生的体能情况，体育老师从中随机抽取部分男生进行引体向上测试，并对成绩进行了统计，绘制成尚不完整的扇形图和条形图，根据图形信息回答下列问题：

- (1) 本次抽测的男生有_____人，抽测成绩的众数是_____；
- (2) 请将条形图补充完整；
- (3) 若规定引体向上 6 次以上（含 6 次）为体能达标，则该校 125 名九年级男生中估计有多少人体能达标？



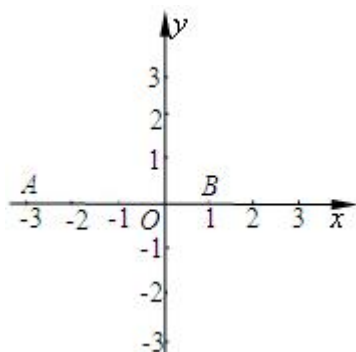
23. (12分) 如图, 已知 $ED \parallel BC$, $GB^2 = GE \cdot GF$

- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 为平行四边形;
- (2) 连接 GD , 若 $GB = GD$, 求证: 四边形 $ABCD$ 为菱形.



24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$. 设抛物线与 y 轴的交点为点 C .

- (1) 直接写出该抛物线的对称轴;
- (2) 求 OC 的长 (用含 a 的代数式表示);
- (3) 若 $\angle ACB$ 的度数不小于 90° , 求 a 的取值范围.



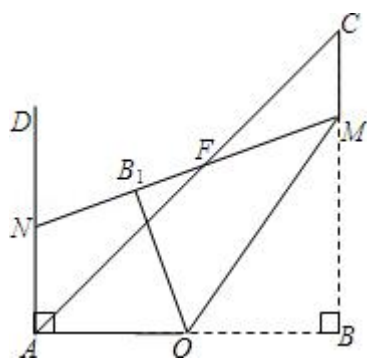
25. (14分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = 4$, 点 O 为 AB 边的中点, 点 M 是 BC 边上一动点 (不与点 B 、 C 重合), $AD \perp AB$, 垂足为点 A . 连接 MO , 将 $\triangle BOM$ 沿直线 MO 翻折, 点 B 落在点 B_1 处, 直线 MB_1 与 AC 、 AD

分别交于点 F 、 N .

(1) 当 $\angle CMF = 120^\circ$ 时, 求 BM 的长;

(2) 设 $BM = x$, $y = \frac{\triangle CMF \text{ 的周长}}{\triangle ANF \text{ 的周长}}$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 连接 NO ，与 AC 边交于点 E ，当 $\triangle FMC$ 和 $\triangle AEO$ 相似时，求 BM 的长.



2012 年上海市虹口区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. (4 分) 下列运算中，正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $a^6 - a^2 = a^4$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂的乘除法法则，幂的乘方法则，合并同类项法则，逐一检验.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，本选项正确；

B、 $(a^2)^3 = a^6$ ，本选项错误；

C、 $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$ ，本选项错误；

D、 a^6 与 $-a^2$ 不是同类项，不能合并，本选项错误；

故选：A.

【点评】本题考查了同底数幂的乘除法，幂的乘方，合并同类项. 关键是熟练掌握每个运算法则.

2. (4 分) 一元二次方程 $x^2+2x-1=0$ 的实数根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定

【考点】AA：根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】先计算出 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8$ ，即 $\Delta > 0$ ，根据 Δ 的意义即可得到方程有两个不相等的实数根.

【解答】解： $\because \Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8 > 0$,

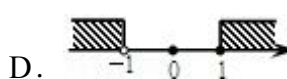
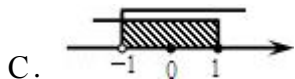
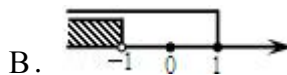
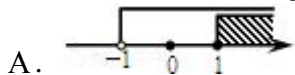
$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选：B.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 -$

$4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

3. (4分) 把不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上, 正确的是 ()



【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 先求出不等式组的解集, 再在数轴上表示出来即可.

【解答】 解: $\begin{cases} x+1 > 0 \text{ ①} \\ x-1 \leq 0 \text{ ②} \end{cases}$

有①得: $x > -1$;

有②得: $x \leq 1$;

所以不等式组的解集为: $-1 < x \leq 1$,

在数轴上表示为:



故选: C.

【点评】 本题考查的是数轴上表示不等式组的解集, 解答此类题目时一定要注意实心圆点与空心圆点的区别, 这是此题的易错点.

4. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{-1}{x}$ 的图象上有两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 且 $x_1 < x_2$, 那么下列结论正确的是 ()

A. $y_1 < y_2$

B. $y_1 > y_2$

C. $y_1 = y_2$

D. y_1 与 y_2 之间的大小关系不能确定

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 根据反比例函数的增减性解答即可.

【解答】 解: $\because$ 当 x_1 和 x_2 在同一象限时,

$\because x_1 < x_2$,

$\therefore y_1 < y_2$;

不在同一象限时, $y_1 > y_2$,

$\therefore y_1$ 与 y_2 之间的大小关系不能确定.

故选: D .

【点评】 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特征, 需注意应考虑两点在同一象限和不在同一象限时 y 的值的大小关系.

5. (4 分) 如果两圆的直径分别为 6 和 14, 圆心距为 4, 那么这两圆的位置关系是 ()

A. 内含 B. 内切 C. 相交 D. 外切

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】 求出两圆的半径, 求出 $7-3$ 和 $7+3$ 的值, 与 4 比较即可.

【解答】 解: $\because$ 两圆直径分别为 6 和 14,

$\therefore$ 两圆半径分别为 3 和 7,

$\because$ 圆心距为 4,

$7-3=4$,

$\therefore$ 两圆位置关系为内切.

故选: B .

【点评】 本题考查了对两圆的位置关系的应用, 注意: 外离时 $d > R+r$; 相交时 $R-r < d < R+r$; 外切时 $d = R+r$; 内切时 $d = R-r$.

6. (4 分) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形是等腰梯形
- B. 有一组邻边相等的梯形是等腰梯形
- C. 有一组对角互补的梯形是等腰梯形
- D. 有两组对角分别相等的四边形是等腰梯形.

【考点】 LK: 等腰梯形的判定; O1: 命题与定理.

【分析】 根据等腰梯形的判定方法、平行四边形的判定方法即可作出判断.

【解答】 解: A 、平行四边形的一组对边平行, 另一组对边相等, 不是等腰梯形, 故选项错误;

B 、有一组对边相等的梯形是等腰梯形, 故选项错误;

C、正确；

D、有两组对角分别相等的四边形平行四边形，故选项错误．

故选：C．

【点评】本题考查了命题与定理，正确理解等腰梯形、平行四边形的判定定理是解题的关键．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7.（4 分）因式分解： $2x^2 - 18 = \underline{2(x+3)(x-3)}$ ．

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用．

【分析】提公因式 2，再运用平方差公式因式分解．

【解答】解： $2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9) = 2(x+3)(x-3)$ ，

故答案为： $2(x+3)(x-3)$ ．

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

8.（4 分）化简： $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x+1}{x+2} = \underline{2}$ ．

【考点】6B：分式的加减法．

【分析】利用同分母的分式加减法的运算法则求解即可求得答案，注意运算结果需化为最简．

【解答】解： $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{x+3+x+1}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} = 2$ ．

故答案为：2．

【点评】此题考查了同分母分式的加减运算法则．此题比较简单，注意解题需细心，注意运算结果需化为最简．

9.（4 分）方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=-2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=2 \end{cases}$ ．

【考点】98：解二元一次方程组；AF：高次方程．

【专题】11：计算题．

【分析】由①得出 $x = 1 - y$ ，代入②得到方程 $(1 - y)y = -2$ ，求出方程的解 $y_1 = -1$ ， $y_2 = 2$ ，将 y 的值分别代入 $x = 1 - y$ 求出 x 即可．

