

2012 年上海市闵行区中考数学三模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列实数中，是无理数的为 ()
- A. $\sqrt{9}$ B. $0.212112\cdots$ C. $\frac{22}{7}$ D. 3.1415926
2. (4 分) 下列方程没有实数解的是 ()
- A. $x^4 + x^2 = 0$ B. $\sqrt{x+1} = x$ C. $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 1$ D. $x^2 - 2x + 3 = 0$
3. (4 分) 无论 x 取何实数，点 $P(x+1, x-1)$ 一定不在 ()
- A. 第四象限 B. 第三象限 C. 第二象限 D. 第一象限
4. (4 分) 一组数据有 m 个 x_1 , n 个 x_2 , p 个 x_3 , 那么这组数据的平均数为 ()
- A. $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$ B. $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{m+n+p}$
- C. $\frac{mx_1 + nx_2 + px_3}{3}$ D. $\frac{mx_1 + nx_2 + px_3}{m+n+p}$
5. (4 分) 下列命题中，真命题是 ()
- A. 两条对角线相等的四边形是矩形
- B. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
- C. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
- D. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形
6. (4 分) 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，如要判定 $\triangle ABC$ 是等边三角形，还需添加一个条件.

现有下面三种说法：

- ①如果添加条件“ $AB = AC$ ”，那么 $\triangle ABC$ 是等边三角形；
- ②如果添加条件“ $\tan B = \tan C$ ”，那么 $\triangle ABC$ 是等边三角形；
- ③如果添加条件“边 AB 、 BC 上的高相等”，那么 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

上述说法中，正确的说法有 ()

- A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 0 个

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4分) 计算: $a^4 \div a^2 =$ _____.

8. (4分) 因式分解: $x^3 + 6x^2 + 9x =$ _____.

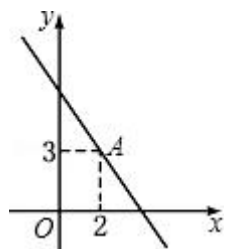
9. (4分) 方程 $\sqrt{3x-2} = x$ 的解是 _____.

10. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 3x + m = 0$ (m 为常数) 有两个相等的实数根, 那么 $m =$ _____.

11. (4分) 函数 $y = \frac{x+2}{x-4}$ 的定义域是 _____.

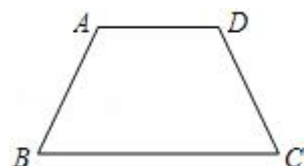
12. (4分) 二次函数 $y = 2x^2 - 3$ 图象的顶点坐标为 _____.

13. (4分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象经过点 A . 当 $y < 3$ 时, x 的取值范围是 _____.



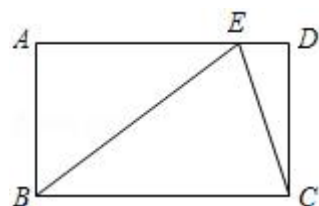
14. (4分) 将三块分别写有“20”, “12”, “上海”的牌子任意横着正排, 恰好排成“2012 上海”或“上海 2012”的概率为 _____.

15. (4分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$. 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CD} =$ _____. (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



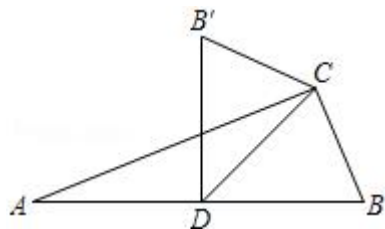
16. (4分) 已知两个相似三角形的面积之比为 1:2, 那么这两个相似三角形的相似比为 _____.

17. (4分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为边 AD 上一点, $BE = BC$. 如果 $AB = 3$, $BC = 5$, 那么 $\sin \angle DCE =$ _____.



18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为边 AB 的中点, 将 $\triangle BCD$

沿着直线 CD 翻折, 点 B 的对应点为点 B' , 如果 $B'D \perp AB$, 那么 $\angle ACB' =$ _____ 度.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

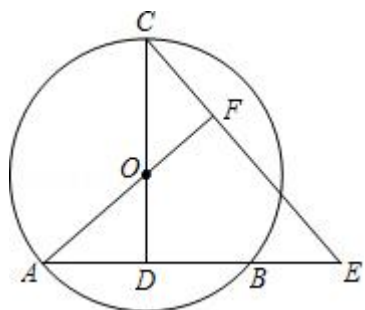
19. (10 分) 计算: $|1-\sqrt{3}|+(2+\sqrt{3})^{-1}+2\sin 60^\circ -\sqrt{12}$.

20. (10 分) 解不等式组 $\begin{cases} 5x-1 < 3(x+1) \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 \end{cases}$, 并求它的整数解.

21. (10 分) 已知: 如图, AB 为 $\odot O$ 的弦, $OD \perp AB$, 垂足为点 D , DO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C . 过点 C 作 $CE \perp AO$, 分别与 AB 、 AO 的延长线相交于 E 、 F 两点. $CD = 8$, $\sin \angle A = \frac{3}{5}$.

求: (1) 弦 AB 的长;

(2) $\triangle CDE$ 的面积.

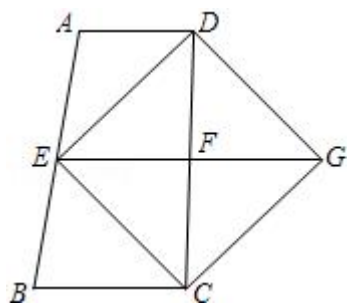


22. (10 分) 甲、乙两家便利店到批发站采购一批饮料, 共 25 箱, 由于两店所处的地理位置不同, 因此甲店的销售价格比乙店的销售价格每箱多 10 元. 当两店将所进的饮料全部售完后, 甲店的营业额为 1000 元, 比乙店少 350 元, 求甲乙两店各进货多少箱饮料?

