

2012 年上海市杨浦区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列二次根式中，属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{a^2 - b^2}$ C. $\sqrt{a^4}$ D. $\sqrt{\frac{x}{3}}$

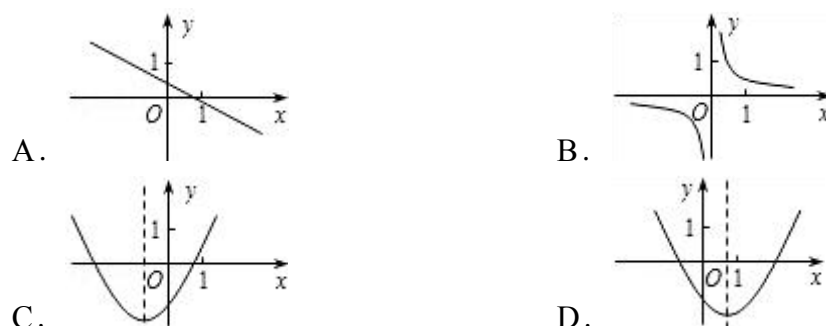
2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{4} = \pm 2$ B. $-(x - 1) = -x - 1$
C. $-3^2 = 9$ D. $-|-2| = -2$

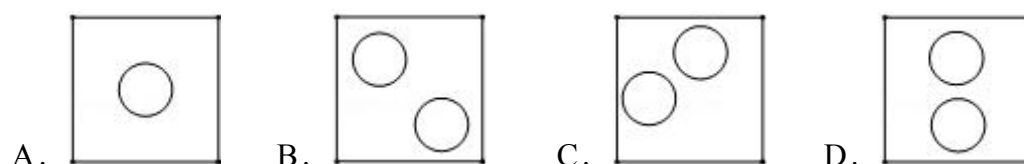
3. (4 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - ax - 1 = 0$ 根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 没有实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 根的情况无法确定

4. (4 分) 下列四个函数图象中，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大的是 ()



5. (4 分) 一名同学想用正方形和圆设计一个图案，要求整个图案关于正方形的某条对角线对称，那么下列图案中不符合要求的是 ()



6. (4 分) 下列命题中，正确的是 ()

- A. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 上中线，则 $CD = \frac{1}{2}AB$
- B. 点 P 是 $\angle AOB$ 的平分线上一点，点 M 、 N 分别在 OA 、 OB 上，则 $PM = PN$
- C. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = 30^\circ$ ，则 $AC = \frac{1}{2}AB$

D. 一边上的中线等于这边的一半的三角形是直角三角形

二、填空题：(本大题 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $-2x^3y^2 \div xy =$ _____.

8. (4 分) 分解因式： $x^2 - 9 =$ _____.

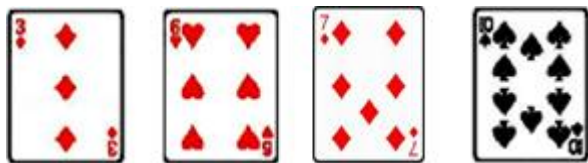
9. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=1$ 的解是 $x =$ _____.

10. (4 分) 若点 $M(x-1, 3-x)$ 在第二象限，则 x 的取值范围是_____.

11. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象在第二、四象限内，那么 k 的取值范围是_____.

12. (4 分) 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图象与直线 $y = 2x$ 平行，且过点 $(-3, 5)$ ，那么该一次函数解析式为_____.

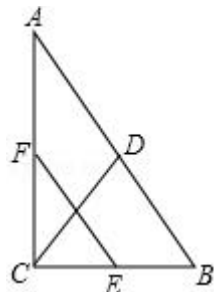
13. (4 分) 如图是同一副扑克中的 4 张扑克牌的正面，将它们正面朝下洗匀后放在桌上，从中抽出一张，则抽到奇数的概率是_____.



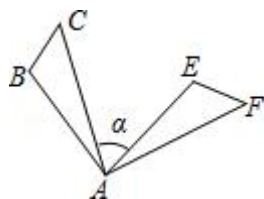
14. (4 分) 在 $\square ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AO} =$ _____ (用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示).

15. (4 分) 在半径为 5 的圆中， 30° 的圆心角所对的弧长为_____ (结果保留 π).

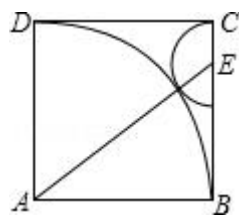
16. (4 分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 、 E 、 F 分别是 AB 、 BC 、 CA 的中点，若 $CD = 5cm$ ，则 $EF =$ _____ cm .



17. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 80° 得到 $\triangle AEF$ ，若 $\angle B = 100^\circ$ ， $\angle F = 50^\circ$ ，则 $\angle \alpha$ 的度数是_____.



18. (4分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 是 BC 边上一点, 以 E 为圆心、 EC 为半径的半圆与以 A 为圆心, AB 为半径的圆弧外切, 则 $S_{\text{四边形 } ADCE} : S_{\text{正方形 } ABCD}$ 的值为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $|\sqrt{3} - 2| + 2010^0 - (-\frac{1}{3})^{-1} + 3\tan 30^\circ$.

20. (10分) 解方程: $\frac{4x}{x^2 - 9} = 1 + \frac{2}{x-3} - \frac{2}{x+3}$.

21. (10分) 如图, 在单位长度为 1 的正方形网格中, 一段圆弧经过网格的交点 A 、 B 、 C .

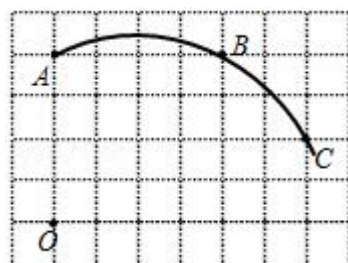
(1) 请完成如下操作:

- ①以点 O 为原点、网格边长为单位长, 建立平面直角坐标系;
- ②根据图形提供的信息, 标出该圆弧所在圆的圆心 D , 并连接 AD 、 CD .

