

2012 年上海市普陀区中考数学二模试卷

一、单项选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1. (4 分) 下列运算，计算结果错误的是 ()

A. $a^4 \cdot a^3 = a^7$

B. $a^6 \div a^3 = a^3$

C. $(a^3)^2 = a^5$

D. $a^3 \cdot b^3 = (a \cdot b)^3$

2. (4 分) 经过点 (2, 4) 的双曲线的表达式是 ()

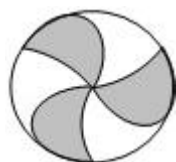
A. $y = 2x$

B. $y = \frac{1}{2x}$

C. $y = \frac{8}{x}$

D. $y = x^2$

3. (4 分) 如图，飞镖投一个被平均分成 6 份的圆形靶子，那么飞镖落在阴影部分的概率是 ()



A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

4. (4 分) 下列图形中，是中心对称图形，但不是轴对称图形的是 ()



5. (4 分) 已知四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ ，如果添加一个条件，即可推出该四边形是正方形，那么这个条件可以是 ()

A. $\angle D = 90^\circ$

B. $AB = CD$

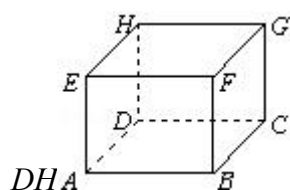
C. $AD = BC$

D. $BC = CD$

6. (4 分) 下列说法中正确的是 ()

A. 某种彩票的中奖率是 10%，则购买该种彩票 100 张一定中奖是必然事件

B. 如图，在长方体 $ABCD - EFGH$ 中，与棱 EF 、棱 FG 都异面的棱是棱



C. 如果一个多边形的内角和等于 540° , 那么这个多边形是正五边形

D. 平分弦的直径垂直于这条弦

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $(-2)^2 =$ _____.

8. (4 分) 方程 $\sqrt{x^2-1}=2$ 的根是_____.

9. (4 分) 用换元法解分式方程 $\frac{x^2+1}{x} - \frac{2x}{x^2+1} = 3$ 时, 如果设 $\frac{x}{x^2+1} = y$, 那么原方程

可以化为关于 y 的方程是_____.

10. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 $a =$ _____.

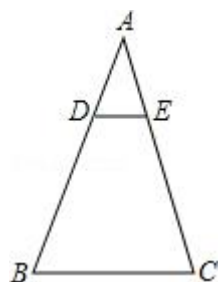
11. (4 分) 已知正比例函数 $y = (k-1)x$ 中, y 的值随自变量 x 的值增大而减小, 那么 k 的取值范围是_____.

12. (4 分) 某种品牌的笔记本电脑原价为 a 元, 如果连续两次降价的百分率都为 x , 那么两次降价后的价格为_____元.

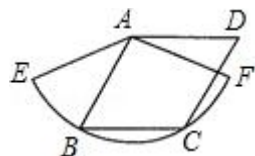
13. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 的重心 G 到 BC 边上中点 D 的距离为 2, 那么中线 AD 长为_____.

14. (4 分) 在梯形的一条底边长为 5, 中位线长为 7, 那么另一条底边的长为_____.

15. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 如果 $DE = 1$, $BC = 4$, 那么 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 面积的比是_____.

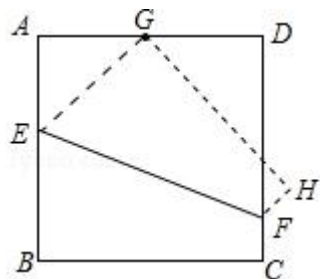


16. (4 分) 如图, 边长为 1 的菱形 $ABCD$ 的两个顶点 B 、 C 恰好落在扇形 AEF 的弧 EF 上时, 弧 BC 的长度等于_____ (结果保留 π).



17. (4 分) 在矩形 $ABCD$ 中, 如果 $|\vec{AB}| = 2$, $|\vec{BC}| = 1$, 那么 $|\vec{AB} + \vec{BC}| =$ _____.

18. (4分) 如图, 将边长为4的正方形 $ABCD$ 沿着折痕 EF 折叠, 使点 B 落在边 AD 的中点 G 处, 那么四边形 $BCFE$ 的面积等于_____.

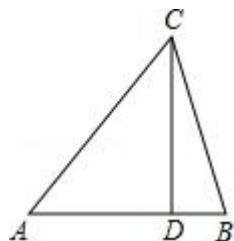


三、解答题: (本大题共7题, 满分78分)

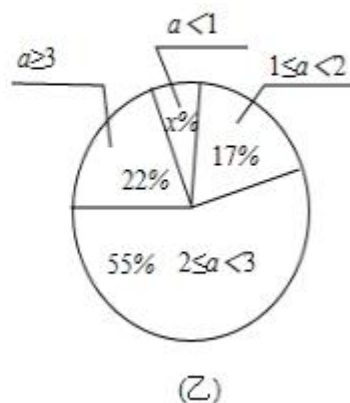
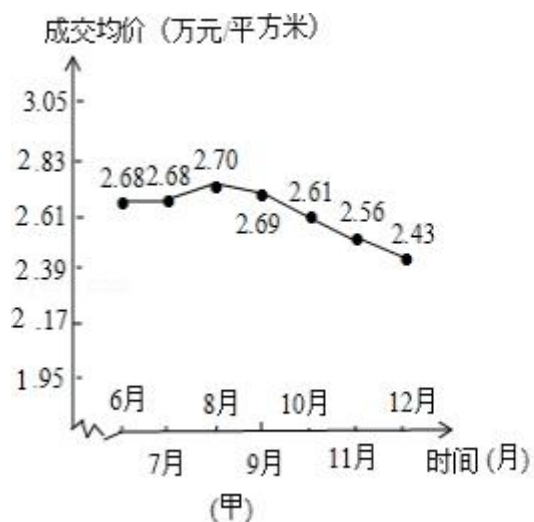
19. (10分) 先化简, 再求值: $(\frac{a^2-2a+1}{a^2-1} + \frac{1}{a}) \div \frac{1}{a+1}$, 其中 $a=\sqrt{2}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2+5xy+6y^2=0 \\ x+y=2 \end{cases}$$

21. (10分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, $\sin A = \frac{4}{5}$, $AB = 13$, $CD = 12$, 求 AD 的长和 $\tan B$ 的值.



