

2012 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 计算 $\sqrt{4}$ 的结果是 ()

- A. 2 B. ± 2 C. -2 D. $\pm\sqrt{2}$

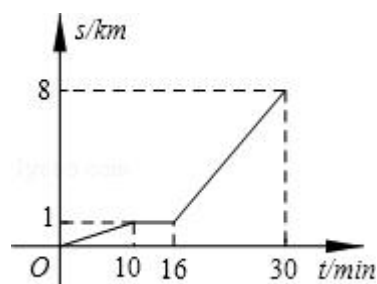
2. (4 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a+a=a^2$ B. $(2a)^3=6a^3$
C. $(a-1)^2=a^2-1$ D. $a^3 \div a=a^2$

3. (4 分) 已知：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别是 a 、 b 、 c ，且 $a=3$ ， $b=4$ ，那么 $\angle B$ 的正弦值等于 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

4. (4 分) 小亮从家步行到公交车站台，等公交车去学校．图中的折线表示小亮的行程 s (km) 与所花时间 t (min) 之间的函数关系．下列说法错误的是 ()

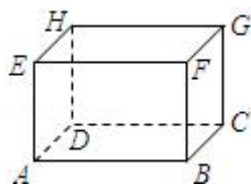


- A. 他离家 8km 共用了 30min
B. 他等公交车时间为 6min
C. 他步行的速度是 100m/min
D. 公交车的速度是 350m/min

5. (4 分) 解方程 $x^2 - x + 2 = \frac{1}{x^2 - x}$ 时，如果设 $y = x^2 - x$ ，那么原方程可变形为关于 y 的整式方程是 ()

- A. $y^2 - 2y - 1 = 0$ B. $y^2 - 2y + 1 = 0$ C. $y^2 + 2y + 1 = 0$ D. $y^2 + 2y - 1 = 0$

6. (4 分) 已知长方体 $ABCD - EFGH$ 如图所示，那么下列直线中与直线 AB 不平行也不垂直的直线是 ()



- A. EA B. GH C. HC D. EF

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

- 7.（4 分）函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.
- 8.（4 分）2010 年 11 月，我国进行了第六次全国人口普查，据统计全国人口为 1370536875 人，将这个总人口数（保留三个有效数字）用科学记数法可以表示为_____.
- 9.（4 分）方程 $\frac{2}{x-1} = 1$ 的根是_____.
- 10.（4 分）分解因式： $x^2 - 2x - 1 =$ _____.
- 11.（4 分）已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 有两个相同的实数根，则 a 的值是_____.
- 12.（4 分）如果反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图象在 $x < 0$ 的范围内， y 随 x 的增大而减小，那么 m 的取值范围是_____.
- 13.（4 分）为响应“红歌唱响中国”活动，某乡镇举行了一场“红歌”歌咏比赛．组委会现定：任问一名参赛选手的成绩 x 满足： $60 \leq x < 100$ ，赛后整理所有参赛选手的成绩如表（一）

分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	30	0.15
$70 \leq x < 80$	m	0.45
$80 \leq x < 90$	60	n
$90 \leq x < 100$	20	0.1

表（一）

根据表（一）提供的信息 $n =$ _____.

- 14.（4 分）小明和小张两人练习电脑打字，小明每分钟比小张少打 6 个字，小明打 120 个字所用的时间和小张打 180 个字所用的时间相等．设小明打字速

度为 x 个/分钟，则列方程为_____.

15. (4分) 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, E 、 F 是 AD 、 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$, 那么用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{EF} =$ _____.

16. (4分) 已知两圆的半径 R 、 r 分别为方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两根, 两圆的圆心距为 1, 两圆的位置关系是_____.

17. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 过点 G 作 $DE \parallel BC$, 与 AB 相交于点 D , 与 AC 相交于点 E , 如果 $\triangle ABC$ 的面积为 9. 那么 $\triangle ADE$ 的面积是_____.

18. (4分) 矩形 $ABCD$ 中, $AD = 4$, $CD = 2$, 边 AD 绕 A 旋转使得点 D 落在射线 CB 上 P 处, 那么 $\angle DPC$ 的度数为_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

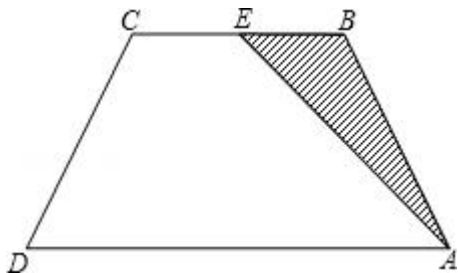
19. (10分) 计算: $(-\frac{1}{4})^{-1} + \sqrt{27} + |\sqrt{3}-3| + \cot 30^\circ$.

20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x-7 < 2(1-3x) \\ \frac{x-3}{2} + 1 \leq \frac{3x-1}{4} \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.

21. (10分) 在一次课题设计活动中, 小明对修建一座 $87m$ 长的水库大坝提出了以下方案; 大坝的横截面为等腰梯形, 如图, $AD \parallel BC$, 坝高 $10m$, 迎水坡面 AB 的坡度 $i = \frac{5}{3}$, 老师看后, 从力学的角度对此方案提出了建议, 小明决定在原方案的基础上, 将迎水坡面 AB 的坡度进行修改, 修改后的迎水坡面 AE 的坡度 $i = \frac{5}{6}$.

(1) 求原方案中此大坝迎水坡 AB 的长 (结果保留根号);

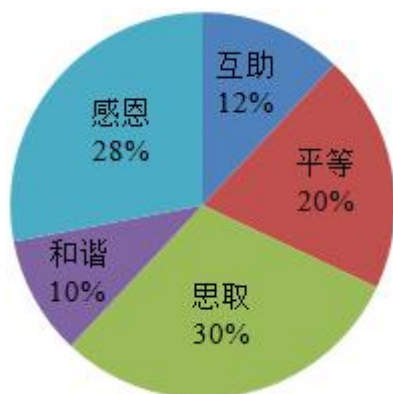
(2) 如果方案修改前后, 修建大坝所需土石方总体积不变, 在方案修改后, 若坝顶沿 EC 方向拓宽 $2.7m$, 求坝底将会沿 AD 方向加宽多少米?



