

2012 年上海市奉贤区中考数学三模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列二次根式中，属最简二次根式的是 ()

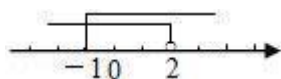
A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

B. $\sqrt{27}$

C. $\sqrt{xy^3}$

D. $\sqrt{x^2+y^2}$

2. (4 分) 若不等式组的解集在数轴上表示如图，则这个不等式组是 ()



A. $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < 2 \\ x \geq -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$

3. (4 分) 在投掷一枚硬币的游戏过程中，已知“正面朝上”的概率为 50%，那么下列说法正确的是 ()

A. 投掷 100 次必有 50 次“正面朝上”

B. 投掷 100 次可能有 50 次“正面朝上”

C. 投掷很多次的时候，极少出现“正面朝上”

D. 投掷很多次的时候，极有可能出现“正面朝上”

4. (4 分) 正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象经过第二、四象限，那么 k 为 ()

A. $k > 0$

B. $k < 0$

C. $k > -1$

D. $k < -1$

5. (4 分) 下列说法错误的是 ()

A. 正多边形每个内角都相等

B. 正多边形都是轴对称图形

C. 正多边形都是中心对称图形

D. 正多边形的中心到各边的距离相等

6. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 上的高，且 $AD = \frac{1}{2}BC$ ， E ， F 分别是 AB ， AC 的中点，以 EF 为直径的圆与 BC 的位置关系是 ()

A. 相离

B. 相切

C. 相交

D. 相切或相交

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $(a^2)^3 \div a^2 =$ _____.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式： $x^2 - 3 =$ _____.

9. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 - x}{x}$ ，如果 $f(a) = 0$ ，那么 $a =$ _____.

10. (4分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + k = 0$ (k 为常数) 有两个不相等的实数根, 那么 k _____.

11. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3} = -x$ 的根是 _____.

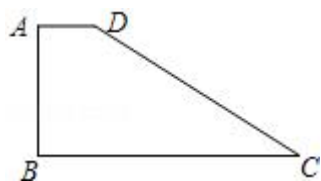
12. (4分) 将抛物线 $y = -3x^2 + 1$ 向左平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位, 得到的新抛物线的表达式是 _____.

13. (4分) 在 $\odot O$ 中, 弦 $AB = 16\text{cm}$, 弦心距 $OC = 6\text{cm}$, 那么该圆的半径为 cm .

14. (4分) 化简 $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{DE})$ 的结果是 _____.

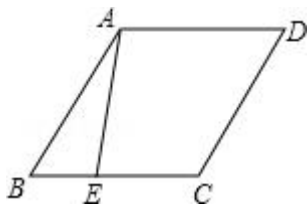
15. (4分) 将二元二次方程 $x^2 - 2xy + y^2 = 4$ 化为二个二元一次方程为 _____.

16. (4分) 如图, 一座拦河大坝的横截面是梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AD = 5$ 米, 坡面 CD 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$, 且 $BC = CD$, 那么拦河大坝的高是 _____ 米.



17. (4分) 某厂四月份产值是 3 百万元, 设第二季度每个月产值的增长率相同, 都为 x ($x > 0$), 六月份的产值为 y 百万元, 那么 y 关于 x 的关系式是: _____.

18. (4分) 如图, 已知菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 在边 BC 上, $\angle BAE = 25^\circ$. 把线段 AE 绕点 A 逆时针方向旋转, 使点 E 落在边 DC 上, 则旋转角 α 的度数为 _____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $|1 - \sqrt{3}| + (2 + \sqrt{3})^{-1} + 2\sin 60^\circ - \sqrt{12}$.

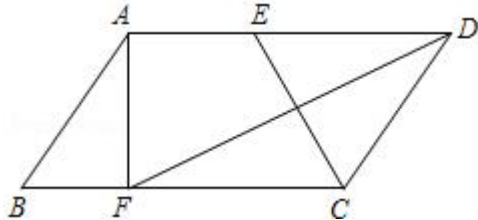
20. (10分) 解方程: $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = \frac{5}{2}$.

21. (10分) 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $AD = 8$, $\angle C$ 、 $\angle D$ 的平分线分别交

AD 、 BC 于点 E 、 F ，且 $AF \perp BC$ 。

(1) 求 $\tan \angle ADF$ ；

(2) 求 CE 的长。



22. (10 分) 甲、乙两支仪仗队队员的身高 (单位: cm) 如下:

甲队: 178, 177, 179, 178, 177, 178, 177, 179, 178, 179;

乙队: 178, 179, 176, 178, 180, 178, 176, 178, 177, 180;

(1) 将下表填完整:

身高	176	177	178	179	180
甲队 (人 数)		3	4		0
乙队 (人 数)	2	1		1	

(2) 甲队队员身高的平均数为 _____ cm , 乙队队员身高的平均数为 _____ cm ;

(3) 你认为哪支仪仗队更为整齐? 简要说明理由.

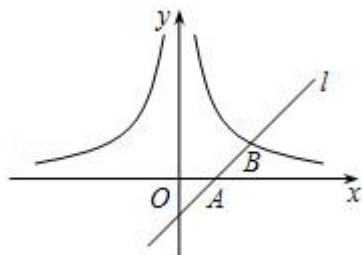
23. (12 分) 如图, 已知直线 l 经过点 $A(1, 0)$, 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ ($x > 0$) 交于

点 $B(2, 1)$. 过点 $P(a, a-1)$ ($a > 1$) 作 x 轴的平行线分别交双曲线 $y = \frac{m}{x}$

($x > 0$) 和 $y = -\frac{m}{x}$ ($x < 0$) 于点 M 、 N .