22. (10分) 下面提供上海楼市近期的两幅业务图: 图(甲)所示为2011年6月至12月上海商品房平均成交价格的走势图(单位: 万元/平方米); 图(乙)所示为2011年12月上海商品房成交价格段比例分布图(其中 a 为每平方米商品房成交价格, 单位: 万元/平方米).



(1) 根据图 (甲), 写出 2011 年 6 月至 2011 年 12 月上海商品房平均成交价格的中位数;

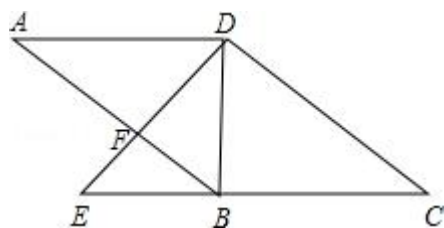
(2) 根据图 (乙), 可知 $x =$ _____;

(3) 2011 年 12 月从上海市的内环线以内、内中环之间、中外环之间和外环线以外等四个区域中的每个区域的在售楼盘中随机抽出两个进行分析: 共有可售商品房 2400 套, 其中成交 200 套. 请估计 12 月份在全市所有的 60000 套可售商品房中已成交的并且每平方米价格低于 2 万元的商品房的套数.

23. (12 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在 CB 的延长线上, 连接 DE , 交 AB 于点 F , 连接 DB , $\angle AFD = \angle DBE$, 且 $DE^2 = BE \cdot CE$.

(1) 求证: $\angle DBE = \angle CDE$;

(2) 当 BD 平分 $\angle ABC$ 时, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



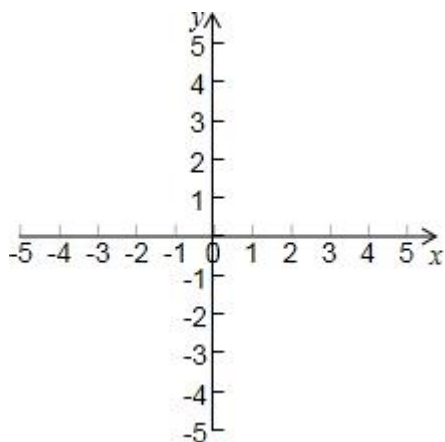
24. (12 分) 二次函数 $y = \frac{1}{6}(x+2\sqrt{3})^2$ 的图象的顶点为 A , 与 y 轴交于点 B ,

以 AB 为边在第二象限内作等边三角形 ABC .

(1) 求直线 AB 的表达式和点 C 的坐标.

(2) 点 $M(m, 1)$ 在第二象限, 且 $\triangle ABM$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积, 求点 M 的坐标.

- (3) 以 x 轴上的点 N 为圆心, 1 为半径的圆, 与以点 C 为圆心, CM 的长为半径的圆相切, 直接写出点 N 的坐标.



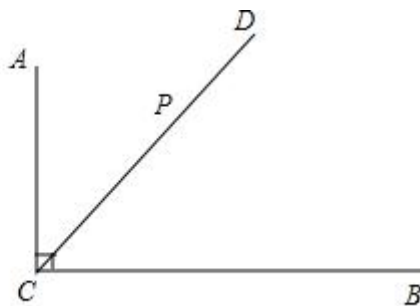
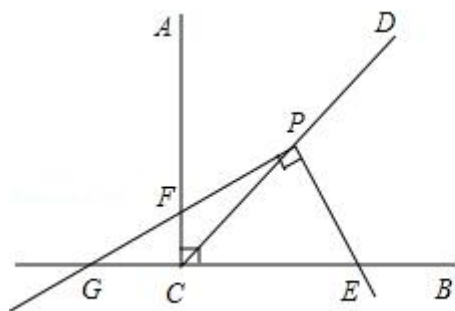
25. (14 分) 已知, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, 点 P 在 CD 上, $CP = \sqrt{2}$. 将三角板的直角顶点放置在点 P 处, 绕着点 P 旋转, 三角板的一条直角边与射线 CB 交于点 E , 另一条直角边与直线 CA 、直线 CB 分别交于点 F 、点 G .

(1) 如图, 当点 F 在射线 CA 上时,

① 求证: $PF = PE$.

② 设 $CF = x$, $EG = y$, 求 y 与 x 的函数解析式并写出函数的定义域.

(2) 连接 EF , 当 $\triangle CEF$ 与 $\triangle EGP$ 相似时, 求 EG 的长.



备用图

2012 年上海市普陀区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）下列运算，计算结果错误的是（ ）

A. $a^4 \cdot a^3 = a^7$

B. $a^6 \div a^3 = a^3$

C. $(a^3)^2 = a^5$

D. $a^3 \cdot b^3 = (a \cdot b)^3$

【考点】46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法．

【专题】11：计算题．

【分析】根据同底数幂的乘法法则，除法法则，幂的乘方法则，积的乘方法则找到计算错误的选项即可．

【解答】解：A、 $a^4 \cdot a^3 = a^{4+3} = a^7$ ，正确，不符合题意；

B、 $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$ ，正确，不符合题意；

C、 $(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$ ，错误，符合题意；

D、 $a^3 \cdot b^3 = (a \cdot b)^3$ ，正确，不符合题意．

故选：C．

【点评】综合考查了同底数幂的乘法法则，除法法则，幂的乘方法则，积的乘方法则；用到的知识点为：同底数幂相乘，底数不变，指数相加；同底数幂相除，底数不变，指数相减；幂的乘方，底数不变，指数相乘；积的乘方，等于把积中的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘．