(2) 请在 (1) 的基础上, 完成下列填空:

- ①写出点的坐标: C ____、 D _____;
- ② $\odot D$ 的半径 = _____;

(3) 求 $\angle ACO$ 的正弦值.



22. (10分) 小明家买了一辆小轿车, 小明连续记录了某一周每天行驶的路程:

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

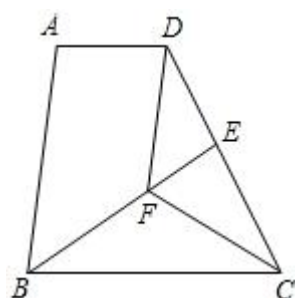
路程(千米)	6	6	8	8	10	20	12
--------	---	---	---	---	----	----	----

请你用学过的知识解决下面的问题:

- (1) 请你估计小明家的轿车每月(按 30 天计算)要行驶多少千米?
 - (2) 已知每行驶 100 千米需汽油 x 升, 汽油每升 y 元, 试用含 x 、 y 的代数式表示小明家每月的汽油费, 此代数式为_____;
 - (3) 设 $x = 10$, $y = 8$, 请你求出小明家一年(按 12 个月计算)的汽油费用大约是多少元(精确到千元).
- (注: 第(1)、(3)小题须写出必要步骤)

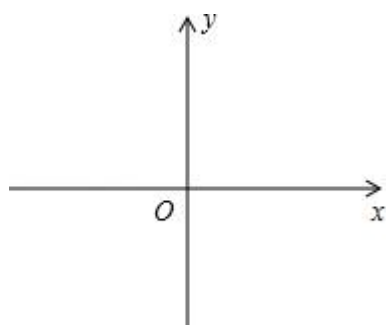
23. (12 分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = DC$, CF 平分 $\angle BCD$, $DF \parallel AB$, BF 的延长线交 DC 于点 E . 求证:

- (1) $\triangle BFC \cong \triangle DFC$;
- (2) $AD = DE$.



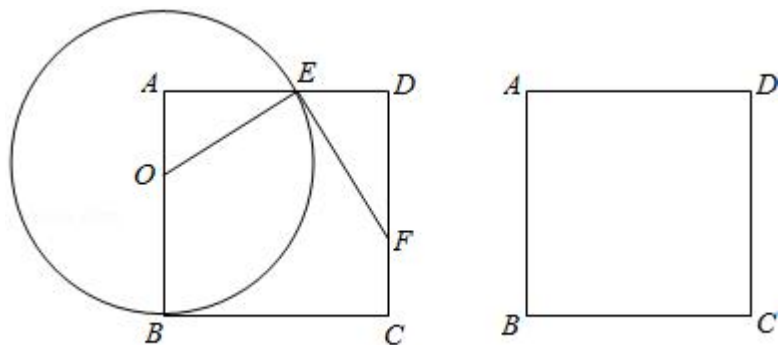
24. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 - x - c$ 过点 $A(-6, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 顶点为 D , 对称轴是直线 $x = -2$.

- (1) 求此抛物线的表达式及点 D 的坐标;
- (2) 连接 DO , 求证: $\angle AOD = \angle ABO$;
- (3) 点 P 在 y 轴上, 且 $\triangle ADP$ 与 $\triangle AOB$ 相似, 求点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知: 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, 点 O 为边 AB 上一动点, 以点 O 为圆心, OB 为半径的 $\odot O$ 交边 AD 于点 E (不与点 A 、 D 重合), EF

$\perp OE$ 交边 CD 于点 F . 设 $BO = x$, $AE = y$.



(备用图)

- (1) 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (2) 在点 O 运动的过程中, $\triangle EFD$ 的周长是否发生变化? 如果发生变化, 请用 x 的代数式表示 $\triangle EFD$ 的周长; 如果不变化, 请求出 $\triangle EFD$ 的周长;
- (3) 以点 A 为圆心, OA 为半径作圆, 在点 O 运动的过程中, 讨论 $\odot O$ 与 $\odot A$ 的位置关系, 并写出相应的 x 的取值范围.

2012 年上海市杨浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列二次根式中，属于最简二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{12}$

B. $\sqrt{a^2-b^2}$

C. $\sqrt{a^4}$

D. $\sqrt{\frac{x}{3}}$

【考点】74：最简二次根式.

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【解答】解：A、 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式；

B、 $\sqrt{a^2-b^2}$ ，符合最简二次根式的定义；

C、 $\sqrt{a^4}=a^2$ ，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式；

D、 $\sqrt{\frac{x}{3}}$ ，被开方数含分母，不是最简二次根式；

故选：B.

【点评】本题考查最简二次根式的定义. 根据最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：

（1）被开方数不含分母；

（2）被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

2.（4 分）下列运算正确的是（ ）

A. $\sqrt{4} = \pm 2$

B. $-(x-1) = -x-1$

C. $-3^2 = 9$

D. $-|-2| = -2$

【考点】15：绝对值；1E：有理数的乘方；22：算术平方根；36：去括号与添括号.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据算术平方根的定义，去括号法则，有理数的乘方，绝对值的性质，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解： A 、 $\sqrt{4}=2$ ，故本选项错误；

B 、 $-(x-1)=-x+1$ ，故本选项错误；

C 、 $-3^2=-9$ ，故本选项错误；

D 、 $-|-2|=-2$ ，故本选项正确．

故选： D ．

【点评】本题综合考查了算术平方根的定义，绝对值的性质，有理数的乘方，去括号法则，要注意乘方时有括号与没有括号的区别．

3. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2-ax-1=0$ 根的情况是()

