

2012 年上海市徐汇区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

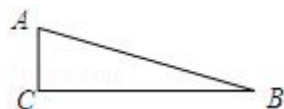
1. (4 分) 下列实数中，无理数是 ()
A. $\sqrt{9}$ B. $\sqrt[3]{8}$
C. $\frac{\pi}{2}$ D. 3.3030030003
2. (4 分) 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形是 ()
A. 正六边形 B. 正五边形 C. 等腰梯形 D. 等边三角形
3. (4 分) 如果 $a - 2b = 3$ ，那么 $6 - 2a + 4b$ 的值是 ()
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
4. (4 分) 下列成语或词语所反映的事件中，可能性大小最小的是 ()
A. 瓮中捉鳖 B. 守株待兔 C. 旭日东升 D. 夕阳西下
5. (4 分) 某商店在一周内卖出某种品牌球鞋的尺寸 (单位：码) 整理后的数据如下：36, 38, 38, 39, 40, 40, 41, 41, 41, 41, 42, 43, 44. 那么这组数据的中位数和众数分别为 ()
A. 40, 40 B. 41, 40 C. 40, 41 D. 41, 41
6. (4 分) 下列关于四边形是矩形的判断中，正确的是 ()
A. 对角线互相平分 B. 对角线互相垂直
C. 对角线互相平分且垂直 D. 对角线互相平分且相等

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)(请将结果直接填入答题纸的相应位置上)

7. (4 分) 计算： $3a \cdot 2a^2 =$ _____.
8. (4 分) 求值： $\sin 60^\circ - \tan 30^\circ =$ _____.
9. (4 分) 函数 $y = \sqrt{3x+6}$ 的定义域是_____.
10. (4 分) 如果方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根，那么 m 的值是_____.
11. (4 分) 如果将抛物线 $y = x^2 - 3$ 向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位，那么平移后的抛物线表达式是_____.

12. (4分) 纳米是一个长度单位, 1 纳米 = 0.000 000 001 米, 如果把水分子看成是球形, 它的直径约为 0.4 纳米, 用科学记数法表示为 4×10^n 米, 那么 n 的值是_____.

13. (4分) 如图, 一斜坡 AB 的坡比 $i = 1:4$, 如果坡高 $AC = 2$ 米, 那么它的水平宽度 BC 的长是_____米.



14. (4分) 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中两个变量 x 、 y 的部分对应值如下表所示:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	8	5	2	-1	-4	...

那么关于 x 的不等式 $kx + b \geq -1$ 的解集是_____.

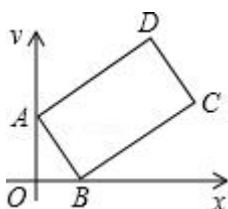
15. (4分) 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BG}$ 用向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示为_____.

16. (4分) 为了了解全区近 6000 名初三学生数学学习状况, 随机抽取 600 名学生的测试成绩作为样本, 将他们的成绩整理后分组情况如下: (每组数据含最低值, 不含最高值)

分组(分)	40 ~ 50	50 ~ 60	60 ~ 70	70 ~ 80	80 ~ 90	90 ~ 100
频数	12	18	180			
频率					0.16	0.04

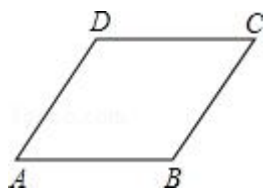
根据上表信息, 由此样本请你估计全区此次测试成绩在 70 ~ 80 分的人数大约是_____.

17. (4分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 4$, 点 A 、 B 分别在 y 轴、 x 轴的正半轴上, 点 C 在第一象限, 如果 $\angle OAB = 30^\circ$, 那么点 C 的坐标是_____.



18. (4分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $\angle A = 60^\circ$, 点 E 在射线 CB 上,

$BE = 1$ ，如果 AE 与射线 DB 相交于点 O ，那么 $DO =$ _____.



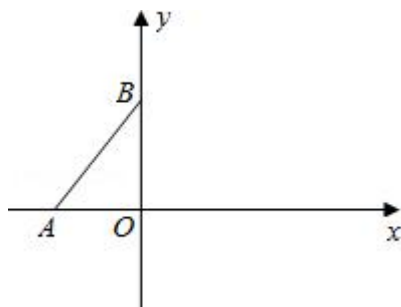
三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 化简： $\frac{m^2-m-6}{m^2-m-2} \div \frac{m+2}{m+1} - \frac{m}{m-2}$.

20. (10 分) 如图，在 $\triangle AOB$ 中，点 $A(-1, 0)$ ，点 B 在 y 轴正半轴上，且 $OB = 2OA$.

(1) 求点 B 的坐标；

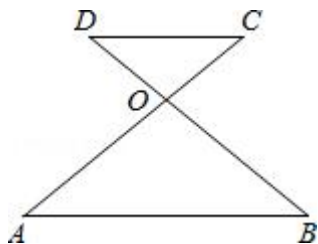
(2) 将 $\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° ，点 B 落在 x 轴正半轴的点 B' 处，抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 A 、 B' 两点，求此抛物线的解析式及对称轴.



21. (10 分) 如图， AC 和 BD 相交于点 O ， $\angle D = \angle B$ ， $AB = 2CD$.

(1) 如果 $\triangle COD$ 的周长是 9，求 $\triangle AOB$ 的周长；

(2) 连接 AD ，如果 $\triangle AOB$ 的面积是 16，求 $\triangle ACD$ 的面积.