2.（4 分）经过点（2，4）的双曲线的表达式是（ ）

A. $y = 2x$

B. $y = \frac{1}{2x}$

C. $y = \frac{8}{x}$

D. $y = x^2$

【考点】G7：待定系数法求反比例函数解析式．

【专题】1：常规题型．

【分析】把点的坐标代入双曲线解析式，能使解析式成立的则双曲线经过该点，否则不在．

【解答】解：A、 $y = 2x$ 不是双曲线，故本选项错误；

B、 $\frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \neq 4$ ，故本选项错误；

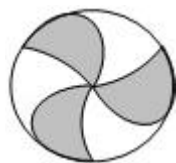
C、 $\frac{8}{2} = 4$ ，故本选项正确；

D、 $y = x^2$ 不是双曲线，故本选项错误．

故选：C．

【点评】 本题考查了待定系数法求反比例函数解析式，把点的坐标代入解析式求解即可，比较简单，注意本题要求的是双曲线解析式，容易错选 A、D 而导致出错．

3. (4 分) 如图，飞镖投一个被平均分成 6 份的圆形靶子，那么飞镖落在阴影部分的概率是 ()



A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

【考点】 X5：几何概率．

【分析】 先求出阴影部分面积占整个转盘面积的比例，再根据这个比例即可求解．

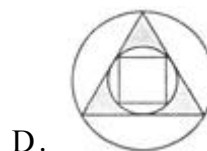
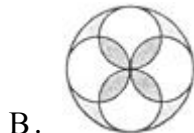
【解答】 解：因为阴影部分占图形靶子的 $\frac{1}{2}$ ，

所以飞镖落在阴影部分的概率是 $\frac{1}{2}$ ；

故选：C．

【点评】 本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件 (A)；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件 (A) 发生的概率．

4. (4 分) 下列图形中，是中心对称图形，但不是轴对称图形的是 ()



【考点】 P3：轴对称图形；R5：中心对称图形．

【分析】 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】 解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形．故此选项正确；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形．故此选项错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形．故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形．故此选项错误．

故选：A．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：

轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；

中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

5. (4 分) 已知四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ ，如果添加一个条件，即可推出该四边形是正方形，那么这个条件可以是 ()

A. $\angle D = 90^\circ$ B. $AB = CD$ C. $AD = BC$ D. $BC = CD$

【考点】LF：正方形的判定．

【专题】16：压轴题．

【分析】由已知可得该四边形为矩形，再添加条件：一组邻边相等，即可判定为正方形．

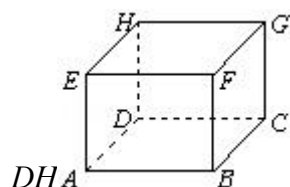
【解答】解：由 $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ 可判定为矩形，因此再添加条件：一组邻边相等，即可判定为正方形，故选 D．

【点评】本题是考查正方形的判别方法．判别一个四边形为正方形主要根据正方形的概念，途经有两种：①先说明它是矩形，再说明有一组邻边相等是菱形；②先说明它是菱形，再说明它有一个角为直角，是矩形．

6. (4 分) 下列说法中正确的是 ()

A. 某种彩票的中奖率是 10%，则购买该种彩票 100 张一定中奖是必然事件

B. 如图，在长方体 $ABCD - EFGH$ 中，与棱 EF 、棱 FG 都异面的棱是棱



C. 如果一个多边形的内角和等于 540° ，那么这个多边形是正五边形

D. 平分弦的直径垂直于这条弦

【考点】I1：认识立体图形；L3：多边形内角与外角；M2：垂径定理；X3：概

率的意义.

【专题】16: 压轴题; 2B: 探究型.

【分析】分别根据垂径定理、立体图形的认识、多边形的内角和定理及随机事件的定义对各选项进行逐一分析即可.

【解答】解: A、某种彩票的中奖率是 10%, 则购买该种彩票 100 张一定中奖是随机事件, 故本选项错误;

B、由图可知, 在长方体 $ABCD - EFGH$ 中, 与棱 EF 、棱 FG 都异面的棱是棱 DH , 故本选项正确;

C、如果一个多边形的内角和等于 540° , 那么这个多边形是五边形, 故本选项错误;

D、如果这条弦是直径, 则不成立, 故本选项错误.

故选: B.

【点评】本题考查的是垂径定理、立体图形的认识、多边形的内角和定理及随机事件的定义, 熟知以上知识是解答此题的关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $(-2)^2 = \underline{4}$.

【考点】1E: 有理数的乘方.

【分析】根据有理数乘方的意义可得.

【解答】解: $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$.

【点评】此题考查有理数乘方的简单运算, 乘方的运算可以利用乘法的运算来进行. 负数的奇数次幂是负数, 负数的偶数次幂是正数; -1 的奇数次幂是 -1 , -1 的偶数次幂是 1 .

8. (4 分) 方程 $\sqrt{x^2 - 1} = 2$ 的根是 $\underline{x = \pm\sqrt{5}}$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】方程两边平方, 即可转化成一元二次方程, 从而求得 x 的值, 然后进行检验.

【解答】解: 方程两边平方得: $x^2 - 1 = 4$,

则 $x^2 = 5$,

解得: $x = \pm\sqrt{5}$,

经检验 $x = \pm$ 都是方程的解.

故答案是: $x = \pm\sqrt{5}$.

【点评】 本题考查了无理方程的解法, 在解无理方程是最常用的方法是两边平方方法及换元法, 本题用了平方法.

9. (4分) 用换元法解分式方程 $\frac{x^2+1}{x} - \frac{2x}{x^2+1} = 3$ 时, 如果设 $\frac{x}{x^2+1} = y$, 那么原方程

可以化为关于 y 的方程是 $2y^2+3y-1=0$.

【考点】 B4: 换元法解分式方程.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据换元法, 把 $\frac{x}{x^2+1}$ 换成 y , 然后整理即可得解.

【解答】 解: $\because y = \frac{x}{x^2+1}$,

$\therefore$ 原方程化为 $\frac{1}{y} - 2y = 3$,

整理得, $2y^2+3y-1=0$.