23. (12 分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 、 F 分别为边 AB 、 DC 的中点, $CG \parallel DE$, 交 EF 的延长线于点 G .

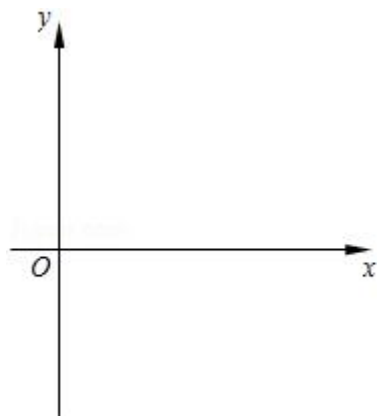
(1) 求证: 四边形 $DECG$ 是平行四边形;

(2) 当 ED 平分 $\angle ADC$ 时, 求证: 四边形 $DECG$ 是矩形.



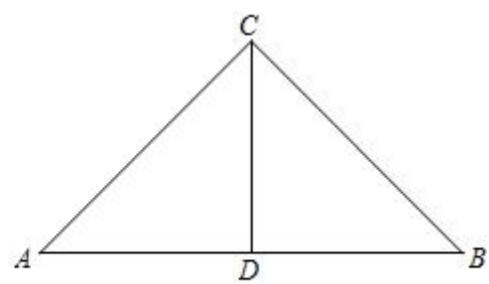
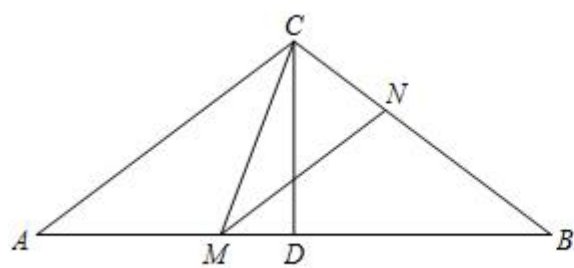
24. (12 分) 已知：抛物线 $y = x^2 - bx$ 与 x 轴正半轴相交于点 A ，点 $B(m, -3)$ 为抛物线上一点， $\triangle OAB$ 的面积等于 6.

- (1) 求该抛物线的表达式和点 B 的坐标；
- (2) 设 C 点为该抛物线的顶点， $\odot C$ 的半径长为 2. 以该抛物线对称轴上一点 P 为圆心，线段 PO 的长为半径作 $\odot P$ ，如果 $\odot P$ 与 $\odot C$ 相切，求点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $AB = 8$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D . M 为边 AB 上任意一点，点 N 在射线 CB 上(点 N 与点 C 不重合)，且 $MC = MN$. 设 $AM = x$.

- (1) 如果 $CD = 3$ ， $AM = CM$ ，求 AM 的长；
- (2) 如果 $CD = 3$ ，点 N 在边 BC 上. 设 $CN = y$ ，求 y 与 x 的函数解析式，并写出函数的定义域；
- (3) 如果 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $NE \perp AB$ ，垂足为点 E . 当点 M 在边 AB 上移动时，试判断线段 ME 的长是否会改变？说明你的理由.



(备用图)

2012 年上海市闵行区中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列实数中，是无理数的为（ ）

A. $\sqrt{9}$

B. $0.212112\cdots$

C. $\frac{22}{7}$

D. 3.1415926

【考点】26：无理数.

【分析】根据无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，结合选项即可得出答案.

【解答】解： A 、 $\sqrt{9}=3$ ，是有理数，故本选项错误；

B 、 $0.212112\cdots$ ，是无理数，故本选项正确；

C 、 $\frac{22}{7}$ 是有理数，故本选项错误；

D 、 3.1415926 ，是有理数，故本选项错误；

故选： B .

【点评】此题考查了无理数的知识，属于基础题，解答本题的关键是掌握无理数的三种形式，难度一般.

2.（4 分）下列方程没有实数解的是（ ）

A. $x^4+x^2=0$

B. $\sqrt{x+1}=x$

C. $\frac{x^2-4}{x-2}=1$

D. $x^2-2x+3=0$

【考点】AA：根的判别式；AG：无理方程；B2：分式方程的解.

【专题】11：计算题.

【分析】 A 、将方程左边分解因式，利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 即可求出方程的解，作出判断；

B 、将方程左右两边平方转化为一个一元二次方程，求出方程的解，经检验即可得到原方程的解，作出判断；

C 、将方程左边的分子利用平方差公式分解因式，约分后得到一元一次方程，求出一元一次方程的解得到 x 的值，将 x 的值代入原方程进行检验，即可作出判断；

D 、找出一元二次方程中的 a ， b 及 c ，计算出 b^2-4ac ，根据 b^2-4ac 的正负即

可判断出方程是否有解.

【解答】解: A 、 $x^4+x^2=0$, 变形得: $x^2(x^2+1)=0$,

解得: $x=0$, 本选项不合题意;

B 、 $\sqrt{x+1}=x$, 两边平方得: $x+1=x^2$, 即 $x^2-x-1=0$,

解得: $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$,

经检验 $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 不合题意, 舍去,

$\therefore x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, 本选项不合题意;

C 、 $\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{(x+2)(x-2)}{x-2}=x+2=1$,

解得: $x=-1$,

经检验, $x=-1$ 是原方程的解, 本选项不合题意;

D 、 $x^2-2x+3=0$,

$\because b^2-4ac=(-2)^2-4\times 3=-8<0$,

$\therefore$ 此方程无解, 本选项符合题意.

故选: D .

【点评】此题考查了无理方程, 根的判别式, 以及分式方程的解法, 在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法. 本题用的是两边平方法.

3. (4分) 无论 x 取何实数, 点 $P(x+1, x-1)$ 一定不在 ()

A. 第四象限 B. 第三象限 C. 第二象限 D. 第一象限

【考点】D1: 点的坐标.