【解答】 解：
$$\begin{cases} x+y=1 \text{①} \\ xy=-2 \text{②} \end{cases}$$

$\therefore$ 由①得： $x = 1 - y$ ，③

把③代入②得： $(1 - y)y = -2$ ，

即 $y^2 - y - 2 = 0$ ，

$(y - 2)(y + 1) = 0$ ，

解得： $y_1 = -1$ ， $y_2 = 2$ ，

代入③得： $x_1 = 2$ ， $x_2 = -1$ ，

故答案为：
$$\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=2 \end{cases}$$

【点评】 本题考查了高次方程和解一元二次方程的应用，解此题的关键是把方程组转化成解一元二次方程，题型较好，难度适中．

10. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2} = -x$ 的解是 $x = -1$ ．

【考点】 AG：无理方程．

【分析】 把方程两边平方后求解，注意检验．

【解答】 解：把方程两边平方得 $x+2 = x^2$ ，

整理得 $(x - 2)(x + 1) = 0$ ，

解得： $x = 2$ 或 -1 ，

经检验， $x = -1$ 是原方程的解．

故本题答案为： $x = -1$ ．

【点评】 本题考查无理方程的求法，注意无理方程需验根．

11. (4 分) 与直线 $y = -2x + 1$ 平行且经过点 $(-1, 2)$ 的直线解析式为 $y = -2x$ ．

【考点】 FF：两条直线相交或平行问题．

【专题】 41：待定系数法．

【分析】 根据与已知直线平行可知 $k = -2$ ，设出函数解析式把点的坐标代入求出 b 值即可得到函数解析式．

【解答】 解： $\because$ 与直线 $y = -2x + 1$ 平行，

$\therefore k = -2$ ，

设函数解析式为 $y = -2x + b$ ，

$$\therefore -2 \times (-1) + b = 2,$$

解得： $b = 0$,

$\therefore$ 直线解析式为 $y = -2x$.

【点评】 本题利用两直线平行 k 值相等和待定系数法求函数解形式，是基础题，需要熟练掌握.

12. (4 分) 抛物线 $y = x^2 + 2x + 1$ 的顶点坐标是 $(-1, 0)$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 把 a 、 b 、 c 的值直接代入顶点的公式中计算即可.

【解答】 解： $\because a = 1, b = 2, c = 1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \times 1} = -1,$$

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times 1 \times 1 - 2^2}{4 \times 1} = 0,$$

故答案是 $(-1, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，解题的关键是掌握顶点的计算公式.

13. (4 分) 一个不透明的口袋里有红、黄、绿三种颜色的球 (除颜色外其余都相同)，其中红球有 2 个，黄球有 3 个，绿球有 1 个，从该口袋中任意摸出一个黄球的概率为 $\frac{1}{2}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 让黄球的个数除以球的总数即为所求的概率.

【解答】 解：袋子中球的总数为 $2 + 1 + 3 = 6$ ，黄球有 3 个，

根据概率知识：摸出黄球的概率为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,

故答案为 $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题主要考查概率公式的知识点，解答本题的关键是熟练掌握概率公式：
概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、点 E 分别在边 AB 和边 AC 上，且 $AD = DB$ ， $AE = EC$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$ 是 $-\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】由 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 利用三角形法则, 即可求得 $\overrightarrow{BC}$ 的值, 又由 $AD = DB$,

$AE = EC$, 根据三角形中位线的性质, 即可求得 $\overrightarrow{DE}$ 的值.

【解答】解: 如图, $\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$$

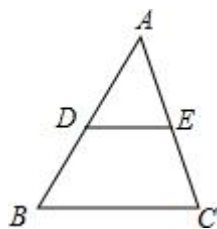
$$\because AD = DB, AE = EC,$$

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\text{即 } \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.



【点评】此题考查了三角形中位线的性质与平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握三角形法则的应用, 注意数形结合思想的应用.

15. (4 分) 正八边形的中心角等于 45 度.

【考点】MM: 正多边形和圆.

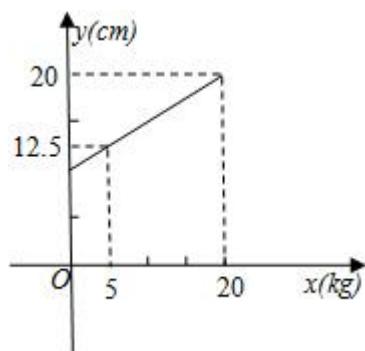
【分析】根据中心角是正多边形相邻的两个半径的夹角来解答.

【解答】解: 正八边形的中心角等于 $360^\circ \div 8 = 45^\circ$;

故答案为 45.

【点评】本题考查了正多边形和圆的知识, 解题的关键是牢记中心角的定义及求法.

16. (4 分) 若弹簧的总长度 y (cm) 是所挂重物 x (kg) 的一次函数, 图象如右图所示, 那么不挂重物时, 弹簧的长度是 10 cm.