故答案为: $2y^2+3y-1=0$.

【点评】 本题考查了换元法解分式方程, 换元法是解分式方程常用的方法之一, 它能够把一些分式方程化繁为简, 化难为易, 对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点, 寻找解题技巧.

10. (4分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 $a =$ 1.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 若一元二次方程有两个相等的实数根, 则方程的根的判别式等于 0, 由此可列出关于 a 的等式, 求出 a 的值.

【解答】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = 4 - 4a = 0$, 即 $a = 1$.

【点评】 总结: 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

11. (4分) 已知正比例函数 $y = (k - 1)x$ 中, y 的值随自变量 x 的值增大而减小, 那么 k 的取值范围是 $k < 1$.

【考点】F7: 一次函数图象与系数的关系.

【专题】33: 函数思想.

【分析】根据正比例函数图象与系数的关系列出关于 k 的不等式 $k - 1 < 0$, 然后解不等式即可.

【解答】解: $\because$ 正比例函数 $y = (k - 1)x$ 中, y 的值随自变量 x 的值增大而减小,

$\therefore k - 1 < 0$,

解得, $k < 1$;

故答案是: $k < 1$.

【点评】本题主要考查正比例函数图象在坐标平面内的位置与 k 的关系. 解答本题注意理解: 直线 $y = kx$ 所在的位置与 k 的符号有直接的关系. $k > 0$ 时, 直线必经过一、三象限, y 随 x 的增大而增大; $k < 0$ 时, 直线必经过二、四象限, y 随 x 的增大而减小.

12. (4分) 某种品牌的笔记本电脑原价为 a 元, 如果连续两次降价的百分率都为 x , 那么两次降价后的价格为 $a(1 - x)^2$ 元.

【考点】AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【专题】123: 增长率问题.

【分析】先求出第一次降价以后的价格为: 原价 $\times (1 - \text{降价的百分率})$, 再根据现在的价格 = 第一次降价后的价格 $\times (1 - \text{降价的百分率})$ 即可得出结果.

【解答】解: 第一次降价后价格为 $a(1 - x)$ 元,

第二次降价是在第一次降价后完成的, 所以应为 $a(1 - x)(1 - x) = a(1 - x)^2$ 元.

故答案为 $a(1 - x)^2$.

【点评】本题考查根据实际问题情景列代数式, 难度中等. 若设变化前的量为 a , 平均变化率为 x , 则经过两次变化后的量为 $a(1 \pm x)^2$.

13. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 的重心 G 到 BC 边上中点 D 的距离为 2, 那么中线 AD 长为 6.

【考点】K5：三角形的重心．

【分析】根据三角形重心的性质求解即可．

【解答】解：∵ G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore AG = 2GD = 4;$$

$$\therefore AD = AG + GD = 6.$$

【点评】此题考查了重心的概念和性质：三角形的重心是三角形三条中线的交点，且重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的2倍．

14. (4分) 在梯形的一条底边长为5, 中位线长为7, 那么另一条底边的长为 9 .

【考点】LL：梯形中位线定理．

【分析】此题只需根据梯形的中位线等于梯形两底和的一半进行计算即可．

【解答】解：设另一条底边为 x ，则 $5+x = 2 \times 7$ ，

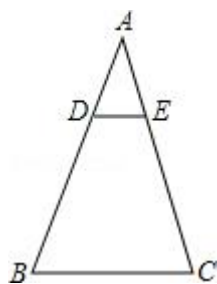
解得 $x = 9$ ．

即另一条底边的长为9．

故答案为：9．

【点评】本题考查了梯形的中位线定理，解题的关键是熟记梯形的中位线定理并灵活的应用．

15. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，如果 $DE = 1$ ， $BC = 4$ ，那么 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 面积的比是 1:16 .



【考点】S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】先由平行得出两三角形相似，再由已知条件得出对应边 DE 、 BC 的比，即相似比，再根据相似三角形面积的比等于相似比的平方的性质解答即可．

【解答】解：∵ $DE \parallel BC$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

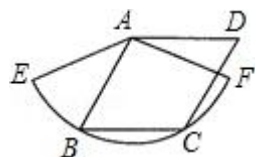
$$\therefore DE:BC = 1:4,$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 面积的比为 } 1:16.$$

故答案为：1：16.

【点评】本题综合考查相似三角形的判定和性质，要掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方.

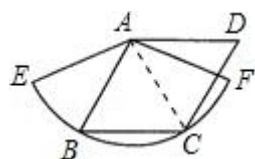
16. (4分) 如图，边长为1的菱形 $ABCD$ 的两个顶点 B 、 C 恰好落在扇形 AEF 的弧 EF 上时，弧 BC 的长度等于 $\frac{\pi}{3}$ (结果保留 π).



【考点】L8：菱形的性质；MN：弧长的计算.

【分析】 B 、 C 两点恰好落在扇形 AEF 的 $\widehat{EF}$ 上，即 B 、 C 在同一个圆上，连接 AC ，易证 $\triangle ABC$ 是等边三角形，即可求得 $\widehat{BC}$ 的圆心角的度数，然后利用弧长公式即可求解.

【解答】解：连接 AC ,



$\because$ 菱形 $ABCD$ 中， $AB = BC$,

又 $\because AC = AB$,

$\therefore AB = BC = AC$ ，即 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \widehat{BC}$ 的长是： $\frac{60\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3}$,

故答案是： $\frac{\pi}{3}$.

【点评】本题考查了弧长公式，理解 B 、 C 两点恰好落在扇形 AEF 的 $\widehat{EF}$ 上，即 B 、 C 在同一个圆上，得到 $\triangle ABC$ 是等边三角形是关键.

17. (4分) 在矩形 $ABCD$ 中，如果 $|\overrightarrow{AB}|=2$ ， $|\overrightarrow{BC}|=1$ ，那么 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}|=\sqrt{5}$.

【考点】LM：*平面向量.