A. 有两个相等的实数根

B. 没有实数根

C. 有两个不相等的实数根

D. 根的情况无法确定

【考点】1F：非负数的性质：偶次方；AA：根的判别式．

【分析】由一元二次方程 $x^2-ax-1=0$ ，即可得判别式 $\Delta=a^2+4>0$ ，则可得关于 x 的一元二次方程 $x^2-ax-1=0$ 根的情况是有两个不相等的实数根．

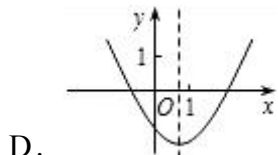
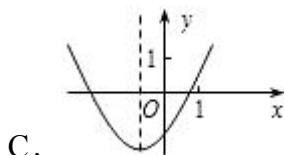
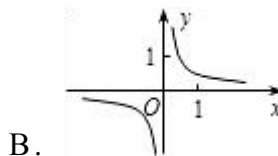
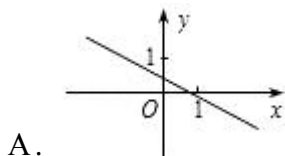
【解答】解： $\because \Delta=(-a)^2-4\times 1\times (-1)=a^2+4>0$ ，

$\therefore$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-ax-1=0$ 根的情况是：有两个不相等的实数根．

故选： C ．

【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式的知识．此题难度不大，注意一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：①当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；②当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；③当 $\Delta<0$ 时，方程无实数根；反之也成立．

4. (4分) 下列四个函数图象中，当 $x>0$ 时， y 随 x 的增大而增大的是()



【考点】F3：一次函数的图象；G2：反比例函数的图象；H2：二次函数的图象．

【专题】16：压轴题．

【分析】分别根据各函数图象的特点进行逐一分析即可．

【解答】解：A、错误，此函数为减函数， y 随 x 的增大而减小；

B、错误，此函数为反比例函数， $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小；

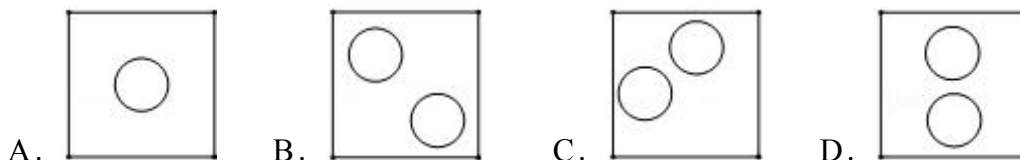
C、正确，此函数为二次函数， $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大；

D、错误，此函数为二次函数， $x > 0$ 时，在对称轴的左侧 y 随 x 的增大而减小，
在对称轴的右侧 y 随 x 的增大而增大．

故选：C．

【点评】此类题可用数形结合的思想进行解答．

5. (4 分) 一名同学想用正方形和圆设计一个图案，要求整个图案关于正方形的某条对角线对称，那么下列图案中不符合要求的是 ()



【考点】P3：轴对称图形．

【分析】轴对称图形是针对一个图形而言的，是一种具有特殊性质图形，被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时，互相重合．

【解答】解：A、图象关于对角线所在的直线对称，两条对角线都是其对称轴；
故符合要求；

B、图象关于对角线所在的直线对称，两条对角线都是其对称轴；故符合要求；

C、图象关于对角线所在的直线对称，有一条对称轴；故符合要求；

D、图象关于对角线所在的直线不对称；故不符合要求；

故选：D．

【点评】本题考查了轴对称图形，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合．

6. (4 分) 下列命题中，正确的是 ()

A. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 上中线，则 $CD = \frac{1}{2}AB$

B. 点 P 是 $\angle AOB$ 的平分线上一点，点 M 、 N 分别在 OA 、 OB 上，则 $PM = PN$

C. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = 30^\circ$ ，则 $AC = \frac{1}{2}AB$

D. 一边上的中线等于这边的一半的三角形是直角三角形

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】根据直角三角形的性质、角平分线的性质、含 30° 角的直角三角形的性质、直角三角形的判定即可作出判断.

【解答】解:A、只有当 $\angle C = 90^\circ$ 时,如果 CD 是 AB 上的中线,才有 $CD = \frac{1}{2}AB$.故命题错误;

B、点 P 是 $\angle AOB$ 的平分线上一点,如果 $PM \perp OA$ 于 M , $PN \perp OB$ 于 N , 则 $PM = PN$. 故命题错误;

C、只有当 $\angle C = 90^\circ$ 时,若 $\angle B = 30^\circ$, 才有 $AC = \frac{1}{2}AB$. 故命题错误;

D、正确.

故选: D.

【点评】本题主要考查命题的真假判断,正确的命题叫真命题,错误的命题叫做假命题. 判断命题真假的关键是要熟悉课本中的定理.

二、填空题: (本大题 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $-2x^3y^2 \div xy = \underline{-2x^2y}$.

【考点】4H: 整式的除法.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据单项式相除,把系数和同底数幂分别相除,作为商的因式,对于只在被除式里含有的字母,则连同它的指数一起作为商的一个因式,利用这个法则即可求出结果.

【解答】解: $-2x^3y^2 \div xy$,
 $= -2x^{3-1}y^{2-1}$,
 $= -2x^2y$.

【点评】本题考查单项式除以单项式运算,熟练掌握运算法则是解题的关键.

8. (4 分) 分解因式: $x^2 - 9 = \underline{(x+3)(x-3)}$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】本题中两个平方项的符号相反,直接运用平方差公式分解因式.

【解答】解: $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$.

故答案为: $(x+3)(x-3)$.

【点评】主要考查平方差公式分解因式，熟记能用平方差公式分解因式的多项式的特征，即“两项、异号、平方式”是避免错用平方差公式的有效方法.

9. (4分) 方程 $\sqrt{x+2}=1$ 的解是 $x = \underline{-1}$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】先两边平方，将无理方程转化为一元一次方程来解.

