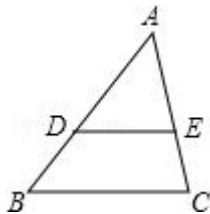


2012 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) -2 的绝对值等于 ()
A. 2 B. -2 C. ± 2 D. ± 4
2. (4 分) 计算 $a^2 \cdot 2a^3$ 的结果是 ()
A. $2a^6$ B. $2a^5$ C. $8a^6$ D. $8a^5$
3. (4 分) 已知一次函数 $y = x + b$ 的图象经过第一、三、四象限，则 b 的值可以是 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
4. (4 分) 某单位在两个月内将开支从 24000 元降到 18000 元. 如果设每月降低开支的百分率均为 x ($x > 0$), 则由题意列出的方程应是 ()
A. $24000(1+x)^2 = 18000$ B. $18000(1+x)^2 = 24000$
C. $24000(1-x)^2 = 18000$ D. $18000(1-x)^2 = 24000$
5. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $AD = 3$, $DB = 2$, $DE \parallel BC$, 则 $DE:BC$ 的值是 ()

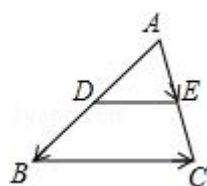


- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{3}{5}$
6. (4 分) 在直角坐标平面内, 点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 点 B 的坐标为 $(a, 0)$, 圆 A 的半径为 2. 下列说法中不正确的是 ()
A. 当 $a = -1$ 时, 点 B 在圆 A 上
B. 当 $a < 1$ 时, 点 B 在圆 A 内
C. 当 $a < -1$ 时, 点 B 在圆 A 外
D. 当 $-1 < a < 3$ 时, 点 B 在圆 A 内

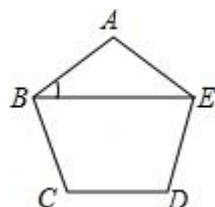
二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 4 的平方根是_____.
8. (4 分) 因式分解: $x^3 - 9x =$ _____.

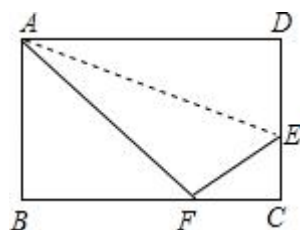
9. (4分) 求不等式 $2x+3 > 7$ 的解集_____.
10. (4分) 方程 $\sqrt{2x-3} = 1$ 的解是_____.
11. (4分) 已知方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____.
12. (4分) 已知反比例函数的图象经过点 $(m, 3)$ 和 $(-3, 2)$, 则 m 的值为_____.
13. (4分) 将二次函数 $y = -(x-1)^2 - 2$ 的图象沿 y 轴向上平移 3 个单位, 那么平移后的二次函数解析式为_____.
14. (4分) 已知一个样本 4, 2, 7, x , 9 的平均数为 5, 则这个样本的中位数为_____.
15. (4分) 如图, 已知点 D 、 E 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 则向量 $\overrightarrow{AE} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



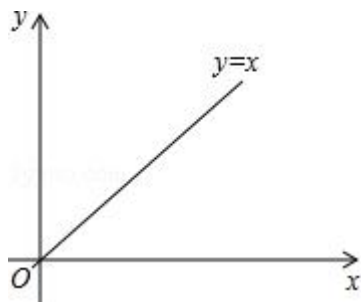
16. (4分) 如图, BE 为正五边形 $ABCDE$ 的一条对角线, 则 $\angle ABE =$ _____ $^\circ$.



17. (4分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为边 CD 上一点, 沿 AE 折叠, 点 D 恰好落在 BC 边上的 F 点处, 若 $AB = 3$, $BC = 5$, 则 $\tan \angle EFC$ 的值为_____.



18. (4分) 如图, 在直角坐标系中, $\odot P$ 的圆心是 $P(a, 2)$ ($a > 0$), 半径为 2; 直线 $y = x$ 被 $\odot P$ 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 则 a 的值是_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

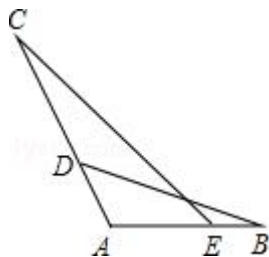
19. (10 分) 计算： $\sqrt{18}-4\cos 45^{\circ}-(\pi-3.14)^0+(\frac{1}{2})^{-1}$.

20. (10 分) 解方程： $\frac{2}{x^2-1}+\frac{1}{x+1}=1$.

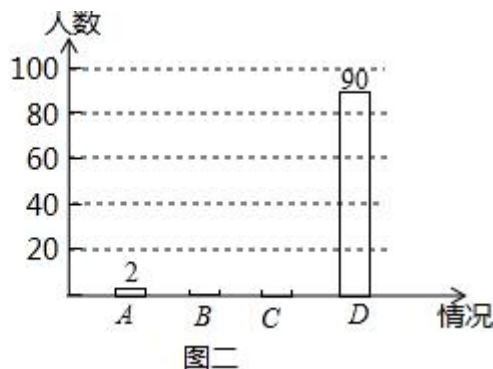
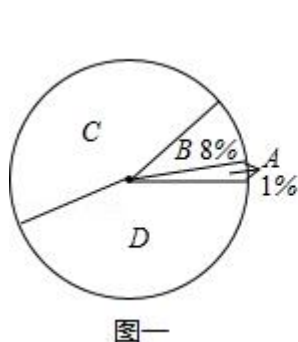
21. (10 分) 已知：如图，点 D 、 E 分别在线段 AC 、 AB 上， $AD \cdot AC = AE \cdot AB$.

(1) 求证： $\triangle AEC \sim \triangle ADB$;

(2) $AB = 4$, $DB = 5$, $\sin C = \frac{1}{3}$, 求 $S_{\triangle ABD}$.