【考点】FH：一次函数的应用．

【专题】12：应用题．

【分析】利用待定系数法求出过（5，12.5）、（20，20）两点的一次函数的解析式为 $y = 0.5x + 10$ ，当不挂重物时，即 $x = 0$ ，代入解析式求出对应的函数值即可弹簧的长度．

【解答】解：设一次函数的解析式为 $y = kx + b$ ，

把（5，12.5）、（20，20）代入，

$$\text{得} \begin{cases} 5k + b = 12.5 \\ 20k + b = 20 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 0.5 \\ b = 10 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = 0.5x + 10$ ，

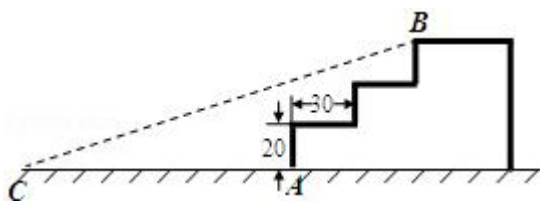
当 $x = 0$ 时， $y = 10$ ，

即不挂重物时，弹簧的长度是 10cm．

故答案为 10．

【点评】本题考查了一次函数的应用：运用一次函数的性质，把实际问题与函数图象结合进行分析，从函数图象中获取实际问题中的数据，把实际问题中的数据转化为函数图象中的点的坐标，并且运用一次函数图象描述实际问题．也考查了待定系数法求函数的解析式．

- 17.（4分）如图，某公园入口处原有三级台阶，每级台阶高为 20cm，深为 30cm，为方便残疾人士，拟将台阶改为斜坡，设台阶的起点为 A，斜坡的起始点为 C，现设计斜坡的坡度 $i = 1:5$ ，则 AC 的长度是 240 cm．



【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 如图所示：所有台阶高度和为 BD 的长，所有台阶深度和为 AD 的长，

即 $BD = 60m$ ， $AD = 60m$ ．然后根据坡度比解答即可．

【解答】 解：由题可知 $BD = 60cm$ ， $AD = 60cm$ ．

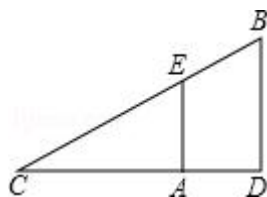
$$\because \tan \angle BCA = \frac{BD}{CD} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore DC = 300cm,$$

$$\therefore AC = DC - AD = 300 - 60 = 240 (cm).$$

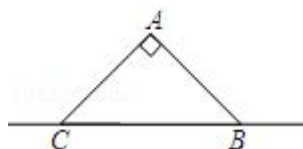
答：AC 的长度是 $240cm$ ，

故答案为：240.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，运用所学的解直角三角形的知识解决实际生活中的问题，要求我们要具备数学建模能力（即将实际问题转化为数学问题）.

18. (4 分) 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $AC = AB = 3$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 平移，顶点 A 、 C 、 B 平移后分别记为 A_1 、 C_1 、 B_1 ，若 $\triangle ACB$ 与 $\triangle A_1C_1B_1$ 重合部分的面积 2，则 $CB_1 = \underline{2\sqrt{2} \text{ 或 } 4\sqrt{2}}$ ．



【考点】 Q2：平移的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】 应分 $\triangle ACB$ 向左平移或向右平移两种情况讨论，根据重合部分是等腰直角三角形，即可求得斜边的长，据此即可求解．

【解答】 解：在 $\triangle ACB$ 中， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $AC = AB = 3$ ，

则 $BC = 3\sqrt{2}$,

当 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 平移, 向左平移时:

$\triangle ACB$ 与 $\triangle A_1C_1B_1$ 重合部分是等腰直角三角形,

设直角边 CD 是 a , 则 $\frac{1}{2}a^2 = 2$, 解得: $a = 2$,

则 $CB_1 = 2\sqrt{2}$.

当 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 平移, 向右平移时:

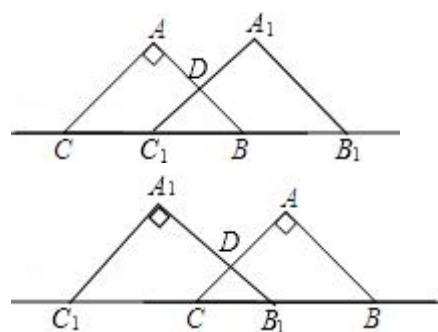
同理可得: $C_1B = 2\sqrt{2}$,

则 $CC_1 = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$,

则 $CB_1 = CC_1 + C_1B = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

故 $CB_1 = 2\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$.

故答案是: $2\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查了图形的平移, 注意到重合部分是等腰直角三角形, 以及两种情况进行讨论是关键.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\frac{2}{2-\sqrt{2}} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}$.

【考点】 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; 79: 二次根式的混合运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 原式第一项分子分母同时乘以 $2+\sqrt{2}$, 分母利用平方差公式化简, 约分得到最简结果, 第二项利用特殊角的三角函数值, 第三项利用零指数公式化简, 最后一项利用负指数公式化简, 整理合并后即可求出原式的值.

