

2012 年上海市崇明县中考数学三模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $(x^3)^3 = x^6$

C. $x^5 + x^5 = x^{10}$

D. $(-ab)^5 \div (-ab)^2 = -a^3b^3$

2. (4 分) 下列根式中，与 $\sqrt{12}$ 为同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{4}$

B. $\sqrt{6}$

C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

D. $\sqrt{18}$

3. (4 分) 函数 $y = (k-1)x$ 中，如果 y 随着 x 增大而增大，那么常数 k 的取值范围是 ()

A. $k < 1$

B. $k \leq 1$

C. $k > 1$

D. $k \geq 1$

4. (4 分) 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

A. 等边三角形

B. 菱形

C. 等腰梯形

D. 平行四边形

5. (4 分) 下列命题中，真命题是 ()

A. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形

B. 对角线互相垂直且相等的四边形是矩形

C. 对角线互相平分且相等的四边形是菱形

D. 对角线互相垂直且相等的四边形是菱形

6. (4 分) 已知半径分别是 3 和 5 的两个圆没有公共点，那么这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 ()

A. $d > 8$

B. $d > 2$

C. $0 \leq d < 2$

D. $d > 8$ 或 $d < 2$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $a(a+2b) =$ _____.

8. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x > -4 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

9. (4 分) 因式分解： $a^3 + a^2 - 2a =$ _____.

10. (4 分) 如果一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有实数根，那么 k 的取值范围是_____.

11. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2} = -x$ 的解是_____.

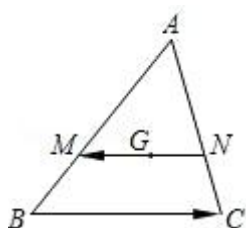
12. (4 分) 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是_____.

13. (4分) 将抛物线: $y = x^2 - 2x$ 向上平移 3 个单位, 再向右平移 4 个单位得到的抛物线是_____.

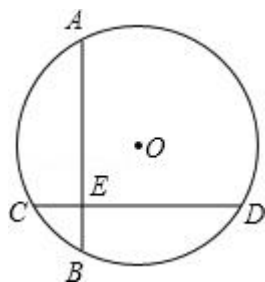
14. (4分) 从 1、2、3、4、5、6 这六个数中任意取出一个数, 取到的数能够被 2 整除的概率是_____.

15. (4分) 如果一斜坡的坡度为 $i = 1 : \sqrt{3}$, 某物体沿斜面向上推进了 10 米, 那么物体升高了_____米.

16. (4分) 如图, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, MN 过点 G 且 $MN \parallel BC$, 设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{MN} =$ _____. (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



17. (4分) 如图, $\odot O$ 的两条弦 AB 、 CD 互相垂直, 垂足为 E , 且 $AB = CD$, 已知 $CE = 2$, $ED = 6$, 那么 $\odot O$ 的半径长为_____.



18. (4分) 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 1$, 过点 C 作直线 $l \parallel AB$, F 是 l 上的一点, 且 $AB = AF$, 则点 F 到直线 BC 的距离为_____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 41 分)

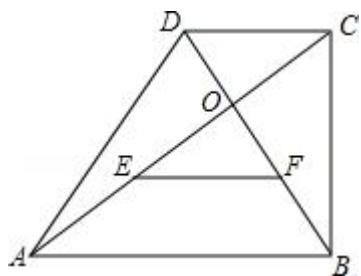
19. (10分) 先化简, 再求值: $(\frac{2x-3}{x} - 1) \div \frac{x^2-9}{x}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=4 \\ x^2-2xy+y^2=1. \end{cases}$$

21. (5分) 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = 2CD$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 线段 OA , OB 的中点分别为 E , F .

(1) 求证: $\triangle FOE \cong \triangle DOC$;

(2) 求 $\sin \angle OEF$ 的值.

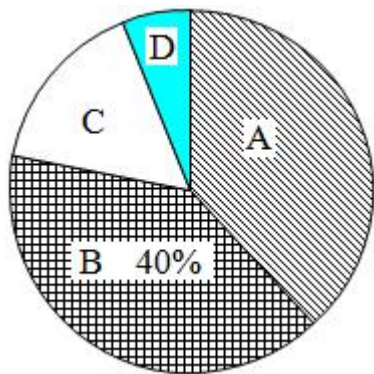


22. (2分) 2011年4月, 全县共有3500余名学生参加中考体育测试, 为了了解九年级男生立定跳远的成绩, 从某校随机抽取了50名男生的测试成绩, 根据测试评分标准, 将他们的得分按优秀、良好、及格、不及格(分别用A、B、C、D表示)四个等级进行统计, 并绘制成扇形图和统计表:

等级	成绩(分)	频数(人数)	频率
A	90~100	19	0.38
B	75~89	m	x
C	60~74	n	y
D	60以下	3	0.06
合计		50	1.00

请你根据以上图表提供的信息, 解答下列问题:

- (1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 在扇形图中, C等级所对应的圆心角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度;
- (3) 甲同学说: “我的立定跳远的成绩是此次抽样调查所得数据的中位数”. 请问: 甲同学的体育成绩应在什么分数段内? $\underline{\hspace{2cm}}$ (填相应等级的字母);
- (4) 如果该校九年级共有500名男生参加了立定跳远测试, 那么请你估计这些男生成绩等级达到优秀和良好的共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人?