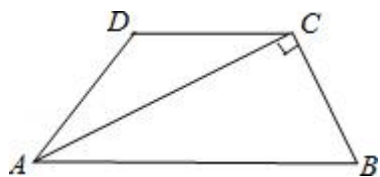
22. (10 分) 为迎接“五一”国际劳动节，某公司机床车间举行“车工技能竞赛”活动，竞赛规则：先车好 240 个零件的选手获胜. 小李为了这次比赛刻苦训练、积极准备，在比赛中，小李每小时比原来多车 10 个零件，结果比原来提前 2 小时完成任务，荣获第一名. 问小李比赛中每小时车多少个零件？

23. (12 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD = CD$ ， AC 平分 $\angle DAB$ ， $AC \perp BC$ ，

$$\angle B = 60^\circ.$$

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是等腰梯形；

(2) 取边 AB 的中点 E ，连接 DE ．求证：四边形 $DEBC$ 是菱形．



24. (12 分) 函数 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = -\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象关于 y 轴对称，我们把函数 $y = \frac{k}{x}$ 和

$y = -\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 叫做互为“镜子”函数．类似地，如果函数 $y = f(x)$ 和 $y = h$

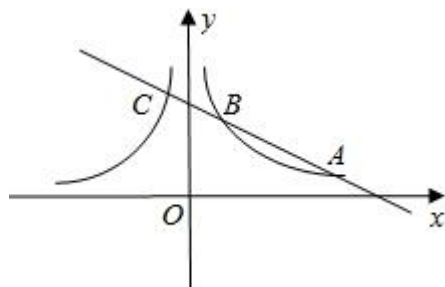
(x) 的图象关于 y 轴对称，那么我们就把函数 $y = f(x)$ 和 $y = h(x)$ 叫做互为“镜子”函数．

(1) 请写出函数 $y = 3x - 4$ 的“镜子”函数：_____；

(2) 函数_____的“镜子”函数是 $y = x^2 - 2x + 3$ ；

(3) 如图，一条直线与一对“镜子”函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 的图象

分别交于点 A 、 B 、 C ，如果 $CB:AB = 1:2$ ，点 C 在函数 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 的“镜子”函数上的对应点的横坐标是 $\frac{1}{2}$ ，求点 B 的坐标．



25. (14 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ， $\odot B$ 的半径长为 1，

$\odot B$ 交边 CB 于点 P ，点 O 是边 AB 上的动点．

(1) 如图 1，将 $\odot B$ 绕点 P 旋转 180° 得到 $\odot M$ ，请判断 $\odot M$ 与直线 AB 的位置关系；

(2) 如图 2，在 (1) 的条件下，当 $\triangle OMP$ 是等腰三角形时，求 OA 的长；

(3) 如图 3，点 N 是边 BC 上的动点，如果以 NB 为半径的 $\odot N$ 和以 OA 为半径的 $\odot O$ 外切，设 $NB = y$ ， $OA = x$ ，求 y 关于 x 的函数关系式及定义域．

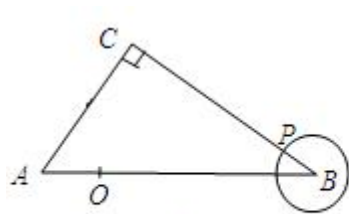


图 1

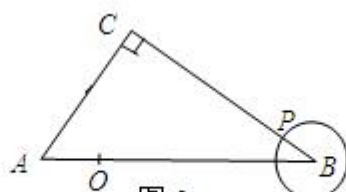


图 2

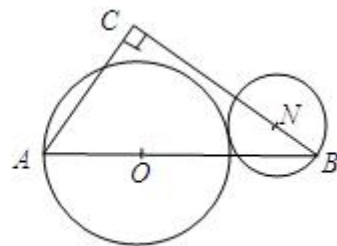


图 3

2012 年上海市徐汇区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列实数中，无理数是（ ）

A. $\sqrt{9}$

B. $\sqrt[3]{8}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. 3.3030030003

【考点】26：无理数.

【专题】1：常规题型.

【分析】无理数包括①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，结合选项即可得出答案.

【解答】解： A 、 $\sqrt{9}=3$ ，是有理数，故本选项错误；

B 、 $\sqrt[3]{8}=2$ ，是有理数，故本选项错误；

C 、 $\frac{\pi}{2}$ 是无理数，故本选项正确；

D 、3.3030030003 是有理数，故本选项错误；

故选： C .

【点评】此题考查了无理数的概念，注意掌握无理数的三种形式，属于基础题.

2.（4 分）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形是（ ）

A. 正六边形

B. 正五边形

C. 等腰梯形

D. 等边三角形

【考点】P3：轴对称图形；R5：中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解. 如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴. 如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

【解答】解： A 、是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项正确；

B 、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

C 、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误.

故选：A.

【点评】 本题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

3. (4 分) 如果 $a - 2b = 3$ ，那么 $6 - 2a + 4b$ 的值是 ()

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【考点】 33: 代数式求值.

【专题】 36: 整体思想.

【分析】 把 $6 - 2a + 4b$ 变形为 $6 - 2(a - 2b)$ ，再代入，即可求出答案.

【解答】 解： $\because a - 2b = 3$,

$$\therefore 6 - 2a + 4b,$$

$$= 6 - 2(a - 2b),$$

$$= 6 - 2 \times 3,$$

$$= 0,$$

故选：D.

【点评】 本题考查了求代数式的值的应用，用了整体代入的方法，即把 $a - 2b$ 当作一个整体进行代入.

4. (4 分) 下列成语或词语所反映的事件中，可能性大小最小的是 ()

A. 瓮中捉鳖 B. 守株待兔 C. 旭日东升 D. 夕阳西下

【考点】 X2: 可能性的大小.

【分析】 根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型即可得出答案.