22. (10 分) 从 2011 年 5 月 1 日起，我市公安部门加大了对“酒后驾车”的处罚力度，出台了不准酒后驾车的禁令。某记者在某区随机选取了几个停车场对开车的司机进行了相关的调查，本次调查结果有四种情况： A . 有酒后开车； B . 喝酒后不开车或请专业司机代驾； C . 开车当天不喝酒； D . 从不喝酒。将这次调查情况整理并绘制了如下尚不完整的统计图一和图二，请根据相关信息，解答下列问题。 III

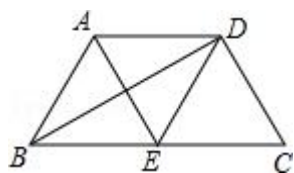


(1) 该记者本次一共调查了_____名司机；

- (2) 图一中情况 D 所在扇形的圆心角为_____°；
- (3) 补全图二；
- (4) 在本次调查中，记者随机采访其中的一名司机，则他属情况 C 的概率是_____；
- (5) 若该区有 3 万名司机，则其中不违反“酒驾”禁令的人数约为_____人。

23. (12 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于 E ，连接 ED 。

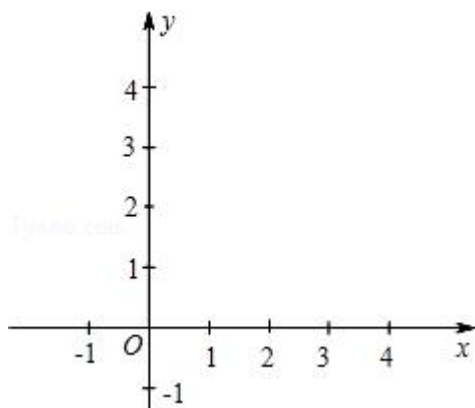
- (1) 求证：四边形 $ABED$ 是菱形；
- (2) 当 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $EC = BE$ 时，证明：梯形 $ABCD$ 是等腰梯形。



24. (12 分) 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + c$ 过点 $A(-1, 0)$ ；

直线 $l: y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C ，与抛物线的对称轴交于点 M ；抛物线的顶点为 D 。

- (1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标。
- (2) 过点 A 作 $AP \perp l$ 于点 P ， P 为垂足，求点 P 的坐标。
- (3) 若 N 为直线 l 上一动点，过点 N 作 x 轴的垂线与抛物线交于点 E 。问：是否存在这样的点 N ，使得以点 D 、 M 、 N 、 E 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，求出点 N 的横坐标；若不存在，请说明理由。



25. (14 分) 已知：正方形 $ABCD$ 的边长为 1，射线 AE 与射线 BC 交于点 E ，射线 AF 与射线 CD 交于点 F ， $\angle EAF = 45^\circ$ 。

- (1) 如图 1，当点 E 在线段 BC 上时，试猜想线段 EF 、 BE 、 DF 有怎样的数量

关系？并证明你的猜想．

(2) 设 $BE = x$, $DF = y$, 当点 E 在线段 BC 上运动时 (不包括点 B 、 C), 如图 1, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并指出 x 的取值范围．

(3) 当点 E 在射线 BC 上运动时 (不含端点 B), 点 F 在射线 CD 上运动．试判断以 E 为圆心以 BE 为半径的 $\odot E$ 和以 F 为圆心以 FD 为半径的 $\odot F$ 之间的位置关系．

(4) 当点 E 在 BC 延长线上时, 设 AE 与 CD 交于点 G , 如图 2. 问 $\triangle EGF$ 与 $\triangle EFA$ 能否相似？若能相似, 求出 BE 的值；若不可能相似, 请说明理由．

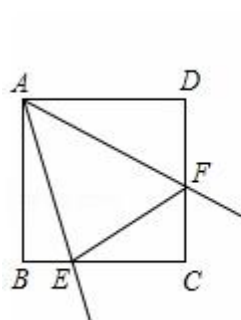


图1

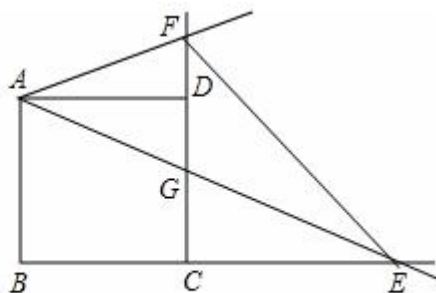


图2

2012 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分） -2 的绝对值等于（ ）

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. ± 4

【考点】15：绝对值.

【专题】11：计算题.

【分析】直接根据绝对值的意义得到答案.

【解答】解： $|-2|=2$.

故选：A.

【点评】本题考查了绝对值：若 $a > 0$ ，则 $|a| = a$ ；若 $a = 0$ ，则 $|a| = 0$ ；若 $a < 0$ ，则 $|a| = -a$.

2.（4 分）计算 $a^2 \cdot 2a^3$ 的结果是（ ）

- A. $2a^6$ B. $2a^5$ C. $8a^6$ D. $8a^5$

【考点】49：单项式乘单项式.

【分析】本题需根据单项式乘以单项式的法则进行计算，即可求出答案.

【解答】解： $a^2 \cdot 2a^3$

$$= 2a^5$$

故选：B.

【点评】本题主要考查了单项式乘以单项式，在解题时要注意单项式的乘法法则的灵活应用是本题的关键.

3.（4 分）已知一次函数 $y = x + b$ 的图象经过第一、三、四象限，则 b 的值可以是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系.

【专题】2B：探究型.

【分析】先根据一次函数 $y = x + b$ 的图象经过第一、三、四象限求出 b 的取值范围，再找出符合条件的 b 的取值即可.

【解答】解： $\because$ 一次函数 $y = x + b$ 的图象经过第一、三、四象限，

$\therefore b < 0$ ，四个选项中只有 -1 符合条件.

故选: A .

【点评】 本题考查的是一次函数的图象与系数的关系，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中，当 $k > 0$, $b < 0$ 时函数的图象在一、三、四象限.

4. (4 分) 某单位在两个月内将开支从 24000 元降到 18000 元. 如果设每月降低开支的百分率均为 x ($x > 0$), 则由题意列出的方程应是 ()

A. $24000(1+x)^2 = 18000$

B. $18000(1+x)^2 = 24000$

C. $24000(1-x)^2 = 18000$

D. $18000(1-x)^2 = 24000$

【考点】 AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【专题】 123: 增长率问题.

【分析】 根据题意可得出第一个月开支为: $24000(1-x)$, 第二个月的开支为: $24000(1-x)(1-x)$, 再由两个月内将开支降到 18000, 可得出方程.

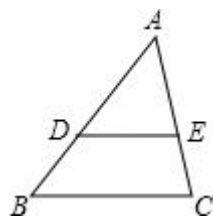
【解答】 解: 由题意得, 第一个月开支为: $24000(1-x)$, 第二个月的开支为: $24000(1-x)(1-x)$,

故可得方程: $24000(1-x)^2 = 18000$.

故选: C .

【点评】 此题考查了由实际问题抽象一元二次方程的知识, 关键是根据题意的降低百分率表示出每个月的开支, 难度一般.

5. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $AD = 3$, $DB = 2$, $DE \parallel BC$, 则 $DE:BC$ 的值是 ()



A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{9}{4}$

D. $\frac{3}{5}$

【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【分析】 由 $AD = 3$, $DB = 2$, 即可求得 AB 的长, 又由 $DE \parallel BC$, 根据平行线分线段成比例定理, 可得 $DE:BC = AD:AB$, 则可求得答案.

【解答】 解: $\because AD = 3$, $DB = 2$,

$$\therefore AB = AD + BD = 3 + 2 = 5,$$

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore DE:BC = AD:AB = 3:5.$

故选: D .

【点评】 此题考查了平行线分线段成比例定理. 此题比较简单, 注意掌握比例线段的对应关系是解此题的关键.

6. (4分) 在直角坐标平面内, 点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 点 B 的坐标为 $(a, 0)$, 圆 A 的半径为 2. 下列说法中不正确的是 ()

- A. 当 $a = -1$ 时, 点 B 在圆 A 上
- B. 当 $a < 1$ 时, 点 B 在圆 A 内
- C. 当 $a < -1$ 时, 点 B 在圆 A 外
- D. 当 $-1 < a < 3$ 时, 点 B 在圆 A 内

【考点】 D5: 坐标与图形性质; M8: 点与圆的位置关系.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 画出图形, 根据 A 的坐标和圆 A 的半径求出圆与 x 轴的交点坐标, 根据已知和交点坐标即可求出答案.

【解答】 解: 如图:

$\because A(1, 0)$, $\odot A$ 的半径是 2,

$\therefore AC = AE = 2,$

$\therefore OE = 1, OC = 3,$

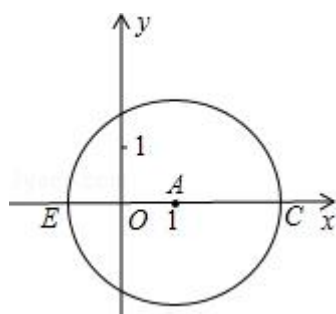
A、当 $a = -1$ 时, 点 B 在 E 上, 即 B 在 $\odot A$ 上, 正确, 故本选项不合题意;

B、当 $a = -3$ 时, B 在 $\odot A$ 外, 即说当 $a < 1$ 时, 点 B 在圆 A 内错误, 故本选项符合题意;

C、当 $a < -1$ 时, $AB > 2$, 即说点 B 在圆 A 外正确, 故本选项不合题意;

D、当 $-1 < a < 3$ 时, B 在 $\odot A$ 内正确, 故本选项不合题意;

故选: B .



【点评】本题考查了直线与圆的位置关系和坐标与图形性质的应用，当 $d = r$ 时，点在圆上，当 $d > r$ 时，点在圆外，当 $d < r$ 时，点在圆内。

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）4 的平方根是 ± 2 。

【考点】21：平方根。

【专题】11：计算题。

【分析】根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2 = a$ ，则 x 就是 a 的平方根，由此即可解决问题。

【解答】解： $\because (\pm 2)^2 = 4$,

$\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 。

故答案为： ± 2 。

【点评】本题考查了平方根的定义。注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根。

8.（4 分）因式分解： $x^3 - 9x = \underline{x(x+3)(x-3)}$ 。

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用。

【分析】先提取公因式 x ，再利用平方差公式进行分解。

【解答】解： $x^3 - 9x$,

$= x(x^2 - 9)$,

$= x(x+3)(x-3)$ 。

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，本题要进行二次分解，分解因式要彻底。

9.（4 分）求不等式 $2x+3 > 7$ 的解集 $x > 2$ 。

【考点】C6：解一元一次不等式。

【分析】利用不等式的基本性质：先移项再合并同类项即可解答。

【解答】解：移项得，

$$2x > 7 - 3,$$

合并同类项得，

$$2x > 4$$

两边同时除以 2 得，

$$x > 2.$$

【点评】本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错．

解不等式要依据不等式的基本性质，在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变．

10. (4 分) 方程 $\sqrt{2x-3} = 1$ 的解是 $x = 2$.

【考点】AG：无理方程．

【专题】11：计算题．

【分析】根据无理方程的解法，首先，两边平方，解出 x 的值，然后，验根解答出即可．

【解答】解： $\sqrt{2x-3}=1$ ，

两边平方得， $2x - 3 = 1$ ，

解得， $x = 2$ ；

经检验， $x = 2$ 是方程的根；

故答案为 $x = 2$.

【点评】本题考查了无理方程的解法，解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法，解无理方程，往往会产生增根，应注意验根．

11. (4 分) 已知方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是 $k < \frac{9}{4}$.

【考点】AA：根的判别式．

【分析】由题意可以知道 $\Delta > 0$ ，列出式子，就可以求出 k 的取值．

【解答】解： $\because x^2 - 3x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac > 0,$$

$$\therefore 9 - 4k > 0,$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}.$$

故答案为 $k < \frac{9}{4}$.

【点评】 本题考查了根的判别式，运用 Δ 的值确定字母的取值范围，是一元二次方程中常见的解题形式.

12. (4分) 已知反比例函数的图象经过点 $(m, 3)$ 和 $(-3, 2)$, 则 m 的值为 -2 .

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】 12: 应用题.

【分析】 根据反比例函数图象上的点的特征，横坐标与纵坐标的积等于 k 的值，列式计算即可得解.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数的图象经过点 $(m, 3)$ 和 $(-3, 2)$,

$$\therefore k = 3m = (-3) \times 2,$$

解得 $m = -2$.

故答案为: -2 .

【点评】 本题考查了反比例函数图象上的点的坐标特征，根据反比例函数解析式的变形， $k = xy$ 确定出横坐标与纵坐标的积等于 k 的值是解题的关键.

13. (4分) 将二次函数 $y = -(x-1)^2 - 2$ 的图象沿 y 轴向上平移 3 个单位，那么平移后的二次函数解析式为 $y = -(x-1)^2 + 1$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 直接根据“上加下减”的原则进行解答.

【解答】 解: 由“上加下减”的原则可知: 将二次函数 $y = -(x-1)^2 - 2$ 的图象沿 y 轴向上平移 3 个单位，那么平移后的二次函数解析式为: $y = -(x-1)^2 - 2 + 3$, 即 $y = -(x-1)^2 + 1$.

故答案为: $y = -(x-1)^2 + 1$.

【点评】 本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是

解答此题的关键.