【解答】 解: $\frac{2}{2-\sqrt{2}} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}$
 $= 2+\sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - (-3)$

$$= 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 + 3$$

$$= 6.$$

【点评】此题考查了二次根式的混合运算，涉及的知识有：二次根式的化简，特殊角的三角函数值，零指数及负指数公式，熟练掌握法则及公式是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程: $\frac{x}{x+1} - \frac{3x+3}{x} = 2.$

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】方程两边都乘以 $x(x+1)$ 得出 $x^2 - (3x+3)(x+1) = 2x(x+1)$ 求出这个方程的解, 再进行检验即可.

【解答】解: 方程两边都乘以 $x(x+1)$ 得: $x^2 - (3x+3)(x+1) = 2x(x+1)$,
整理得: $4x^2 + 8x + 3 = 0$,

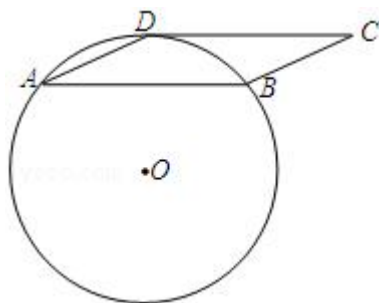
解这个方程, 得: $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{3}{2}$,

经检验 $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{3}{2}$ 都是原方程的根.

即原方程的解是: $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查了分式方程的解法, 解此题的关键是把分式方程转化成整式方程, 注意: 解分式方程一定要进行检验.

21. (10 分) 如图, 圆 O 经过平行四边形 $ABCD$ 的三个顶点 A 、 B 、 D , 且圆心 O 在平行四边形 $ABCD$ 的外部, $\tan \angle DAB = \frac{1}{2}$, $\widehat{AD} = \widehat{BD}$, 圆 O 的半径为 5, 求平行四边形的面积.



【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】根据垂径定理的推论, 由已知得出 $OD \perp AB$, $AB = 2AE$, 进而利用勾股

定理得出 DE , AB 的长, 即可求出平行四边形的面积.

【解答】解: 连接 OA , 连接 OD 交 AB 于点 E ,

$$\because \widehat{AD} = \widehat{BD},$$

$$\therefore OD \perp AB, AB = 2AE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } \tan \angle DAB = \frac{DE}{AE} = \frac{1}{2},$$

$$\text{设 } DE = x, AE = 2x,$$

$$\text{则 } OE = 5 - x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOE \text{ 中, } AO^2 = OE^2 + AE^2,$$

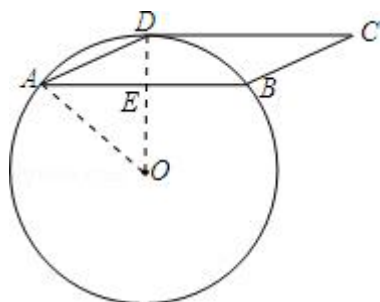
$$\therefore 5^2 = (5 - x)^2 + (2x)^2,$$

$$\text{解得: } x_1 = 2, x_2 = 0 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore DE = 2, AB = 2AE = 8,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } ABCD} = 8 \times 2 = 16,$$

即平行四边形 $ABCD$ 的面积为 16.



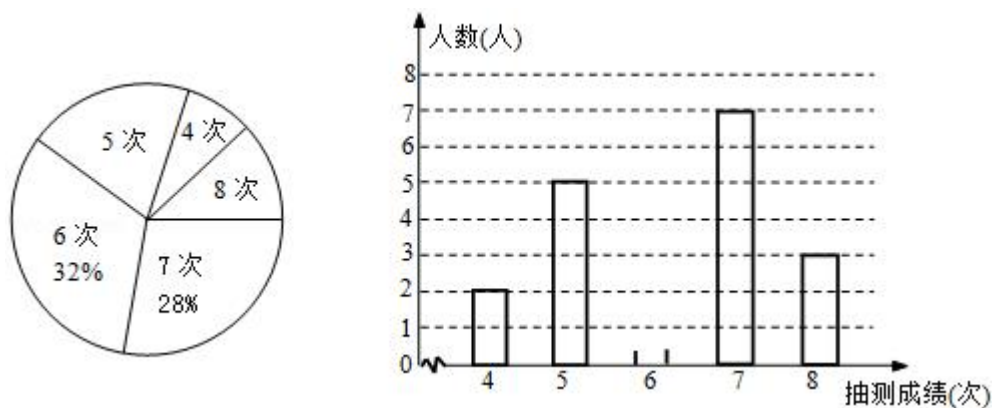
【点评】此题主要考查了垂径定理的推论以及勾股定理和平行四边形的面积求法等知识, 根据已知得出 $AO^2 = OE^2 + AE^2$ 是解题关键.