22. (10分) 某校开展了以“人生观、价值观”为主题的班队活动. 活动结束后,

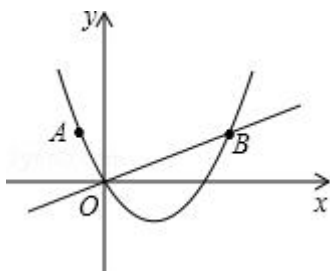
初三(2)班数学兴趣小组提出了 5 个主要观点并在本班 50 名学生中进行了调查(要求每位同学只选自己最认可的一项观点),并制成了如图所示的扇形统计图.

- (1) 该班学生选择“和谐”观点的有_____人,在扇形统计图中,“和谐”观点所在扇形区域的圆心角是_____.
- (2) 如果该校有 1500 名初三学生,利用样本估计选择“感恩”观点的初三学生约有_____人.
- (3) 如果数学兴趣小组在这 5 个主要观点中任选两项观点在全校学生中进行调查,求恰好选到“和谐”和“感恩”观点的概率.



23. (12 分) 已知: 直角坐标平面内有点 $A(-1, 2)$, 过原点 O 的直线 $l \perp OA$, 且与过点 A 、 O 的抛物线相交于第一象限的 B 点, 若 $OB = 2OA$.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 设有直线 $x = m$ ($m > 0$) 交直线 l 于 P , 交抛物线于点 Q , 若 B 、 C 、 P 、 Q 组成的四边形是平行四边形, 求 m 的值.

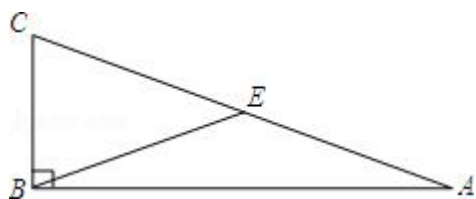


24. (12 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, E 为 AC 的中点.

操作: 过点 C 作 BE 的垂线, 过点 A 作 BE 的平行线, 两直线相交于点 D , 在 AD 的延长线上截取 $DF = BE$. 连接 EF 、 BD .

- (1) 试判断 EF 与 BD 之间具有怎样的关系? 并证明你所得的结论.

(2) 如果 $AF = 13$, $CD = 6$, 求 AC 的长.

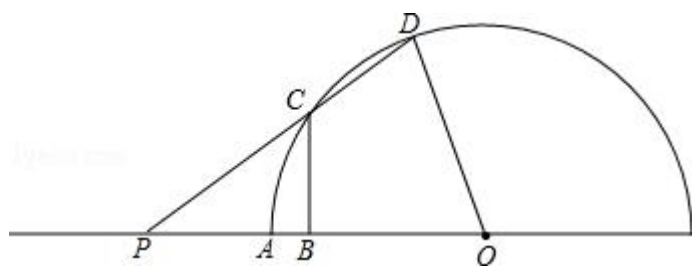


25. (14 分) 已知: 半圆 O 的半径 $OA = 4$, P 是 OA 延长线上一点, 过线段 OP 的中点 B 作垂线交 $\odot O$ 于点 C , 射线 PC 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 OD .

(1) 若 $\widehat{AC} = \widehat{CD}$, 求弦 CD 的长.

(2) 若点 C 在 $\widehat{AD}$ 上时, 设 $PA = x$, $CD = y$, 求 y 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;

(3) 设 CD 的中点为 E , 射线 BE 与射线 OD 交于点 F , 当 $DF = 1$ 时, 请直接写出 $\tan \angle P$ 的值.



2012 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）计算 $\sqrt{4}$ 的结果是（ ）

A. 2

B. ± 2

C. -2

D. $\pm\sqrt{2}$

【考点】22：算术平方根.

【分析】 $\sqrt{4}$ 即为 4 的算术平方根，根据算术平方根的意义求值.

【解答】解： $\sqrt{4}=2$.

故选：A.

【点评】本题考查了算术平方根. 关键是理解算式是意义.

2.（4 分）下列计算正确的是（ ）

A. $a+a=a^2$

B. $(2a)^3=6a^3$

C. $(a-1)^2=a^2-1$

D. $a^3 \div a=a^2$

【考点】35：合并同类项；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法；4C：完全平方公式.

【分析】根据合并同类项运算法则和积的乘方法则、完全平方公式以及同底数幂的除法法则逐项计算即可.

【解答】解：A, $a+a=2a \neq a^2$ ，故该选项错误；

B, $(2a)^3=8a^3 \neq 6a^3$ ，故该选项错误

C, $(a-1)^2=a^2-2a+1 \neq a^2-1$ ，故该选项错误；

D, $a^3 \div a=a^2$ ，故该选项正确，

故选：D.

【点评】本题考查了并同类项运算法则和积的乘方法则、完全平方公式以及同底数幂的除法法则，解题的关键是熟记以上各种运算法则.

3.（4 分）已知：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别是 a 、 b 、 c ，且 $a=3$ ， $b=4$ ，那么 $\angle B$ 的正弦值等于（ ）

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

【考点】KQ：勾股定理；T1：锐角三角函数的定义.

【分析】首先根据勾股定理求 c 的值，然后根据锐角三角函数的定义即可求出结

果.

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $a = 3$, $b = 4$,

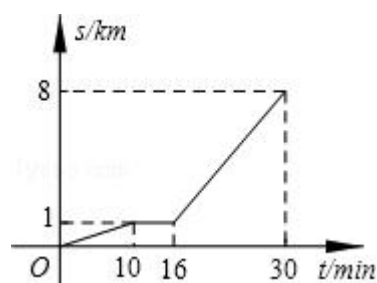
$$\therefore c = 5,$$

$$\therefore \sin B = 4:5.$$

故选: B .