【分析】先判断点 P 的横坐标与纵坐标的大小关系, 然后根据各象限内点的坐标特征解答.

【解答】解: $\because (x+1)-(x-1)=x+1-x+1=2>0$,

$\therefore$ 点 P 的横坐标一定大于纵坐标,

第二象限的点的横坐标是负数, 纵坐标是正数,

$\therefore$ 横坐标一定小于纵坐标,

$\therefore$ 点 P 一定不在第二象限.

故选: C .

【点评】本题考查了点的坐标, 利用作差法求出点 P 的横坐标大于纵坐标, 记

住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$ 。

4. (4分) 一组数据有 m 个 x_1 , n 个 x_2 , p 个 x_3 , 那么这组数据的平均数为 ()

A. $\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$

B. $\frac{x_1+x_2+x_3}{m+n+p}$

C. $\frac{mx_1+nx_2+px_3}{3}$

D. $\frac{mx_1+nx_2+px_3}{m+n+p}$

【考点】W2：加权平均数.

【分析】只要求出所有数据的总和除以出现的次数，即可得出加权平均数.

【解答】解：依题意得，这组数据的平均数为 $\frac{mx_1+nx_2+px_3}{m+n+p}$.

故选：D.

【点评】本题考查了加权平均数的定义. 平均数 = 总数 $\div$ 总个数.

5. (4分) 下列命题中，真命题是 ()

A. 两条对角线相等的四边形是矩形

B. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

D. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形

【考点】O1：命题与定理.

【分析】根据矩形、菱形、平行四边形、等腰梯形的判定即可求出答案.

【解答】解：A，错误，等腰梯形的对角线相等，但不是矩形；

B，错误，菱形的对角线互相垂直，但不是菱形；

C，正确；

D，错误，一组对边平行，另一组对边相等的四边形也可以是平行四边形.

故选：C.

【点评】本题考查了特殊四边形的判定方法.

6. (4分) 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，如要判定 $\triangle ABC$ 是等边三角形，还需添加一个条件.

现有下面三种说法：

①如果添加条件“ $AB = AC$ ”，那么 $\triangle ABC$ 是等边三角形；

②如果添加条件“ $\tan B = \tan C$ ”，那么 $\triangle ABC$ 是等边三角形；

③如果添加条件“边 AB 、 BC 上的高相等”，那么 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

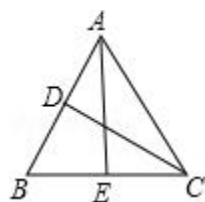
上述说法中，正确的说法有（ ）

- A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 0 个

【考点】KL：等边三角形的判定.

【分析】若添加条件“ $AB = AC$ ”，得到 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，再由 $\angle A$ 为 60° ，利用有一个角为 60° 的等腰三角形为等边三角形可得证；若添加条件“ $\tan B = \tan C$ ”，由 B 和 C 为三角形的内角，利用特殊角的三角函数值得到 $\angle B = \angle C$ ，再由 $\angle A$ 为 60° ，利用三角形的内角和定理得到 $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ，即三个内角相等，可得出三角形 ABC 为等边三角形，得证；若添加条件“边 AB 、 BC 上的高相等”，如图所示，由 HL 判定出直角三角形 ACD 与直角三角形 AEC 全等，由全等三角形的对应角相等得到 $\angle ACE = \angle BAC = 60^\circ$ ，再利用三角形的内角和定理得到第三个角也为 60° ，即三内角相等，可得出三角形 ABC 为等边三角形，得证，综上，正确的个数为 3 个.

【解答】解：①若添加的条件为 $AB = AC$ ，由 $\angle A = 60^\circ$ ，利用有一个角为 60° 的等腰三角形为等边三角形可得出 $\triangle ABC$ 为等边三角形；
②若添加条件为 $\tan B = \tan C$ ，可得出 $\angle B = \angle C$ ，
又 $\angle A = 60^\circ$ ， $\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ$ ，
即 $\angle A = \angle B = \angle C$ ，
则 $\triangle ABC$ 为等边三角形；
③若添加的条件为边 AB 、 BC 上的高相等，如图所示：



已知： $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AE \perp BC$ ， $CD \perp AB$ ，且 $AE = CD$ ，

求证： $\triangle ABC$ 为等边三角形.

证明： $\because AE \perp BC$ ， $CD \perp AB$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle AEC = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 和 $\text{Rt}\triangle CEA$ 中，

$$\begin{cases} AC=CA \\ DC=EA \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle CEA \text{ (HL)},$
 $\therefore \angle ACE = \angle BAC = 60^\circ,$
 $\therefore \angle BAC = \angle B = \angle ACB = 60^\circ,$
 $\therefore AB = AC = BC,$ 即 $\triangle ABC$ 为等边三角形,

综上, 正确的说法有 3 个.

故选: A.

【点评】 此题考查了等边三角形的判定, 以及全等三角形的判定与性质, 熟练掌握等边三角形的判定是解本题的关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算: $a^4 \div a^2 = \underline{a^2}.$

【考点】 48: 同底数幂的除法.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据同底数幂的除法法则: 底数不变, 指数相减, 进行运算即可.

【解答】 解: 原式 $= a^{4-2} = a^2.$

故答案为: $a^2.$

【点评】 此题考查了同底数幂的除法运算, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握同底数幂的除法法则.

8. (4 分) 因式分解: $x^3+6x^2+9x = \underline{x(x+3)^2}.$

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】 先提取公因式 x , 再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解.

【解答】 解: x^3+6x^2+9x

$$= x(x^2+6x+9)$$

$$= x(x+3)^2.$$

故答案为: $x(x+3)^2.$

【点评】 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{3x-2}=x$ 的解是 $\underline{x_1=1, x_2=2}.$

【考点】AG：无理方程.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】方程两边平方，把无理方程化为整式方程，求解，然后代入被开方数进行检验.