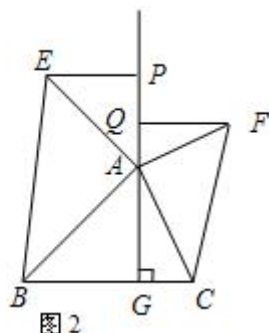
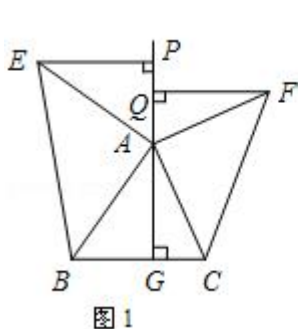
(1) 求 m 的值和直线 l 的解析式;

(2) 若点 P 在直线 $y=2$ 上, 求证: $\triangle PMB \sim \triangle PNA$.



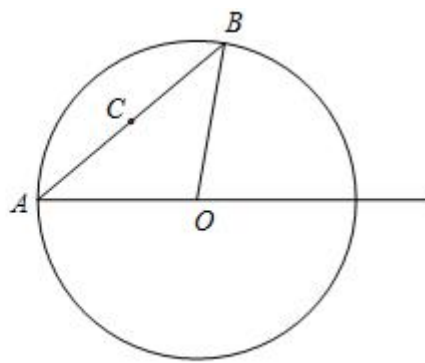
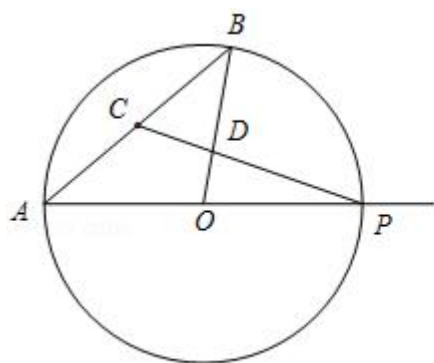
24. (12分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AG \perp BC$ 于点 G , 以 A 为直角顶点, 分别以 AB 、 AC 为直角边, 向 $\triangle ABC$ 外侧作 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$, 过点 E 、 F 作射线 GA 的垂线, 垂足分别为 P 、 Q ,

- (1) 若 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$ 都是等腰三角形, 直接写出 EP 与 FQ 有怎样的数量关系;
- (2) 若 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中满足 $AB = kAE$, $AC = kAF$ 时, (1) 中的结论还成立吗? 若成立, 请证明; 若不成立, 请探究 EP 与 FQ 有怎样的数量关系?
- (3) 若 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中满足 $AB = kAE$, $AC = mAF$ 时, 连接 EF 交射线 GA 于点 D , 试探究 ED 与 FD 有怎样的数量关系?



25. (14分) 已知: $\odot O$ 的半径 $OA = 5$, 弦 $AB = 8$, C 是弦 AB 的中点, 点 P 是射线 AO 上一点 (与点 A 不重合), 直线 PC 与射线 BO 交于点 D .

- (1) 当点 P 在 $\odot O$ 上, 求 OD 的长.
- (2) 若点 P 在 AO 的延长线上, 设 $OP = x$, $\frac{OD}{DB} = y$, 求 y 与 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围.
- (3) 连接 CO , 若 $\triangle PCO$ 与 $\triangle PCA$ 相似, 求此时 BD 的长.



(备用图)

2012 年上海市奉贤区中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列二次根式中，属最简二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

B. $\sqrt{27}$

C. $\sqrt{xy^3}$

D. $\sqrt{x^2+y^2}$

【考点】74：最简二次根式.

【分析】A、 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 的被开方数分子分母都乘以 3，然后把根号中的分母去掉，故本选项不是最简的；

B、27 可以看作 3^2 与 3 的积，根据 $\sqrt{a^2} = |a|$ 即可化简，所以本选项不是最简的；

C、被开方数中有因式 y^3 的指数为 3，比根指数 2 大，所以本选项可以化简，不是最简的；

D、本选项中的二次根式不能再化简，所以是最简的.

【解答】解：A、 $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，故本选项错误；

B、 $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ ，故本选项错误；

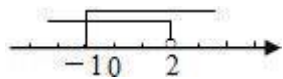
C、 $\sqrt{xy^3} = \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{xy} = |y|\sqrt{xy}$ ，故本选项错误；

D、 $\sqrt{x^2+y^2}$ 不能再化简，故本选项正确.

故选：D.

【点评】此题要求学生掌握最简二次根式的定义及判断方法，是一道基础题.

2.（4 分）若不等式组的解集在数轴上表示如图，则这个不等式组是（ ）



A. $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < 2 \\ x \geq -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$

【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集.

【分析】写出图中表示的两个不等式的解集，这两个式子就是不等式. 这两个式子组成的不等式组就满足条件.

【解答】解：由图示可看出，从 -1 出发向右画出的线且 -1 处是实心圆，表示

$$x \geq -1;$$

从2出发向左画出的线且2处是空心圆,表示 $x < 2$,所以这个不等式组为 $\begin{cases} x < 2 \\ x \geq -1 \end{cases}$;

故选: C.

【点评】不等式组解集在数轴上的表示方法: 把每个不等式的解集在数轴上表示出来($>$, $\geq$ 向右画; $<$, $\leq$ 向左画), 数轴上的点把数轴分成若干段, 如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样, 那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”, “ $\leq$ ”要用实心圆点表示; “ $<$ ”, “ $>$ ”要用空心圆点表示.

3. (4分) 在投掷一枚硬币的游戏过程中, 已知“正面朝上”的概率为50%, 那么下列说法正确的是()

- A. 投掷100次必有50次“正面朝上”
- B. 投掷100次可能有50次“正面朝上”
- C. 投掷很多次的时候, 极少出现“正面朝上”
- D. 投掷很多次的时候, 极有可能出现“正面朝上”

【考点】X3: 概率的意义.

【分析】根据概率的意义, 概率是反映事件发生机会的大小的概念, 只是表示发生的机会的大小, 机会大也不一定发生.