【分析】由在矩形 $ABCD$ 中，如果 $|\overrightarrow{AB}|=2$ ， $|\overrightarrow{BC}|=1$ ，即可求得 AB ， BC 的长与

$\angle B = 90^\circ$ ，利用勾股定理即可求得 AC 的长，又由 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ，即可求得答案.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

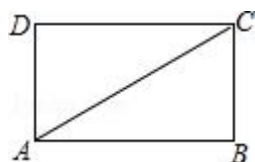
$$\therefore |\overrightarrow{AB}| = 2, |\overrightarrow{BC}| = 1,$$

$$\therefore AB = 2, BC = 1,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5},$$

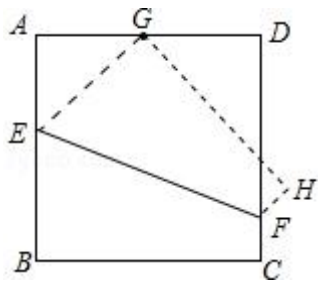
$$\therefore |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{5}.$$

故答案为： $\sqrt{5}$.



【点评】此题考查了平面向量的知识、矩形的性质以及勾股定理. 此题难度不大，注意数形结合思想的应用，注意三角形法则的应用.

18. (4分) 如图，将边长为4的正方形 $ABCD$ 沿着折痕 EF 折叠，使点 B 落在边 AD 的中点 G 处，那么四边形 $BCFE$ 的面积等于 6.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】16：压轴题.

【分析】根据折叠的性质得出 $CF = HF$ ， $BE = GE$ ，设 $BE = GE = x$ ，则 $AE = 4 - x$ ，再利用勾股定理首先求出 BE 的长，即可得出 AE ，利用角相等三角函数值就相等，即可求出 CF ，即可得出答案.

【解答】解：由题意，点 C 与点 H ，

点 B 与点 G 分别关于直线 EF 对称，

$$\therefore CF = HF, BE = GE.$$

设 $BE = GE = x$ ，则 $AE = 4 - x$ 。

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle A = 90^\circ.$$

$$\therefore AE^2 + AG^2 = EG^2.$$

$\because B$ 落在边 AD 的中点 G 处，

$$\therefore AG = 2,$$

$$\therefore (4 - x)^2 + 2^2 = x^2.$$

解得 $x = 2.5$ 。

$$\therefore BE = 2.5.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB \parallel CD, \angle B = 90^\circ.$$

$\because$ 点 E, F 分别在 AB, CD 边上，

$\therefore$ 四边形 $BCFE$ 是直角梯形。

$$\because BE = GE = 2.5, AB = 4,$$

$$\therefore AE = 1.5.$$

$$\therefore \sin \angle 1 = \frac{3}{5}, \tan \angle 1 = \frac{3}{4}.$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1.$$

$$\therefore \sin \angle 3 = \sin \angle 1 = \frac{3}{5},$$

在 $\text{Rt}\triangle DGP$ 中， $\because \angle D = 90^\circ$ ，

$$DG = 2, \sin \angle 3 = \frac{DG}{GP} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore PG = \frac{10}{3},$$

$$\therefore PH = GH - GP = \frac{2}{3},$$

$$\because \angle 4 = \angle 3,$$

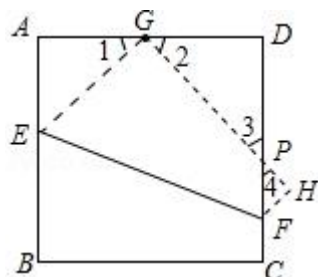
$$\therefore \tan \angle 4 = \tan \angle 3 = \tan \angle 1 = \frac{3}{4},$$

在 $\text{Rt}\triangle HPF$ 中， $\because \angle H = \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore FC = HF = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}BCFE} = \frac{1}{2} (FC+BE) \times BC = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + 2.5 \right) \times 4 = 6.$$

故答案为：6.



【点评】此题主要考查了折叠问题与解直角三角形以及正方形的知识，解题过程中应注意折叠是一种对称变换，它属于轴对称，根据轴对称的性质，折叠前后图形的形状和大小不变，以及解直角三角形时相等的角三角函数值相等.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）先化简，再求值： $\left(\frac{a^2-2a+1}{a^2-1} + \frac{1}{a} \right) \div \frac{1}{a+1}$ ，其中 $a=\sqrt{2}$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】11：计算题.

【分析】先通分计算括号里的，再算括号外的，最后把 a 的值代入计算即可.

【解答】解：原式 $= \left(\frac{a-1}{a+1} + \frac{1}{a} \right) \cdot (a+1) = a-1 + \frac{a+1}{a} = \frac{a^2+1}{a}$,

当 $a=\sqrt{2}$ 时，原式 $= \frac{(\sqrt{2})^2+1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

【点评】本题考查了分式的化简求值，解题的关键是通分、约分，以及分子、分母的因式分解.

20.（10 分）解方程组：
$$\begin{cases} x^2+5xy+6y^2=0 \\ x+y=2 \end{cases}$$

【考点】AF：高次方程.

【专题】11：计算题.

【分析】将①进行因式分解，然后可将原方程组转化为两个二元一次方程组，解出即可得出答案.

【解答】解：
$$\begin{cases} x^2+5xy+6y^2=0 \text{ ①} \\ x+y=0 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得： $(x+2y)(x+3y) = 0$,

故可得： $x+2y=0$ 或 $x+3y=0$ …（4分）

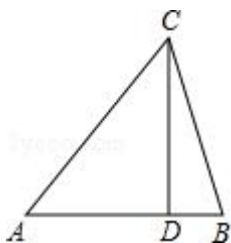
原方程组可化为： $\begin{cases} x+2y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x+3y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$,

分别解这两个方程组，得原方程组的解为 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-1 \end{cases}$.

【点评】此题考查了高次方程的知识，通过将①因式分解可将方程组化为两个独立的方程组，注意仔细运算.