【解答】解：两边平方得： $x+2=1$,

解得 $x = -1$.

故本题答案为： $x = -1$.

【点评】解无理方程时除了须将其转化为元一次方程等有理方程外，还需要验根，以避免负根的产生.

10. (4分) 若点 $M(x-1, 3-x)$ 在第二象限，则 x 的取值范围是 $\underline{x < 1}$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组；D1: 点的坐标.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据第二象限内的点的特点列出不等式组，然后求解即可.

【解答】解： $\because$ 点 $M(x-1, 3-x)$ 在第二象限，

$$\therefore \begin{cases} x-1 < 0 \text{ ①} \\ 3-x > 0 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得， $x < 1$,

由②得， $x < 3$,

所以，不等式组的解集是 $x < 1$,

即 x 的取值范围是 $x < 1$.

故答案为： $x < 1$.

【点评】本题考查了点的坐标与解一元一次不等式组，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$.

11. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象在第二、四象限内，那么 k 的取值范围是 $\underline{k < 1}$.

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】 根据 $k < 0$ 时，图象是位于二、四象限即可得出结果.

【解答】 解：由题意可得 $k - 1 < 0$,

则 $k < 1$.

故答案为： $k < 1$.

【点评】 此题主要考查反比例函数图象的性质：(1) $k > 0$ 时，图象是位于一、三象限. (2) $k < 0$ 时，图象是位于二、四象限.

12. (4 分) 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图象与直线 $y = 2x$ 平行，且过点 $(-3, 5)$ ，那么该一次函数解析式为 $y = 2x + 11$.

【考点】 FF：两条直线相交或平行问题.

【分析】 根据平行直线的解析式的 k 值相等求出 k ，然后把点 $(-3, 5)$ 的坐标代入一次函数解析式计算即可得解.

【解答】 解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与直线 $y = 2x$ 平行，

$$\therefore k = 2,$$

$\because$ 一次函数过点 $(-3, 5)$,

$$\therefore 2 \times (-3) + b = 5,$$

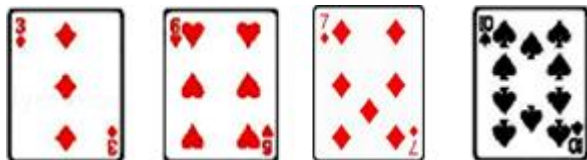
解得 $b = 11$,

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = 2x + 11$.

故答案为： $y = 2x + 11$.

【点评】 本题考查了两直线平行的问题，根据平行直线的解析式的 k 值相等求出一函数解析式的 k 值是解题的关键.

13. (4 分) 如图是同一副扑克中的 4 张扑克牌的正面，将它们正面朝下洗匀后放在桌上，从中抽出一张，则抽到奇数的概率是 $\frac{1}{2}$.



【考点】 X4：概率公式.

【分析】 4 张扑克牌中，点数为奇数的为方片 3 和方片 7，共两张，可根据概率公式直接解答.

【解答】 解： $\because$ 一共有 4 张扑克牌，而点数为奇数的为方片 3 和方片 7，共两张，

$$\therefore P(\text{抽到奇数的概率}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

故答案 $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查了概率公式：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. (4分) 在 $\square ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

(用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示).

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 首先由平行四边形的性质求得: $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, 又由平行四边形

法则求得: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$, 则问题得解.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC, AD = BC, AD \parallel BC,$$

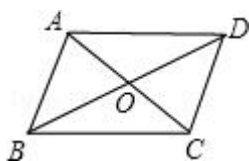
$$\therefore \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.



【点评】 本题考查了平面向量的性质与平行四边形的性质. 此题难度不大, 注意数形结合思想的应用.

15. (4分) 在半径为 5 的圆中, 30° 的圆心角所对的弧长为 $\frac{5}{6}\pi$ (结果保留 π).

【考点】 MN: 弧长的计算.

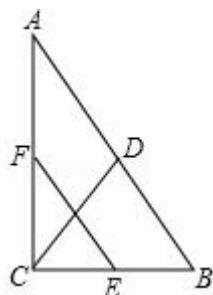
【分析】 直接利用弧长公式计算即可.

【解答】解： $L = \frac{n\pi R}{180} = \frac{30\pi \cdot 5}{180} = \frac{5\pi}{6}$.

【点评】主要考查弧长公式 $L = \frac{n\pi R}{180}$. [常见错误]主要错误是部分学生与扇形面

积公式 $S = \frac{n\pi R^2}{360}$ 混淆, 得到 $\frac{25}{12}\pi$ 错误答案, 或利用计算器得到 0.83π 或 0.833π 的答案.

16. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 、 E 、 F 分别是 AB 、 BC 、 CA 的中点, 若 $CD = 5\text{cm}$, 则 $EF = \underline{5}\text{cm}$.



【考点】KP: 直角三角形斜边上的中线; KX: 三角形中位线定理.

【分析】已知 CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 的中线, 那么 $AB = 2CD$; EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 则 EF 应等于 AB 的一半.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 是直角三角形, CD 是斜边的中线,

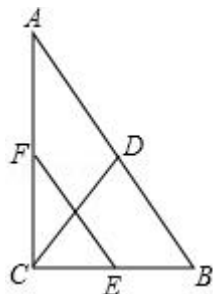
$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB,$$

又 $\because EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore AB = 2CD = 2 \times 5 = 10\text{cm},$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2} \times 10 = 5\text{cm}.$$

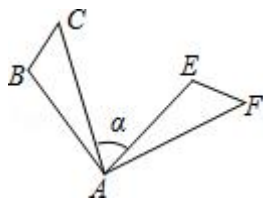
故答案为: 5



【点评】用到的知识点为: (1) 直角三角形斜边的中线等于斜边的一半; (2) 三角形的中位线等于对应边的一半.

17. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 80° 得到 $\triangle AEF$, 若 $\angle B = 100^\circ$,

$\angle F = 50^\circ$ ，则 $\angle \alpha$ 的度数是 50° 。



【考点】R2：旋转的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】由 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 80° 得到 $\triangle AEF$ ，根据旋转的性质得到 $\angle C = \angle F = 50^\circ$ ， $\angle BAE = 80^\circ$ ，再根据三角形的内角和定理得到 $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$ ，由此可得到 $\angle \alpha$ 的度数．

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 80° 得到 $\triangle AEF$ ，

$\therefore \angle C = \angle F = 50^\circ$ ， $\angle BAE = 80^\circ$ ，

而 $\angle B = 100^\circ$ ，

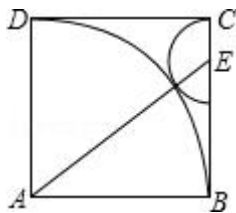
$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle \alpha = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ ．

故答案为： 50° ．

【点评】本题考查了旋转的性质：旋转前后的两个图形全等，对应点与旋转中心的连线的夹角定义旋转角；也考查了三角形的内角和定理．

18. (4分) 如图，正方形 $ABCD$ 中， E 是 BC 边上一点，以 E 为圆心、 EC 为半径的半圆与以 A 为圆心， AB 为半径的圆弧外切，则 $S_{\text{四边形 } ADCE} : S_{\text{正方形 } ABCD}$ 的值为 $\frac{5}{8}$ ．



【考点】LE：正方形的性质；MK：相切两圆的性质．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】过点 E 作 EF 垂直于 AD ，交 AD 于点 F ，设 $EC = x$ ， $AB = y$ ，由 $ABCD$ 为正方形得到四条边相等，四个角为直角，利用三个角为直角的四边形为矩形得到 $DCEF$ 为矩形，根据矩形的性质得到 $CE = DF$ ， $EF = DC$ ，由 $AD - DF$

$= AD - EC = y - x$ ，再由两半圆外切，得到两圆心距等于两半径相加，可得出 $AE = x + y$ ，在直角三角形 AEF 中，利用勾股定理列出关系式，整理后得到 $y = 4x$ ，由四边形 $AECD$ 为直角梯形，利用直角梯形的面积公式表示出梯形 $AECD$ 的面积，再利用正方形的面积公式表示出 $ABCD$ 的面积，将 $x = \frac{1}{4}y$ 代入，整理后即可求出所求的比值。

【解答】解：过 E 作 $EF \perp AD$ ，交 AD 于点 F ，如图所示：

可得 $\angle EFA = 90^\circ$ ，

设 $EC = x$ ， $AB = y$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AD = AB = BC = CD = y$ ， $\angle ADC = \angle DAB = \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ，

$\therefore DFEC$ 为矩形，

$\therefore EF = DC = y$ ， $AF = AD - DF = AD - CE = y - x$ ，

$\because$ 圆 E 与圆 A 外切，

$\therefore AE = x + y$ ，

在 $Rt\triangle AEF$ 中，根据勾股定理得： $AE^2 = EF^2 + AF^2$ ，

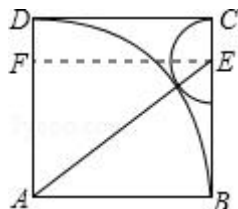
即 $(x + y)^2 = y^2 + (y - x)^2$ ，

整理得： $y = 4x$ ，即 $x = \frac{1}{4}y$ ，

$\therefore S_{\text{梯形}ADCE} = \frac{1}{2}(EC + AD) \cdot CD = \frac{1}{2}y(x + y) = \frac{5}{8}y^2$ ， $S_{\text{正方形}ABCD} = y^2$ ，

则 $S_{\text{四边形}ADCE} : S_{\text{正方形}ABCD} = \frac{5}{8}y^2 : y^2 = \frac{5}{8}$ 。

故答案为： $\frac{5}{8}$ 。



【点评】此题考查了相切两圆的性质，正方形的性质，勾股定理，以及梯形、正方形面积的求法，利用了转化的数学思想，熟练掌握性质及定理是解本题的关键。

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算: $|\sqrt{3}-2|+2010^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}+3\tan 30^\circ$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 本题涉及零指数幂、负整数指数幂、二次根式化简、特殊角的三角函数值 4 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解: 原式 $= 2 - \sqrt{3} + 1 + 3 + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= 6$.

【点评】 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值、特殊角的三角函数值等考点的运算.

20. (10 分) 解方程: $\frac{4x}{x^2-9} = 1 + \frac{2}{x-3} - \frac{2}{x+3}$.

【考点】 A8: 解一元二次方程 - 因式分解法; B3: 解分式方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 观察可得方程最简公分母为 $(x^2 - 9)$. 去分母, 转化为整式方程求解. 结果要检验.

【解答】 解: 方程两边同乘以 $(x+3)(x-3)$ 得: (1 分)

$4x = x^2 - 9 + 2(x+3) - 2(x-3)$, (2 分)

整理得: $x^2 - 4x + 3 = 0$, (2 分)

解得: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, (3 分)

经检验: $x_2 = 3$ 是原方程的增根, (1 分)

所以, 原方程的解为 $x = 1$. (1 分)

【点评】 (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解;

(2) 解分式方程一定注意要验根.

21. (10 分) 如图, 在单位长度为 1 的正方形网格中, 一段圆弧经过网格的交点 A、B、C.