【解答】解:

- A、投掷100次必有50次“正面朝上”这种说法错误, 因为50次朝上事件是随机事件不是必然事件, 故此选项错误;
- B、投掷100次可能有50次“正面朝上”这种说法正确, 因为50次朝上事件是有可能发生的, 故此选项正确;
- C、投掷很多次的时候, 极少出现“正面朝上”这种说法错误, 因为投掷很多次的时候, “正面朝上”和“反面朝上”的次数很接近, 不是极少, 故此选项错误;
- D、投掷很多次的时候, 极有可能出现“正面朝上”这种说法错误, 因为投掷很多次的时候, “正面朝上”和“反面朝上”的次数很接近, 不是极有可能而是大量, 故此选项错误;

故选: B.

【点评】此题主要考查了概率的意义，关键是弄清随机事件和必然事件的概念的区别.

4. (4分) 正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象经过第二、四象限，那么 k 为 ()

- A. $k > 0$ B. $k < 0$ C. $k > -1$ D. $k < -1$

【考点】F6: 正比例函数的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】先根据题意得出关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围即可.

【解答】解： $\because$ 正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象经过第二、四象限，

$\therefore k+1 < 0$ ，解得 $k < -1$.

故选：D.

【点评】本题考查的是正比例函数的性质，熟知正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 中，当 $k < 0$ 时函数的图象经过二、四象限是解答此题的关键.

5. (4分) 下列说法错误的是 ()

- A. 正多边形每个内角都相等
B. 正多边形都是轴对称图形
C. 正多边形都是中心对称图形
D. 正多边形的中心到各边的距离相等

【考点】MM: 正多边形和圆.

【分析】根据正多边形的性质分别进行判断得出答案即可.

【解答】解：A、正多边形每个内角都相等，根据正多边形的定义得出此选项正确，不符合题意；

B、正多边形都是轴对称图形，根据正多边形的性质得出，此选项正确，不符合题意；

C、正多边形都是中心对称图形，当边数为奇数时，正多边形不是中心对称图形，故此选项错误，符合题意；

D、根据正多边形中心为正多边形内切圆与外接圆圆心，故正多边形的中心到各边的距离相等，此选项正确，不符合题意.

故选：C.

【点评】此题主要考查了正多边形的性质，熟练掌握正多边形的性质是解题关键.

6. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 上的高, 且 $AD = \frac{1}{2}BC$, E, F 分别是 AB, AC 的中点, 以 EF 为直径的圆与 BC 的位置关系是 ()
- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 相切或相交

【考点】MB: 直线与圆的位置关系.

【分析】如图先根据中位线定理得到 $EF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}BC$, 再结合条件求出以 EF 为直径的圆的圆心到直线 BC 的距离等于 OD (平行线间的距离处处相等), 从而根据直线和圆的位置关系可知以 EF 为直径的圆与 BC 的位置关系是相切.

【解答】解: 如图,

$\because E, F$ 分别是 AB, AC 的中点,

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC,$$

$\because AD$ 是 BC 上的高, 且 $AD = \frac{1}{2}BC$,

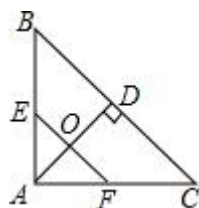
$$\therefore EF = AD,$$

$$\therefore OD = OA = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}EF;$$

所以以 EF 为直径的圆的圆心到直线 BC 的距离等于 OD

即以 EF 为直径的圆与 BC 的位置关系是相切.

故选: B.



【点评】直线和圆的位置关系的确定一般是利用圆心到直线的距离与半径比较来判断. 若圆心到直线的距离是 d , 半径是 r , 则① $d > r$, 直线和圆相离, 没有交点; ② $d = r$, 直线和圆相切, 有一个交点; ③ $d < r$, 直线和圆相交, 有两个交点. 本题还要结合中位线定理和平行线间的距离处处相等来进行判断.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 计算: $(a^2)^3 \div a^2 = \underline{a^4}$.

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法.

【专题】11：计算题.

【分析】根据同底数幂的除法，底数不变指数相减和幂的乘方，底数不变指数相乘求解.

【解答】解： $(a^2)^3 \div a^2$ ，
 $= a^6 \div a^2$ ，
 $= a^{6-2}$ ，
 $= a^4$.

故答案为： a^4 .

【点评】此题考查了同底数幂的除法和幂的乘方的相关运算，按先乘方后乘除的顺序运算即可.

8. (4分) 在实数范围内分解因式： $x^2 - 3 = \underline{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}$.

【考点】54：因式分解 - 运用公式法；58：实数范围内分解因式.

【分析】把3写成 $\sqrt{3}$ 的平方，然后再利用平方差公式进行分解因式.

【解答】解： $x^2 - 3 = x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$.

【点评】本题考查平方差公式分解因式，把3写成 $\sqrt{3}$ 的平方是利用平方差公式的关键.

9. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 - x}{x}$ ，如果 $f(a) = 0$ ，那么 $a = \underline{1}$.

【考点】63：分式的值为零的条件；E5：函数值.

【专题】2B：探究型.

【分析】先把 a 代入函数关系式，再根据分式的值为0的条件求出 a 的值即可.

【解答】解：当 $x = a$ 时， $f(a) = \frac{a^2 - a}{a}$ ，

$\therefore f(a) = 0$ ，

$\therefore \begin{cases} a^2 - a = 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$ ，解得 $a = 1$.

故答案为： $a = 1$.

【点评】本题考查的是分式有意义的条件及函数值，根据题意列出关于 a 的不等式组是解答此题的关键.

10. (4分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + k = 0$ (k 为常数) 有两个不相等的实数根，

那么 $k < 4$.

【考点】AA：根的判别式.

【专题】2B：探究型.

【分析】先根据关于 x 的一元二次方程有两个不相等的实数根 $\Delta > 0$ ，求出 k 的取值范围即可.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + k = 0$ (k 为常数) 有两个不相等的实数根，
 $\therefore \Delta = (-4)^2 - 4k > 0$ ，解得 $k < 4$.

故答案为： < 4 .

【点评】本题考查的是根的判别式，熟知一元二次方程 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中，当 $\Delta > 0$ 时方程有两个不相等的实数根是解答此题的关键.