21.（10分）已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AB$ ， $\sin A = \frac{4}{5}$ ， $AB = 13$ ， $CD = 12$ ，

求 AD 的长和 $\tan B$ 的值.



【考点】 T1：锐角三角函数的定义；T7：解直角三角形.

【分析】由 $\sin A = \frac{4}{5}$ ， $CD = 12$ ，根据三角函数可得 $AC = 15$ ，根据勾股定理可得

$AD = 9$ ，则 $BD = 4$ ，再根据正切的定义求出 $\tan B$ 的值.

【解答】解： $\because CD \perp AB$ ，

$\therefore \angle CDA = 90^\circ$ …（1分）

$\because \sin A = \frac{CD}{AC} = \frac{4}{5}$

$\therefore AC = 15$. …（2分）

$\therefore AD = 9$. …（3分）

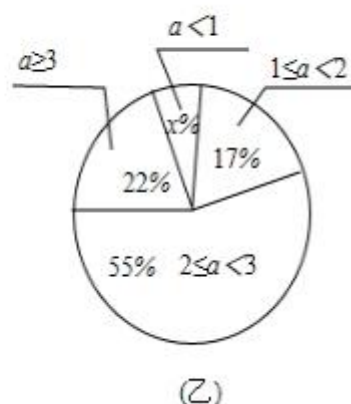
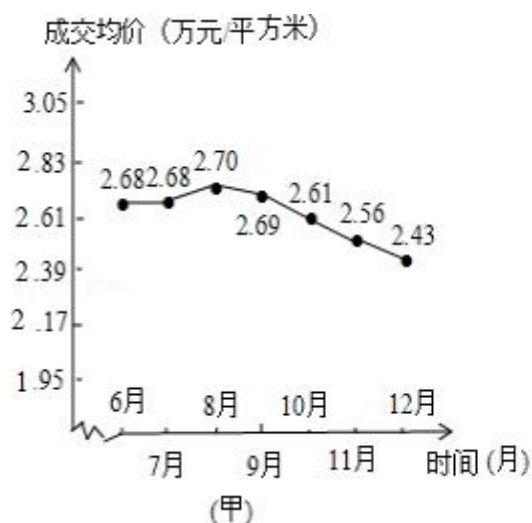
$\therefore BD = 4$. …（4分）

$\therefore \tan B = \frac{CD}{BD} = 3$ …（5分）

【点评】考查了解直角三角形和锐角三角函数的定义，要熟练掌握好边角之间的关系.

22.（10分）下面提供上海楼市近期的两幅业务图：图（甲）所示为2011年6月至12月上海商品房平均成交价格的走势图（单位：万元/平方米）；图（乙）所示为2011年12月上海商品房成交价格段比例分布图（其中 a 为每平方米

商品房成交价格，单位：万元/平方米）.



- (1) 根据图（甲），写出 2011 年 6 月至 2011 年 12 月上海商品房平均成交价格的中位数；
- (2) 根据图（乙），可知 $x = \underline{\quad 6 \quad}$ ；
- (3) 2011 年 12 月从上海市的内环线以内、内中环之间、中外环之间和外环线以外等四个区域中的每个区域的在售楼盘中随机抽出两个进行分析：共有可售商品房 2400 套，其中成交 200 套．请估计 12 月份在全市所有的 60000 套可售商品房中已成交的并且每平方米价格低于 2 万元的商品房的套数．

【考点】VB：扇形统计图；VD：折线统计图；W4：中位数．

【分析】(1) 根据图（甲），得出 2011 年 6 月至 2011 年 12 月上海商品房平均成交价格，再把这些数从小到大排列起来，找出处于中间位置的数即可；

(2) 根据图（乙）用 1 减去其他部分所占的百分比，即可求出 x 的值；

(3) 先设出 12 月份全市共成交商品房 x 套，根据题意列出方程，求出 x 的值，最后列出算式进行计算即可．

【解答】解：(1) 根据图（甲），得出 2011 年 6 月至 2011 年 12 月上海商品房平均成交价格分别为 2.68、2.68、2.70、2.69、2.61、2.56、2.43，

把这些数从小到大排列为：2.43、2.56、2.61、2.68、2.68、2.69、2.70，

处于中间位置的数是：2.68，

所以中位数是 2.68；

(2) 根据图（乙）可知 $x\% = 1 - 55\% - 17\% - 22\% = 6\%$ ，

$$x = 6;$$

(3) 设 12 月份全市共成交商品房 x 套, 根据题意得:

$$\frac{200}{2400} = \frac{x}{60000},$$

$$x = 5000,$$

$$5000 \times (6\% + 17\%) = 1150 \text{ (套)},$$

则估计 12 月份在全市所有的 60000 套可售商品房中已成交的并且每平方米价格低于 2 万元的商品房的成交套数为 1150 套.

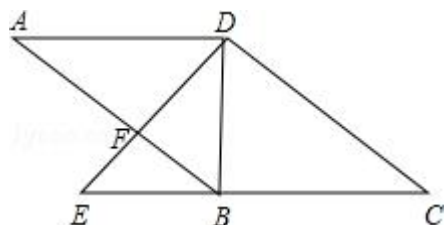
故答案为: 6.

【点评】 此题考查了折线统计图, 关键是能够根据折线统计图和扇形统计图获取有关信息, 列出算式, 求出答案, 是常考题型.

23. (12 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在 CB 的延长线上, 连接 DE , 交 AB 于点 F , 连接 DB , $\angle AFD = \angle DBE$, 且 $DE^2 = BE \cdot CE$.

(1) 求证: $\angle DBE = \angle CDE$;

(2) 当 BD 平分 $\angle ABC$ 时, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



【考点】 L9: 菱形的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 先把等积式: $DE^2 = BE \cdot CE$ 化为比例式 $\frac{DE}{CE} = \frac{BE}{DE}$, 利用两边及其夹角法: 两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似证明 $\triangle DBE \sim \triangle CDE$ 即可证明 $\angle DBE = \angle CDE$;

(2) 有 (1) 可知: $\angle DBE = \angle CDE$, 利用角平分线的性质和平行线的判定以及平行四边形的判定方法证明四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 再证明 $AB = AD$ 即可证明: 四边形 $ABCD$ 是菱形.