【解答】 解：A. 瓮中捉鳖，是必然事件，发生的可能性为 1，不符合题意；

B. 守株待兔所反映的事件可能发生也可能不发生，是不确定事件，符合题意；

C. 旭日东升，是必然事件，发生的可能性为 1，不符合题意；

D. 夕阳西下，是必然事件，发生的可能性为 1，不符合题意；

故选：B.

【点评】 本题考查了可能性大小的判断，解决这类题目要注意具体情况具体分析. 一般地必然事件的可能性大小为 1，不可能事件发生的可能性大小为 0，

随机事件发生的可能性大小在 0 至 1 之间.

5. (4 分) 某商店在一周内卖出某种品牌球鞋的尺寸 (单位: 码) 整理后的数据如下: 36, 38, 38, 39, 40, 40, 41, 41, 41, 41, 42, 43, 44. 那么这组数据的中位数和众数分别为 ()

A. 40, 40 B. 41, 40 C. 40, 41 D. 41, 41

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 首先把所给数据重新从小到大排序, 然后根据中位数和众数的定义即可求出结果.

【解答】 解: 把已知数据重新从小到大排序后为 36, 38, 38, 39, 40, 40, 41, 41, 41, 41, 42, 43, 44,

$\therefore$ 中位数为 41, 众数为 41.

故选: D.

【点评】 本题用到的知识点是:

- ①一组数据从小到大依次排列, 把中间数据 (或中间两数据的平均数) 叫做中位数;
- ②给定一组数据, 出现次数最多的那个数, 称为这组数据的众数. 一组数据是不一定存在众数的; 如果一组数据存在众数, 则众数一定是数据集里的数.

6. (4 分) 下列关于四边形是矩形的判断中, 正确的是 ()

A. 对角线互相平分 B. 对角线互相垂直
C. 对角线互相平分且垂直 D. 对角线互相平分且相等

【考点】 LC: 矩形的判定.

【分析】 根据矩形的判定方法: ①矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形; ②有三个角是直角的四边形是矩形; ③对角线相等的平行四边形是矩形 (或 “对角线互相平分且相等的四边形是矩形”), 针对每一个选项进行分析, 可选出答案.

【解答】 解: A、对角线互相平分的四边形是平行四边形, 不一定是矩形, 故此选项错误;

B、对角线互相垂直不一定是矩形, 菱形对角线也互相垂直, 故此选项错误;

C、对角线互相平分且垂直的四边形是菱形, 不是矩形, 故此选项错误;

D、对角线互相平分且相等的四边形是矩形，故此选项正确；

故选：D.

【点评】此题主要考查了矩形的判定，关键是熟练掌握矩形的判定方法.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）（请将结果直接填入答题纸的相应位置上）

7.（4 分）计算： $3a \cdot 2a^2 = \underline{6a^3}$.

【考点】49：单项式乘单项式.

【分析】根据单项式与单项式相乘，把他们的系数分别相乘，相同字母的幂分别相加，其余字母连同他的指数不变，作为积的因式，计算即可.

【解答】解： $3a \cdot 2a^2 = 3 \times 2a \cdot a^2 = 6a^3$.

故答案为： $6a^3$.

【点评】本题考查了单项式与单项式相乘，熟练掌握运算是解题的关键.

8.（4 分）求值： $\sin 60^\circ - \tan 30^\circ = \underline{\frac{\sqrt{3}}{6}}$.

【考点】T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题.

【分析】根据 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 得到原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$, 然后通分合并即可.

【解答】解：原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{2\sqrt{3}}{6}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{6}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值： $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 也考查了二次根式的运算.

9.（4 分）函数 $y = \sqrt{3x+6}$ 的定义域是 $\underline{x \geq -2}$.

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】函数关系中主要有二次根式. 根据二次根式的意义，被开方数是非负数.

【解答】解：根据题意得： $3x+6 \geq 0$,

解得 $x \geq -2$.

故答案为: $x \geq -2$.

【点评】 本题主要考查自变量的取值范围, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

10. (4 分) 如果方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值是 $-\frac{9}{4}$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 由方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 即可得根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 即可得方程 $9 - 4m = 0$, 解此方程即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times m = 9 - 4m = 0,$$

$$\text{解得: } m = \frac{9}{4}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{9}{4}.$$

【点评】 此题考查了一元二次方程根的判别式的知识. 此题比较简单, 注意掌握一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: ①当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根; ②当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根; ③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

11. (4 分) 如果将抛物线 $y = x^2 - 3$ 向左平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位, 那么平移后的抛物线表达式是 $y = (x+2)^2$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 分别根据“上加下减, 左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】 解: 由“左加右减”的原则可知, 将抛物线 $y = x^2 - 3$ 向左平移 2 个单位所得直线的解析式为: $y = (x+2)^2 - 3$;

由“上加下减”的原则可知, 将抛物线 $y = (x+2)^2 - 3$ 向上平移 3 个单位所得抛物线的解析式为: $y = (x+2)^2$.

故答案为： $y = (x+2)^2$.

【点评】 本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键.

12. (4分) 纳米是一个长度单位，1 纳米 = 0.000 000 001 米，如果把水分子看成是球形，它的直径约为 0.4 纳米，用科学记数法表示为 4×10^n 米，那么 n 的值是 -10.

【考点】 1J：科学记数法—表示较小的数.

【分析】 首先根据 0.4 纳米 = $0.4 \times 0.000\,000\,001$ 米，再利用绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】 解： $\because$ 1 纳米 = 0.000 000 001 米，

$\therefore$ 0.4 纳米 = $0.4 \times 0.000\,000\,001$ 米 = 4×10^{-10} ;

$\therefore$ 用科学记数法表示为 4×10^n 米，那么 n 的值是：-10，

故答案为：-10.