【点评】本题主要考查了锐角三角函数的定义、勾股定理, 解题的关键在于求出斜边 c 的长度.

4. (4分) 小亮从家步行到公交车站台, 等公交车去学校. 图中的折线表示小亮的行程 s (km) 与所花时间 t (min) 之间的函数关系. 下列说法错误的是 ()



A. 他离家 8km 共用了 30min

B. 他等公交车时间为 6min

C. 他步行的速度是 100m/min

D. 公交车的速度是 350m/min

【考点】E6: 函数的图象.

【专题】16: 压轴题; 31: 数形结合.

【分析】根据图象可以确定他离家 8km 用了多长时间, 等公交车时间是多少, 他步行的时间和对应的路程, 公交车运行的时间和对应的路程, 然后确定各自的速度.

【解答】解: A 、依题意得他离家 8km 共用了 30min , 故 A 选项正确;

B 、依题意在第 10min 开始等公交车, 第 16min 结束, 故他等公交车时间为 6min , 故 B 选项正确;

C 、他步行 10min 走了 1000m , 故他步行的速度为他步行的速度是 100m/min , 故 C 选项正确;

D 、公交车 $(30 - 16)\text{min}$ 走了 $(8 - 1)\text{km}$, 故公交车的速度为 $7000 \div 14 = 500\text{m/min}$,

故 D 选项错误.

故选: D .

【点评】 本题考查利用函数的图象解决实际问题, 正确理解函数图象横纵坐标表示的意义, 理解问题的过程, 就能够通过图象得到函数问题的相应解决. 需注意计算单位的统一.

5. (4 分) 解方程 $x^2 - x + 2 = \frac{1}{x^2 - x}$ 时, 如果设 $y = x^2 - x$, 那么原方程可变形为关于 y 的整式方程是 ()

A. $y^2 - 2y - 1 = 0$ B. $y^2 - 2y + 1 = 0$ C. $y^2 + 2y + 1 = 0$ D. $y^2 + 2y - 1 = 0$

【考点】 B4: 换元法解分式方程.

【分析】 本题考查用换元法解分式方程的能力. 可根据方程特点设 $y = x^2 - x$, 则原方程可化为 $y + 2 = \frac{1}{y}$, 然后去分母、移项即可.

【解答】 解: 原方程可化为: $y + 2 = \frac{1}{y}$,

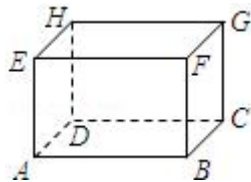
去分母得: $y^2 + 2y = 1$,

移项得: $y^2 + 2y - 1 = 0$,

故选: D .

【点评】 本题考查了用换元法解分式方程的能力, 用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法, 根据方程特点设出相应未知数, 解方程能够使问题简单化, 注意求出方程解后要验根.

6. (4 分) 已知长方体 $ABCD - EFGH$ 如图所示, 那么下列直线中与直线 AB 不平行也不垂直的直线是 ()



A. EA B. GH C. HC D. EF

【考点】 I1: 认识立体图形; J3: 垂线; J7: 平行线.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据长方体的棱要么互相平行, 要么互相垂直, 结合选项找出不是长方体的棱所在的直线的直线即可.

【解答】解： A 、 EA 是长方体的棱，与 AB 互相垂直，故本选项错误；

B 、 GH 是长方体的棱，与 AB 互相平行，故本选项错误；

C 、 HC 不是长方体的棱，与 AB 不平行也不垂直，故本选项正确；

D 、 EF 是长方体的棱，与 AB 互相平行，故本选项错误.

故选： C .

【点评】本题借助长方体考查了平行线与垂线的知识，熟悉长方体的各棱之间的关系是解题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4分）函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$.

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解

【解答】解：根据题意得：
$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases},$$

解得： $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$.

故答案为： $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$.

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

8.（4分）2010 年 11 月，我国进行了第六次全国人口普查，据统计全国人口为 1370536875 人，将这个总人口数（保留三个有效数字）用科学记数法可以表示为 1.37×10^9 .

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数；保留有效数字只保留 a 部分即可.

【解答】解： $1370536875 = 1.370536875 \times 10^9 \approx 1.37 \times 10^9$.

故答案为： 1.37×10^9 .

【点评】此题主要考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n

的值.

9. (4分) 方程 $\frac{2}{x-1}=1$ 的根是 $x=3$.

【考点】B3: 解分式方程.

【分析】观察可得最简公分母是 $(x-1)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】解: 方程的两边同乘 $(x-1)$, 得

$$2 = x - 1,$$

解得 $x = 3$.

检验: 把 $x = 3$ 代入 $(x-1) = 2 \neq 0$.

$\therefore$ 原方程的解为: $x = 3$.

【点评】本题考查了分式方程的解法:

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

10. (4分) 分解因式: $x^2 - 2x - 1 = \underline{(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})}$.

【考点】58: 实数范围内分解因式.

【专题】11: 计算题.

【分析】先令 $x^2 - 2x - 1 = 0$, 解得 $x = 1 \pm \sqrt{2}$, 即可对所给代数式因式分解.

【解答】解: 先令 $x^2 - 2x - 1 = 0$,

解得 $x = 1 \pm \sqrt{2}$,

$$\therefore x^2 - 2x - 1 = [x - (1 + \sqrt{2})][x - (1 - \sqrt{2})] = (x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2}).$$

故答案是 $(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$.

【点评】本题考查了分解因式. 解题的关键是利用公式法求一元二方程的根.

11. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 有两个相同的实数根, 则 a 的值是 4 .

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】若一元二次方程有两个相等实数根, 则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 建立关于 a 的方程, 求出 a 的值.