【解答】解：方程两边平方得， $3x - 2 = x^2$ ，

整理得， $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，

解得 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 2$ ，

检验：当 $x = 1$ 时， $3x - 2 = 3 \times 1 - 2 = 1 > 0$ ，

当 $x = 2$ 时， $3x - 2 = 3 \times 2 - 2 = 4 > 0$ ，

所以，原方程的解是 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 2$ ．

故答案为： $x_1 = 1$ ， $x_2 = 2$ ．

【点评】本题考查了解无理方程，（1）解无理方程的基本思想是“转化思想”，把无理方程转化为整式方程求解．（2）解无理方程一定要注意要验根，解无理方程有时还需要利用换元思想．

10.（4分）已知关于 x 的方程 $x^2 - 3x + m = 0$ （ m 为常数）有两个相等的实数根，那么 $m = -\frac{9}{4}$ ．

【考点】AA：根的判别式．

【分析】先根据方程有两个相等的实数根得出 $\Delta = 0$ ，求出 m 的值即可．

【解答】解： $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 3x + m = 0$ （ m 为常数）有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4m = 0$ ，解得 $m = \frac{9}{4}$ ．

故答案为： $\frac{9}{4}$ ．

【点评】本题考查的是根的判别式，孰知当 $\Delta = 0$ 时，一元二次方程 $y = ax^2 + bx + c$ （ $a \neq 0$ ）有两个相等的实数根是解答此题的关键．

11.（4分）函数 $y = \frac{x+2}{x-4}$ 的定义域是 $x \neq 4$ ．

【考点】E4：函数自变量的取值范围．

【分析】根据分式有意义的条件是分母不等于 0，即可求得 x 的范围．

【解答】解：根据题意得： $x - 4 \neq 0$ ，

解得： $x \neq 4$ ．

故答案是： $x \neq 4$.

【点评】 本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0.

12. (4 分) 二次函数 $y = 2x^2 - 3$ 图象的顶点坐标为 $(0, -3)$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 11: 计算题.

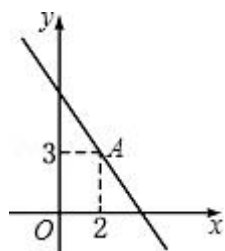
【分析】 根据二次函数的顶点式，易得二次函数 $y = 2x^2 - 3$ 图象的顶点坐标.

【解答】 解：二次函数 $y = 2x^2 - 3$ 图象的顶点坐标为 $(0, -3)$.

故答案为 $(0, -3)$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质：二次函数的图象为抛物线，若顶点坐标为 (k, h) ，则其解析式为 $y = a(x - k)^2 + h$.

13. (4 分) 如图，一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象经过点 A. 当 $y < 3$ 时， x 的取值范围是 $x > 2$.



【考点】 F3: 一次函数的图象.

【专题】 16: 压轴题; 31: 数形结合.

【分析】 根据一次函数的图象可直接进行解答.

【解答】 解：由函数图象可知，此函数是减函数，当 $y = 3$ 时 $x = 2$,

故当 $y < 3$ 时， $x > 2$.

故答案为： $x > 2$.

【点评】 本题考查的是一次函数的图象，利用数形结合求出 x 的取值范围是解答此题的关键.

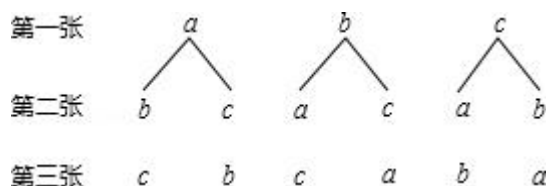
14. (4 分) 将三块分别写有“20”，“12”，“上海”的牌子任意横着正排，恰好排成“2012 上海”或“上海 2012”的概率为 $\frac{1}{3}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 用 a, b, c 分别代表“20”、“12”、“上海”的 3 张相同卡片，利用树状图展示所有 6 种等可能的结果数，其中恰好排成“2012 上海”或“上海 2012”

占 2 种，然后根据概率的概念计算即可．

【解答】解：用 a, b, c 分别代表“20”、“12”、“上海”的 3 张相同卡片，画树状图如下：

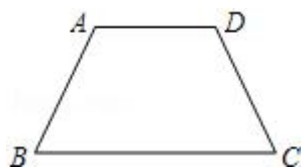


共有 6 种等可能的结果数，其中恰好排成“2012 上海”或“上海 2012”占 2 种，所以恰好排成“2012 上海”或“上海 2012”的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ．

故答案为： $\frac{1}{3}$ ．

【点评】本题考查了利用列表法与树状图法求概念的方法：先利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果数 n ，再找出其中某事件可能发生的可能的结果 m ，然后根据概率的定义计算出这个事件的概率 $= \frac{m}{n}$ ．

15. (4 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ．设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{CD} = \underline{\vec{a} - \vec{b}}$ ．(结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



【考点】LM：*平面向量．

【专题】31：数形结合．

【分析】根据 $BC = 2AD$ 可得 $\overrightarrow{BC} = 2\vec{b}$ ， $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b}$ ，然后根据 $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$ 计算即可．

【解答】解： $\because BC = 2AD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\vec{b},$$

$$\because \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b} - 2\vec{b} = \vec{a} - \vec{b}.$$

故答案为： $\vec{a} - \vec{b}$ ．

【点评】此题考查了平面向量的知识，属于基础题，解答本题的关键是求出 $\overrightarrow{BC}$ 、 $\overrightarrow{BD}$ ，难度一般.

16. (4分) 已知两个相似三角形的面积之比为 1:2，那么这两个相似三角形的相似比为 1: $\sqrt{2}$.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】直接根据相似三角形面积的比等于相似比进行解答即可.