【点评】 本题考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

13. (4分) 如图，一斜坡 AB 的坡比 $i = 1:4$ ，如果坡高 $AC = 2$ 米，那么它的水平宽度 BC 的长是 8 米.



【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 利用坡比是斜坡的竖直高度与水平宽度的比即可求水平宽度.

【解答】 解： $\because$ 坡比 $i = \text{竖直高度} : \text{水平宽度} = AC : BC = 2 : BC = 1 : 4$,

$\therefore BC = 8$ 米.

故答案为 8.

【点评】 本题考查了坡度或坡比的定义，解题的关键是熟知坡比是竖直高度与水平宽度的比.

14. (4分) 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中两个变量 x 、 y 的部分对应值如下表所

示：

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	8	5	2	-1	-4	$\cdots$

那么关于 x 的不等式 $kx+b \geq -1$ 的解集是 $x \leq 1$.

【考点】FD：一次函数与一元一次不等式.

【分析】由表格得到函数的增减性后，再得出 $y = -1$ 时，对应的 x 的值即可.

【解答】解：当 $x = 1$ 时， $y = -1$ ，

根据表可以知道函数值 y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 不等式 $kx+b \geq -1$ 的解集是 $x \leq 1$.

故答案为： $x \leq 1$.

【点评】此题考查了一次函数与一元一次不等式，认真体会一次函数与一元一次方程及一元一次不等式之间的内在联系．理解一次函数的增减性是解决本题的关键．

15. (4分) 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{BG}$ 用向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示为 $-\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}$.

【考点】LM：*平面向量.

【分析】首先根据题意画出图形，由 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，根据三角形法则，即可求得 $\overrightarrow{BD}$ 的长，又由点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，根据重心的性质，即可求得 $\overrightarrow{BG}$.

【解答】解：如图： BD 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\because \overrightarrow{AC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

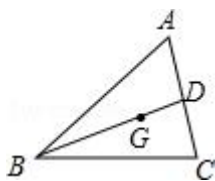
$$\because \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a},$$

$\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a} \right) = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}.$$

故答案为： $\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}$.



【点评】此题考查了平面向量与三角形重心的知识．此题难度适中，解题的关键是掌握三角形法则与三角形重心的性质，注意数形结合思想的应用．

16. (4 分) 为了了解全区近 6000 名初三学生数学学习状况，随机抽取 600 名学生的测试成绩作为样本，将他们的成绩整理后分组情况如下：(每组数据含最低值，不含最高值)

分组(分)	40 ~ 50	50 ~ 60	60 ~ 70	70 ~ 80	80 ~ 90	90 ~ 100
频数	12	18	180			
频率					0.16	0.04

根据上表信息，由此样本请你估计全区此次测试成绩在 70 ~ 80 分的人数大约是 2700 .

【考点】V5：用样本估计总体；V7：频数（率）分布表．

【分析】先根据统计表得出 40 ~ 70 分的频率，再求出 70 ~ 80 分的频率，最后用全区此次测试的总人数乘以 70 ~ 80 分的频率即可求出答案．

【解答】解：根据统计表得：

40 ~ 70 分的频率是：(12+18+180) ÷ 600 = 0.35，

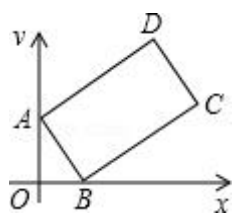
所以 70 ~ 80 分的频率是：1 - 0.35 - 0.16 - 0.04 = 0.45，

所以全区此次测试成绩在 70 ~ 80 分的人数大约是 6000 × 0.45 = 2700；

故答案为：2700．

【点评】本题考查了统计表以及用样本估计总体的思想，此题主要考查从统计表中获取信息的能力．统计表可以将大量数据的分类结果清晰、一目了然地表达出来．

17. (4 分) 如图，矩形 ABCD 中，AB = 2，BC = 4，点 A、B 分别在 y 轴、x 轴的正半轴上，点 C 在第一象限，如果 ∠OAB = 30°，那么点 C 的坐标是 (1+2√3, 2) .



【考点】D5：坐标与图形性质；LB：矩形的性质．

【专题】17：推理填空题．

【分析】根据 30° 角所对的直角边等于斜边的一半求出 OB 的长度，然后过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，根据直角三角形的性质求出 $\angle CBE = 30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中求出 CE 、 BE 的长度，再求出 OE 的长度，即可得解．

【解答】解： $\because AB = 2$ ， $\angle OAB = 30^\circ$ ，

$$\therefore OB = \frac{1}{2}AB = 1,$$

在矩形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ, \quad \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle OAB = 30^\circ,$$

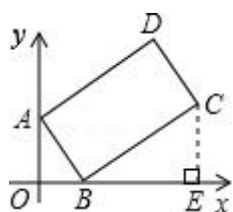
点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCE \text{ 中, } CE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2, \quad BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OE = OB + BE = 1 + 2\sqrt{3},$$

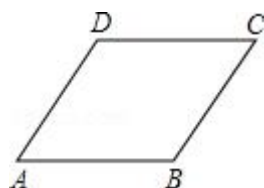
$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标是 } (1 + 2\sqrt{3}, 2).$$

故答案为： $(1 + 2\sqrt{3}, 2)$ ．



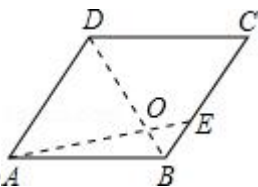
【点评】本题考查了矩形的性质，直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半的性质，作辅助线构造出直角三角形是解题的关键．

18. (4分) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，点 E 在射线 CB 上， $BE = 1$ ，如果 AE 与射线 DB 相交于点 O ，那么 $DO = \frac{9}{4}$ 或 $\frac{9}{2}$ ．