11. (4 分) 方程 $\sqrt{2x+3} = -x$ 的根是 $x = -1$.

【考点】AG：无理方程.

【专题】11：计算题.

【分析】将方程左右两边平方，将方程化为关于 x 的一元二次方程，求出方程的解得到 x 的值，将 x 的值代入原方程检验，即可得到原方程的解.

【解答】解： $\sqrt{2x+3} = -x$ ，

左右两边平方得： $2x+3 = x^2$ ，即 $x^2 - 2x - 3 = 0$ ，

因式分解得： $(x-3)(x+1) = 0$ ，

解得： $x = 3$ 或 $x = -1$ ，

将 $x = 3$ 代入方程检验，不合题意，

则原方程的解为 $x = -1$.

故答案为： $x = -1$

【点评】此题考查了无理方程，在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法，本题用了平方法.

12. (4 分) 将抛物线 $y = -3x^2 + 1$ 向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位，得到的新抛物线的表达式是 $y = -3(x+2)^2 - 2$.

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【分析】首先根据二次函数解析式写出顶点坐标，再利用平移的特点写出新的抛物线解析式，即可求出新的抛物线.

【解答】解：∵二次函数解析式为 $y = -3x^2 + 1$,

∴顶点坐标 $(0, 1)$

向左平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位得到的点是 $(-2, -2)$,

可设新函数的解析式为 $y = -3(x - h)^2 + k$,

代入顶点坐标得 $y = -3(x + 2)^2 - 2$,

故答案为: $y = -3(x + 2)^2 - 2$.

【点评】此题主要考查的是函数图象的平移, 用平移规律“左加右减, 上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

13. (4 分) 在 $\odot O$ 中, 弦 $AB = 16\text{cm}$, 弦心距 $OC = 6\text{cm}$, 那么该圆的半径为 10 cm .

【考点】KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据题意画出相应的图形, 由 OC 垂直于 AB , 利用垂径定理得到 C 为 AB 的中点, 由 AB 的长求出 BC 的长, 再由弦心距 OC 的长, 利用勾股定理求出 OB 的长, 即为圆的半径.

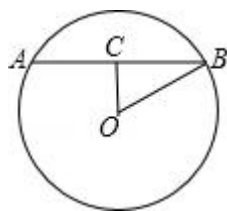
【解答】解: ∵ $AB = 16\text{cm}$, $OC \perp AB$,

$$\therefore BC = AC = \frac{1}{2}AB = 8\text{cm},$$

又 $OC = 6\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, 利用勾股定理得: $OB = \sqrt{OC^2 + BC^2} = 10\text{cm}$.

故答案为: 10



【点评】此题考查了勾股定理, 以及垂径定理, 熟练掌握定理是解本题的关键.

14. (4 分) 化简 $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{DE})$ 的结果是 $\overrightarrow{AC}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先去括号, 然后由加法的交换律与结合律, 即可得: $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}) - (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE})$, 然后由三角形法则, 即可求得答案.

【解答】解：原式 $= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{DE}$

$$= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}) - (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE})$$

$$= \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CE}$$

$$= \overrightarrow{AC}.$$

故答案为： $\overrightarrow{AC}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度适中, 注意掌握平面向量的运算法则是解此题的关键.

15. (4分) 将二元二次方程 $x^2 - 2xy + y^2 = 4$ 化为二个二元一次方程为 $x - y = 2$ 和 $x - y = -2$.

【考点】AF: 高次方程.

【分析】根据完全平方公式得出 $(x - y)^2 = 4$, 开方得出 $x - y = \pm 2$, 即可得出答案.

【解答】解: $x^2 - 2xy + y^2 = 4$,

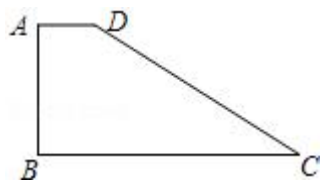
$$(x - y)^2 = 4,$$

开方得: $x - y = \pm 2$.

故答案为: $x - y = 2$ 和 $x - y = -2$.

【点评】本题考查了解高次方程和完全平方公式, 注意: $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$.

16. (4分) 如图, 一座拦河大坝的横截面是梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AD = 5$ 米, 坡面 CD 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$, 且 $BC = CD$, 那么拦河大坝的高是 15 米.



【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】12: 应用题.

【分析】作 $DE \perp BC$ 于 E 点, 得到 $BE = AD = 5$, 设 $BC = CD = x$, 表示出 $CE = (x - 5)$ 米, 利用 CD 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$, 得到 $DE = \frac{3}{4}(x - 5)$ 米, 利用在直

角三角形 DEC 中, $DE^2 + EC^2 = DC^2$ 得到 $(x - 5)^2 + [\frac{3}{4}(x - 5)]^2 = x^2$, 求得 x 即可.

【解答】 解: 作 $DE \perp BC$ 于 E 点,

$\because \angle B = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是矩形,

$\therefore BE = AD = 5$,

设 $BC = CD = x$

则 $CE = (x - 5)$ 米,

$\because CD$ 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$,

$\therefore DE: EC = 1: \frac{4}{3}$

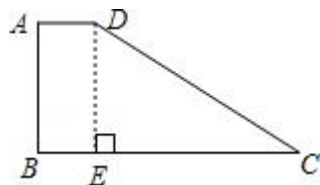
$\therefore DE = \frac{3}{4}(x - 5)$ 米,

$\because$ 在直角三角形 DEC 中, $DE^2 + EC^2 = DC^2$,

$\therefore (x - 5)^2 + [\frac{3}{4}(x - 5)]^2 = x^2$,

解得: $x = 15$.

故答案为 15.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解题的关键是正确的作出辅助线构造直角三角形并利用解直角三角形的知识解决问题.

17. (4 分) 某厂四月份产值是 3 百万元, 设第二季度每个月产值的增长率相同, 都为 x ($x > 0$), 六月份的产值为 y 百万元, 那么 y 关于 x 的关系式是: $y = 3(1+x)^2$.