14. (4分) 已知一个样本 4, 2, 7, x , 9 的平均数为 5, 则这个样本的中位数为 4.

【考点】W4: 中位数.

【分析】先由平均数的公式计算出 x 的值, 再根据中位数的定义求解即可.

【解答】解: $\because$ 一个样本 4, 2, 7, x , 9 的平均数为 5,

$$\therefore \frac{1}{5}(4+2+7+x+9) = 5,$$

解得: $x = 3$,

将该组数据按从小到大的顺序排列: 2, 3, 4, 7, 9,

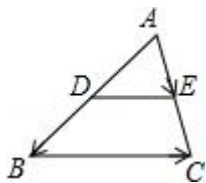
$\therefore$ 一共有 5 个数据, 第三个数据为 4,

$\therefore$ 中位数是 4.

故答案为 4.

【点评】本题考查平均数和中位数. 平均数等于数据总数除以总个数. 求一组数据的中位数时, 先将该组数据按从小到大 (或按从大到小) 的顺序排列, 然后根据数据的个数确定中位数: 当数据个数为奇数时, 则中间的一个数即为这组数据的中位数; 当数据个数为偶数时, 则最中间的两个数的算术平均数即为这组数据的中位数.

15. (4分) 如图, 已知点 D 、 E 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 则向量 $\overrightarrow{AE} = \underline{\underline{\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}}}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



【考点】LM: *平面向量.

【专题】31: 数形结合.

【分析】根据 $AD = \frac{1}{2}AB$, $DE = \frac{1}{2}BC$ 分别得出 $\overrightarrow{AD}$ 、 $\overrightarrow{DE}$, 继而根据 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$ 即可得出答案.

【解答】解: $\because D$ 、 E 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 的中点,

$\therefore AD = \frac{1}{2}AB$, $DE = \frac{1}{2}BC$ (中位线定理),

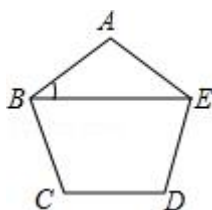
故可得: $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{a}$, $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\vec{b}$,

从而可得 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识, 解答本题要熟练向量的加减法则, 另外要掌握同一方向上线段与向量之间的转换, 难度一般.

16. (4分) 如图, BE 为正五边形 $ABCDE$ 的一条对角线, 则 $\angle ABE = \underline{36}^\circ$.



【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 先根据正多边形的每一个外角等于外角和除以边数, 求出一个内角的度数, 根据 $\triangle ABE$ 是等腰三角形, 一个三角形内角和 180° , 即可求出 $\angle ABE$ 的大小.

【解答】 解: $360^\circ \div 5 = 72^\circ$,

$180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$,

所以, 正五边形每个内角的度数为 108° ,

即可知 $\angle A = 108^\circ$,

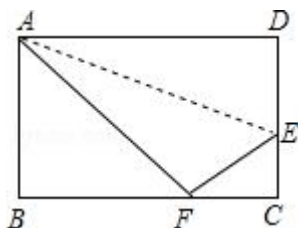
又知 $\triangle ABE$ 是等腰三角形,

则 $\angle ABE = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$.

故答案为 36.

【点评】 本题主要考查多边形内角与外角的知识点, 解答本题的关键是求出正五边形的内角, 此题基础题, 比较简单.

17. (4分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为边 CD 上一点, 沿 AE 折叠, 点 D 恰好落在 BC 边上的 F 点处, 若 $AB = 3$, $BC = 5$, 则 $\tan \angle EFC$ 的值为 $\underline{\frac{4}{3}}$.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】31：数形结合.

【分析】根据折叠的性质得出三角形 ABF 的各边长，然后利用等角变换得出 $\angle BAF = \angle CFE$ ，继而可得出答案.

【解答】解：根据题意可得：在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中： $AB = 3$ ， $AF = AD = BC = 5$ ，

$$\text{则 } BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = 4,$$

$$\text{又 } \because \angle EFC + \angle AFB = 90^\circ, \quad \angle AFB + \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle CFE,$$

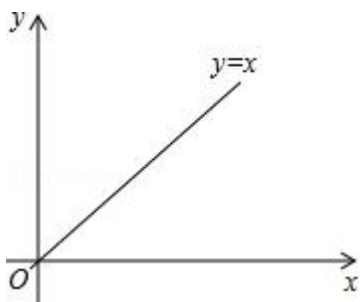
$$\text{故 } \tan \angle EFC = \tan \angle BAF = \frac{4}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{4}{3}.$$

【点评】本题考查了翻折变换及锐角三角函数的定义，解答本题的关键是解直角三角形 ABF ，另外要得出重要的一点是 $\angle BAF = \angle CFE$.

18. (4分) 如图，在直角坐标系中， $\odot P$ 的圆心是 $P(a, 2)$ ($a > 0$)，半径为 2；

直线 $y = x$ 被 $\odot P$ 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$ ，则 a 的值是 $2 - \sqrt{2}$ 或 $2 + \sqrt{2}$.

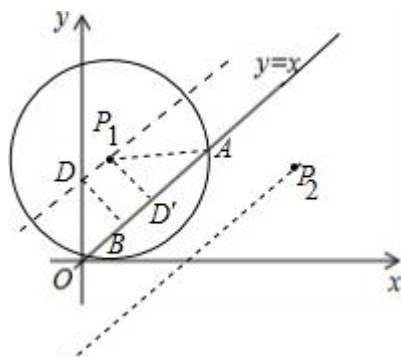


【考点】D5：坐标与图形性质；KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【分析】分为两种情况：①当 P 在直线 $y = x$ 的左边时，过 $P_1D \perp AB$ 于 D ，由垂径定理求出 AD 、由勾股定理求出 P_1D ，过 P_1 作 $P_1D \parallel$ 直线 $y = x$ ，交 y 轴于 D ，过 D 作 $DB \perp$ 直线 $y = x$ 于 B ，得出 $DB = P_1D = 1$ ， $OB = DB = 1$ ，由勾股定理求出 DO ，得出直线 P_1D 的解析式是 $y = x + \sqrt{2}$ ，把 $P(a, 2)$ 代入求出 a 即可；