【解答】 证明: (1) $\because DE^2 = BE \cdot CE$,

$$\therefore \frac{DE}{CE} = \frac{BE}{DE}.$$

$$\because \angle E = \angle E,$$

$$\therefore \triangle DBE \sim \triangle CDE.$$

$$\therefore \angle DBE = \angle CDE.$$

$$(2) \because \angle DBE = \angle CDE,$$

$$\text{又} \because \angle DBE = \angle AFD,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle AFD.$$

$$\therefore AB \parallel DC.$$

$$\text{又} \because AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle 1.$$

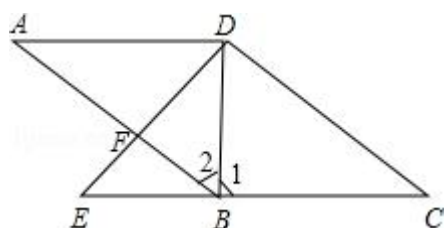
$$\because DB \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

$$\therefore \angle ADB = \angle 2.$$

$$\therefore AB = AD.$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.



【点评】 本题综合性的考查了相似三角形的判定、相似三角形的性质、角平分线的性质、平行线的判定和性质以及平行四边形的判定、性质和菱形的判定方法，题目的综合性不小.

24. (12 分) 二次函数 $y = \frac{1}{6}(x+2\sqrt{3})^2$ 的图象的顶点为 A ，与 y 轴交于点 B ，

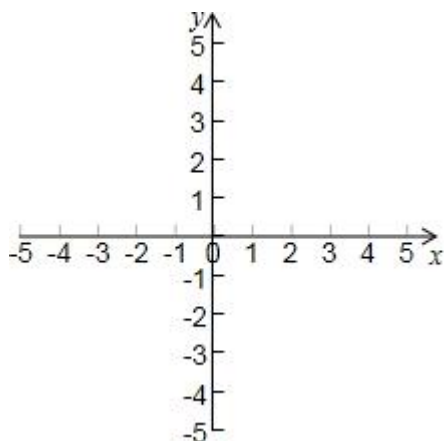
以 AB 为边在第二象限内作等边三角形 ABC .

(1) 求直线 AB 的表达式和点 C 的坐标.

(2) 点 $M(m, 1)$ 在第二象限，且 $\triangle ABM$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，求点 M

的坐标.

- (3) 以 x 轴上的点 N 为圆心, 1 为半径的圆, 与以点 C 为圆心, CM 的长为半径的圆相切, 直接写出点 N 的坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】16: 压轴题; 31: 数形结合; 32: 分类讨论.

【分析】(1) 已知抛物线的解析式, 其顶点以及函数图象与 y 轴交点坐标易求得. 在求点 C 的坐标时, 要把握住 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的特殊性 (含 30° 角), 显然, 若 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 那么 AC 与 x 轴垂直, 无论通过勾股定理求边长还是根据 B 点在 AC 的中垂线上, 都能比较容易的求出点 C 的坐标.

(2) “ M 点在第二象限内” 确定了点 M 的大致范围, 若 “ $\triangle ABM$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积”, 以 AB 为底边进行分析, 那么点 C 、点 M 到直线 AB 的距离是相同的, 即 $CM \parallel AB$, 直线 AB 的解析式易求, 两直线平行则斜率相同, 再代入点 C 的坐标就能通过待定系数法求出直线 CM 的解析式, 然后代入点 M 的纵坐标即可得出结论.

(3) 首先求出 $\odot C$ 的半径, 即 CM 的长. 若 $\odot C$ 与 $\odot N$ 相切, 就要分两种情况来考虑: ①外切, CN 长等于两圆的半径和; ②内切, CN 长等于两圆的半径差.

在明确 CN 长的情况下, 在 $\text{Rt}\triangle CAN$ 中, 通过勾股定理求出 AN 的长, 进一步即可确定点 N 的坐标.

【解答】解: (1) 二次函数 $y = \frac{1}{6}(x+2\sqrt{3})^2$ 的图象的顶点 $A(-2\sqrt{3}, 0)$, 与 y 轴的交点 $B(0, 2)$,

设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

可求得 $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $b = 2$. 所以直线 AB 的表达式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$.

可得 $\angle BAO = 30^\circ$, $\therefore \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \angle CAO = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle BAO$ 中, 由勾股定理得: $AB = 4$.

$\therefore AC = 4$. 点 $C(-2\sqrt{3}, 4)$.

(2) $\because$ 点 C 、 M 都在第二象限, 且 $\triangle ABM$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积,

$\therefore CM \parallel AB$.

设直线 CM 的表达式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + m$, 点 $C(-2\sqrt{3}, 4)$ 在直线 CM 上,

可得 $m = 6$.

$\therefore$ 直线 CM 的表达式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 6$.

可得点 M 的坐标: $(-5\sqrt{3}, 1)$.

(3) 由 $C(-2\sqrt{3}, 4)$ 、 $M(-5\sqrt{3}, 1)$ 可得:

$$CM = \sqrt{(-2\sqrt{3} + 5\sqrt{3})^2 + (4 - 1)^2} = 6.$$

①当 $\odot C$ 与 $\odot N$ 外切时, $CN = CM + 1 = 7$;

在 $\text{Rt}\triangle CAN$ 中, $AN = \sqrt{CN^2 - CA^2} = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$;

$\therefore ON = AN + OA = \sqrt{33} + 2\sqrt{3}$ 或 $ON = AN - OA = \sqrt{33} - 2\sqrt{3}$

即: 点 N 的坐标为: $(-\sqrt{33} - 2\sqrt{3}, 0)$ 、 $(\sqrt{33} - 2\sqrt{3}, 0)$.