22. (10 分) 为了解某校九年级男生的体能情况, 体育老师从中随机抽取部分男生进行引体向上测试, 并对成绩进行了统计, 绘制成尚不完整的扇形图和条形图, 根据图形信息回答下列问题:

(1) 本次抽测的男生有 25 人, 抽测成绩的众数是 6 次;

(2) 请将条形图补充完整;

(3) 若规定引体向上 6 次以上 (含 6 次) 为体能达标, 则该校 125 名九年级男生中估计有多少人体能达标?



【考点】 V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 用 7 次的人数除以 7 次所占的百分比即可求得总人数, 然后求得 6 次的人数即可确定众数;

(2) 补齐 6 次小组的小长方形即可.

(2) 用总人数乘以达标率即可.

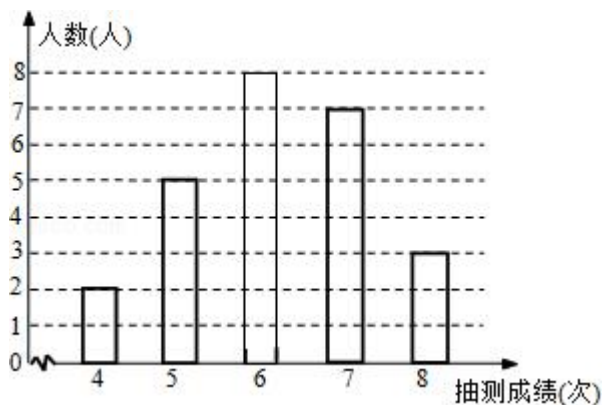
【解答】 解: (1) 观察统计图知达到 7 次的有 7 人, 占 28%,

$\therefore 7 \div 28\% = 25$ 人,

达到 6 次的有 $25 - 2 - 5 - 7 - 3 = 8$ 人,

故众数为 6 次; $\cdots$ (4 分)

(2)



(3) $\frac{8+7+3}{25} \times 125 = 90$ (人).

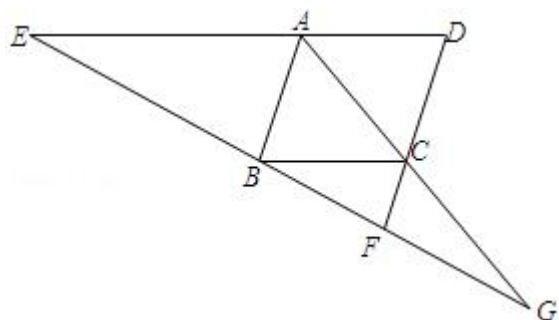
答: 该校 125 名九年级男生约有 90 人体能达标. $\cdots$ (3 分)

【点评】 本题考查了条形统计图的知识, 解题的关键是从统计图中整理出进一步解题的有关信息.

23. (12 分) 如图, 已知 $ED \parallel BC$, $GB^2 = GE \cdot GF$

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 为平行四边形;

(2) 连接 GD ，若 $GB = GD$ ，求证：四边形 $ABCD$ 为菱形．



【考点】L6：平行四边形的判定；L9：菱形的判定；S4：平行线分线段成比例．

【专题】14：证明题．

【分析】(1) 根据平行线分线段成比例定理可以得到： $\frac{GB}{GE} = \frac{GC}{GA}$ ，然后根据 $GB^2 = GE \cdot GF$ 变形得到： $\frac{GB}{GE} = \frac{GF}{GB}$ ，则 $\frac{GF}{GB} = \frac{GC}{GA}$ ，然后利用平行线分线段成比例定理的逆定理即可证得 $AB \parallel CD$ ，根据平行四边形的定义即可证得；

(2) 根据平行四边形的性质：平行四边形的对角线互相平分，得到 O 是 BD 的中点，再根据 $GB = GD$ ，利用等腰三角形的性质即可得到 $BD \perp AC$ ，利用菱形的判定定理即可证得．

【解答】证明：(1) $\because ED \parallel BC$ ，

$$\therefore \frac{GB}{GE} = \frac{GC}{GA}.$$

$$\because GB^2 = GE \cdot GF,$$

$$\therefore \frac{GB}{GE} = \frac{GF}{GB},$$

$$\therefore \frac{GF}{GB} = \frac{GC}{GA},$$

$$\therefore AB \parallel CF, \text{ 即 } AB \parallel CD.$$

又 $\because ED \parallel BC$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