②与①解法类似，当 P 在直线 $y=x$ 的右边时，同法得出直线的解析式 $y=x-\sqrt{2}$ ，把 $p(a, 2)$ 代入求出 a 的另一个值。

【解答】解：分为两种情况：



①当 P 在直线 $y=x$ 的左边时，过 $P_1D' \perp AB$ 于 D' ，

由垂径定理得： $AD' = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$ ，

$\because P_1A = 2$ ，由勾股定理得： $P_1D' = 1$ ，

过 P_1 作 $P_1D \parallel$ 直线 $y=x$ ，交 y 轴于 D ，过 D 作 $DB \perp$ 直线 $y=x$ 于 B ，则 $DB = P_1D = 1$ ，

$\because$ 直线 $y=x$ ，

$\therefore \angle DOB = 45^\circ$ ，

$\therefore OB = DB = 1$ ，由勾股定理得： $DO = \sqrt{2}$ ，

$\because$ 直线 $P_1D \parallel$ 直线 $y=x$ ，

$\therefore$ 直线 P_1D 的解析式是 $y = x + \sqrt{2}$ （即把直线 $y=x$ 相上平移 $\sqrt{2}$ 个单位），

$\therefore$ 把 $P(a, 2)$ 代入得： $2 = a + \sqrt{2}$ ，

$\therefore a = 2 - \sqrt{2}$ ，

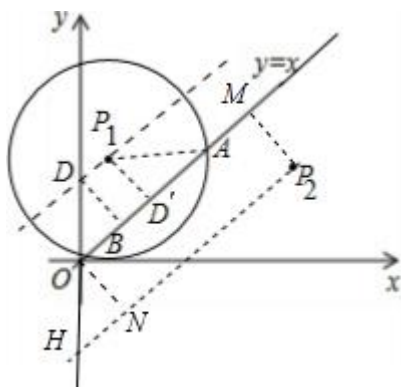
②当 P 在直线 $y=x$ 的右边时，与①解法类似， $P_2M = ON = 1$ ，

由勾股定理得 $OH = \sqrt{2}$ ，

把直线 $y=x$ 向下平移 $\sqrt{2}$ 个单位得出直线 $y = x - \sqrt{2}$ ，

把 $p(a, 2)$ 代入求出 a 的另一个值是 $2 + \sqrt{2}$ 。

故答案为： $2 - \sqrt{2}$ 或 $2 + \sqrt{2}$ 。



【点评】 本题考查了等腰三角形性质和判定，勾股定理，坐标与图形性质，垂径定理等知识点，主要考查学生的分析问题和解决问题的能力，注意：此题要进行分类讨论.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $\sqrt{18}-4\cos 45^{\circ}-(\pi-3.14)^0+(\frac{1}{2})^{-1}$.

【考点】 2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】 本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简、特殊角的三角函数值个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解：原式 $= 3\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + 2 = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 1 = \sqrt{2} + 1$.

【点评】 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、特殊角的三角函数值等考点的运算.

20. (10 分) 解方程： $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = 1$.

【考点】 B3：解分式方程.

【专题】 11：计算题.

【分析】 本题的最简公分母是 $(x+1)(x-1)$ ，方程两边都乘最简公分母，可把分式方程转换为整式方程求解.

【解答】 解：方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$,

得： $2+(x-1)=(x+1)(x-1)$,

解得： $x=2$ 或 -1 ,

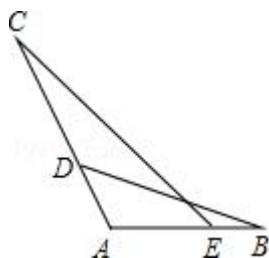
经检验： $x = 2$ 是原方程的解.

【点评】当分母是多项式，又能进行因式分解时，应先进行因式分解，再确定最简公分母. 解分式方程一定要注意代入最简公分母验根.

21. (10分) 已知：如图，点 D 、 E 分别在线段 AC 、 AB 上， $AD \cdot AC = AE \cdot AB$.

(1) 求证： $\triangle AEC \sim \triangle ADB$;

(2) $AB = 4$, $DB = 5$, $\sin C = \frac{1}{3}$, 求 $S_{\triangle ABD}$.



【考点】S9：相似三角形的判定与性质；T7：解直角三角形.

【专题】2B：探究型.

【分析】(1) 根据 $AD \cdot AC = AE \cdot AB$ ，可得到 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ，再根据 $\angle DAB = \angle EAC$ 即可得出结论；

(2) 由 (1) 可知 $\triangle AEC \sim \triangle ADB$ ，故 $\angle B = \angle C$ ，再过点 A 作 BD 的垂线，垂足为 F ，由锐角三角函数的定义可求出 AF 的长，再由三角形的面积即可得出结论.

【解答】(1) 证明： $\because AD \cdot AC = AE \cdot AB$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

又 $\because \angle DAB = \angle EAC$,

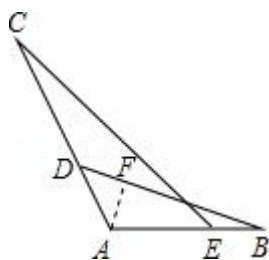
$\therefore \triangle AEC \sim \triangle ADB$;

(2) 解： $\because \triangle AEC \sim \triangle ADB$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

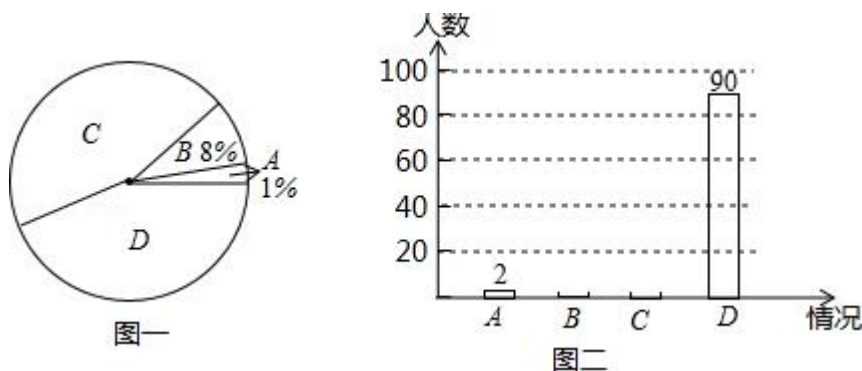
过点 A 作 BD 的垂线，垂足为 F ，则 $AF = AB \cdot \sin B = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times DB \cdot AF = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{3} = \frac{10}{3}.$$



【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质，根据题意判断出 $\triangle AEC \sim \triangle ADB$ 是解答此题的关键。