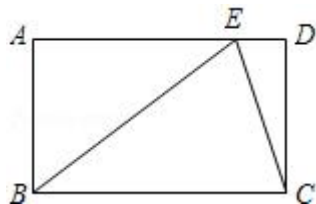
【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的面积之比为 1:2,

$\therefore$ 这两个相似三角形的相似比为 $= \sqrt{\frac{1}{2}} = 1: \sqrt{2}$.

故答案为: $1: \sqrt{2}$.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质，即相似三角形面积的比等于相似比的平方.

17. (4分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 为边 AD 上一点， $BE = BC$. 如果 $AB = 3$ ， $BC = 5$ ，那么 $\sin \angle DCE = \frac{\sqrt{10}}{10}$.



【考点】KQ: 勾股定理; LB: 矩形的性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据矩形的性质求出 $AB = CD = 3$ ， $BC = AD = 5$ ， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ，根据勾股定理求出 AE ，求出 DE ，再根据勾股定理求出 CE ，根据锐角三角函数的定义求出即可.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB = CD = 3$ ， $BC = AD = 5$ ， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $BE = BC = 5$ ， $AB = 3$ ，由勾股定理得: $AE = 4$ ，

即 $DE = 5 - 4 = 1$ ，

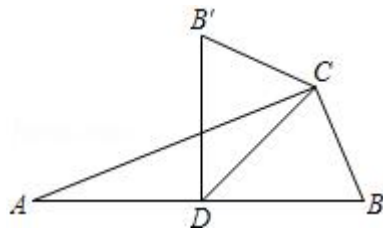
在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中，由勾股定理得: $CE = \sqrt{CD^2 + DE^2} = \sqrt{10}$ ，

即 $\sin \angle DCE = \frac{DE}{CE} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，

故答案为: $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

【点评】 本题考查了矩形的性质、勾股定理、锐角三角函数的定义等知识点, 关键是求出 CE 的长, 通过做此题培养了学生的计算和推理能力.

18. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为边 AB 的中点, 将 $\triangle BCD$ 沿着直线 CD 翻折, 点 B 的对应点为点 B' , 如果 $B'D \perp AB$, 那么 $\angle ACB' =$ 45 度.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质; KP: 直角三角形斜边上的中线; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 利用翻折变换的性质得出 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle B'CD$, 进而得出 $\angle B = \angle 3 = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67.5^\circ$, 即可得出 $\angle ACB' = \angle B'CD - \angle 4$, 求出即可.

【解答】 解: $\because$ 将 $\triangle BCD$ 沿着直线 CD 翻折, 点 B 的对应点为点 B' ,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle B'CD,$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为边 AB 的中点,

$$\therefore AD = CD = BD,$$

$$\therefore \angle B = \angle 3,$$

$$\because B'D \perp AB,$$

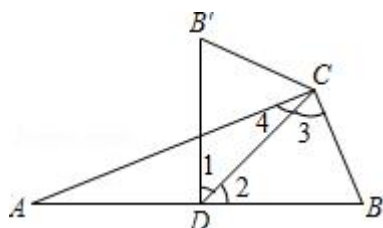
$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle 3 = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB' = \angle B'CD - \angle 4 = 67.5^\circ - 22.5^\circ = 45^\circ,$$

故答案为: 45.



【点评】此题主要考查了翻折变换的性质，根据已知得出 $\angle 4$ ， $\angle B'CD$ 的度数是解题关键.

三、解答题：（本大题共7题，满分78分）

19.（10分）计算： $|1-\sqrt{3}|+(2+\sqrt{3})^{-1}+2\sin 60^\circ - \sqrt{12}$.

【考点】2C：实数的运算；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题.

【分析】根据负整数指数幂和 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 得到原式 $=\sqrt{3}-1+\frac{1}{2+\sqrt{3}}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}$ ，再进行分母有理化得到原式 $=\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ ，然后合并同类二次根式即可.

【解答】解：原式 $=\sqrt{3}-1+\frac{1}{2+\sqrt{3}}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}$
 $=\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
 $=1-\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了实数的运算：先进行乘方或开方运算，再进行乘除运算，然后进行加减运算.也考查了负整数指数幂以及特殊角的三角函数值.

20.（10分）解不等式组 $\begin{cases} 5x-1 < 3(x+1) \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 \end{cases}$ ，并求它的整数解.

【考点】CC：一元一次不等式组的整数解.

【专题】11：计算题.

【分析】先求出每个不等式的解集，再确定其公共解，得到不等式组的解集，然后求其整数解.

【解答】解：由①得 $x < 2$

由②得 $x \geq -1$

$\therefore$ 此不等式组的解为 $-1 \leq x < 2$

则整数解 $x = -1, 0, 1$.

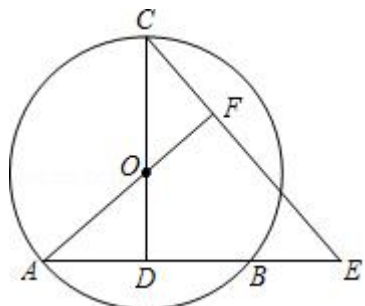
【点评】解答此题要先求出不等式组的解集，求不等式组的解集要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

21.（10分）已知：如图， AB 为 $\odot O$ 的弦， $OD \perp AB$ ，垂足为点 D ， DO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C .过点 C 作 $CE \perp AO$ ，分别与 AB 、 AO 的延长线相交于 E 、 F

两点. $CD = 8$, $\sin \angle A = \frac{3}{5}$.

求: (1) 弦 AB 的长;

(2) $\triangle CDE$ 的面积.