【考点】 HD: 根据实际问题列二次函数关系式.

【分析】 六月份的产值 = 四月份的产值 $\times (1 + \text{增长率})^2$, 把相关数值代入即可.

【解答】 解: 五月份的产值为 $3(1+x)$,

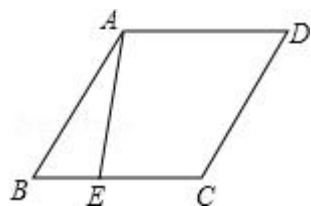
六月份的产值为 $3(1+x)^2$,

则 y 关于 x 的关系式是: $y = 3(1+x)^2$.

故答案为 $y = 3(1+x)^2$.

【点评】本题考查了列一元二次方程;掌握二次变化的关系式是解决本题的关键.

18. (4分) 如图, 已知菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 在边 BC 上, $\angle BAE = 25^\circ$. 把线段 AE 绕点 A 逆时针方向旋转, 使点 E 落在边 DC 上, 则旋转角 α 的度数为 60° 或 70° .



【考点】L8: 菱形的性质; R2: 旋转的性质.

【分析】连接 AC , 根据菱形的性质及等边三角形的判定易证 $\triangle ABC$ 是等边三角形. 分两种情况: ①将 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 60° , 点 E 可落在边 DC 上, 此时 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ABE_1$ 重合; ②将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 70° , 点 E 可落在边 DC 上, 点 E 与点 E_2 重合, 此 $\triangle AEC \cong \triangle AE_2C$.

【解答】解: 连接 AC .

$\because$ 菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

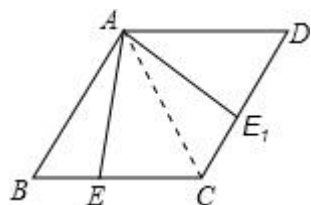
$\therefore \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 60^\circ$.

本题有两种情况:

①如图, 将 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转, 使点 B 与点 C 重合, 点 E 与点 E_1 重合,

此时 $\triangle ABE \cong \triangle ABE_1$, $AE = AE_1$, 旋转角 $\alpha = \angle BAC = 60^\circ$;

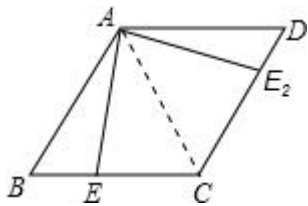


② $\because \angle BAC = 60^\circ$, $\angle BAE = 25^\circ$,

$\therefore \angle EAC = 35^\circ$.

如图, 将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 70° , 使点 E 到点 E_2 的位置,

此时 $\triangle AEC \cong \triangle AE_2C$, $AE = AE_2$, 旋转角 $\alpha = \angle EAE_2 = 70^\circ$.



综上所述，符合条件的旋转角 α 的度数为 60 度或 70 度．

【点评】本题主要考查了菱形的性质、等边三角形的判定，旋转的定义及性质．本题容易漏掉第二种情况．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）计算： $|1-\sqrt{3}|+(2+\sqrt{3})^{-1}+2\sin 60^\circ -\sqrt{12}$ ．

【考点】2C：实数的运算；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值．

【专题】11：计算题．

【分析】根据负整数指数幂和 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 得到原式 $= \sqrt{3} - 1 + \frac{1}{2+\sqrt{3}} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3}$ ，再进行分母有理化得到原式 $= \sqrt{3} - 1 + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ ，然后合并同类二次根式即可．

【解答】解：原式 $= \sqrt{3} - 1 + \frac{1}{2+\sqrt{3}} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3}$
 $= \sqrt{3} - 1 + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
 $= 1 - \sqrt{3}$ ．

【点评】本题考查了实数的运算：先进行乘方或开方运算，再进行乘除运算，然后进行加减运算．也考查了负整数指数幂以及特殊角的三角函数值．

20.（10 分）解方程： $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = \frac{5}{2}$ ．

【考点】B4：换元法解分式方程．

【专题】11：计算题．

【分析】可设 $y = \frac{x}{x+2}$ ，则原方程可化为 $y + \frac{1}{y} = \frac{5}{2}$ ，整理可解出 y 值，然后代入 $y = \frac{x}{x+2}$ ，即可求得 x ；

【解答】解：设 $y = \frac{x}{x+2}$ ，则原方程可化为 $y + \frac{1}{y} = \frac{5}{2}$ ，

整理，得 $2y^2 - 5y + 2 = 0$ ，

解得 $y_1 = 2$ ， $y_2 = \frac{1}{2}$ ，

当 $y = 2$ 时, 即 $\frac{x}{x+2} = 2$. 解得 $x = -4$,

当 $y_2 = \frac{1}{2}$, 时, 即 $\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$. 解得 $x = 2$,

经检验: $x = -4$, $x = 2$ 都是原方程的根;

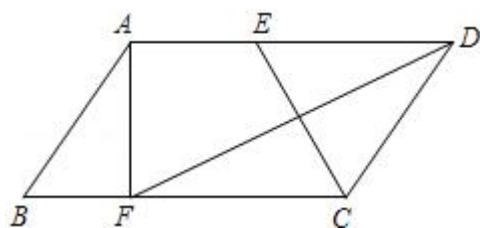
$\therefore$ 原方程的根是 $x = -4$, $x = 2$.

【点评】 本题考查了用换元法解分式方程, 用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法, 根据方程特点设出相应未知数, 解方程能够使问题简单化, 注意求出方程解后要验根.

21. (10 分) 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $AD = 8$, $\angle C$ 、 $\angle D$ 的平分线分别交 AD 、 BC 于点 E 、 F , 且 $AF \perp BC$.

(1) 求 $\tan \angle ADF$;

(2) 求 CE 的长.