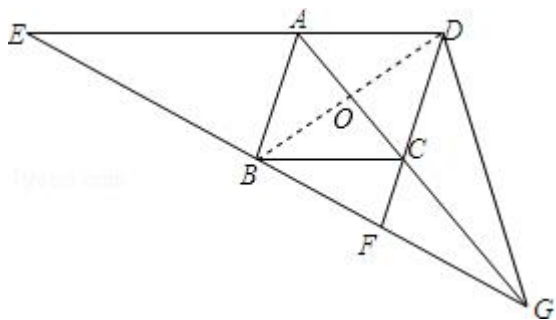
(2) 连接 BD 交 AC 于点 O ．

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形．

$$\therefore BO = DO,$$

$$\because GB = GD \therefore OG \perp BD \quad \text{即 } AC \perp BD.$$

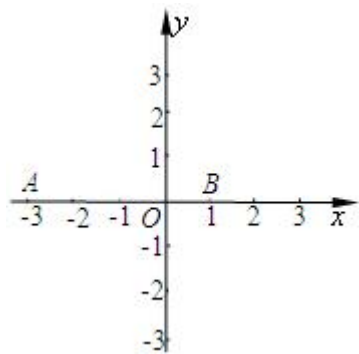
又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形.



【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理及其逆定理，和菱形的判定定理，等腰三角形的三线合一定理，运用平行线分线段成比例定理，找准对应关系是关键.

24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$. 设抛物线与 y 轴的交点为点 C .

- (1) 直接写出该抛物线的对称轴;
- (2) 求 OC 的长 (用含 a 的代数式表示);
- (3) 若 $\angle ACB$ 的度数不小于 90° ，求 a 的取值范围.



【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 (1) 根据抛物线的对称性，结合抛物线所过的点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$ 可直接得到对称轴;

(2) 把 $A(-3, 0)$ 和 $B(1, 0)$ 分别代入 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中可得 $c = -3a$ ，则 OC 的长为 $3|a|$;

(3) 根据当 $\angle ACB = 90^\circ$ 时，求出 c 的值，进而根据① $a > 0$ 时， $c < 0$ ，以及② $a < 0$ 时， $c > 0$ 求出 a 的取值范围即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1,$

0),

∴ 抛物线的对称轴为直线 $x = -1$;

(2) 把 $A(-3, 0)$ 和 $B(1, 0)$ 分别代入 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 得:

$$\begin{cases} 0 = 9a - 3b + c \\ 0 = a + b + c \end{cases},$$

解得: $c = -3a$,

$$\therefore OC = 3|a|;$$

(3) 当 $\angle ACB = 90^\circ$ 时,

$$\because \angle OAC + \angle OCA = 90^\circ, \quad \angle ACO + \angle BCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCB,$$

$$\text{又} \because \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle COB,$$

$$\therefore OC^2 = OB \cdot OA = 3,$$

$$\therefore CO = \sqrt{3},$$

$$\therefore c = \pm \sqrt{3},$$

① $a > 0$ 时, $c < 0$,

$$\because \angle ACB \text{ 不小于 } 90^\circ, \quad c = -3a,$$

$$\therefore -\sqrt{3} \leq c < 0,$$

$$\because c = -3a,$$

$$\therefore -\sqrt{3} \leq -3a < 0,$$

$$\therefore 0 < a \leq \frac{\sqrt{3}}{3};$$

② $a < 0$ 时, $c > 0$,

$$\because \angle ACB \text{ 不小于 } 90^\circ,$$

$$\therefore 0 < c \leq \sqrt{3},$$

$$\because c = -3a,$$

$$\therefore -\frac{\sqrt{3}}{3} \leq a < 0.$$

综上所述可知: $0 < a \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{3} \leq a < 0$.

$\triangle FMC \sim \triangle AOE$ 时, 分别利用相似三角形的性质以及解直角三角形求出即可.