【考点】MR: 圆的综合题; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 首先设 $\odot O$ 的半径 $OA = r$, 那么 $OD = 8 - r$. 由 $OD \perp AB$, 得 $\angle ADO = 90^\circ$. 于是由在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $\sin \angle A = \frac{OD}{OA} = \frac{3}{5}$, 可得 $\frac{8-r}{r} = \frac{3}{5}$. 继而求得 r 的长, 然后由垂径定理, 求得弦 AB 的长;

(2) 易证得 $\triangle AOD \sim \triangle CED$, 然后由相似三角形面积的比等于相似比的平方, 求得 $\triangle CDE$ 的面积.

【解答】解: (1) 设 $\odot O$ 的半径 $OA = r$,

则 $OD = CD - OC = 8 - r$.

$\because OD \perp AB$,

$\therefore \angle ADO = 90^\circ$.

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $\sin \angle A = \frac{OD}{OA} = \frac{3}{5}$.

$\therefore \frac{8-r}{r} = \frac{3}{5}$.

解得: $r = 5$,

$\therefore OA = 5$, $OD = 3$.

利用勾股定理, 得: $AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = 4$,

$\because OD \perp AB$, O 为圆心,

$\therefore AB = 2AD = 8$;

(2) $\because CE \perp AO$,

$$\therefore \angle AFE = \angle CDE = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle A + \angle E = 90^\circ , \quad \angle C + \angle E = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle A = \angle C ,$$

$$\text{又} \because \angle ADO = \angle CDE = 90^\circ ,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle CED .$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle CDE}} = \frac{AD^2}{CD^2} = \frac{1}{4} ,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot OD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 ,$$

$$\therefore S_{\triangle CDE} = 4S_{\triangle ACD} = 24 .$$

【点评】此题考查了垂径定理、相似三角形的判定与性质、勾股定理、直角三角形的性质以及三角函数等知识．此题难度适中，注意掌握数形结合思想与方程思想的应用．

22. (10分) 甲、乙两家便利店到批发站采购一批饮料，共 25 箱，由于两店所处的地理位置不同，因此甲店的销售价格比乙店的销售价格每箱多 10 元．当两店将所进的饮料全部售完后，甲店的营业额为 1000 元，比乙店少 350 元，求甲乙两店各进货多少箱饮料？

【考点】B7：分式方程的应用．

【分析】设甲店进货 x 箱，乙店进货 $(25 - x)$ 箱，根据甲、乙两家便利店到批发站采购一批饮料，共 25 箱，由于两店所处的地理位置不同，因此甲店的销售价格比乙店的销售价格每箱多 10 元．当两店将所进的饮料全部售完后，甲店的营业额为 1000 元，比乙店少 350 元，可列方程求解．

【解答】解：设甲店进货 x 箱，乙店进货 $(25 - x)$ 箱 (1 分)

$$\text{由题意可得} \frac{1000}{x} - \frac{1350}{25-x} = 10 \quad (4 \text{ 分})$$

$$x^2 - 260x + 2500 = 0, \quad (2 \text{ 分})$$

$$x_1 = 10; \quad x_2 = 250 \quad (\text{不符合题意, 舍去}). \quad (2 \text{ 分})$$

经检验 $x = 10$ 是原分式方程的解，且符合题意，

$$25 - x = 25 - 10 = 15 \quad (\text{箱})$$

答：甲店进货 10 箱，乙店进货 15 箱. (1 分)

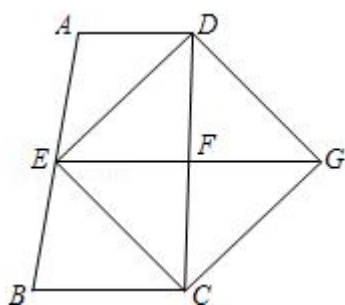
【点评】本题考查分式方程的应用，设出进货数，以价格差做为等量关系可列方

程求解.

23. (12分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 、 F 分别为边 AB 、 DC 的中点, $CG \parallel DE$, 交 EF 的延长线于点 G .

(1) 求证: 四边形 $DECG$ 是平行四边形;

(2) 当 ED 平分 $\angle ADC$ 时, 求证: 四边形 $DECG$ 是矩形.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; L6: 平行四边形的判定; LC: 矩形的判定; LH: 梯形.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 首先证明 $\triangle DEF \cong \triangle CGF$ 可得 $DE = CG$, 再加上条件 $CG \parallel DE$, 可以根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形判定四边形 $DECG$ 是平行四边形.

(2) 首先证明 $\angle DEF = \angle EDF$, $\angle FEC = \angle ECF$, 再证明 $\angle EDC + \angle DCE + \angle DEC = 180^\circ$, 从而得到 $2\angle DEC = 180^\circ$ 进而得到 $\angle DEC = 90^\circ$, 再有条件四边形 $DECG$ 是平行四边形,

可得四边形 $DECG$ 是矩形.

【解答】 证明: (1) $\because F$ 是边 CD 的中点,

$$\therefore DF = CF.$$

$$\because CG \parallel DE,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle CGF.$$

$$\text{又} \because \angle DFE = \angle CFG,$$

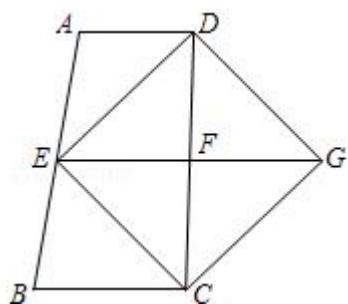
$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle CGF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore DE = CG,$$

$$\text{又} \because CG \parallel DE,$$

$$\therefore \text{四边形 } DECG \text{ 是平行四边形.}$$

(2) $\because ED$ 平分 $\angle ADC$,
 $\therefore \angle ADE = \angle FDE$.
 $\because E, F$ 分别为边 AB, DC 的中点,
 $\therefore EF \parallel AD$.
 $\therefore \angle ADE = \angle DEF$.
 $\therefore \angle DEF = \angle EDF$,
 $\therefore EF = DF = CF$.
 $\therefore \angle FEC = \angle ECF$,
 $\therefore \angle EDC + \angle DCE = \angle DEC$.
 $\because \angle EDC + \angle DCE + \angle DEC = 180^\circ$,
 $\therefore 2\angle DEC = 180^\circ$.
 $\therefore \angle DEC = 90^\circ$,
 又 $\because$ 四边形 $DECG$ 是平行四边形,
 $\therefore$ 四边形 $DECG$ 是矩形.