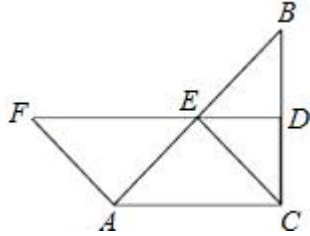


23. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于

D ，交 AB 于 E ， F 在 DE 上，且 $AF = CE = AE$ 。

(1) 说明四边形 $ACEF$ 是平行四边形；

(2) 当 $\angle B$ 满足什么条件时，四边形 $ACEF$ 是菱形，并说明理由。

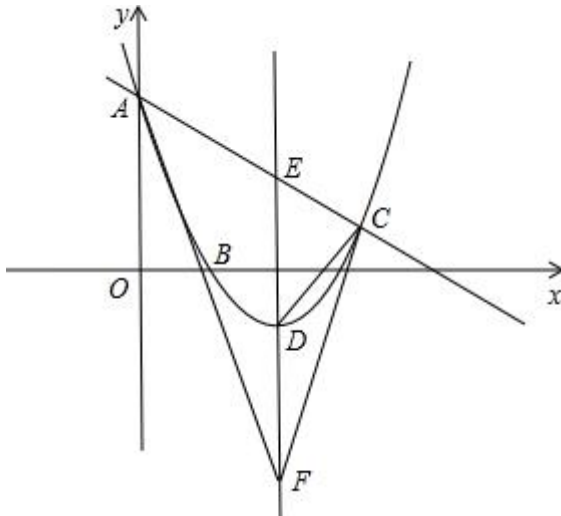


24. (4分) 如图，已知抛物线过点 $A(0, 6)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(7, \frac{5}{2})$ 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若 D 是抛物线的顶点， E 是抛物线的对称轴与直线 AC 的交点， F 与 E 关于 D 对称，求证： $\angle CFE = \angle AFE$ ；

(3) 在 y 轴上是否存在这样的点 P ，使 $\triangle AFP$ 与 $\triangle FDC$ 相似？若有请求出所有符合条件的点 P 的坐标；若没有，请说明理由。

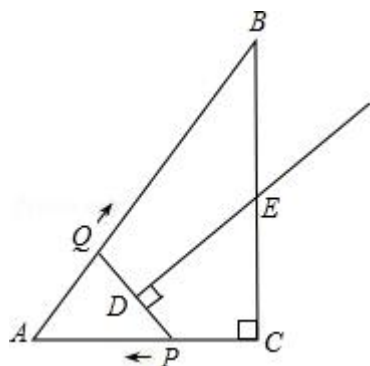


25. (4分) 如图所示，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $AB = 5$ 。点 P 从点 C 出发沿 CA 以每秒 1 个单位长的速度向点 A 匀速运动，到达点 A 后立刻以原来的速度沿 AC 返回；点 Q 从点 A 出发沿 AB 以每秒 1 个单位长的速度向点 B 匀速运动。伴随着 P 、 Q 的运动， DE 保持垂直平分 PQ ，且交 PQ 于点 D ，交折线 $QB - BC - CP$ 于点 E 。点 P 、 Q 同时出发，当点 Q 到达点 B 时停止运动，点 P 也随之停止。设点 P 、 Q 运动的时间是 t 秒 ($t > 0$)。

(1) 在点 P 从 C 向 A 运动的过程中，求 $\triangle APQ$ 的面积 S 与 t 的函数关系式；(不

必写出 t 的取值范围)

- (2) 在点 E 从 B 向 C 运动的过程中, 四边形 $QBED$ 能否成为直角梯形? 若能, 求 t 的值; 若不能, 请说明理由.



2012 年上海市崇明县中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列运算正确的是（ ）

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $(x^3)^3 = x^6$

C. $x^5 + x^5 = x^{10}$

D. $(-ab)^5 \div (-ab)^2 = -a^3b^3$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法．

【分析】根据合并同类项、幂的乘方与积的乘方、同底数幂的除法与乘法等知识点进行作答即可求得答案．

【解答】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故 A 错误；

B、 $(x^3)^3 = x^9$ ，故 B 错误；

C、 $x^5 + x^5 = 2x^5$ ，故 C 错误；

D、 $(-ab)^5 \div (-ab)^2 = -a^5b^5 \div a^2b^2 = -a^3b^3$ ，故 D 正确．

故选：D．

【点评】本题考查了合并同类项，同底数的幂的除法与乘法，积的乘方等多个运算性质，需同学们熟练掌握．

2.（4 分）下列根式中，与 $\sqrt{12}$ 为同类二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{4}$

B. $\sqrt{6}$

C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

D. $\sqrt{18}$

【考点】77：同类二次根式．

【分析】先把各选项中的二次根式化为同类二次根式，再进行判断即可．

【解答】解： $\because \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，

A、 $\sqrt{4} = 2$ 与 $2\sqrt{3}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

B、 $\sqrt{6}$ 与 $2\sqrt{3}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

C、 $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 与 $2\sqrt{3}$ 被开方数相同，故是同类二次根式；

D、 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 与 $2\sqrt{3}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式．

故选：C．

【点评】此题主要考查了同类二次根式的定义：化成最简二次根式后，被开方数

相同，这样的二次根式叫做同类二次根式.

3. (4分) 函数 $y = (k - 1)x$ 中，如果 y 随着 x 增大而增大，那么常数 k 的取值范围是 ()

A. $k < 1$ B. $k \leq 1$ C. $k > 1$ D. $k \geq 1$

【考点】F5: 一次函数的性质.

【分析】先根据一次函数的性质得出关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围即可.

【解答】解： $\because$ 函数 $y = (k - 1)x$ 中，如果 y 随着 x 增大而增大，

$\therefore k - 1 > 0$ ，解得 $k > 1$.

故选：C.

【点评】本题考查的是一次函数的性质，熟知一次函数的增减性是解答此题的关键.