【考点】L8：菱形的性质．

【分析】本题分两种情况，如图所示，①根据 $\triangle BOE \sim \triangle DOA$ ，可求出 DO 的长度；②根据 $\triangle BEO \sim \triangle DAO$ ，可求出答案．



【解答】解：①

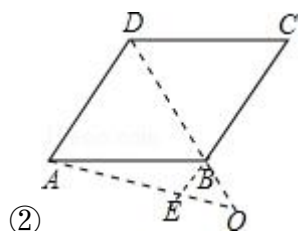
$$\because AB = AD, \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 是等边三角形, } BD = AB = 3,$$

$$\text{又} \because \triangle BOE \sim \triangle DOA,$$

$$\therefore \frac{BO}{OD} = \frac{BE}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\text{故 } DO = \frac{3}{4}BD = \frac{9}{4};$$



②

$$\text{设 } BO = x,$$

$$\because \triangle BOE \sim \triangle DOA,$$

$$\therefore \frac{BO}{OD} = \frac{BE}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\text{设 } BO = x, \text{ 则可得 } \frac{x}{x+3} = \frac{1}{3},$$

$$\text{解得: } x = \frac{3}{2},$$

$$\text{故 } OD = OB + BD = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}.$$

$$\text{综上所述 } DO = \frac{9}{4} \text{ 或 } \frac{9}{2}.$$

【点评】此题考查了菱形的性质及相似三角形的判定与性质，解答本题的关键是分类讨论，否则容易漏解，难度较大．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 化简: } \frac{m^2 - m - 6}{m^2 - m - 2} \div \frac{m+2}{m+1} - \frac{m}{m-2}.$$

【考点】6C：分式的混合运算.

【专题】11：计算题.

【分析】根据分式混合运算的法则先算除法，再算减法即可.

【解答】解：原式 $= \frac{(m-3)(m+2)}{(m-2)(m+1)} \times \frac{m+1}{m+2} - \frac{m}{m-2}$

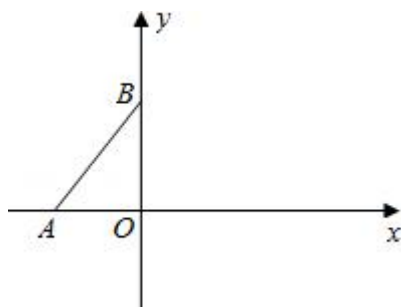
$$= \frac{m-3}{m-2} - \frac{m}{m-2}$$
$$= -\frac{3}{m-2}.$$

【点评】本题考查的是分式的混合运算，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

20. (10分) 如图，在 $\triangle AOB$ 中，点 $A(-1, 0)$ ，点 B 在 y 轴正半轴上，且 $OB = 2OA$.

(1) 求点 B 的坐标；

(2) 将 $\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° ，点 B 落在 x 轴正半轴的点 B' 处，抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 A 、 B' 两点，求此抛物线的解析式及对称轴.



【考点】H8：待定系数法求二次函数解析式；R7：坐标与图形变化 - 旋转.

【专题】1：常规题型.

【分析】(1) 先根据点 A 的坐标求出 OA 的长度，然后求出 OB 的长度，从而得解；

(2) 根据旋转的性质求出点 B' 的坐标，然后利用待定系数法求函数解析式即可，根据对称轴表达式列式即可得解.

【解答】解：(1) $\because A(-1, 0)$,

$$\therefore OA = 1,$$

$$\because OB = 2OA,$$

$$\therefore OB = 2,$$

$\therefore B(0, 2)$;

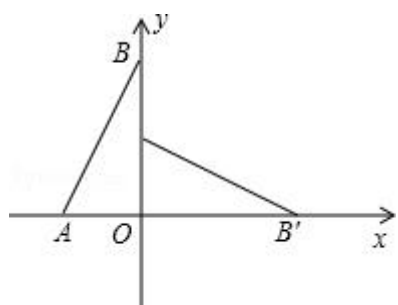
(2) 由题意, 得 $B'(2, 0)$,

$$\text{所以 } \begin{cases} a-b+2=0 \\ 4a+2b+2=0 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases},$$

所以 $y = -x^2 + x + 2$,

对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \times (-1)} = \frac{1}{2}$.

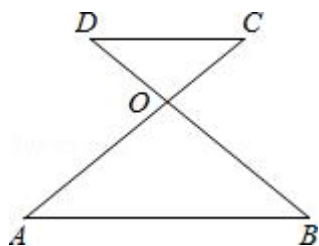


【点评】 本题考查了待定系数法求函数解析式, 旋转变换的性质, 求出点 B' 的坐标是解题的关键.

21. (10分) 如图, AC 和 BD 相交于点 O , $\angle D = \angle B$, $AB = 2CD$.

(1) 如果 $\triangle COD$ 的周长是 9, 求 $\triangle AOB$ 的周长;

(2) 连接 AD , 如果 $\triangle AOB$ 的面积是 16, 求 $\triangle ACD$ 的面积.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据已知条件和隐藏条件: 对顶角相等可判定 $\triangle COD \sim \triangle AOB$, 再利用相似三角形的性质即可求出 $\triangle AOB$ 的周长;

(2) 由 (1) 可知 $\frac{S_{\triangle COD}}{S_{\triangle AOB}} = \left(\frac{CD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$, 进而求出 $S_{\triangle COD} = 4$, 设 $\triangle ADC$ 中边 AC

上的高为 h , 则 $\triangle ADO$ 和 $\triangle DOC$ 的边 AO , CO 上的高也为 h , 所以可求出 $S_{\triangle AOD} = 8$, 从而求出 $\triangle ACD$ 的面积.