【考点】 KJ: 等腰三角形的判定与性质; KQ: 勾股定理; L5: 平行四边形的性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 (1) 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle C$ 、 $\angle D$ 的平分线分别交 AD 、 BC 于点 E 、 F , 易得 $\triangle FCD$ 与 $\triangle DCE$ 是等腰三角形, 则可求得 DE 与 FC 的长, 然后由勾股定理即可求得 AF 的长, 继而可求得 $\tan \angle ADF$ 的值;

(2) 首先连接 EF , 易证得平行四边形 $EFCD$ 是菱形, 然后由菱形的面积的求解方法, 即可求得 CE 的长.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD = 5, AD = BC = 8,$$

$$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle DFC,$$

$$\because \angle C、\angle D \text{ 的平分线分别交 } AD、BC \text{ 于点 } E、F,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle FDC,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle FDC,$$

$$\therefore FC = DC = 5,$$

同理可证： $DE = DC = 5,$

$$\therefore BF = AE = 3,$$

$$\because AF \perp BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle DAF = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $AF^2 + BF^2 = AB^2$, $AF = 4$,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AFD \text{ 中, } \tan \angle ADF = \frac{AF}{AD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2};$$

(2) 连接 EF ,

在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $AF = 4$, $AD = 8$, $AF^2 + AD^2 = FD^2$,

$$\therefore DF = 4\sqrt{5},$$

$$\because FC = DE = 5,$$

又 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $EFCD$ 是平行四边形,

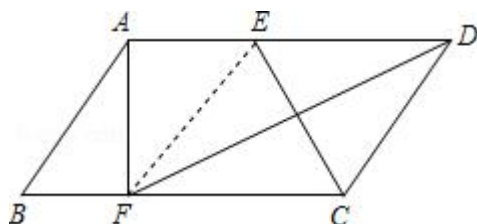
又 $\because FC = DC$,

$\therefore$ 平行四边形 $EFCD$ 是菱形,

$$\because S_{\text{菱形 } EFCD} = \frac{1}{2} CE \cdot FD = AF \cdot CF,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \cdot CE = 5 \times 4,$$

$$\therefore CE = 2\sqrt{5}.$$



【点评】 此题考查了平行四边形的性质、菱形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、勾股定理以及三角函数的定义等知识. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

22. (10 分) 甲, 乙两支仪仗队队员的身高 (单位: cm) 如下:

甲队: 178, 177, 179, 178, 177, 178, 177, 179, 178, 179;

乙队：178，179，176，178，180，178，176，178，177，180；

(1) 将下表填完整：

身高	176	177	178	179	180
甲队 (人 数)		3	4		0
乙队 (人 数)	2	1		1	

(2) 甲队队员身高的平均数为____*cm*，乙队队员身高的平均数为____*cm*；

(3) 你认为哪支仪仗队更为整齐？简要说明理由．

【考点】 VA：统计表；W1：算术平均数；W7：方差．

【专题】 21：阅读型．

【分析】 根据平均数和方差的概念求平均数和方差，哪支仪仗队更为整齐可通过方差进行比较．

【解答】 解：(1)

身高	176	177	178	179	180
甲队 (人 数)	0	3	4	3	0
乙队 (人 数)	2	1	4	1	2

(2) $\overline{x}_{甲} = \frac{1}{10} (3 \times 177 + 4 \times 178 + 3 \times 179) = 178cm,$

$$\bar{x}_Z = \frac{1}{10} (2 \times 176 + 1 \times 177 + 4 \times 178 + 1 \times 179 + 2 \times 180) = 178 \text{ cm}.$$

故答案为：178；178.

(3) 甲仪仗队更为整齐.

理由如下：

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{10} [3(177 - 178)^2 + 4(178 - 178)^2 + 3(179 - 178)^2] = 0.6;$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{10} [2(176 - 178)^2 + (177 - 178)^2 + 4(178 - 178)^2 + (179 - 178)^2 + 2(180 - 178)^2] = 1.8;$$

故甲，乙两支仪仗队队员身高数据的方差分别为 0.6 和 1.8，

$$\because s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$$

$\therefore$ 可以认为甲仪仗队更为整齐.

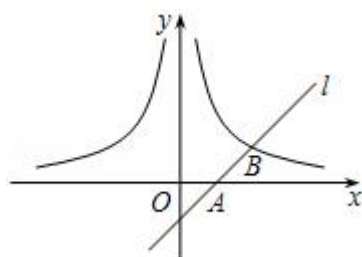
(也可以根据甲，乙两队队员身高数据的极差分别为 2cm，4cm 判断).

【点评】 本题考查了平均数和方差在现实中应用，解题的关键是需要知道方差的定义与意义：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

23. (12 分) 如图，已知直线 l 经过点 $A(1, 0)$ ，与双曲线 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 交于点 $B(2, 1)$. 过点 $P(a, a - 1) (a > 1)$ 作 x 轴的平行线分别交双曲线 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 和 $y = -\frac{m}{x} (x < 0)$ 于点 M, N .

(1) 求 m 的值和直线 l 的解析式；

(2) 若点 P 在直线 $y = 2$ 上，求证： $\triangle PMB \sim \triangle PNA$.



【考点】 GB：反比例函数综合题.

【专题】11：计算题.

【分析】(1) 将点 $B(2, 1)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 即可求出 m 的值, 从而得到反比例函数的解析式; 将点 $A(1, 0)$, 点 $B(2, 1)$ 分别代入 $y = kx + b$, 即可求出 l 的解析式;

(2) 点 $P(a, a-1)$ ($a > 1$) 在直线 $y = 2$ 上, 即可得到 $a - 1 = 2$, 从而求出 a 的值, 得到 P 点坐标, 作出直线 MN , 连接 MB 、 NA , 即可构造三角形 $\triangle PMB$ 和 $\triangle PNA$, 然后根据对应线段成比例证出 $\triangle PMB \sim \triangle PNA$.

【解答】解: (1) 由点 $B(2, 1)$ 在 $y = \frac{m}{x}$ 上, 有 $2 = \frac{m}{1}$, 即 $m = 2$.