【解答】解: 由题意得: $\Delta = 0$,

$$\text{则: } (-4)^2 - 4 \times 1 \times a = 0,$$

解得: $a = 4$,

故答案为：4.

【点评】此题主要考查了利用一元二次方程根的判别式（ $\Delta = b^2 - 4ac$ ）判断方程的根的情况．关键是掌握一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

（1） $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

（2） $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

（3） $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根．

12.（4分）如果反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图象在 $x < 0$ 的范围内， y 随 x 的增大而减小，那么 m 的取值范围是 $m > 3$ ．

【考点】G4：反比例函数的性质．

【分析】根据反比例函数的性质知： $y = \frac{m-3}{x}$ 的图象在 $x < 0$ 的范围内 y 随 x 的增大而减小，得出 $m - 3 > 0$ ，求出不等式的解集即可．

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图象在 $x < 0$ 的范围内 y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore m - 3 > 0,$$

$$\therefore m > 3.$$

故答案为： $m > 3$ ．

【点评】本题主要考查对反比例函数的性质，解一元一次不等式等知识点的理解和掌握，能熟练地运用反比例函数的性质进行计算是解此题的关键．

13.（4分）为响应“红歌唱响中国”活动，某乡镇举行了一场“红歌”歌咏比赛．组委会规定：任问一名参赛选手的成绩 x 满足： $60 \leq x < 100$ ，赛后整理所有参赛选手的成绩如表（一）

分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	30	0.15
$70 \leq x < 80$	m	0.45
$80 \leq x < 90$	60	n
$90 \leq x < 100$	20	0.1

表（一）

根据表（一）提供的信息 $n =$ 0.3．

【考点】V7：频数（率）分布表．

【专题】 11: 计算题; 27: 图表型.

【分析】 根据 $60 \leq x < 70$, 可知其分数段内的频数为 30, 频率为 0.15, 可求出总人数, 然后 $n = \frac{60}{\text{总人数}}$, 从而得结果.

【解答】 解: $\because 60 \leq x < 70$, 可知其分数段内的频数为 30, 频率为 0.15,

$$\therefore 30 \div 0.15 = 200 \text{ (人)}$$

$$\therefore n = \frac{60}{200} = 0.3.$$

故答案为: 0.3.

【点评】 本题考查频数, 频率, 总数之间的关系, 频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$, 从而知道任何两个可求出另外一个, 从而求出解.

14. (4 分) 小明和小张两人练习电脑打字, 小明每分钟比小张少打 6 个字, 小明打 120 个字所用的时间和小张打 180 个字所用的时间相等. 设小明打字速度为 x 个/分钟, 则列方程为 $\frac{120}{x} = \frac{180}{x+6}$.

【考点】 B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【分析】 设小明打字速度为 x 个/分钟, 根据小明每分钟比小张少打 6 个字, 小明打 120 个字所用的时间和小张打 180 个字所用的时间相等, 可列出方程.

【解答】 解: 设小明打字速度为 x 个/分钟,

$$\frac{120}{x} = \frac{180}{x+6}.$$

故答案为: $\frac{120}{x} = \frac{180}{x+6}$.

【点评】 本题考查理解题意的能力, 设出打字速度, 以时间做为等量关系列方程.

15. (4 分) 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, E 、 F 是 AD 、 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$, 那么用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 由梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, E 、 F 是 AD 、 BC 的中点, 即可得 EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线, 根据梯形中位线的性质, 可得 $EF \parallel AB \parallel CD$, $EF = \frac{1}{2}$

$(AB+CD)$, 又由 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$, 即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, E 、 F 是 AD 、 BC 的中点,

$\therefore EF$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线,

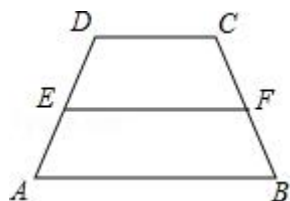
$$\therefore EF \parallel AB \parallel CD, EF = \frac{1}{2} (AB + CD),$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{CD} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DC} = -\vec{b}$$

$$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} (\vec{a} - \vec{b}).$$

故答案为: $\frac{1}{2} (\vec{a} - \vec{b})$.



【点评】 此题考查了梯形中位线的性质与平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握平行向量间的关系, 注意数形结合思想的应用.

16. (4 分) 已知两圆的半径 R 、 r 分别为方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两根, 两圆的圆心距为 1, 两圆的位置关系是 内切.

【考点】 A8: 解一元二次方程 - 因式分解法; MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】 本题可先求出方程的根即两圆的半径 R 、 r , 再根据由数量关系来判断两圆位置关系的方法, 确定两圆的位置关系. 设两圆圆心距为 P , 两圆半径分别为 R 和 r , 且 $R \geq r$, 则有: 外离 $P > R + r$; 外切 $P = R + r$; 相交 $R - r < P < R + r$; 内切 $P = R - r$; 内含 $P < R - r$.

【解答】 解: $\because$ 两圆的半径分别是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两根,

$$\therefore \text{两圆半径和为: } R + r = 5, \text{ 半径积为: } Rr = 6,$$

$$\therefore \text{半径差} = |R - r| = \sqrt{(R - r)^2} = \sqrt{(R + r)^2 - 4Rr} = \sqrt{5^2 - 4 \times 6} = 1,$$

即圆心距等于半径差,

$\therefore$ 根据圆心距与半径之间的数量关系可知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是内切.

故答案为: 内切.

【点评】 本题考查了解一元二次方程和由数量关系来判断两圆位置关系的方法. 注意此类题型可直接求出解判断, 也可利用根与系数的关系找到两个根的差或和.

17. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 过点 G 作 $DE \parallel BC$, 与 AB 相交于点 D , 与 AC 相交于点 E , 如果 $\triangle ABC$ 的面积为9. 那么 $\triangle ADE$ 的面积是 4.