【解答】解：(1) $\because \angle D = \angle B, \angle DOC = \angle BOA;$

$\therefore \triangle COD \sim \triangle AOB,$

$$\therefore \frac{C_{\triangle COD}}{C_{\triangle AOB}} = \frac{CD}{AB} = \frac{CD}{2CD} = \frac{1}{2}$$

$\therefore C_{\triangle COD} = 9,$

$\therefore C_{\triangle AOB} = 18.$

(2) $\because \triangle COD \sim \triangle AOB,$

$$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{AB}{CD} = 2, \quad \frac{S_{\triangle COD}}{S_{\triangle AOB}} = \left(\frac{CD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

$\therefore S_{\triangle AOB} = 16,$

$\therefore S_{\triangle COD} = 4,$

设 $\triangle ADC$ 中边 AC 上的高为 h .

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADO}}{S_{\triangle COD}} = \frac{\frac{1}{2}AO \cdot h}{\frac{1}{2}CO \cdot h} = \frac{AO}{CO} = 2,$$

$\therefore S_{\triangle AOD} = 8.$

$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOD} = 12.$

【点评】本题考查了相似三角形的判定和相似三角形的性质，三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一，在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形；或依据基本图形对图形进行分解、组合；或作辅助线构造相似三角形，判定三角形相似的方法有时可单独使用，有时需要综合运用，无论是单独使用还是综合运用，都要具备应有的条件方可.

22. (10分) 为迎接“五一”国际劳动节，某公司机床车间举行“车工技能竞赛”活动，竞赛规则：先车好 240 个零件的选手获胜. 小李为了这次比赛刻苦训练、积极准备，在比赛中，小李每小时比原来多车 10 个零件，结果比原来提前 2 小时完成任务，荣获第一名. 问小李比赛中每小时车多少个零件？

【考点】B7：分式方程的应用.

【专题】126：工程问题.

【分析】关系式为：原来车 240 个零件用的时间 - 比赛时车 240 个零件用的时间 = 2，把相关数值代入后求得合适的解即可.

【解答】解：设小李比赛中每小时车 x 个零件，则小李原来每小时车 $(x - 10)$ 个零件.

由题意，得 $\frac{240}{x-10} - \frac{240}{x} = 2$;

化简，得 $x^2 - 10x - 1200 = 0$;

$(x - 40)(x + 30) = 0$,

$x_1 = 40$, $x_2 = -30$;

经检验 $x_1 = 40$, $x_2 = -30$ 都是原方程的根，但 $x_2 = -30$ 不合题意，舍去.

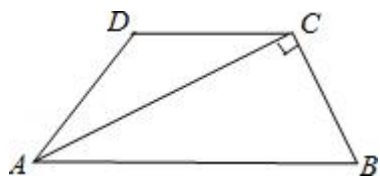
答：小李比赛中每小时车 40 个零件.

【点评】考查分式方程的应用；得到原来车 240 个零件用的时间和比赛时车 240 个零件用的时间的关系式是解决本题的关键.

23. (12 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD = CD$ ， AC 平分 $\angle DAB$ ， $AC \perp BC$ ， $\angle B = 60^\circ$.

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是等腰梯形；

(2) 取边 AB 的中点 E ，连接 DE . 求证：四边形 $DEBC$ 是菱形.



【考点】L9：菱形的判定；LK：等腰梯形的判定.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 由等腰三角形的性质、角平分线的性质利用等量代换可以推知内错角 $\angle DCA = \angle CAB$ ，利用平行线的判定定理可以证得 $CD \parallel AB$ ；然后由直角三角形的性质、角平分线的性质以及等腰三角形判定定理知 $AD = BC$ ；最后由等腰梯形的判定定理证得结论；

(2) 根据菱形的判定定理(邻边相等的平行四边形是菱形)知，欲证四边形 $DEBC$ 是菱形，首先证明四边形 $DEBC$ 是平行四边形，然后结合(1)知邻边 $CD = BC$.

【解答】证明：（1） $\because AD = CD$ （已知），

$\therefore \angle DCA = \angle DAC$ （等边对等角）；

$\because AC$ 平分 $\angle DAB$ （已知），

$\therefore \angle DAC = \angle CAB$ （角平分线的性质），

$\therefore \angle DCA = \angle CAB$ （等量代换），

$\therefore DC \parallel AB$ （内错角相等，两直线平行）；

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$

$\therefore \angle CAB = 30^\circ$ （直角三角形的两个锐角互余），

$\therefore \angle DAC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle DAB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ = \angle B$ ，

$\therefore AD = BC$ （等角对等边）；

$\because \angle B + \angle DAB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \neq 180^\circ$

$\therefore AD$ 与 BC 不平行， $\cdots$ （1分）

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形． $\cdots$ （1分）

（2）由（1）知 $AD = CD$ ， $BC = AD$ ，

$\therefore BC = CD$ （等量代换）；

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CAB = 30^\circ$

$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = BE$ （直角三角形中， 30° 角所对的直角边是斜边的一半）；

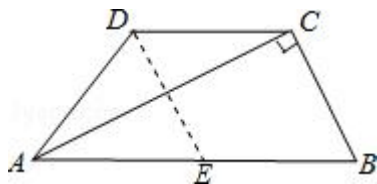
$\therefore CD = BE$ （等量代换），

$\therefore DC \parallel AB$ （梯形的性质），

$\therefore$ 四边形 $DEBC$ 是平行四边形（对边平行且相等的四边形是平行四边形）；

$\because BC = CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $DEBC$ 是菱形（邻边相等的平行四边形是菱形）。