4. (4分) 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

A. 等边三角形 B. 菱形 C. 等腰梯形 D. 平行四边形

【考点】P3: 轴对称图形；R5: 中心对称图形.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、菱形是轴对称图形，也是中心对称图形，故本选项正确；

C、等腰梯形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

D、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形，掌握中心对称图形与轴对称图形的概念：

轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；

中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

5. (4分) 下列命题中，真命题是 ()

A. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形

B. 对角线互相垂直且相等的四边形是矩形

C. 对角线互相平分且相等的四边形是菱形

D. 对角线互相垂直且相等的四边形是菱形

【考点】L9: 菱形的判定; LC: 矩形的判定.

【分析】A 与 C 根据对角线互相平分的四边形是平行四边形; 对角线相等的平行四边形是矩形即可判定;

B 与 D 举反例即可判定, 反例可以作图, 利用数形结合思想解答.

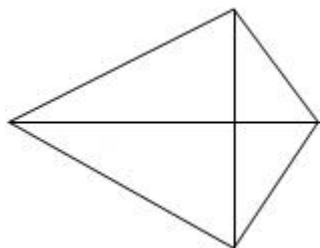
【解答】解: A、对角线互相平分的四边形是平行四边形; 对角线相等的平行四边形是矩形; 正确;

即可得 C 错误;

B、D、对角线互相垂直且相等的四边形可能是如图:

所以错误;

故选: A.



【点评】此题考查了: 对角线互相平分的四边形是平行四边形; 对角线相等的平行四边形是矩形; 对角线互相垂直的平行四边形是菱形. 注意当判定一个命题错误时, 举反例即可, 当判定一个命题正确时, 需要证明.

6. (4 分) 已知半径分别是 3 和 5 的两个圆没有公共点, 那么这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 ()

A. $d > 8$

B. $d > 2$

C. $0 \leq d < 2$

D. $d > 8$ 或 $d < 2$

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】没有公共点的两个圆的位置关系, 应该是内含和外离, 外离, 则 $d > R+r$; 内含, 则 $d < R-r$.

【解答】解: 没有公共点的两个圆的位置关系, 应该是内含和外离,

当内含时, 这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 $d < R-r$, 即 $d < 2$;

当外离时, 这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 $d > R+r$, 即 $d > 8$.

故选: D.

【点评】 本题难度中等，主要是考查圆与圆的位置关系与数量关系间的联系.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算： $a(a+2b) = \underline{a^2+2ab}$.

【考点】 4A：单项式乘多项式.

【分析】 根据单项式与多项式相乘，先用单项式乘多项式的每一项，再把所得的积相加计算即可.

【解答】 解：原式 $= a^2+2ab$,

故答案为： a^2+2ab .

【点评】 本题考查了单项式与多项式相乘，熟练掌握运算法则是解题的关键，计算时要注意符号的处理.

8.（4 分）不等式组 $\begin{cases} 2x > -4 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{-2 < x \leq 5}$.

【考点】 CB：解一元一次不等式组.

【专题】 11：计算题.

【分析】 先求出不等式组中每个不等式的解集，再求出这些解集的公共部分.

【解答】 解：由 $2x > -4$ ，得 $x > -2$ ；

由 $x-5 \leq 0$ ，得 $x \leq 5$ ，

所以不等式组 $\begin{cases} 2x > -4 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 $-2 < x \leq 5$.

故答案为 $-2 < x \leq 5$.

【点评】 本题考查一元一次不等式组的解法，属于基础题. 求不等式组的解集，要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

9.（4 分）因式分解： $a^3+a^2-2a = \underline{a(a+2)(a-1)}$.

【考点】 55：提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】 此多项式有公因式，应先提取公因式 a ，再对余下的多项式进行观察，有 3 项，可利用十字相乘法继续分解.

【解答】 解： a^3+a^2-2a ,

$= a(a^2+a-2)$,

$= a(a+2)(a-1)$.

【点评】 本题考查了提公因式法与十字相乘法分解因式，要求灵活使用各种方法

对多项式进行因式分解，一般来说，如果可以先提取公因式的要先提取公因式，再考虑运用十字相乘法分解． $x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)$ ．

10. (4分) 如果一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有实数根，那么 k 的取值范围是 $k \leq 1$ ．

【考点】AA：根的判别式．

【专题】2B：探究型．

【分析】先根据一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 得出 a 、 b 、 c 的值，再根据方程有实数根可知 $\Delta \geq 0$ ，求出 k 的取值范围即可．

【解答】解：由一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 可知， $a = 1$ ， $b = -2$ ， $c = k$ ，

$\because$ 方程有实数根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，即 $(-2)^2 - 4k \geq 0$ ，解得 $k \leq 1$ ．

故答案为： $k \leq 1$ ．

【点评】本题考查的是根的判别式，根据题意得出关于 k 的不等式是解答此题的关键．

11. (4分) 方程 $\sqrt{x+2} = -x$ 的解是 $x = -1$ ．

【考点】AG：无理方程．

【分析】把方程两边平方后求解，注意检验．

【解答】解：把方程两边平方得 $x+2 = x^2$ ，

整理得 $(x-2)(x+1) = 0$ ，

解得： $x = 2$ 或 -1 ，

经检验， $x = -1$ 是原方程的解．

故本题答案为： $x = -1$ ．

【点评】本题考查无理方程的求法，注意无理方程需验根．

12. (4分) 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是 $x > -1$ ．

【考点】E4：函数自变量的取值范围．

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于0，分母不等于0，就可以求解．

【解答】解：根据题意得： $x+1 > 0$ ，

解得： $x > -1$ ．

【点评】函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

13. (4 分) 将抛物线: $y = x^2 - 2x$ 向上平移 3 个单位, 再向右平移 4 个单位得到的抛物线是 $y = (x - 5)^2 + 2$ 或 $y = x^2 - 10x + 27$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】16: 压轴题; 46: 几何变换.

【分析】先将抛物线的解析式化为顶点式, 然后根据平移规律平移即可得到解析式.