22. (10分) 从2011年5月1日起，我市公安部门加大了对“酒后驾车”的处罚力度，出台了不准酒后驾车的禁令。某记者在某区随机选取了几个停车场对开车的司机进行了相关的调查，本次调查结果有四种情况： A . 有酒后开车； B . 喝酒后不开车或请专业司机代驾； C . 开车当天不喝酒； D . 从不喝酒。将这次调查情况整理并绘制了如下尚不完整的统计图一和图二，请根据相关信息，解答下列问题。 III



- (1) 该记者本次一共调查了 200 名司机；
- (2) 图一中情况 D 所在扇形的圆心角为 162 $^{\circ}$ ；
- (3) 补全图二；
- (4) 在本次调查中，记者随机采访其中的一名司机，则他属情况 C 的概率是 $\frac{23}{50}$ ；
- (5) 若该区有 3 万名司机，则其中不违反“酒驾”禁令的人数约为 29700 人。

【考点】 V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图；X4：概率公式。

【分析】 (1) 从扇形图可看出 A 种情况占 1%，从条形图知道有 2 人，可求出总人数；

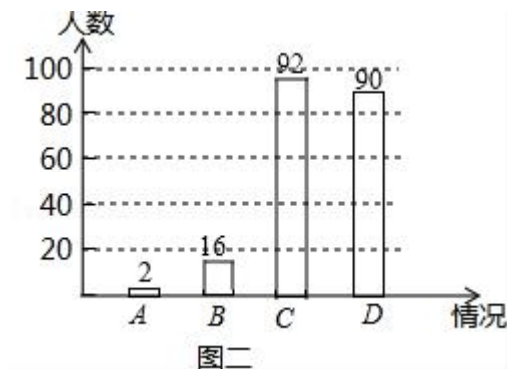
- (2) 求出 D 所占的百分比然后乘以 360° 就可得到圆心角度数；

- (3) 分别求出情况 B 、 C 的人数即可补全图二；
- (4) C 种情况的概率为 C 中调查的人数除以调查的总人数；
- (4) 3 万人数乘以不违反“酒驾”禁令的人数所占的百分比即可求出答案.

【解答】 解：(1) 该记者本次一共调查的司机数是： $2 \div 1\% = 200$ 名；

(2) 图一中情况 D 所在扇形的圆心角为 $360^\circ \times \frac{90}{200} = 162^\circ$ ；

(3) 如图：



(4) 在本次调查中, 记者随机采访其中的一名司机, 则他属情况 C 的概率是 $\frac{92}{200}$
 $= \frac{23}{50}$;

(5) 若该区有 3 万名司机, 则其中不违反“酒驾”禁令的人数约为 $30000 \times 99\%$
 $= 29700$ 人.

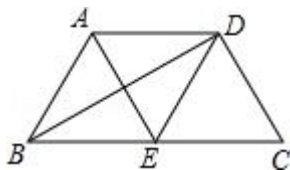
故答案为: 200, 162, $\frac{23}{50}$, 29700.

【点评】 本题考查对扇形图和条形图的认知能力, 知道扇形图表现的是部分占整体的百分比, 条形图告诉我们每组里面的具体数据, 从而可求答案.

23. (12 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于 E , 连接 ED .

(1) 求证: 四边形 $ABED$ 是菱形;

(2) 当 $\angle ABC = 60^\circ$, $EC = BE$ 时, 证明: 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形.



【考点】 KM: 等边三角形的判定与性质; L7: 平行四边形的判定与性质; L9: 菱形的判定; LK: 等腰梯形的判定.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 根据平行线性质和角平分线定义求出 $\angle ABD = \angle ADB$ ，推出 $AB = AD$ ， $AB = BE$ ，推出 $AD = BE$ ，得出平行四边形 $ABED$ ，根据菱形的判定推出即可；

(2) 推出等边三角形 ABE ，得出 $AE = AB$ ，推出平行四边形 $AECD$ ，推出 $AE = CD$ ，推出 $AB = CD$ 即可.

【解答】(1) 证明： $\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC,$$

$$\text{又} \because \angle ABD = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\therefore AB = AD,$$

$$\text{同理：} AB = BE,$$

$$\therefore AD = BE,$$

$$\text{又} \because AD \parallel BE,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABED \text{ 为平行四边形},$$

$$\text{又} \because AB = BE,$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABED \text{ 为菱形}.$$

(2) 证明： $\because AB = BE$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$$\therefore \triangle ABE \text{ 为等边三角形},$$

$$\therefore AB = AE.$$

$$\text{又} \because AD = BE = EC, AD \parallel EC.$$

$$\therefore \text{四边形 } AECD \text{ 为平行四边形},$$

$$\therefore AE = DC,$$

$$\therefore AB = DC,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 是等腰梯形}.$$

【点评】本题考查的知识点是等腰梯形的判定、菱形的判定、平行四边形的性质和判定、等边三角形的性质和判定，主要考查学生能否正确运用性质进行推理，本题综合性比较强，是一道比较好的题目.

24. (12分) 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + c$ 过点 $A(-1, 0)$;

直线 $l: y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 B , 与 y 轴交于点 C , 与抛物线的对称轴交

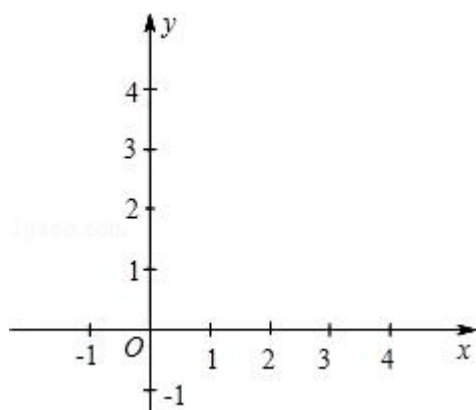
于点 M ; 抛物线的顶点为 D .

(1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标.

(2) 过点 A 作 $AP \perp l$ 于点 P , P 为垂足, 求点 P 的坐标.

(3) 若 N 为直线 l 上一动点, 过点 N 作 x 轴的垂线与抛物线交于点 E . 问: 是否存在这样的点 N , 使得以点 D 、 M 、 N 、 E 为顶点的四边形为平行四边形?

若存在, 求出点 N 的横坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 将点 A 的坐标代入抛物线解析式即可得出 c 的值, 从而得出了函数解析式, 化为顶点式可直接得出点 D 的坐标;

(2) 先求出 OB 、 BC , 然后根据 $\triangle ABP \sim \triangle OBC$, 求出 PB , 再由 $P_y = PB \sin \angle CBO$, 可得出点 P 的纵坐标, 代入函数解析式可得出横坐标;

(3) 根据题意可得要使得以点 D 、 M 、 N 、 E 为顶点的四边形为平行四边形, 只需 $NE = DM$ 即可, 从而得出方程, 求解即可得出点 N 的坐标.