设直线 l 的解析式为 $y = kx + b$,

由点 $A(1, 0)$, 点 $B(2, 1)$ 在 $y = kx + b$ 上,

$$\text{得} \begin{cases} k+b=0 \\ 2k+b=1 \end{cases}$$

$$\text{解之, 得} \begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases},$$

$\therefore$ 所求直线 l 的解析式为 $y = x - 1$.

(2) $\because$ 点 $P(a, a-1)$ ($a > 1$) 在直线 $y = 2$ 上,

$\therefore P(3, 2)$,

$\therefore P$ 在直线 l 上, 是直线 $y = 2$ 和 l 的交点,

$\therefore$ 根据条件得各点坐标为 $N(-1, 2)$, $M(1, 2)$, $P(3, 2)$.

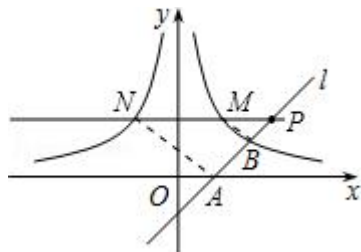
$\therefore NP = 3 - (-1) = 4$, $MP = 3 - 1 = 2$,

$$AP = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad BP = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{NP}{MP} = \frac{AP}{BP} = 2,$$

在 $\triangle PMB$ 和 $\triangle PNA$ 中, $\angle MPB = \angle NPA$,

$\therefore \triangle PMB \sim \triangle PNA$.



【点评】本题考查了反比例函数综合题, 学会待定系数法以及熟悉相似三角形的

判定是解题的关键.

24. (12分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AG \perp BC$ 于点 G , 以 A 为直角顶点, 分别以 AB 、 AC 为直角边, 向 $\triangle ABC$ 外侧作 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$, 过点 E 、 F 作射线 GA 的垂线, 垂足分别为 P 、 Q ,

(1) 若 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$ 都是等腰三角形, 直接写出 EP 与 FQ 有怎样的数量关系;

(2) 若 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中满足 $AB = kAE$, $AC = kAF$ 时, (1) 中的结论还成立吗? 若成立, 请证明; 若不成立, 请探究 EP 与 FQ 有怎样的数量关系?

(3) 若 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中满足 $AB = kAE$, $AC = mAF$ 时, 连接 EF 交射线 GA 于点 D , 试探究 ED 与 FD 有怎样的数量关系?

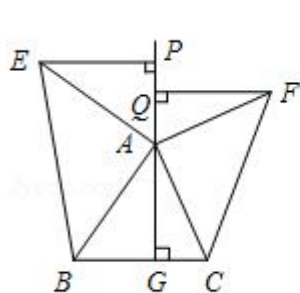


图 1

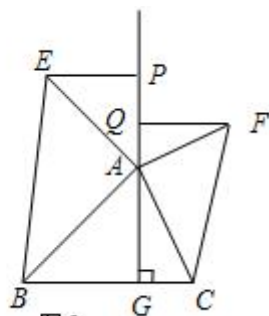


图 2

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 首先根据等腰直角三角形的性质得出 $AE = AB$, $\angle PEA = \angle BAG$ 进而得出 $\triangle PEA \cong \triangle GAB$, 得出 $PE = AG$, 同理可得出 $QF = AG$, 即可得出答案;

(2) 首先根据对应角 $\angle ABG = \angle EAP$, $\angle AGB = \angle EPA = 90^\circ$, 得出 $\triangle ABG \sim \triangle EAP$, 进而得出 $\triangle ACG \sim \triangle FAQ$, 即可得出 $\frac{AG}{EP} = \frac{AG}{FQ}$ 求出 $EP = FQ$;

(3) 由 (2) 可知: $\frac{AB}{EA} = k$, $\frac{AC}{FA} = m$, 进而得出 $\frac{EP}{FQ} = \frac{m}{k}$, 再利用平行线性质的性质得出 ED 与 FD 的数量关系.

【解答】 解: (1) 结论: $EP = FQ$.

理由: $\because \angle EAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAP + \angle BAG = 90^\circ$,

$\because \angle PEA + \angle PAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle PEA = \angle BAG$,

在 $\triangle PEA$ 和 $\triangle GAB$ 中,

$$\begin{cases} \angle EPA = \angle AGB \\ \angle AEP = \angle BAG, \\ EA = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PEA \cong \triangle GAB \text{ (AAS)},$$

$$\therefore PE = AG,$$

$$\therefore \text{同理可得出: } QF = AG,$$

$$\therefore EP = FQ.$$

(2) 结论: $EP = FQ$.

理由: $\because$ 四边形 $ABME$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ, \therefore \angle BAG + \angle EAP = 90^\circ.$$

$$\because AG \perp BC, \therefore \angle BAG + \angle ABG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG = \angle EAP.$$

$$\because \angle AGB = \angle EPA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABG \sim \triangle EAP,$$

$$\therefore \frac{AG}{EP} = \frac{AB}{EA}.$$

$$\because AB = kAE, \therefore \frac{AG}{EP} = k,$$

同理 $\triangle ACG \sim \triangle FAQ$,

$$\therefore \frac{AG}{FQ} = \frac{AC}{FA} = k,$$

$$\therefore \frac{AG}{EP} = \frac{AG}{FQ}.$$

$$\therefore EP = FQ.$$

(3) 结论: $\frac{ED}{FD} = \frac{m}{k}$.