【解答】解: $y = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$,

根据平移规律, 向上平移 3 个单位, 再向右平移 4 个单位得到的抛物线是:

$$y = (x - 5)^2 + 2,$$

将顶点式展开得, $y = x^2 - 10x + 27$.

故答案为: $y = (x - 5)^2 + 2$ 或 $y = x^2 - 10x + 27$.

【点评】主要考查的是函数图象的平移, 用平移规律“左加右减, 上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

14. (4 分) 从 1、2、3、4、5、6 这六个数中任意取出一个数, 取到的数能够被 2 整除的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据题意, 分析可得从这六个数中任意取出一个数, 共 6 种情况, 而取到的数能够被 2 整除的有 3 种, 利用概率的求法可得答案.

【解答】解: 根据题意, 从这六个数中任意取出一个数, 共 6 种情况, 取到的数能够被 2 整除的有 3 种, 即取到 2、4、6, 故取到的数能够被 2 整除的概率是 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

【点评】用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

15. (4 分) 如果一斜坡的坡度为 $i = 1 : \sqrt{3}$, 某物体沿斜面向上推进了 10 米, 那么物体升高了 5 米.

【考点】TB: 解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【专题】11：计算题.

【分析】运用坡度的定义，即垂直高度与水平距离的比值，所以 $i = \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$ ，再结合三角函数关系求出即可.

【解答】解：

$\because$ 斜坡的坡度为 $i = 1 : \sqrt{3}$,

又 $\because i = \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$

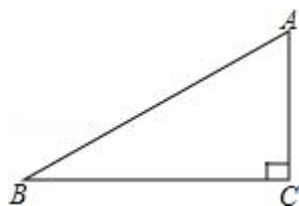
$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$,

$\because$ 某物体沿斜面向上推进了 10 米，即 $AB = 10$,

$\therefore AC = 5$.

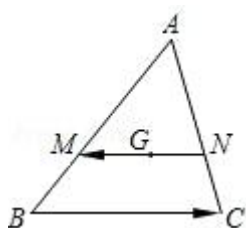
故答案为：5.



【点评】此题主要考查了坡度的定义，以及锐角三角函数关系，正确的运用坡度的定义是解决问题的关键.

16. (4 分) 如图，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心， MN 过点 G 且 $MN \parallel BC$ ，设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$,

$\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a})$. (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



【考点】LM：*平面向量.

【分析】由 $MN \parallel BC$ ，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，由重心的性质可得： $MN : BC = 2 : 3$ ，然后由三角形法则，即可求得 $\overrightarrow{BC}$ 的值，继而求得答案.

【解答】解： $\because MN \parallel BC$ ，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore MN:BC=2:3,$$

$$\therefore \overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AC}=\vec{b},$$

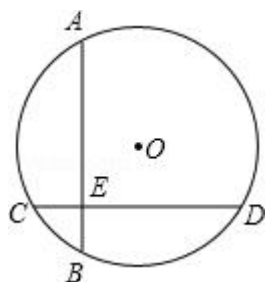
$$\therefore \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{MN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{2}{3}(\vec{b}-\vec{a}).$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{3}(\vec{b}-\vec{a}).$$

【点评】此题考查了平面向量的知识与三角形重心的性质．此题难度适中，注意掌握三角形法则的应用，注意数形结合思想的应用．

17. (4分) 如图， $\odot O$ 的两条弦 AB 、 CD 互相垂直，垂足为 E ，且 $AB=CD$ ，已知 $CE=2$ ， $ED=6$ ，那么 $\odot O$ 的半径长为 $2\sqrt{5}$ ．



【考点】 KQ：勾股定理；M2：垂径定理．

【专题】 2B：探究型．

【分析】 过点 O 分别作 AB 、 CD 的垂线 OM 、 ON ，则四边形 $OMEN$ 是正方形，利用垂径定理即可求得 OM ， AM 的长度，然后在直角 $\triangle AOM$ 中利用勾股定理即可求得 OA 的长度．

【解答】 解：过点 O 分别作 AB 、 CD 的垂线 OM 、 ON ，则四边形 $OMEN$ 是矩形，连接 OA ．

$$\because AB=CD, AB \perp CD,$$

$$\therefore OM=ON,$$

$$\therefore \text{矩形 } OMEN \text{ 是正方形.}$$

$$\because CE=2, ED=6,$$

$$\therefore CD=2+6=8,$$

$$\because ON \perp CD$$

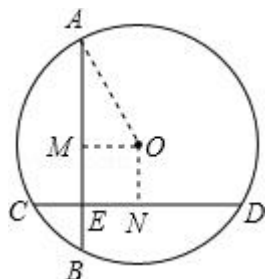
$$\therefore CN=\frac{1}{2}CD=4,$$

$$\therefore EN = OM = 2,$$

同理： $AM = 4$.

在直角 $\triangle AMO$ 中， $OA = \sqrt{AM^2 + OM^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

故答案为： $2\sqrt{5}$.



【点评】 本题考查了垂径定理，利用垂径定理可以把求弦长以及半径的计算转化成求直角三角形的边长的计算．

18. (4 分) 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， 过点 C 作直线 $l \parallel AB$ ， F 是 l 上的一点， 且 $AB = AF$ ， 则点 F 到直线 BC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

【考点】 KQ： 勾股定理； KW： 等腰直角三角形．

【专题】 13： 作图题； 16： 压轴题； 35： 转化思想．

【分析】 如图， 延长 AC ， 做 $FD \perp BC$ 交点为 D ， $FE \perp AC$ ， 交点为 E ， 可得四边形 $CDFE$ 是正方形， 则， $CD = DF = FE = EC$ ； 等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， 所以， 可求出 $AC = 1$ ， $AB = \sqrt{2}$ ， 又 $AB = AF$ ； 所以， 在直角 $\triangle AEF$ 中， 可运用勾股定理求得 DF 的长即为点 F 到 BC 的距离．