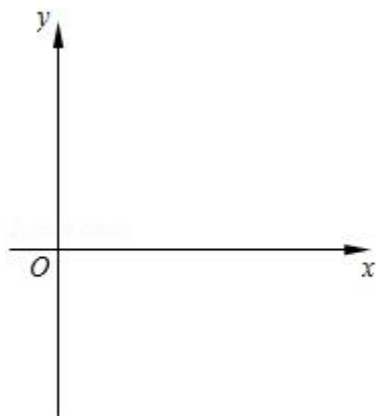


【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定与性质，以及平行四边形的判定，矩形的判定，关键是熟练掌握平行四边形和矩形的判定定理.

24. (12 分) 已知：抛物线 $y = x^2 - bx$ 与 x 轴正半轴相交于点 A ，点 $B(m, -3)$ 为抛物线上一点， $\triangle OAB$ 的面积等于 6.

(1) 求该抛物线的表达式和点 B 的坐标；

(2) 设 C 点为该抛物线的顶点， $\odot C$ 的半径长为 2. 以该抛物线对称轴上一点 P 为圆心，线段 PO 的长为半径作 $\odot P$ ，如果 $\odot P$ 与 $\odot C$ 相切，求点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据抛物线 $y = x^2 - bx$ 与 x 轴正半轴相交, 得出 A 的坐标, 求出 OA 的值, 再根据 $\triangle OAB$ 的面积等于 6, $B(m, -3)$, 得出 b 的值, 即可求出抛物线的表达式, 再根据点 $B(m, -3)$ 在抛物线上, 从而求出 m 的值, 求出 B 点的坐标;

(2) 把抛物线 $y = x^2 - 4x$ 进行整理, 得出顶点坐标和对称轴, 再设出 P 点的坐标, 得出 PO 的值, 再分两种情况讨论, 当 $\odot P$ 与 $\odot C$ 外切和果 $\odot P$ 与 $\odot C$ 内切时, 分别求出 PC 的值, 得出 n 的值, 即可求出点 P 的坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 - bx$ 与 x 轴正半轴相交于点 A ,

$$\therefore y = 0 \text{ 时, 得 } x_1 = 0, x_2 = b,$$

$$\therefore A(b, 0), \text{ 且 } b > 0,$$

$$\therefore OA = b,$$

$$\because \triangle OAB \text{ 的面积等于 } 6, B(m, -3),$$

$$\text{得 } S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 3 \cdot b = 6,$$

$$\text{解得: } b = 4.$$

$$\therefore A(4, 0), \text{ 抛物线的表达式为 } y = x^2 - 4x,$$

$$\because \text{点 } B(m, -3) \text{ 在抛物线 } y = x^2 - 4x \text{ 上},$$

$$\therefore m^2 - 4m = -3.$$

$$\text{解得: } m_1 = 1, m_2 = 3.$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (1, -3) \text{ 或 } (3, -3).$$

$$(2) \because y = x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4,$$

∴ 抛物线的顶点为 $C(2, -4)$, 对称轴为直线 $x = 2$,

设 $P(2, n)$. 即得 $PO = \sqrt{n^2 + 4}$,

当 $\odot P$ 与 $\odot C$ 相切时, 有外切或内切两种情况, 并且 $n > -4$.

① 如果 $\odot P$ 与 $\odot C$ 外切, 那么 $PC = PO + 2$.

即得 $n + 4 = \sqrt{n^2 + 4} + 2$,

解得 $n = 0$,

∴ $P(2, 0)$.

② 如果 $\odot P$ 与 $\odot C$ 内切, 那么 $PC = PO - 2$.

即得 $n + 4 = \sqrt{n^2 + 4} - 2$,

解得 $n = -\frac{8}{3}$,

∴ $P(2, -\frac{8}{3})$.

∴ 所求点 P 的坐标为 $(2, 0)$ 、 $(2, -\frac{8}{3})$.

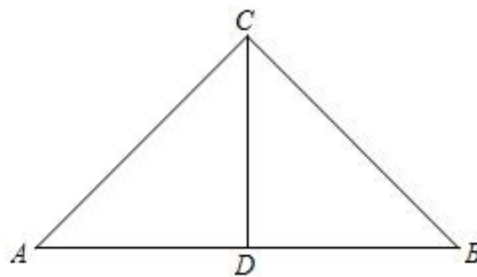
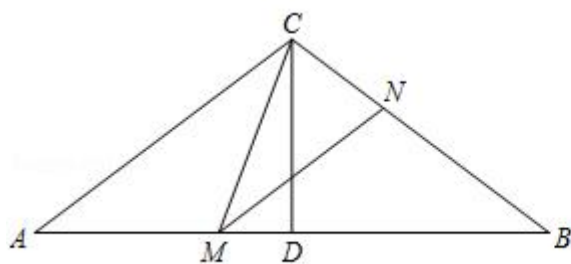
【点评】 此题考查了二次函数的综合, 用到的知识点有抛物线的顶点公式和三角形的面积求法. 在求有关动点问题时要注意分析题意分情况讨论结果, 不要漏掉.

25. (14 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $AB = 8$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D . M 为边 AB 上任意一点, 点 N 在射线 CB 上 (点 N 与点 C 不重合), 且 $MC = MN$. 设 $AM = x$.