【点评】 本题考查了等腰梯形的性质、菱形的判定．学生在证明四边形为等腰梯形时，常直接找所需条件：同一底上的两底角相等或两条腰相等，而常忽略

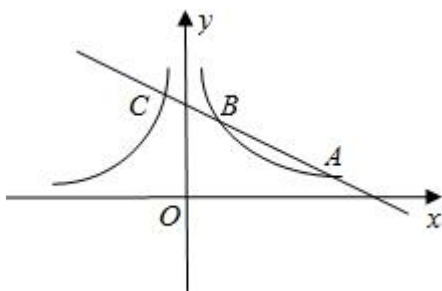
- 关键要素：已经证明该四边形为梯形了吗？

24. (12 分) 函数 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = -\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象关于 y 轴对称，我们把函数 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = -\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 叫做互为“镜子”函数. 类似地，如果函数 $y = f(x)$ 和 $y = h(x)$ 的图象关于 y 轴对称，那么我们就把函数 $y = f(x)$ 和 $y = h(x)$ 叫做互为“镜子”函数.

(1) 请写出函数 $y = 3x - 4$ 的“镜子”函数： $y = -3x - 4$ ；

(2) 函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的“镜子”函数是 $y = x^2 - 2x + 3$ ；

(3) 如图，一条直线与一对“镜子”函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 的图象分别交于点 A 、 B 、 C ，如果 $CB : AB = 1 : 2$ ，点 C 在函数 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 的“镜子”函数上的对应点的横坐标是 $\frac{1}{2}$ ，求点 B 的坐标.



【考点】GB：反比例函数综合题.

【分析】(1) 根据关于 y 轴对称的点的坐标特征：纵坐标不变，横坐标互为相反数. 则两个解析式的 k 值应互为相反数，得出答案即可；

(2) 函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 的图象关于 y 轴对称的抛物线 x 互为相反数， y 不变，得 $y = (-x)^2 - 2(-x) + 3 = x^2 + 2x + 3$ ，即可.

(3) 首先作 CC' 、 BB' 、 AA' 垂直于 x 轴，再利用设点 $B(m, \frac{2}{m})$ 、 $A(n, \frac{2}{n})$ ，得出 $A'B' = n - m$ ， $B'C' = m + \frac{1}{2}$ ，即可得出等式方程，求出 m 的值即可.

【解答】解：(1) 利用关于 y 轴对称的点的坐标特征：纵坐标不变，横坐标互为相反数得出：

函数 $y = 3x - 4$ 的“镜子”函数： $y = -3x - 4$ ；

故答案为： $y = -3x - 4$ ；

(2) $y = x^2 - 2x + 3$ 的图象关于 y 轴对称的抛物线 x 互为相反数, y 不变. 得
 $y = (-x)^2 - 2(-x) + 3 = x^2 + 2x + 3$.

故答案为: $y = x^2 + 2x + 3$;

(3) 过点 C 作 CC' 垂直于 x 轴, 垂足为 C' , 过点 B 作 BB' 垂直于 x 轴, 垂足为 B' , 过点 A 作 AA' 垂直于 x 轴, 垂足为 A' .

设点 $B(m, \frac{2}{m})$ 、 $A(n, \frac{2}{n})$, 其中 $m > 0$, $n > 0$.

由题意, 得 点 $C(-\frac{1}{2}, 4)$.

$$\therefore CC' = 4, BB' = \frac{2}{m}, AA' = \frac{2}{n},$$

$$A'B' = n - m, B'C' = m + \frac{1}{2}.$$

易知 $CC' \parallel BB' \parallel AA'$,

又 $CB:AB = 1:2$,

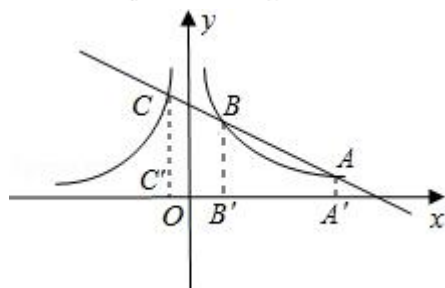
$$\text{所以, 可得 } \begin{cases} n - m = 2(m + \frac{1}{2}) \\ \frac{\frac{2}{m} - 4}{\frac{2}{n} - \frac{2}{m}} = \frac{2}{3} \end{cases},$$

$$\text{化简, 得 } \begin{cases} n - 3m = 1 \\ \frac{1}{m} - \frac{1}{3n} = \frac{4}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得 } m = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6} \text{ (负值舍去),}$$

$$\therefore \frac{2}{m} = \frac{4\sqrt{10} - 4}{3},$$

$$\therefore B(\frac{1 + \sqrt{10}}{6}, \frac{4\sqrt{10} - 4}{3}).$$

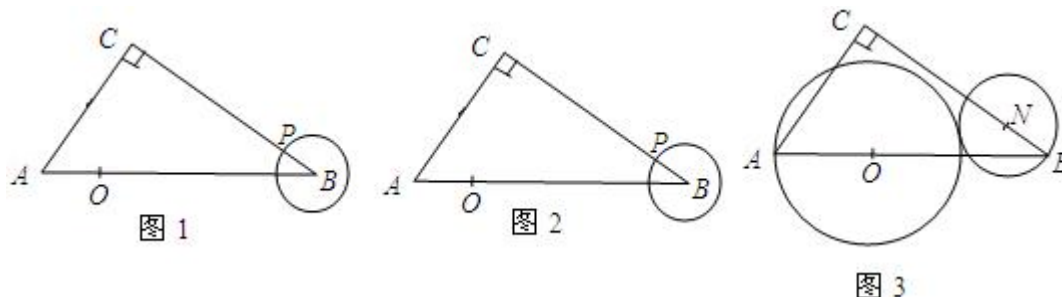


【点评】 本题考查了反比例函数的综合、一次函数、二次函数图象与几何变换的知识, 根据已知利用平行线分线段成比例定理得出等式方程是解题关键.