【解答】 解： (1) 如图， 延长 AC ， 作 $FD \perp BC$ 交点为 D ， FE 垂直 AC 延长线于点 E ，

$$\because CF \parallel AB, \therefore \angle FCD = \angle CBA = 45^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $CDFE$ 是正方形，

即， $CD = DF = FE = EC$ ，

$\because$ 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC = 1$ ， $AB = AF$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore AF = \sqrt{2};$$

$$\therefore \text{在直角 } \triangle AEF \text{ 中, } (1+EC)^2 + EF^2 = AF^2$$

$$\therefore (1+DF)^2 + DF^2 = (\sqrt{2})^2,$$

解得, $DF = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$;

(2) 如图, 延长 BC , 做 $FD \perp BC$, 交点为 D , 延长 CA , 做 $FE \perp CA$ 于点 E , 同理可证, 四边形 $CDFE$ 是正方形,

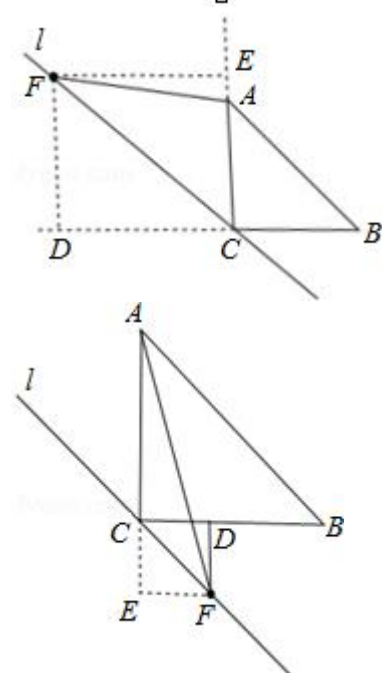
即, $CD = DF = FE = EC$,

同理可得, 在直角 $\triangle AEF$ 中, $(EC - 1)^2 + EF^2 = AF^2$,

$$\therefore (FD-1)^2 + FD^2 = (\sqrt{2})^2,$$

解得, $FD = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$;

故答案为: $\frac{\sqrt{3} \pm 1}{2}$.



【点评】 本题考查了勾股定理的运用, 通过添加辅助线, 可将问题转化到直角三角形中, 利用勾股定理解答; 考查了学生的空间想象能力.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 41 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $(\frac{2x-3}{x}-1) \div \frac{x^2-9}{x}$, 其中 $x=\sqrt{3}-1$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把 $x = \sqrt{3} - 1$ 代入进行计算即可.

【解答】 解：原式 = $\left(\frac{2x-3}{x} - \frac{x}{x}\right) \times \frac{x}{(x+3)(x-3)}$

$$= \frac{x-3}{x} \times \frac{x}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{1}{x+3},$$

当 $x = \sqrt{3} - 1$ 时，原式 = $\frac{1}{\sqrt{3}+2} = 2 - \sqrt{3}$.

【点评】 本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

20. (10 分) 解方程组：
$$\begin{cases} x+2y=4 \\ x^2-2xy+y^2=1. \end{cases}$$

【考点】 AF：高次方程.

【专题】 11：计算题.

【分析】 首先观察方程组中第二个等式，可以写成完全平方式的形式，把高次方程转化成二元一次方程进行求解.

【解答】 解：
$$\begin{cases} x+2y=4 & (1) \\ x^2-2xy+y^2=1. & (2) \end{cases}$$

由 (2) 式得到： $(x-y)^2 = 1$,

再得到 $x-y=1$ 或者 $x-y=-1$,

与 (1) 式组成方程组：
$$\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=1. \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=-1. \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=1. \end{cases}, \begin{cases} x_2=\frac{2}{3} \\ y_2=\frac{5}{3}. \end{cases}$$

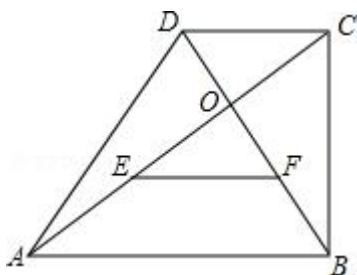
经检验，原方程组的解是：
$$\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=1. \end{cases}, \begin{cases} x_2=\frac{2}{3} \\ y_2=\frac{5}{3}. \end{cases}$$

【点评】 本题主要考查高次方程的知识点，解答本题的关键是把二元二次方程转化成二元一次方程进行求解，本题难度不大.

21. (5 分) 在直角梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $AB = 2CD$ ， 对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， 线段 OA ， OB 的中点分别为 E ， F .

(1) 求证： $\triangle FOE \cong \triangle DOC$;

(2) 求 $\sin \angle OEF$ 的值.



【考点】 KQ: 勾股定理; KX: 三角形中位线定理; LI: 直角梯形; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 由点 E, F 分别为线段 OA, OB 的中点, 根据三角形中位线的性质, 可得 $EF \parallel AB$, $EF = \frac{1}{2}AB$, 又由 $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, 即可判定 $EF = CD$, $\angle OCD = \angle OEF$, $\angle ODC = \angle OFE$, 然后利用 ASA , 即可证得: $\triangle FOE \cong \triangle DOC$;
(2) 首先得出四边形 $DHBC$ 为矩形, 设 $CD = AH = k$, 则 $DH = AH \cdot \tan 60^\circ$, 进而得出 AC , 即可求得 $\sin \angle OEF$ 的值.