(1) 如果 $CD = 3$, $AM = CM$, 求 AM 的长;

(2) 如果 $CD = 3$, 点 N 在边 BC 上. 设 $CN = y$, 求 y 与 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 如果 $\angle ACB = 90^\circ$, $NE \perp AB$, 垂足为点 E . 当点 M 在边 AB 上移动时, 试判断线段 ME 的长是否会改变? 说明你的理由.



(备用图)

【考点】SO：相似形综合题.

【分析】(1) 由等腰三角形的性质可知 $AD = \frac{1}{2}AB = 4$, 根据勾股定理可求出 $AC = 5$, 再通过证明 $\triangle ACM \sim \triangle ABC$, 由相似三角形的性质可得 $\frac{AM}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 进而求出 AM 的长;

(2) 过点 M 作 $MF \perp BC$, 垂足为点 F . 由 $AM = x$, 得 $BM = 8 - x$, 又因为 $\angle A = \angle B$, 所以 $\triangle MBF \sim \triangle ACD$, 由相似三角形的性质可知: $\frac{BF}{4} = \frac{8-x}{5}$, 进而求出 y 与 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域即可;

(3) 当点 M 在边 AB 上移动时, 线段 ME 的长不变, $ME = 4$ 是定值, 此题要分 (i) 如果点 N 在边 BC 上, 可知点 M 在线段 AD 上; (ii) 如果点 N 在边 CB 的延长线上, 可知点 M 在线段 BD 上, 且点 E 在边 AB 的延长线上两种情况讨论分别求出 $ME = 4$.

【解答】解: (1) $\because AC = BC, \therefore \angle A = \angle B$.

$\because AC = BC, CD \perp AB$,

$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 4$.

由勾股定理, 得 $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

$\because AM = CM$,

$\therefore \angle A = \angle ACM$.

即得 $\angle ACM = \angle B$.

$\therefore \triangle ACM \sim \triangle ABC$.

$\therefore \frac{AM}{AC} = \frac{AC}{AB}$.

$\therefore \frac{AM}{5} = \frac{5}{8}$. 即得 $AM = \frac{25}{8}$.

(2) 过点 M 作 $MF \perp BC$, 垂足为点 F .

由 $AM = x$, 得 $BM = 8 - x$.

$\because MF \perp BC, CD \perp AB$,

$\therefore \angle MFB = \angle ADC = 90^\circ$.

又 $\because \angle A = \angle B$,

$\therefore \triangle MBF \sim \triangle ACD$.

$\therefore \frac{BF}{AD} = \frac{MB}{AC}$. 即得 $\frac{BF}{4} = \frac{8-x}{5}$.

$\therefore BF = \frac{4}{5}(8-x)$.

$\therefore CF = BC - BF = 5 - \frac{4}{5}(8-x) = \frac{4}{5}x - \frac{7}{5}$.

$\because MC = MN, MF \perp BC$,

$\therefore CN = 2CF = \frac{8}{5}x - \frac{14}{5}$.

即得 $y = \frac{8}{5}x - \frac{14}{5}$.

定义域为 $\frac{7}{4} < x \leq \frac{39}{8}$;

(3) 当点 M 在边 AB 上移动时, 线段 ME 的长不变, $ME = 4$.

由点 N 在射线 CB 上, 可知点 N 在边 BC 上或点 N 在边 CB 的延长线上.

(i) 如果点 N 在边 BC 上, 可知点 M 在线段 AD 上.

$\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ$.

又 $\because AC = BC, CD \perp AB, AB = 8$,

$\therefore CD = BD = 4$.

即得 $\angle BCD = 45^\circ$.

$\because MC = MN$,

$\therefore \angle MCN = \angle MNC$.

$\because \angle MCN = \angle MCD + \angle BCD, \angle MNC = \angle B + \angle BMN$,

$\therefore \angle MCD = \angle NME$.

又 $\because CD \perp AB, NE \perp AB$,

$$\therefore \angle CDM = \angle MEN = 90^\circ .$$

$$\therefore \triangle MCD \cong \triangle MNE \text{ (A. A. S).}$$

$$\therefore ME = CD = 4.$$

(ii) 如果点 N 在边 CB 的延长线上, 可知点 M 在线段 BD 上, 且点 E 在边 AB 的延长线上.

于是, 由 $\angle ABC = \angle MNC + \angle BMN = 45^\circ$,

$$\angle BCD = \angle MCD + \angle MCN = 45^\circ ,$$

$$\angle MCN = \angle MNC,$$

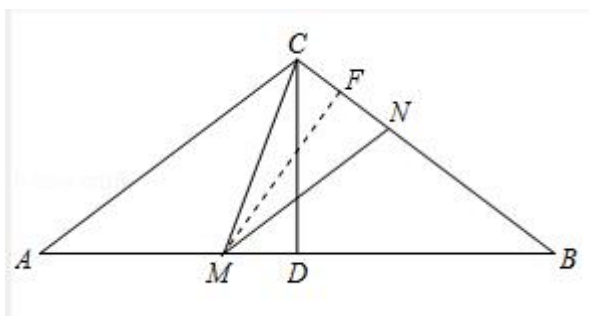
得 $\angle MCD = \angle BMN$.

再由 $MC = MN$, $\angle CDM = \angle MEN = 90^\circ$,

得 $\triangle MCD \cong \triangle MNE \text{ (A. A. S).}$

$$\therefore ME = CD = 4.$$

$\therefore$ 由 (i)、(ii) 可知, 当点 M 在边 AB 上移动时, 线段 ME 的长不变, $ME = 4$.



【点评】 本题考查了等腰三角形的性质、勾股定理的运用、相似三角形的判定和性质以及全等三角形的判定和性质和分类讨论的数学思想, 题目的综合性强、难度大一道不错的中考压轴题.