【解答】解: (1) 将点 $(-1, 0)$ 代入 $y = -x^2 + 2x + c$,

得 $0 = -1 - 2 + c$,

解得: $c = 3$.

故可得抛物线解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$,

将抛物线的解析式化为顶点式为 $y = -(x - 1)^2 + 4$,

故顶点 D 的坐标为 $(1, 4)$;

(2) 由 $y = -\frac{3}{4}x+3$, 可得点 B 坐标为 $(4, 0)$,

设点 P 的坐标为 (x, y) ,

$$\because OB = 4, OC = 3,$$

$$\therefore BC = 5.$$

又 $\because \triangle ABP \sim \triangle CBO$,

$$\therefore \frac{PB}{AB} = \frac{OB}{BC},$$

$$\text{故 } PB = \frac{OB}{BC} \times AB = \frac{4}{5} \times 5 = 4,$$

又 $\because P_y = PB \sin \angle CBO$,

$$\therefore P_y = 4 \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5},$$

$$\text{代入 } y = -\frac{3}{4}x+3 \text{ 可得: } \frac{12}{5} = -\frac{3}{4}x+3,$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{5}.$$

所以点 P 坐标为 $(\frac{4}{5}, \frac{12}{5})$;

(3) 将 $x = 1$ 代入 $y = -\frac{3}{4}x+3$, 得 $y = \frac{9}{4}$, 故点 M 的坐标为 $(1, \frac{9}{4})$,

$$\text{即可得 } DM = D_{\text{纵坐标}} - M_{\text{纵坐标}} = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4},$$

要使得以点 D 、 M 、 N 、 E 为顶点的四边形为平行四边形, 只需 $NE = DM$ 即可,

即只要 $NE = \frac{7}{4}$ 即可,

设点 N 坐标为 $(x, -\frac{3}{4}x+3)$, 点 E 坐标为 $(x, -x^2+2x+3)$,

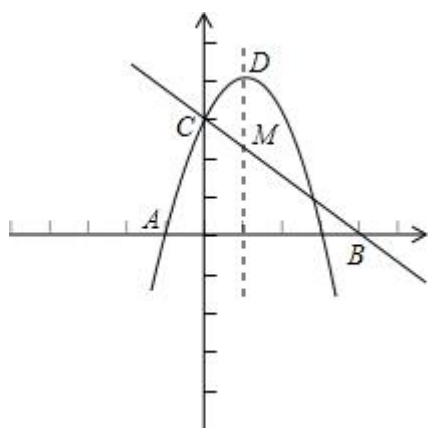
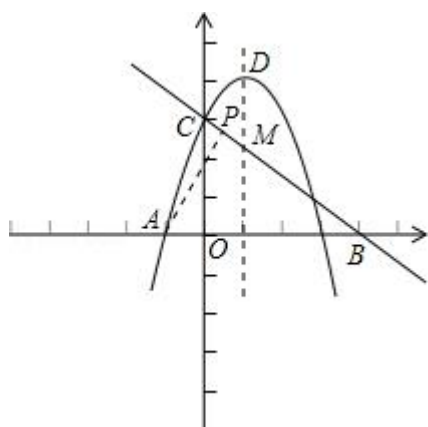
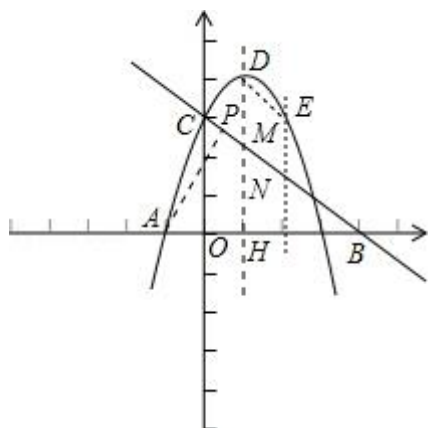
$$\textcircled{1} \text{ 由 } NE = E_{\text{纵坐标}} - N_{\text{纵坐标}} = (-x^2+2x+3) - (-\frac{3}{4}x+3) = \frac{7}{4}, \text{ 得 } 4x^2 - 11x + 7 = 0,$$

解之得 $x = \frac{7}{4}$ 或 $x = 1$ (此时点 N 和 D 、 M 共线, 不合题意, 舍去),

$$\textcircled{2} \text{ 由 } NE = N_{\text{纵坐标}} - E_{\text{纵坐标}} = (-\frac{3}{4}x+3) - (-x^2+2x+3) = \frac{7}{4}, \text{ 得 } 4x^2 - 11x - 7 = 0,$$

$$\text{解得: } x = \frac{11 \pm \sqrt{233}}{8},$$

综上所述, 满足题意的点 N 的横坐标为 $x_1 = \frac{7}{4}$, $x_2 = \frac{11+\sqrt{233}}{8}$, $x_3 = \frac{11-\sqrt{233}}{8}$.



【点评】此题考查了二次函数的综合题，涉及了相似三角形的判定与性质、平行四边形的判定及解方程的知识，解答此类大综合题关键是能够将所学的知识融会贯通.

25. (14 分) 已知: 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 射线 AE 与射线 BC 交于点 E , 射线 AF 与射线 CD 交于点 F , $\angle EAF = 45^\circ$.

(1) 如图 1, 当点 E 在线段 BC 上时, 试猜想线段 EF 、 BE 、 DF 有怎样的数量关系? 并证明你的猜想.

(2) 设 $BE = x$, $DF = y$, 当点 E 在线段 BC 上运动时 (不包括点 B 、 C), 如图 1, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并指出 x 的取值范围.

(3) 当点 E 在射线 BC 上运动时 (不含端点 B), 点 F 在射线 CD 上运动. 试判断以 E 为圆心以 BE 为半径的 $\odot E$ 和以 F 为圆心以 FD 为半径的 $\odot F$ 之间的位置关系.

(4) 当点 E 在 BC 延长线上时, 设 AE 与 CD 交于点 G , 如图 2. 问 $\triangle EGF$ 与 $\triangle EFA$ 能否相似? 若能相似, 求出 BE 的值; 若不可能相似, 请说明理由.