(1) 请完成如下操作:

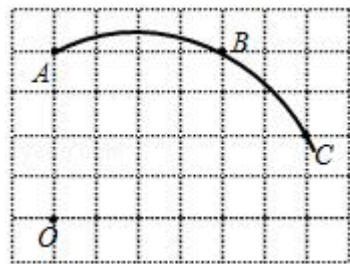
- ①以点 O 为原点、网格边长为单位长，建立平面直角坐标系；
 ②根据图形提供的信息，标出该圆弧所在圆的圆心 D ，并连接 AD 、 CD 。

(2) 请在 (1) 的基础上，完成下列填空：

①写出点的坐标： C $(6, 2)$ 、 D $D(2, 0)$ ；

② $\odot D$ 的半径 = $2\sqrt{5}$ ；

(3) 求 $\angle ACO$ 的正弦值。



【考点】 MR：圆的综合题。

【专题】 16：压轴题。

【分析】 (1) 根据点的坐标的表示， C 的坐标即可得到，首先作出弦 AB 与 BC 的中垂线，中垂线的交点就是 D ，即可确定点 D 的坐标；

(2) ①根据 (1) 中的平面直角坐标系直接填空；

②在直角 $\triangle AOD$ 中，利用勾股定理即可求解；

(3) 连接 AC 、 OC 。过 C 作 $CH \perp AO$ 于点 H ，过点 A 作 $AM \perp CO$ 于点 M 。利用三角形 AOC 的面积等积转换求得 AM 的长度，然后在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中利用正弦函数的定义求得 $\angle ACO$ 的正弦值。

【解答】 解：(1) 直角坐标系、点 D 的在该坐标系中的位置如图所示：

(2) 解：①根据图示知， $C(6, 2)$ ， $D(2, 0)$ ，

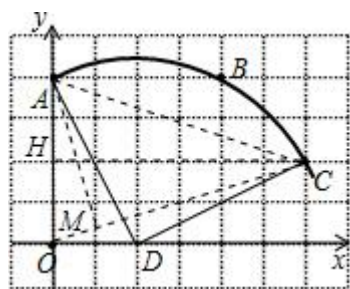
故答案为： $(6, 2)$ ， $(2, 0)$ ；

②解：在直角 $\triangle AOD$ 中，根据勾股定理知 $\odot D$ 的半径 $AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2}$
 $= 2\sqrt{5}$ ，

故答案为： $2\sqrt{5}$ ；

(3) 解：连接 AC 、 OC ．过 C 作 $CH \perp AO$ 于点 H ，过点 A 作 $AM \perp CO$ 于点 M ．
 则 $\frac{1}{2}OA \cdot CH = \frac{1}{2}OC \cdot AM$ ，即 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \cdot AM$ ，
 解得， $AM = \frac{6\sqrt{10}}{5}$ ；

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中， $\sin \angle ACO = \frac{AM}{AC} = \frac{\frac{6\sqrt{10}}{5}}{2\sqrt{10}} = \frac{3}{5}$ ．



【点评】 本题考查了圆的综合题．涉及的知识有：坐标与图形性质，垂径定理，勾股定理，利用了数形结合的思想，根据题意画出相应的图形是解本题的关键．

22. (10 分) 小明家买了一辆小轿车，小明连续记录了某一周每天行驶的路程：

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
路程(千米)	6	6	8	8	10	20	12

请你用学过的知识解决下面的问题：

- (1) 请你估计小明家的轿车每月（按 30 天计算）要行驶多少千米？
- (2) 已知每行驶 100 千米需汽油 x 升，汽油每升 y 元，试用含 x 、 y 的代数式表示小明家每月的汽油费，此代数式为 $3xy$ ；
- (3) 设 $x = 10$ ， $y = 8$ ，请你求出小明家一年（按 12 个月计算）的汽油费用大约是多少元（精确到千元）．

（注：第（1）、（3）小题须写出必要步骤）

【考点】 32：列代数式；33：代数式求值；V5：用样本估计总体．

【分析】（1）首先求得这一周的平均数，然后乘以 30 天即可求得总里程；

（2）用总里程除以 100 求得总耗油量，然后求得总费用即可；

（3）将 $x = 10$ ， $y = 8$ 代入到上题求得结果即可．

【解答】 解：（1） $\frac{6+6+8+8+10+20+12}{7} \times 30 = 300$ 千米；

答：小明家的轿车每月（按 30 天计算）要行驶 300 千米．

(2) $\because$ 汽车行驶 300 千米的耗油量为: $(300 \div 100)x = 3x$ 升,

$\therefore$ 每月的汽油费为 $3xy$ 元.

(3) 当 $x = 10$, $y = 8$ 时,

小明家一年的汽油费用大约是 $12 \times 3xy = 12 \times 3 \times 10 \times 8 = 2880$ 元,

≈ 3 千元.

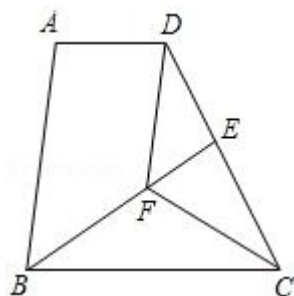
答: 小明家一年 (按 12 个月计算) 的汽油费用大约是 3 千元 (精确到千元).

【点评】 本题考查了用样本估计总体、列代数式及代数式求值的知识, 平均数的计算方法是求出所有数据的和, 然后除以数据的总个数. 用样本估计总体的思想方法要会运用.

23. (12 分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = DC$, CF 平分 $\angle BCD$, $DF \parallel AB$, BF 的延长线交 DC 于点 E . 求证:

(1) $\triangle BFC \cong \triangle DFC$;

(2) $AD = DE$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LH: 梯形.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 由 CF 平分 $\angle BCD$ 可知 $\angle BCF = \angle DCF$, 然后通过 SAS 就能证出 $\triangle BFC \cong \triangle DFC$.

(2) 要证明 $AD = DE$, 连接 BD , 证明 $\triangle BAD \cong \triangle BED$ 则可. $AB \parallel DF \Rightarrow \angle ABD = \angle BDF$, 又 $BF = DF \Rightarrow \angle DBF = \angle BDF$, $\therefore \angle ABD = \angle EBD$, $BD = BD$, 再证明 $\angle BDA = \angle BDC$ 则可, 容易推理 $\angle BDA = \angle DBC = \angle BDC$.