【解答】 解: (1) 当 $\angle CMF = 120^\circ$ 时,

$\because$ 将 $\triangle BOM$ 沿直线 MO 翻折, 点 B 落在点 B_1 处,

$$\therefore \angle BMO = \angle OMB_1,$$

$$\because \angle CMF = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BMO = 30^\circ,$$

$\because AB = BC = 4$, 点 O 为 AB 边的中点,

$$\therefore BO = 2,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle MOB \text{ 中, } MB = \frac{BO}{\tan 30^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3};$$

(2) 连接 ON ,

由 (1) 可得:

在 $\text{Rt}\triangle ANO$ 和 $\text{Rt}\triangle B_1NO$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AO = B_1O \\ NO = NO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ANO \cong \triangle B_1NO \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle AON = \angle B_1ON, \quad AN = NB_1,$$

$$\text{又} \because \angle MOB_1 = \angle MOB,$$

$$\therefore \angle NOM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OMN = \angle NOB_1,$$

$$\text{又} \because \angle OB_1M = \angle OB_1N = \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MB_1O \sim \triangle OB_1N,$$

$$\therefore \frac{B_1O}{B_1M} = \frac{NB_1}{B_1O}$$

$$\therefore OB_1^2 = MB_1 \cdot NB_1,$$

$$\text{又} \because MB_1 = MB = x, \quad OB_1 = OB = 2,$$

$$\therefore 2^2 = x \cdot NB_1,$$

$$\therefore NB_1 = \frac{4}{x},$$

$$\therefore AN = \frac{4}{x},$$

$$\therefore AD \perp AB,$$

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle CMF \sim \triangle ANF,$$

$$\therefore \frac{C_{\triangle CMF}}{C_{\triangle ANF}} = \frac{CM}{AN} = \frac{4-x}{\frac{4}{x}} = \frac{4x-x^2}{4} = -\frac{1}{4}x^2+x,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2+x \quad (0 < x < 4);$$

(3) 由题意知: $\angle EAO = \angle C = 45^\circ$

$\therefore \triangle FMC$ 和 $\triangle AEO$ 相似,

$\therefore$ 只有两种情况: 当 $\triangle FMC \sim \triangle AEO$ 时或当 $\triangle FMC \sim \triangle AOE$ 时,

①如图 2, 当 $\triangle FMC \sim \triangle AEO$ 时, 有 $\angle FMC = \angle AEO$, $\angle CFM = \angle AOE$,

可证: $\angle AOE = \angle OMB = \angle FMO$,

则 $\angle CFM = \angle FMO$,

$$\therefore OM \parallel AC,$$

$$\therefore \angle OMB = \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle MOB \text{ 中, } MB = OB \cdot \tan 45^\circ = 2,$$

②如图 3, 当 $\triangle FMC \sim \triangle AOE$ 时,

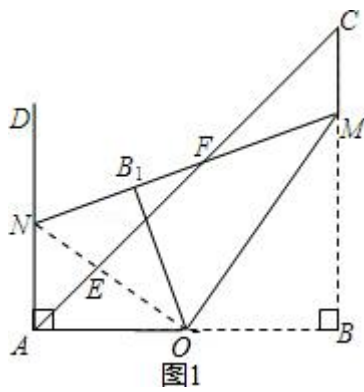
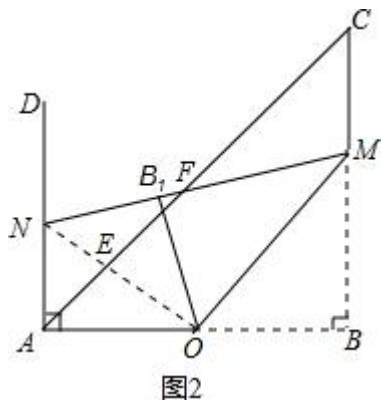
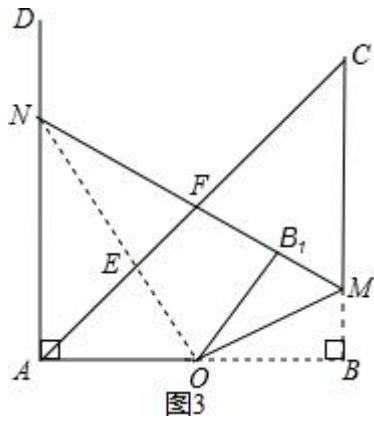
则 $\angle FMC = \angle AOE$,

$$\therefore \angle AOE = \angle OMB = \angle OMF,$$

$$\therefore \angle CMF = \angle OMF = \angle OMB = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle MOB \text{ 中, } MB = \frac{OB}{\tan 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

所以, 综上述, 知 $BM = 2$ 或 $BM = \frac{2}{3}\sqrt{3}$.



【点评】此题主要考查了相似三角形的判定和性质以及翻折变换的性质和锐角三角函数等知识,根据已知 $\triangle FMC$ 和 $\triangle AEO$ 相似进行分类讨论得出是解题关键.