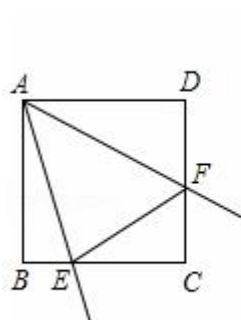


图1

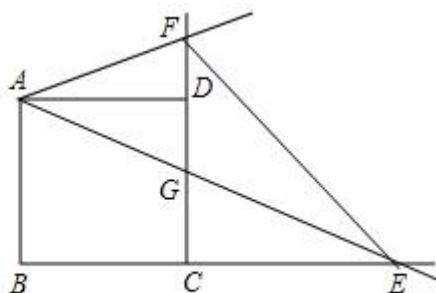


图2

【考点】 SO: 相似形综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 将 $\triangle ADF$ 绕着点 A 按顺时针方向旋转 90° , 得 $\triangle ABF'$, 易知点 F' 、 B 、 E 在一直线上. 证得 $\triangle AF'E \cong \triangle AFE$. 从而得到 $EF = F'E = BE + DF$;

(2) 由 (1) 得 $EF = x + y$ 再根据 $CF = 1 - y$, $EC = 1 - x$, 得到 $(1 - y)^2 + (1 - x)^2 = (x + y)^2$. 化简即可得到 $y = \frac{1-x}{1+x}$ ($0 < x < 1$).

(3) 当点 E 在点 B 、 C 之间时, 由 (1) 知 $EF = BE + DF$, 故此时 $\odot E$ 与 $\odot F$ 外切; 当点 E 在点 C 时, $DF = 0$, $\odot F$ 不存在. 当点 E 在 BC 延长线上时, 将 $\triangle ADF$ 绕着点 A 按顺时针方向旋转 90° , 得 $\triangle ABF'$, 证得 $\triangle AF'E \cong \triangle AFE$. 即可得到 $EF = EF' = BE - BF' = BE - FD$. 从而得到此时 $\odot E$ 与 $\odot F$ 内切.

(4) $\triangle EGF$ 与 $\triangle EFA$ 能够相似, 只要当 $\angle EFG = \angle EAF = 45^\circ$ 即可. 这时有 $CF = CE$. 设 $BE = x$, $DF = y$, 由 (3) 有 $EF = x - y$. 由 $CE^2 + CF^2 = EF^2$, 得 $(x - 1)^2 + (1 + y)^2 = (x - y)^2$.

化简可得 $y = \frac{x-1}{x+1}$ ($x > 1$). 又由 $EC = FC$, 得 $x - 1 = 1 + y$, 即 $x - 1 = 1 + \frac{x-1}{x+1}$, 化

简得 $x^2 - 2x - 1 = 0$, 解之即可求得 BE 的长.

【解答】解：（1）猜想： $EF = BE + DF$ ．理由如下：

将 $\triangle ADF$ 绕着点 A 按顺时针方向旋转 90° ，得 $\triangle ABF'$ ，易知点 F' 、 B 、 E 在一直线上．如图1．

$$\because AF' = AF,$$

$$\angle F'AE = \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle EAF,$$

$$\text{又} \because AE = AE,$$

$$\therefore \triangle AF'E \cong \triangle AFE.$$

$$\therefore EF = F'E = BE + DF;$$

（2）由（1）得 $EF = x + y$

$$\text{又 } CF = 1 - y, EC = 1 - x,$$

$$\therefore (1 - y)^2 + (1 - x)^2 = (x + y)^2.$$

$$\text{化简可得 } y = \frac{1-x}{1+x} \quad (0 < x < 1);$$

（3）①当点 E 在点 B 、 C 之间时，由（1）知 $EF = BE + DF$ ，故此时 $\odot E$ 与 $\odot F$ 外切；

②当点 E 在点 C 时， $DF = 0$ ， $\odot F$ 不存在．

③当点 E 在 BC 延长线上时，将 $\triangle ADF$ 绕着点 A 按顺时针方向旋转 90° ，得 $\triangle ABF'$ ，图2．

$$\text{有 } AF' = AF, \angle 1 = \angle 2, BF' = FD,$$

$$\therefore \angle F'AF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle F'AE = \angle EAF = 45^\circ.$$

$$\text{又 } AE = AE,$$

$$\therefore \triangle AF'E \cong \triangle AFE.$$

$$\therefore EF = EF' = BE - BF' = BE - FD.$$

$\therefore$ 此时 $\odot E$ 与 $\odot F$ 内切．

综上所述，当点 E 在线段 BC 上时， $\odot E$ 与 $\odot F$ 外切；当点 E 在 BC 延长线上时， $\odot E$ 与 $\odot F$ 内切；

(4) $\triangle EGF$ 与 $\triangle EFA$ 能够相似, 只要当 $\angle EFG = \angle EAF = 45^\circ$ 即可.

这时有 $CF = CE$. $\cdots$ (1 分)

设 $BE = x$, $DF = y$, 由 (3) 有 $EF = x - y$.

由 $CE^2 + CF^2 = EF^2$, 得 $(x - 1)^2 + (1 + y)^2 = (x - y)^2$.

化简可得 $y = \frac{x-1}{x+1}$ ($x > 1$).

又由 $EC = FC$, 得 $x - 1 = 1 + y$, 即 $x - 1 = 1 + \frac{x-1}{x+1}$, 化简得

$x^2 - 2x - 1 = 0$, 解之得

$x = 1 + \sqrt{2}$ 或 $x = 1 - \sqrt{2}$ (不符题意, 舍去).

$\therefore$ 所求 BE 的长为 $1 + \sqrt{2}$.

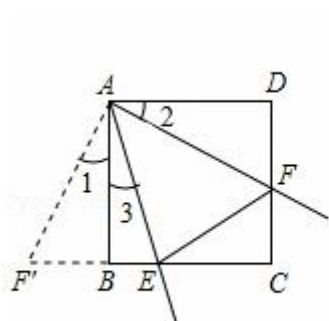


图1

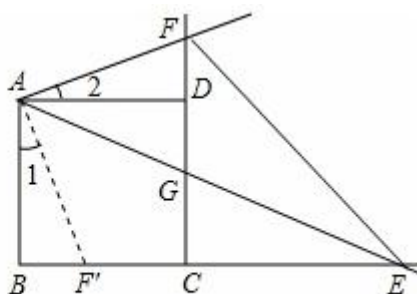


图2

【点评】 本题考查了相似形的综合知识, 此类题目往往是中考的压轴题, 难度较大. 往往考查初中学段的综合知识, 有时候还会与函数知识相结合, 无形中提高了难度.