【考点】K5: 三角形的重心; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】根据 $DE \parallel BC$ 判断出 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 相似, 再根据重心到顶点的距离等于到对边中点的距离的2倍, 求出两三角形对应中线的比, 也就是相似比, 再根据相似三角形面积的比等于相似比的平方列式计算即可得解.

【解答】解: 如图所示, $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore AG = 2GF,$$

$$\therefore AG = \frac{2}{3}AF,$$

$$\therefore \frac{AG}{AF} = \frac{2}{3},$$

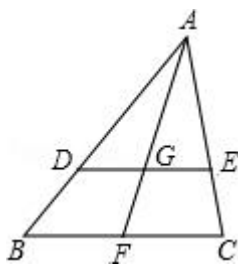
即 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 的相似比为 $\frac{2}{3}$,

$$\frac{\triangle ADE \text{ 的面积}}{\triangle ABC \text{ 的面积}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

$\because \triangle ABC$ 的面积为9,

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的面积} = \frac{4}{9} \times 9 = 4.$$

故答案为: 4.



【点评】本题考查了三角形的重心, 相似三角形的判定与性质, 熟记三角形的重心到顶点的距离等于到对边中点的距离的2倍求出两三角形的对应中线的比, 也就是相似比是解题的关键.

18. (4分) 矩形 $ABCD$ 中, $AD = 4$, $CD = 2$, 边 AD 绕 A 旋转使得点 D 落在射线 CB 上 P 处, 那么 $\angle DPC$ 的度数为 75° 或 15° .

【考点】KO：含 30° 度角的直角三角形；LB：矩形的性质；R2：旋转的性质．

【分析】 A 旋转使得点 D 落在射线 CB 上 P 处，则 P 在线段 BC 上或 P 在 CB 的延长线上，应分两种情况进行讨论，根据等腰三角形的性质：等边对等角即可求解．

【解答】解：当 P 在线段 CB 上时，

$$\because AP = AD = 4, AB = CD = 2,$$

$$\therefore \text{在直角} \triangle ABP \text{ 中, } \angle APB = 30^\circ,$$

$$\because AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle DAP = \angle APB = 30^\circ,$$

$$\because AP = AD$$

$$\therefore \angle APD = \angle ADP = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ.$$

$$\therefore \angle DPC = 180^\circ - \angle APB - \angle APD = 180^\circ - 30^\circ - 75^\circ = 75^\circ;$$

当 P' 在 CB 的延长线上时，

同理，在直角 $\triangle AP'B$ 中， $\angle AP'B = 30^\circ$ ， $\angle P'AB = 60^\circ$ ，

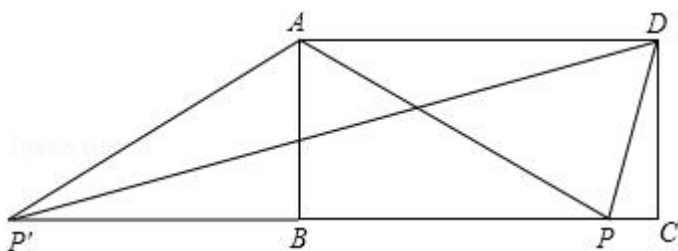
$$\text{则 } \angle P'AD = \angle P'AB + \angle BAD = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ,$$

$$\because AP' = AD,$$

$$\therefore \angle AP'D = \angle ADP' = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DP'C = \angle AP'B - \angle AP'D = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ.$$

故 $\angle DPC$ 的度数为： 75° 或 15°



【点评】本题考查了等腰三角形的性质：等边对等角，以及解直角三角形，正确理解分两种情况讨论是关键．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $(-\frac{1}{4})^{-1} + \sqrt{27} + |\sqrt{3}-3| + \cot 30^\circ$.

【考点】2C：实数的运算；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】本题涉及负整数指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值、二次根式化简4个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解: 原式 $= -4 + 3\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $= 3\sqrt{3} - 1.$

【点评】本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值、二次根式化简等考点的运算.

20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x-7 < 2(1-3x) \\ \frac{x-3}{2} + 1 \leq \frac{3x-1}{4} \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.

【考点】C2: 不等式的性质; C4: 在数轴上表示不等式的解集; C6: 解一元一次不等式; CB: 解一元一次不等式组.

【专题】11: 计算题.

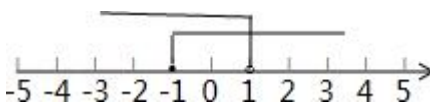
【分析】根据不等式的性质求出每个不等式的解集, 根据找不等式组解集的规律找出即可.

【解答】解: $\begin{cases} 3x-7 < 2(1-3x) \text{ ①} \\ \frac{x-3}{2} + 1 \leq \frac{3x-1}{4} \text{ ②} \end{cases}$,

$\therefore$ 由①得 $x < 1$,

由②得 $x \geq -1$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-1 \leq x < 1$,

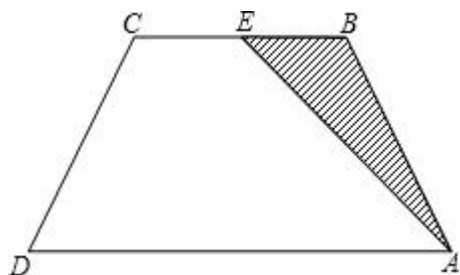
在数轴上表示不等式组的解集为: 

【点评】本题考查了不等式的性质, 解一元一次不等式(组), 在数轴上表示不等式组的解集的应用, 关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集, 题目比较典型, 难度不大.

21. (10分) 在一次课题设计活动中, 小明对修建一座 $87m$ 长的水库大坝提出了以下方案; 大坝的横截面为等腰梯形, 如图, $AD \parallel BC$, 坝高 $10m$, 迎水坡面 AB 的坡度 $i = \frac{5}{3}$, 老师看后, 从力学的角度对此方案提出了建议, 小明决定在

原方案的基础上，将迎水坡面 AB 的坡度进行修改，修改后的迎水坡面 AE 的坡度 $i = \frac{5}{6}$.