25. (14分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $\sin B = \frac{3}{5}$, $\odot B$ 的半径长为 1,

$\odot B$ 交边 CB 于点 P , 点 O 是边 AB 上的动点.

- (1) 如图 1, 将 $\odot B$ 绕点 P 旋转 180° 得到 $\odot M$, 请判断 $\odot M$ 与直线 AB 的位置关系;
- (2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 当 $\triangle OMP$ 是等腰三角形时, 求 OA 的长;
- (3) 如图 3, 点 N 是边 BC 上的动点, 如果以 NB 为半径的 $\odot N$ 和以 OA 为半径的 $\odot O$ 外切, 设 $NB = y$, $OA = x$, 求 y 关于 x 的函数关系式及定义域.



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】15: 综合题; 16: 压轴题.

【分析】(1) 过点 M 作 $MD \perp AB$, 垂足为 D , 根据 $MB = 2$, 结合 $\sin \angle B$ 的值, 可得出 MD 的长, 与圆 M 的半径进行比较即可得出 $\odot M$ 与直线 AB 的位置关系;

(2) 根据 (1) 得出 $MD > MP$, $OM > MP$, 从而 $\triangle OMP$ 是等腰三角形可分两种情况讨论, ① $OP = MP$, ② $OM = OP$, 分别运用相似三角形的性质求解 OA 即可;

(3) 先表示出 NF 、 BF , 从而可得出 OF 的表达式, 由 $\odot N$ 和 $\odot O$ 外切, 可得出 $ON = x + y$, 在 $\text{Rt}\triangle NFO$ 中利用勾股定理, 可得出 y 与 x 的关系式, 也可得出自变量的定义域.

【解答】解: (1) $\odot M$ 与直线 AB 相离, 理由如下:

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\because \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}, \quad AC = 6,$$

$$\therefore AB = 10, \quad BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

过点 M 作 $MD \perp AB$, 垂足为 D ,

在 $\text{Rt}\triangle MDB$ 中, $\angle MDB = 90^\circ$, $\sin B = \frac{MD}{MB} = \frac{3}{5}$,

$$\therefore MB = 2,$$

$$\therefore MD = \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{5} > 1,$$

故可得 $\odot M$ 与直线 AB 相离;

$$(2) \because MD = \frac{6}{5} > 1 = MP,$$

$$\therefore OM > MP.$$

分两种情况讨论,

1° 当 $OP = MP$ 时, 此时 $OP = MP = PB$,

故易得 $\angle MOB = 90^\circ$,

$$\therefore \cos B = \frac{OB}{BM} = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10},$$

$$\therefore OB = \frac{8}{5}$$

$$\therefore OA = \frac{42}{5};$$

2° 当 $OM = OP$ 时, 过点 O 作 $OE \perp BC$, 垂足为 E

$$EB = EP + PB = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2},$$

$$\text{此时 } \cos B = \frac{EB}{OB} = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10},$$

$$\therefore OB = \frac{15}{8},$$

$$\therefore OA = \frac{65}{8}.$$

综上所述, 当 $\triangle OMP$ 是等腰三角形时, OA 的长为 $\frac{42}{5}$ 或 $\frac{65}{8}$;

(3) 连接 ON , 过点 N 作 $NF \perp AB$, 垂足为 F .

在 $\text{Rt}\triangle NFB$ 中, $\angle NFB = 90^\circ$, $\sin B = \frac{3}{5}$,

设 $NB = y$, 则 $NF = \frac{3}{5}y$, $BF = \frac{4}{5}y$,

故可得 $OF = 10 - x - \frac{4}{5}y$,

$\because \odot N$ 和 $\odot O$ 外切,

$$\therefore ON = x + y,$$

在 $\text{Rt}\triangle NFO$ 中, $\angle NFO = 90^\circ$, 则 $ON^2 = OF^2 + NF^2$,

$$\text{即 } (x+y)^2 = \left(10-x-\frac{4}{5}y\right)^2 + \left(\frac{3}{5}y\right)^2,$$

故可得 $y = \frac{250-50x}{x+40}$, 定义域为: $0 < x < 5$.

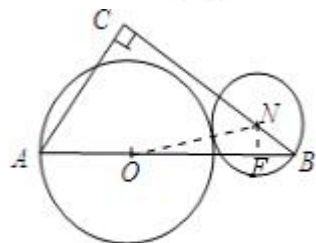


图 3

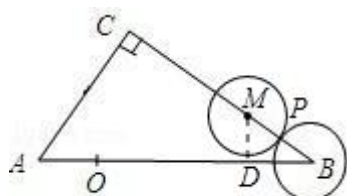
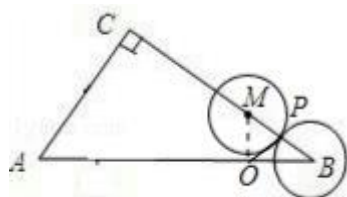
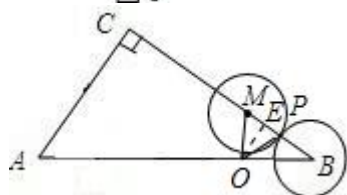


图 1

【点评】 此题属于圆的综合题, 涉及了直线与圆的位置关系、勾股定理及等腰三角形的性质, 综合性较强, 难点在第二问和第三问, 解答时注意分类讨论思想的运用, 另外要求我们能将所学知识融会贯通.