【解答】 证明: (1) $\because CF$ 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle BCF = \angle DCF$.

在 $\triangle BFC$ 和 $\triangle DFC$ 中,

$$\begin{cases} BC=DC \\ \angle BCF=\angle DCF \\ FC=FC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BFC \cong \triangle DFC$ (SAS).

(2) 连接 BD .

$\because \triangle BFC \cong \triangle DFC$,

$\therefore BF = DF, \therefore \angle FBD = \angle FDB$.

$\because DF \parallel AB$,

$\therefore \angle ABD = \angle FDB$.

$\therefore \angle ABD = \angle FBD$.

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle BDA = \angle DBC$.

$\because BC = DC$,

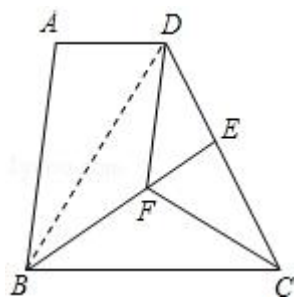
$\therefore \angle DBC = \angle BDC$.

$\therefore \angle BDA = \angle BDC$.

又 $\because BD$ 是公共边,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BED$ (ASA).

$\therefore AD = DE$.



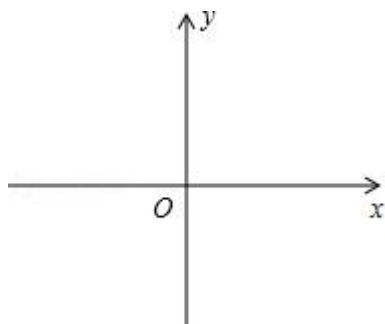
【点评】 这道题是主要考查全等三角形的判定和性质，涉及的知识比较多，有点难度.

24. (12分) 已知抛物线 $y = ax^2 - x - c$ 过点 $A(-6, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 顶点为 D , 对称轴是直线 $x = -2$.

(1) 求此抛物线的表达式及点 D 的坐标;

(2) 连接 DO , 求证: $\angle AOD = \angle ABO$;

(3) 点 P 在 y 轴上, 且 $\triangle ADP$ 与 $\triangle AOB$ 相似, 求点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】（1）将对称轴是直线 $x = -2$ ，以及点 $A(-6, 0)$ ，代入解析式求出即可；

（2）过 D 作 $DH \perp x$ 轴，利用 $D(-2, 4)$ ，得出在 $\text{Rt}\triangle DHO$ 中 $\tan \angle AOD = 2$ ，进而得出 $\angle AOD = \angle ABO$ ；

（3）分别根据情况 1：若 $\angle DAP = 90^\circ$ ，情况 2：若 $\angle ADP = 90^\circ$ ，情况 3：若 $\angle APD = 90^\circ$ ，分析得出 P 点坐标即可.

【解答】解：（1）由题意得
$$\begin{cases} 36a+6-c=0 \\ -\frac{1}{2a}=-2 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a=-\frac{1}{4}, \\ c=-3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$,

顶点 D 坐标为 $(-2, 4)$;

（2）过 D 作 $DH \perp x$ 轴，

$\therefore D(-2, 4)$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DHO$ 中 $\tan \angle AOD = 2$,

又 $\therefore B(0, 3)$, $A(-6, 0)$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中 $\tan \angle ABO = 2$,

$\therefore \angle AOD = \angle ABO$;

（3） $\therefore \triangle ADP$ 与 $\triangle AOB$ 相似，而 $\triangle AOB$ 为直角三角形，

$\therefore \triangle ADP$ 也为直角三角形，

$\therefore$ 情况 1：若 $\angle DAP = 90^\circ$ ，

$$\because D(-2, 4), A(-6, 0),$$

$$\therefore \angle DAO = 45^\circ, \therefore \angle OAP = 45^\circ,$$

$$\therefore P(0, -6)$$

$$\text{但此时 } AD = 4\sqrt{2}, AP = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AP} = \frac{2}{3}, \text{ 又 } \frac{OB}{AO} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle ADP \text{ 与 } \triangle AOB \text{ 不相似,}$$

$$\therefore \text{此时点 } P \text{ 不存在.}$$

$$\text{情况 2: 若 } \angle ADP = 90^\circ,$$

$$\because D(-2, 4), A(-6, 0),$$

$$\therefore \angle ADH = 45^\circ, \therefore \angle HDP = 45^\circ,$$

$$\therefore P(0, 2)$$

$$\text{此时, } \frac{DP}{AD} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}, \frac{OB}{AO} = \frac{1}{2}, \text{ 且 } \angle ADP = \angle AOB,$$

$$\therefore \triangle ADP \text{ 与 } \triangle AOB \text{ 相似,}$$

$$\text{即当 } P(0, 2) \text{ 时, 使得 } \triangle ADP \text{ 与 } \triangle AOB \text{ 相似.}$$

$$\text{情况 3: 若 } \angle APD = 90^\circ, \text{ 设 } P(0, t),$$

$$\text{则 } AP^2 + PD^2 = AD^2,$$

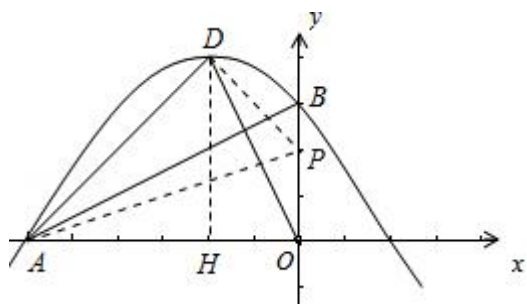
$$\text{即 } 36 + t^2 + 4 + (t - 4)^2 = 32, \text{ 得 } t^2 - 4t + 12 = 0,$$