- (1) 求原方案中此大坝迎水坡 AB 的长 (结果保留根号);
- (2) 如果方案修改前后，修建大坝所需土石方总体积不变，在方案修改后，若坝顶沿 EC 方向拓宽 $2.7m$ ，求坝底将会沿 AD 方向加宽多少米?



【考点】 LJ: 等腰梯形的性质; T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 过点 B 作 $BF \perp AD$ 于 F ，在直角三角形 ABF 中解得 AF ， AB 的值.

(2) 过点 E 作 $EG \perp AD$ 于 G . 延长 EC 至点 M ， AD 至点 N ，连接 MN ，由 $S_{\triangle ABE} = S_{\text{梯形} CMND}$ 从而解得 DN 的值.

【解答】 解: (1) 过点 B 作 $BF \perp AD$ 于 F .

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中， $\because i = \frac{BF}{AF} = \frac{5}{3}$ ，且 $BF = 10m$.

$$\therefore AF = 6m, AB = 2\sqrt{34}m.$$

答: 此大坝迎水坡 AB 的长是 $2\sqrt{34}m$;

(2) 过点 E 作 $EG \perp AD$ 于 G .

在 $\text{Rt}\triangle AEG$ 中， $\because i = \frac{EG}{AG} = \frac{5}{6}$ ，且 $EG = BF = 10m$

$$\therefore AG = 12m,$$

$$\because AF = 6m,$$

$$\therefore BE = GF = AG - AF = 6m,$$

如图，延长 EC 至点 M ， AD 至点 N ，连接 MN ，

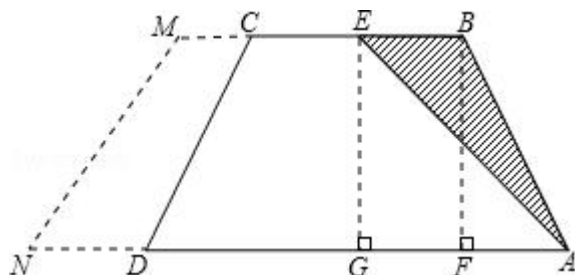
$\because$ 方案修改前后，修建大坝所需土石方总体积不变. $S_{\triangle ABE} = S_{\text{梯形} CMND}$ ，

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot BE \cdot EG = \frac{1}{2} (MC + ND) \cdot EG$$

即 $BE = MC + ND$.

$$DN = BE - MC = 6 - 2.7 = 3.3 \text{ (m)}.$$

答：坝底将会沿 AD 方向加宽 $3.3m$.



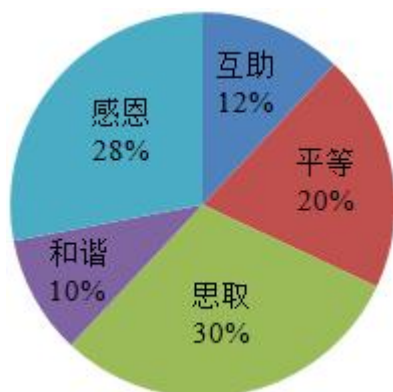
【点评】 本题考查了直角三角形的应用，(1) 过点 B 作 $BF \perp AD$ 于 F ，在直角三角形 ABF 中从而解得 AF ， AB 的长度；(2) 作辅助线，面积不变，由 $S_{\triangle ABE} = S_{\text{梯形} CMND}$ ，解方程组得到 ND .

22. (10 分) 某校开展了以“人生观、价值观”为主题的班队活动. 活动结束后，初三(2)班数学兴趣小组提出了 5 个主要观点并在本班 50 名学生中进行了调查(要求每位同学只选自己最认可的一项观点)，并制成了如图所示的扇形统计图.

(1) 该班学生选择“和谐”观点的有 5 人，在扇形统计图中，“和谐”观点所在扇形区域的圆心角是 36° .

(2) 如果该校有 1500 名初三学生. 利用样本估计选择“感恩”观点的初三学生约有 420 人.

(3) 如果数学兴趣小组在这 5 个主要观点中任选两项观点在全校学生中进行调查. 求恰好选到“和谐”和“感恩”观点的概率.



【考点】 V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图; X6: 列表法与树状图法.

【专题】 27: 图表型.

【分析】（1）选择“和谐”观点的人数等于总人数乘以和谐观点的百分率，圆心角就是用圆周角乘以和谐观点的百分率；

（2）用总人数乘以持感恩观点的所占的百分比即可得到选择感恩观点的学生数；

（3）列出表格，然后求解答案．

【解答】解：（1）共调查了 50 名学生，选择“和谐”观点的占 10%，

$$50 \times 10\% = 5, 360^\circ \times 10\% = 36^\circ ;$$

（2） $\because$ 选择“感恩”的占 28%，

$$\therefore 1500 \times 28\% = 420 \text{ 人},$$

（3）

	互动	平等	思取	和谐	感恩
互动		（互动，平等）	（互动，思取）	（互动，和谐）	（互动，感恩）
平等	（平等，互动）		（平等，思取）	（平等，和谐）	（平等，感恩）
思取	（思取，互动）	（思取，平等）		（思取，和谐）	（思取，感恩）
和谐	（和谐，互动）	（和谐，平等）	（和谐，思取）		（和谐，感恩）
感恩	（感恩，互动）	（感恩，平等）	（感恩，思取）	（感恩，和谐）	

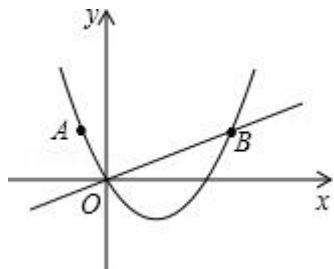
$$\therefore \text{恰好选到“和谐”和“感恩”观点的概率} = \frac{1}{10}.$$