【解答】 证明: (1) $\because EF$ 是 $\triangle OAB$ 的中位线,

$$\therefore EF \parallel AB, EF = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because CD = \frac{1}{2}AB, CD \parallel AB,$$

$$\therefore EF = CD, EF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle OEF = \angle OCD, \angle ODC = \angle OFE,$$

在 $\triangle FOE$ 和 $\triangle DOC$ 中,

$$\because \begin{cases} \angle OEF = \angle OCD \\ EF = CD \\ \angle OFE = \angle ODC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle FOE \cong \triangle DOC (ASA);$$

(2) 过点 D 作 DH 垂直 AB , 垂足为 H ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为直角梯形,

$\therefore$ 四边形 $DHBC$ 为矩形,

$$\because AB = 2CD,$$

$$\therefore AH = CD,$$

在 $\text{Rt}\triangle AHD$ 中

设 $CD = AH = k$,

则 $DH = AH \cdot \tan 60^\circ$,

$$\therefore DH = \sqrt{3}k,$$

$$\therefore BC = \sqrt{3}k,$$

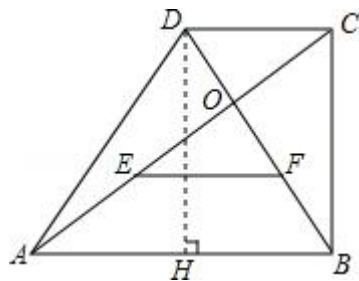
$$\because EF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle OEF = \angle CAB,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{7}k,$$

$$\therefore \sin \angle OEF = \sin \angle CAB = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$



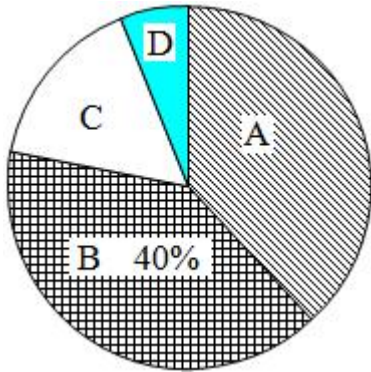
【点评】 此题考查了梯形的性质、全等三角形的判定与性质、平行线分线段成比例定理以及三角函数的定义．此题难度适中，注意掌握数形结合思想与转化思想的应用．

22. (2分) 2011年4月，全县共有3500余名学生参加中考体育测试，为了了解九年级男生立定跳远的成绩，从某校随机抽取了50名男生的测试成绩，根据测试评分标准，将他们的得分按优秀、良好、及格、不及格（分别用A、B、C、D表示）四个等级进行统计，并绘制成扇形图和统计表：

等级	成绩(分)	频数(人数)	频率
A	90 ~ 100	19	0.38
B	75 ~ 89	m	x
C	60 ~ 74	n	y
D	60 以下	3	0.06
合计		50	1.00

请你根据以上图表提供的信息，解答下列问题：

- (1) $m = \underline{20}$, $n = \underline{8}$, $x = \underline{0.4}$, $y = \underline{0.16}$;
- (2) 在扇形图中, C 等级所对应的圆心角是 $\underline{57.6}$ 度;
- (3) 甲同学说: “我的立定跳远的成绩是此次抽样调查所得数据的中位数”. 请问: 甲同学的体育成绩应在什么分数段内? $\underline{B}$ (填相应等级的字母);
- (4) 如果该校九年级共有 500 名男生参加了立定跳远测试, 那么请你估计这些男生成成绩等级达到优秀和良好的共有 $\underline{390}$ 人?



【考点】 V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率) 分布表; VB: 扇形统计图;
W4: 中位数.

【专题】 27: 图表型.

【分析】 (1) 根据 B 等级的人数所占的百分比为 40%, 总人数为 50, 列式计算即可求出 m 的值, 然后根据总人数列式计算即可求出 n , 再根据频率等于频数除以总人数计算即可求出 x 、 y ;

(2) 用频率乘以 360° , 计算即可得解;

(3) 根据中位数的定义, 找出第 25、26 两人所在的等级即可;

(4) 求出 A 、 B 等级的频率, 然后乘以 500 计算即可得解.

【解答】 解: (1) $m = 50 \times 40\% = 20$,

$$n = 50 - 19 - 20 - 3 = 50 - 42 = 8,$$

$$\frac{20}{50} = 0.4,$$

$$\frac{8}{50} = 0.16,$$

(2) $360^\circ \times 0.16 = 57.6^\circ$;

(3) 按照成绩从低到高, 第 25、26 两人都在 B 等级,

所以，落在 B 分数段；

$$(4) 500 \times (0.38 + 0.4) = 500 \times 0.78 = 390 \text{ 人}.$$

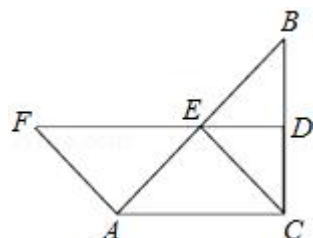
故答案为：(1) 故答案为：20, 8, 0.4, 0.16; (2) 57.6° ; (3) B ; (4) 390.

【点评】 本题考查了频率分布直方图，用样本估计总体，扇形统计图，中位数的定义，读图时要全面细致，同时，解题方法要灵活多样，切忌死记硬背，要充分运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题.

23. (6分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于 D ，交 AB 于 E ， F 在 DE 上，且 $AF = CE = AE$.

(1) 说明四边形 $ACEF$ 是平行四边形；

(2) 当 $\angle B$ 满足什么条件时，四边形 $ACEF$ 是菱形，并说明理由.



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；KG：线段垂直平分线的性质；L6：平行四边形的判定；L9：菱形的判定.

【专题】 16：压轴题.

【分析】 (1) 证明 $\triangle AEC \cong \triangle EAF$ ，即可得到 $EF = CA$ ，根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形即可判断；

(2) 当 $\angle B = 30^\circ$ 时，四边形 $ACEF$ 是菱形. 根据直角三角形的性质，即可证得 $AC = EC$ ，根据菱形的定义即可判断.