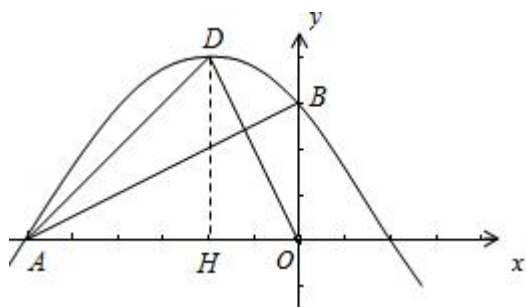
$$\because \Delta < 0,$$

$$\therefore \text{无解,}$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 不存在.}$$

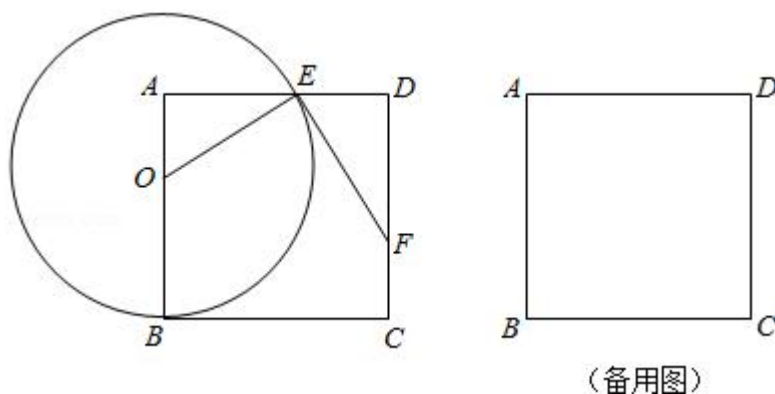
$$\text{综上所述, 点 } P \text{ 的坐标是 } (0, 2).$$





【点评】此题主要考查了待定系数法求二次函数解析式以及相似三角形的性质与判定，以及分类讨论思想的应用，根据 $\triangle ADP$ 不同角为 90° 分别得出是解题关键．

25. (14分) 如图，已知：正方形 $ABCD$ 中， $AB=8$ ，点 O 为边 AB 上一动点，以点 O 为圆心， OB 为半径的 $\odot O$ 交边 AD 于点 E （不与点 A 、 D 重合）， $EF \perp OE$ 交边 CD 于点 F ．设 $BO=x$ ， $AE=y$ ．



- (1) 求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；
- (2) 在点 O 运动的过程中， $\triangle EFD$ 的周长是否发生变化？如果发生变化，请用 x 的代数式表示 $\triangle EFD$ 的周长；如果不变化，请求出 $\triangle EFD$ 的周长；
- (3) 以点 A 为圆心， OA 为半径作圆，在点 O 运动的过程中，讨论 $\odot O$ 与 $\odot A$ 的位置关系，并写出相应的 x 的取值范围．

【考点】MR：圆的综合题．

【专题】15：综合题；32：分类讨论．

【分析】(1) OB 、 OE 均是 $\odot O$ 的半径，得出 $OB=OE$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中，运用勾股定理可得出 y 与 x 的关系式，结合二次根式有意义的条件，可得出 x 的范围；

- (2) 先判断 $\triangle AOE \sim \triangle DEF$ ，然后根据相似三角形的周长之比等于相似比，可

得出 $\triangle DEF$ 周长的表达式，进一步化简可得出答案；

(3) 设 $\odot O$ 的半径 $R_1 = x$ ，则 $\odot A$ 的半径 $R_2 = 8 - x$ ，圆心距 $d = OA = 8 - x$ ，分三种情况讨论，依此解出 x 的范围即可。

【解答】解：(1) $\because$ 以点 O 为圆心， OB 为半径的 $\odot O$ 交边 AD 于点 E ，

$$\therefore OB = OE,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore AO^2 + AE^2 = OE^2, \text{ 即 } (8 - x)^2 + y^2 = x^2,$$

$$\therefore y > 0,$$

$$\therefore y = 4\sqrt{x-4} \quad (4 < x < 8);$$

(2) $\triangle EFD$ 的周长不变。理由如下：

$$\because EF \perp OE,$$

$$\therefore \angle AEO + \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\because \angle D = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEO + \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle AOE,$$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle DEF,$$

$$\therefore \frac{C_{\triangle AOE}}{C_{\triangle DEF}} = \frac{AO}{ED}, \text{ 即 } \frac{8+y}{C_{\triangle DEF}} = \frac{8-x}{8-y},$$

$$\therefore C_{\triangle DEF} = \frac{64-y^2}{8-x} = \frac{64-16x+64}{8-x} = \frac{16(8-x)}{8-x} = 16;$$

(3) 设 $\odot O$ 的半径 $R_1 = x$ ，则 $\odot A$ 的半径 $R_2 = 8 - x$ ，圆心距 $d = OA = 8 - x$ ，

$$\because 4 < x < 8,$$

$$\therefore R_1 > R_2,$$

因为点 A 始终在 $\odot O$ 内，所以外离和外切都不可能；

①当 $\odot O$ 与 $\odot A$ 相交时， $R_1 - R_2 < d < R_1 + R_2$ ，即 $x - 8 + x < 8 - x < x + 8 - x$ ，

$$\text{解得：} 0 < x < \frac{16}{3},$$

故可得此时: $4 < x < \frac{16}{3}$;

②当 $\odot O$ 与 $\odot A$ 内切时, $d = R_1 - R_2$, 即 $8 - x = x - 8 + x$,

解得: $x = \frac{16}{3}$;

③当 $\odot O$ 与 $\odot A$ 内含时, $0 < d < R_1 - R_2$, 即 $0 < 8 - x < x - 8 + x$,

解得: $\frac{16}{3} < x < 8$.

【点评】此题属于圆的综合题目, 涉及了圆与圆的位置关系判断、正方形的性质、相似三角形的判定与性质, 整体难度较大, 其实第二问和第三问是独立的, 分别考查不同的知识点.