【点评】 本题考查的是扇形统计图的运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

23.（12 分）已知：直角坐标平面内有点 $A(-1, 2)$ ，过原点 O 的直线 $l \perp OA$ ，且与过点 A 、 O 的抛物线相交于第一象限的 B 点，若 $OB = 2OA$ ．

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 设有直线 $x = m$ ($m > 0$) 交直线 l 于 P , 交抛物线于点 Q , 若 B 、 C 、 P 、 Q 组成的四边形是平行四边形, 求 m 的值.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 过点 A 作 $AH \perp x$ 轴于点 H , 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 根据点 A 的坐标可得出 AH 及 OH 的长度, 再由 $\triangle AHO \sim \triangle OCB$ 及 $OB = 2OA$ 可求出点 B 的坐标, 利用待定系数法可求出函数解析式.

(2) 先求出直线 l 的解析式, 然后根据 B 、 C 、 P 、 Q 组成的四边形是平行四边形, 结合题意可得 $PQ = BC$, 建立方程求解即可得出 m 的值.

【解答】 解: (1) 过点 A 作 $AH \perp x$ 轴于点 H , 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C ,

由点 A 坐标为 $(-1, 2)$ 可得 $AH = 2$, $OH = 1$,

由直线 $OB \perp OA$, 可得 $\triangle AHO \sim \triangle OCB$,

$$\text{故有: } \frac{AH}{OC} = \frac{OH}{BC} = \frac{OA}{OB},$$

$$\because OB = 2OA,$$

$$\therefore OC = 4, \quad BC = 2,$$

$$\therefore B(4, 2),$$

设经过点 A 、 O 、 B 的抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

$$\text{则} \begin{cases} a - b + c = 2 \\ 16a + 4b + c = 2 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 0 \end{cases}$$

故抛物线解析式为: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$.

(2) 设直线 l 的解析式为 $y = kx$ ($k \neq 0$),

$\because$ 直线 l 经过点 $B(4, 2)$,

$\therefore$ 直线 l 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x$,

$\because$ 直线 $x = m$ ($m > 0$) 交直线 l 于 P , 交抛物线于点 Q ,

$\therefore$ 设 P 点坐标为 $(m, \frac{1}{2}m)$, 点 Q 坐标为 $(m, \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m)$,

$\because$ 由 B 、 C 、 P 、 Q 四点组成的四边形是平行四边形,

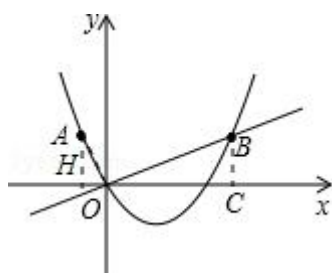
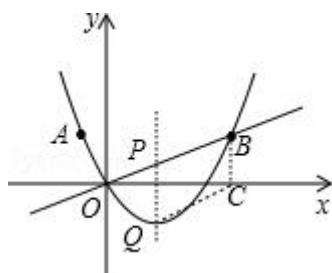
$\therefore PQ \parallel BC$ 且 $PQ = BC$,

即: $|\frac{1}{2}m - (\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m)| = 2$,

解得 $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$ 或 $m = 2$,

$\because m > 0$,

$\therefore m = 2\sqrt{2} + 2$ 或 2 .



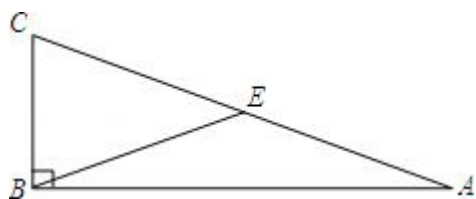
【点评】 此题考查了二次函数的综合题, 涉及了相似三角形的判定与性质、平行四边形的判定及解方程的知识, 解答此类大综合题关键是能够将所学的知识融会贯通.

24. (12分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, E 为 AC 的中点.

操作: 过点 C 作 BE 的垂线, 过点 A 作 BE 的平行线, 两直线相交于点 D , 在 AD 的延长线上截取 $DF = BE$. 连接 EF 、 BD .

(1) 试判断 EF 与 BD 之间具有怎样的关系? 并证明你所得的结论.

(2) 如果 $AF = 13$, $CD = 6$, 求 AC 的长.



【考点】 AD: 一元二次方程的应用; KP: 直角三角形斜边上的中线; KQ: 勾股定理; L6: 平行四边形的判定; LA: 菱形的判定与性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 证平行四边形 $BEDF$, 根据直角三角形斜边上的中线证 $BE = DF$, 推出菱形 $BEDF$ 即可;

(2) 设 $DF = BE = x$, 则 $AC = 2x$, $AD = AF - DF = 13 - x$, 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中根据勾股定理求出 x , 即可得到答案.

【解答】 解: 如图:

(1) EF 与 BD 互相垂直平分.

证明如下: 连接 DE 、 BF , $\because BE \parallel DF$, $BE = DF$,

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

$\because CD \perp BE$,

$\therefore CD \perp AD$,

$\because \angle ABC = 90^\circ$, E 为 AC 的中点,

$\therefore BE = DE = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是菱形,

$\therefore EF$ 与 BD 互相垂直平分.

(2) 解: 设 $DF = BE = x$, 则 $AC = 2x$, $AD = AF - DF = 13 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because AD^2 + CD^2 = AC^2$,

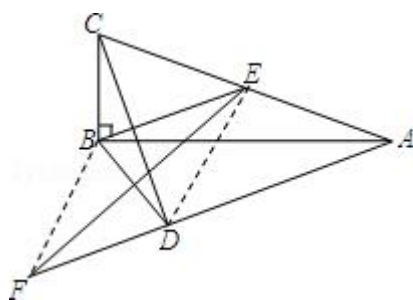
$\therefore (13 - x)^2 + 6^2 = (2x)^2$,

$3x^2 + 26x - 205 = 0$,

$x_1 = -\frac{41}{3}$ (舍去), $x_2 = 5$,

$\therefore AC = 10$,

答：AC 的长是 10.