【解答】 (1) 证明：由题意知 $\angle FDC = \angle DCA = 90^\circ$ ，

$$\therefore EF \parallel CA,$$

$$\therefore \angle FEA = \angle CAE,$$

$$\because AF = CE = AE,$$

$$\therefore \angle F = \angle FEA = \angle CAE = \angle ECA.$$

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle EAF$ 中，

$$\because \begin{cases} \angle F = \angle ECA \\ \angle FEA = \angle CAE \\ EA = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle EAF \cong \triangle AEC$ (AAS),

$\therefore EF = CA$,

$\therefore$ 四边形 $ACEF$ 是平行四边形.

(2) 解: 当 $\angle B = 30^\circ$ 时, 四边形 $ACEF$ 是菱形.

理由如下: $\because \angle B = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB,$$

$\because DE$ 垂直平分 BC ,

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BDE = \angle ACB$$

$$\therefore ED \parallel AC$$

又 $\because BD = DC$

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore E$ 是 AB 的中点,

$$\therefore BE = CE = AE,$$

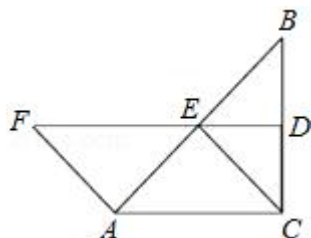
又 $\because AE = CE$,

$$\therefore AE = CE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\text{又} \because AC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AC = CE,$$

$\therefore$ 四边形 $ACEF$ 是菱形.



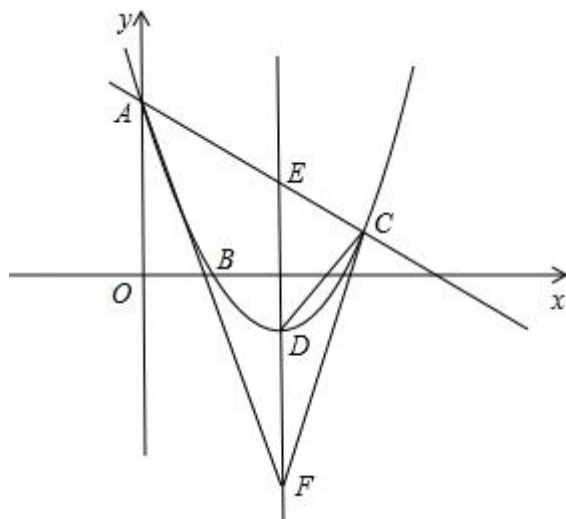
【点评】 本题主要考查了平行四边形的判定以及菱形的判定方法, 正确掌握判定定理是解题的关键.

24. (4分) 如图, 已知抛物线过点 $A(0, 6)$, $B(2, 0)$, $C(7, \frac{5}{2})$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若 D 是抛物线的顶点, E 是抛物线的对称轴与直线 AC 的交点, F 与 E 关于 D 对称, 求证: $\angle CFE = \angle AFE$;

(3) 在 y 轴上是否存在这样的点 P , 使 $\triangle AFP$ 与 $\triangle FDC$ 相似? 若有请求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若没有, 请说明理由.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】15: 综合题; 16: 压轴题.

【分析】(1) 设抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 将 A 、 B 、 C 三点坐标代入, 列方程组求抛物线解析式;

(2) 求直线 AC 的解析式, 确定 E 点坐标, 根据对称性求 F 点坐标, 分别求直线 AF , CF 的解析式, 确定两直线与 x 轴的交点坐标, 判断两个交点关于抛物线对称轴对称即可;

(3) 存在. 由 $\angle CFE = \angle AFE = \angle FAP$, $\triangle AFP$ 与 $\triangle FDC$ 相似时, 顶点 A 与顶点 F 对应, 根据 $\triangle AFP \sim \triangle FDC$, $\triangle AFP \sim \triangle FCD$, 两种情况求 P 点坐标.

【解答】(1) 解: 设抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 将 A 、 B 、 C 三点坐标代入, 得

$$\begin{cases} c=6 \\ 4a+2b+c=0 \\ 49a+7b+c=\frac{5}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -4 \\ c = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$;

(2) 证明: 设直线 AC 的解析式 $y = mx + n$,

将 A 、 C 两点坐标代入, 得 $\begin{cases} n = 6 \\ 7m + n = \frac{5}{2} \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = 6 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 6,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6 = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 2,$$

$$\therefore D(4, -2), E(4, 4),$$

$\therefore F$ 与 E 关于 D 对称,

$$\therefore F(4, -8), \text{ 则直线 } AF \text{ 的解析式为 } y = -\frac{7}{2}x + 6, CF \text{ 的解析式为 } y = \frac{7}{2}x - 22,$$

$$\therefore \text{直线 } AF, CF \text{ 与 } x \text{ 轴的交点坐标分别为 } (\frac{12}{7}, 0), (\frac{44}{7}, 0),$$

$$\therefore 4 - \frac{12}{7} = \frac{44}{7} - 4,$$

$\therefore$ 两个交点关于抛物线对称轴 $x = 4$ 对称,

$$\therefore \angle CFE = \angle AFE;$$

(3) 解: 存在.

$$\text{设 } P(0, d), \text{ 则 } AP = |6 - d|, AF = \sqrt{4^2 + (6+8)^2} = 2\sqrt{53},$$

$$FD = -2 - (-8) = 6, CF = \sqrt{(7-4)^2 + (\frac{5}{2}+8)^2} = \frac{3\sqrt{53}}{2},$$

$$\therefore \angle PAF = \angle CFD,$$

$\therefore$ 点 P 位于点 A 的下方,

当 $\triangle AFP \sim \triangle FDC$ 时, $\frac{AP}{AF} = \frac{FC}{FD}$, 即 $\frac{6-d}{2\sqrt{53}} = \frac{2}{6}$, 解得 $d = -\frac{41}{2}$,