②当 $\odot C$ 与 $\odot N$ 内切时, $CN = CM - 1 = 5$;

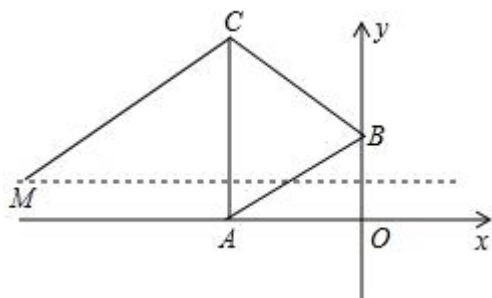
在 $\text{Rt}\triangle CAN$ 中, $CN = 5$, $CA = 4$, 则 $AN = 3$;

$\therefore ON = AN + OA = 3 + 2\sqrt{3}$ 或 $ON = OA - AN = 2\sqrt{3} - 3$

即: 点 N 的坐标为: $(-3 - 2\sqrt{3}, 0)$, $(3 - 2\sqrt{3}, 0)$.

综上所述:

点 N 的坐标 $(-3 - 2\sqrt{3}, 0)$, $(3 - 2\sqrt{3}, 0)$, $(-\sqrt{33} - 2\sqrt{3}, 0)$, $(\sqrt{33} - 2\sqrt{3}, 0)$.



【点评】 这道二次函数题涵盖了勾股定理、图形面积的求法、圆与圆的位置关系等重要知识. 最后一个小题中, 一定要将外切和内切都考虑在内, 以免出现漏解的情况.

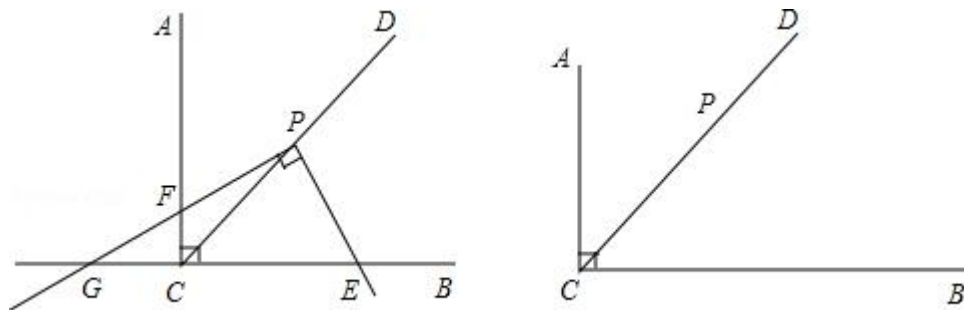
25.(14分) 已知, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, 点 P 在 CD 上, $CP = \sqrt{2}$. 将三角板的直角顶点放置在点 P 处, 绕着点 P 旋转, 三角板的一条直角边与射线 CB 交于点 E , 另一条直角边与直线 CA 、直线 CB 分别交于点 F 、点 G .

(1) 如图, 当点 F 在射线 CA 上时,

①求证: $PF = PE$.

②设 $CF = x$, $EG = y$, 求 y 与 x 的函数解析式并写出函数的定义域.

(2) 连接 EF , 当 $\triangle CEF$ 与 $\triangle EGP$ 相似时, 求 EG 的长.



备用图

【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KF: 角平分线的性质; R2: 旋转的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 153: 代数几何综合题; 16: 压轴题.

【分析】 (1) ①过点 P 作 $PM \perp AC$, $PN \perp BC$, 垂足分别为 M 、 N , 由已知条件证明 $\triangle PMF \cong \triangle PNE$ 即可证明 $PF = PE$; ②利用①中的三角形全等和相似三角形的性质即可求出 y 与 x 的函数解析式, 再写出其自变量的取值范围即可; (2) 当 $\triangle CEF$ 与 $\triangle EGP$ 相似时, 点 F 的位置有两种情况: ①当点 F 在射线 CA 上时, ②当点 F 在 AC 延长线上时, 分别讨论求出满足题意的 EG 长即可.

【解答】(1)

①证明：过点 P 作 $PM \perp AC$, $PN \perp BC$, 垂足分别为 M 、 N .

$\because CD$ 是 $\angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore PM = PN.$$

由 $\angle PMC = \angle MCN = \angle CNP = 90^\circ$, 得 $\angle MPN = 90^\circ$.

$$\therefore \angle 1 + \angle FPN = 90^\circ.$$

$$\because \angle 2 + \angle FPN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

$$\therefore \triangle PMF \cong \triangle PNE.$$

$$\therefore PF = PE.$$

②解:

$$\because CP = \sqrt{2},$$

$$\therefore CN = CM = 1.$$

$$\because \triangle PMF \cong \triangle PNE,$$

$$\therefore NE = MF = 1 - x.$$

$$\therefore CE = 2 - x.$$

$$\because CF \parallel PN,$$

$$\therefore \triangle GCF \sim \triangle GNP,$$

$$\therefore \frac{CF}{PN} = \frac{CG}{GN}.$$

$$\therefore CG = \frac{x}{1-x}.$$

$$\therefore y = \frac{x}{1-x} + 2 - x \quad (0 \leq x < 1).$$

(2) 当 $\triangle CEF$ 与 $\triangle EGP$ 相似时, 点 F 的位置有两种情况:

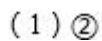
①当点 F 在射线 CA 上时,

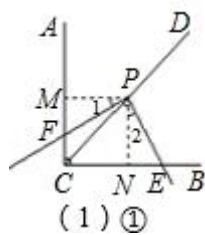
$$\because \angle GPE = \angle FCE = 90^\circ, \quad \angle 1 \neq \angle PEG,$$

$$\therefore \angle G = \angle 1.$$

$$\therefore FG = FE.$$

$$\therefore CG = CE.$$

$$\therefore EG = 2\sqrt{2}.$$




【点评】本题综合性的考查了角平分线的性质、全等三角形的判定和全等三角形的性质、以及分类讨论思想在几何题目中的运用，题目的难度很大，对学生的解题能力要求很高．