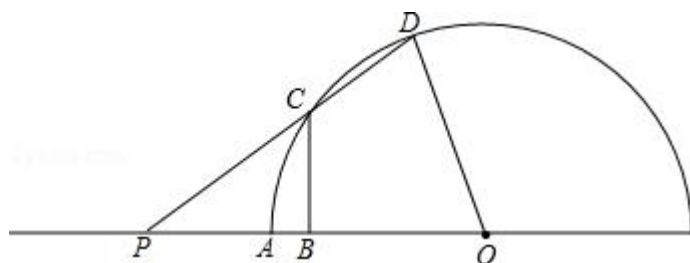
【点评】 本题主要考查对平行四边形的判定，勾股定理，解一元二次方程，直角三角形斜边上的中线，菱形的判定和性质等知识点的理解和掌握，能求出 $BE = DE$ 和得到关于 x 的方程是解此题的关键.

25. (14 分) 已知：半圆 O 的半径 $OA = 4$, P 是 OA 延长线上一点，过线段 OP 的中点 B 作垂线交 $\odot O$ 于点 C , 射线 PC 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 OD .

(1) 若 $\widehat{AC} = \widehat{CD}$, 求弦 CD 的长.

(2) 若点 C 在 $\widehat{AD}$ 上时, 设 $PA = x$, $CD = y$, 求 y 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;

(3) 设 CD 的中点为 E , 射线 BE 与射线 OD 交于点 F , 当 $DF = 1$ 时, 请直接写出 $\tan \angle P$ 的值.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 根据 $\widehat{AC} = \widehat{CD}$, 得出 $\angle DOC = \angle AOC$, 进而求出 $PC = OC$, 以及 $\triangle DOC \sim \triangle DPO$, 再利用相似三角形的性质得出即可;

(2) 作 $OE \perp CD$, 求出 $\triangle PBC \sim \triangle PEO$, 进而得出 $\frac{PB}{PE} = \frac{PC}{OP}$, 即可求出 y 与 x 的关系式;

(3) 分别利用若点 D 在 $\widehat{AC}$ 外部时, 以及利用若点 D 在 $\widehat{AC}$ 上时, 利用等腰三角

形的性质以及锐角三角函数关系得出 $\tan \angle P$ 的值即可.

【解答】解: (1) 连接 OC , 如图 1,

$$\because \widehat{AC} = \widehat{CD},$$

$$\therefore \angle DOC = \angle AOC,$$

又 $\because BC$ 垂直平分 OP ,

$$\therefore PC = OC,$$

而 $OA = 4$,

$$\therefore CP = OC = 4,$$

$$\therefore \angle P = \angle POC,$$

$$\therefore \angle CPO = \angle COD,$$

而 $\angle PDO = \angle ODC$,

$$\therefore \triangle DOC \sim \triangle DPO,$$

$$\therefore DC : OD = OD : DP, \text{ 即 } OD^2 = DC \cdot DP,$$

$$\therefore DC (DC + 4) = 16,$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{5} - 2;$$

(2) 作 $OE \perp CD$, 垂足为 E , 如图 1,

$$\text{则 } CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}y,$$

$$\because \angle P = \angle P, \angle PBC = \angle PEO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PBC \sim \triangle PEO,$$

$$\therefore \frac{PB}{PE} = \frac{PC}{OP},$$

$$\text{而 } PB = \frac{1}{2}OP = \frac{1}{2}(x+4), \quad PE = PC + CE = 4 + \frac{1}{2}y,$$

$$\therefore \frac{\frac{x+4}{2}}{4 + \frac{y}{2}} = \frac{4}{x+4},$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 4 \quad (4\sqrt{2} - 4 < x < 4);$$

(3) 若点 D 在 $\widehat{AC}$ 外部时,

连接 OC 和 OE .

显然可以得: $\text{Rt}\triangle CBP \cong \text{Rt}\triangle CBO$,

$\therefore \angle CPB = \angle COB = x$ (不妨设其大小为 x)

$\therefore \angle DCO = 2x$. (三角形外角的性质定理),

同时, $PC = OC = R = 4$,

$\therefore CE = DE$ (已知)

$\therefore$ 由垂径定理可知: $OE \perp CD$,

在 $\triangle \text{Rt}\triangle OEC$ 和 $\text{Rt}\triangle OED$ 中,

$$\therefore \begin{cases} EO=EO \\ CO=DO, \\ CE=ED \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle OEC \cong \text{Rt}\triangle OED$ (SSS)

$\therefore \angle ODC = \angle OCD = 2x$.

同时, 由锐角三角函数定义,

在 $\text{Rt}\triangle OPE$ 中.

$$\tan \angle APD = \frac{OE}{PE},$$

$\therefore \angle CBO = \angle CEO = 90^\circ$,

$\therefore$ 四点 B, C, E, O 四点共圆,

$\therefore$ 由同圆中, 同弧上的圆周角相等可知

$\angle BEC = \angle BOC = x$,

$\therefore \angle DEF = \angle BEC$ (对顶角相等) $= \angle BOC = x$.

在 $\triangle DEF$ 中, 由三角形外角性质定理,

$\angle ODC = \angle F + \angle DEF$,

$\therefore 2x = \angle F + x$,

$\therefore \angle F = x$.

$\therefore \triangle DEF$ 为等腰三角形,

$CE = DE = DF = 1$.

$\therefore PE = PC + CE = 4 + 1 = 5$,

在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中, $DE = 1$, $OD = R = 4$,

$\therefore$ 由勾股定理可得 $OE = \sqrt{15}$,

理和四点共圆以及等腰三角形的性质等知识，利用数形结合以及分类讨论得出是解题关键.