当 $\triangle AFP \sim \triangle FCD$ 时, $\frac{AP}{AF} = \frac{FD}{FC}$, 即 $\frac{6-d}{2\sqrt{53}} = \frac{6}{3\sqrt{53}}$, 解得 $d = -2$,

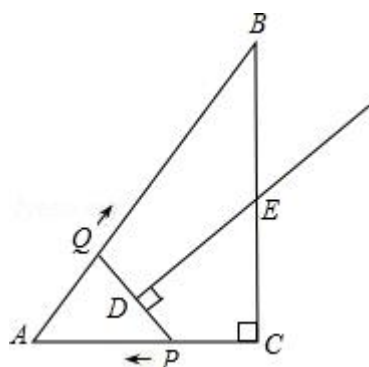
$\therefore P$ 点坐标为 $(0, -\frac{41}{2})$ 或 $(0, -2)$.

【点评】 本题考查了二次函数的综合运用. 关键是根据已知条件求抛物线解析式, 根据抛物线的对称性, 相似三角形的知识解题.

25. (4 分) 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $AB = 5$. 点 P 从点 C 出发沿 CA 以每秒 1 个单位长的速度向点 A 匀速运动, 到达点 A 后立刻以原来的速度沿 AC 返回; 点 Q 从点 A 出发沿 AB 以每秒 1 个单位长的速度向点 B 匀速运动. 伴随着 P 、 Q 的运动, DE 保持垂直平分 PQ , 且交 PQ 于点 D , 交折线 $QB - BC - CP$ 于点 E . 点 P 、 Q 同时出发, 当点 Q 到达点 B 时停止运动, 点 P 也随之停止. 设点 P 、 Q 运动的时间是 t 秒 ($t > 0$).

(1) 在点 P 从 C 向 A 运动的过程中, 求 $\triangle APQ$ 的面积 S 与 t 的函数关系式; (不必写出 t 的取值范围)

(2) 在点 E 从 B 向 C 运动的过程中, 四边形 $QBED$ 能否成为直角梯形? 若能, 求 t 的值; 若不能, 请说明理由.



【考点】 KG: 线段垂直平分线的性质; KQ: 勾股定理; LI: 直角梯形; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 作 $QF \perp AC$ 于点 F , 先求 BC , 再用 t 表示 QF , 然后得出 S 的函数解析式;

(2) 当 $DE \parallel QB$ 时, 得四边形 $QBED$ 是直角梯形, 由 $\triangle APQ \sim \triangle ABC$, 由线段的对应比例关系求得 t , 由 $PQ \parallel BC$, 四边形 $QBED$ 是直角梯形, $\triangle AQP \sim \triangle$

ABC ，由线段的对应比例关系求 t 。

【解答】 解：（1）作 $QF \perp AC$ 于点 F ，如图 1， $AQ = CP = t$ ，

$$\therefore AP = 3 - t.$$

$$\text{由 } \triangle AQF \sim \triangle ABC, BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\text{得 } \frac{QF}{4} = \frac{t}{5}.$$

$$\therefore QF = \frac{4}{5}t.$$

$$\therefore \text{在点 } P \text{ 从 } C \text{ 向 } A \text{ 运动的过程中，} \triangle APQ \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} (3 - t) \cdot \frac{4}{5}t;$$

（2）能。

①当由 $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ ， $DE \parallel QB$ 时，如图 2。

$$\because DE \perp PQ,$$

$\therefore PQ \perp QB$ ，四边形 $QBED$ 是直角梯形，

此时 $\angle AQP = 90^\circ$ 。

$$\text{由 } \triangle APQ \sim \triangle ABC, \text{ 得 } \frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{t}{3} = \frac{3-t}{5}. \text{ 解得 } t = \frac{9}{8};$$

②如图 3，当 $PQ \parallel BC$ 时， $DE \perp BC$ ，四边形 $QBED$ 是直角梯形。

此时 $\angle APQ = 90^\circ$ 。

$$\text{由 } \triangle AQP \sim \triangle ABC, \text{ 得 } \frac{AQ}{AB} = \frac{AP}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{t}{5} = \frac{3-t}{3}.$$

$$\text{解得 } t = \frac{15}{8}.$$

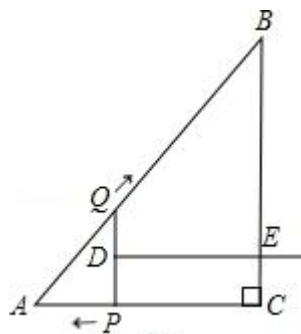
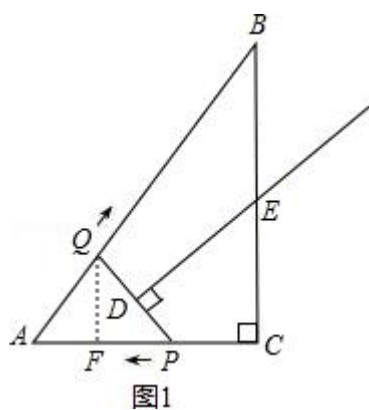
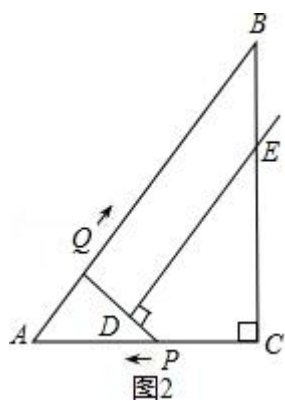


图3



【点评】 本题考查了相似三角形的判定定理，线段比的有关知识，利用二次函数的相关知识以及实际应用相结合，同时考生要注意巧妙利用辅助线的帮助解答，难度较大.