由(2)可知:

$$\therefore \frac{AB}{EA} = k, \frac{AC}{FA} = m$$

$$\therefore \frac{AG}{EP} = k, \frac{AG}{FQ} = m.$$

$$\therefore \frac{EP}{FQ} = \frac{m}{k},$$

$$\because EP \perp GA, FQ \perp GA,$$

$$\therefore EP \parallel FQ.$$

$$\therefore \frac{ED}{FD} = \frac{EP}{FQ} = \frac{m}{k}.$$

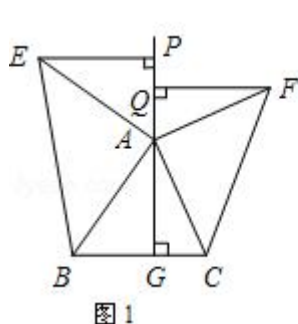


图 1

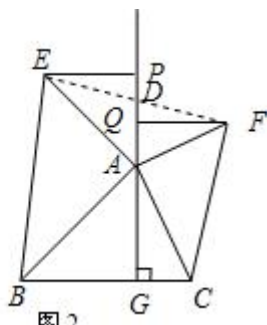


图 2

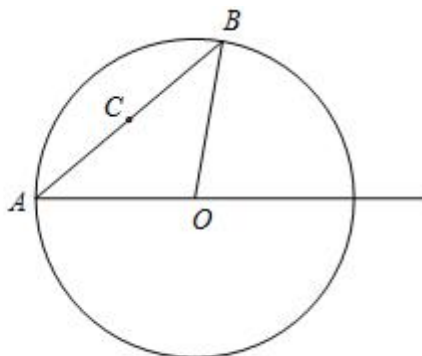
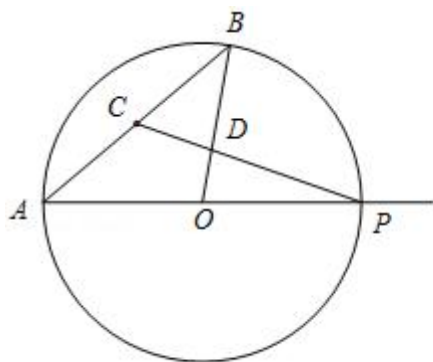
【点评】此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及全等三角形的判定与性质等知识，根据已知得出 $\triangle ABG \sim \triangle EAP$ 进而得出线段之间关系是解题关键．

25. (14 分) 已知： $\odot O$ 的半径 $OA = 5$ ，弦 $AB = 8$ ， C 是弦 AB 的中点，点 P 是射线 AO 上一点（与点 A 不重合），直线 PC 与射线 BO 交于点 D ．

(1) 当点 P 在 $\odot O$ 上，求 OD 的长．

(2) 若点 P 在 AO 的延长线上，设 $OP = x$ ， $\frac{OD}{DB} = y$ ，求 y 与 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围．

(3) 连接 CO ，若 $\triangle PCO$ 与 $\triangle PCA$ 相似，求此时 BD 的长．



(备用图)

【考点】MR：圆的综合题．

【分析】(1) 连接 BP ，根据 C 是 AB 的中点， O 是 AP 的中点，判断出点 D 是 $\triangle ABP$ 的重心，然后根据三角形的重心到顶点的距离等于对边中点的距离的 2 倍解答即可；

(2) 过点 O 作 $OE \parallel AB$ ，交 PC 于点 E ，根据平行线分线段成比例定理表示出 $\frac{OE}{AC}$ 、 $\frac{OE}{BC}$ ，再根据点 C 是 AB 的中点整理即可得解；

(3) ①当 P 在 AO 延长线上时, 根据相似三角形对应角相等可得 $\angle PCO = \angle A$, 然后求出 $\angle PCO = \angle ABO$, 再根据等腰三角形三线合一的性质可得 $OC \perp AB$, 然后求出 $\angle AOC = \angle BCD$, 再求出 $\triangle ACO$ 和 $\triangle BDC$ 相似, 然后根据相似三角形对应边成比例列式求解即可; ② P 在 AO 上时, 根据 $\triangle PCO$ 与 $\triangle PCA$ 相似先判定出 $CP \perp AO$, 利用相似三角形对应边成比例列式求出 PO , 过点 B 作 $BH \perp AO$ 于 H , 再求出 OH , 然后利用相似三角形对应边成比例列式求出 OD , 再根据 $BD = OB + OD$ 代入数据计算即可得解.

【解答】解: (1) 当 P 在 $\odot O$ 上时, 连接 BP ,

$\because C$ 是 AB 中点, O 是 AP 中点,

$\therefore$ 点 D 为 $\triangle ABP$ 的重心,

$$\therefore OD = \frac{1}{3}OB,$$

$$\because OA = OB = 5,$$

$$\therefore OD = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3};$$

(2) 如图, 过点 O 作 $OE \parallel AB$, 交 PC 于点 E ,

$\because OE \parallel AB$,

$$\therefore \frac{OE}{AC} = \frac{OP}{AP}, \quad \frac{OE}{BC} = \frac{OD}{BD},$$

又 $\because AC = BC$,

$$\therefore \frac{OP}{AP} = \frac{OD}{BD},$$

$$\text{即 } y = \frac{x}{5+x} \quad (x > 0);$$

(3) ①如图 1, 当 P 在 AO 延长线上时,

$\because \triangle PCO \sim \triangle PAC$,

$\therefore \angle PCO = \angle A$,

$\because \angle A = \angle ABO$,

$\therefore \angle PCO = \angle ABO$,

$\because OA = OB$, 点 C 是 AB 的中点,

$\therefore OC \perp AB$,

$$\therefore \angle PCO + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle A + \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle AOC,$$

$$\therefore \triangle ACO \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{AO}{BC},$$

$$\text{即} \frac{4}{BD} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore BD = \frac{16}{5};$$

②如图 2, 当 P 在 AO 上时, $\because \triangle PCO \sim \triangle PAC$,

$$\therefore \angle PCO = \angle A,$$

$$\therefore \angle A + \angle ACP = \angle PCO + \angle ACP = 90^\circ,$$

$$\therefore CP \perp AO,$$

$$\therefore \triangle ACP \sim \triangle AOC,$$

$$\therefore \frac{AC}{AO} = \frac{AP}{AC},$$

$$\because AB = 8, C \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{AP}{4},$$

$$\text{解得 } AP = \frac{16}{5},$$

$$\therefore PO = AO - AP = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5},$$

$$\text{过点 } B \text{ 作 } BH \perp AO \text{ 于 } H, \text{ 则 } OH = PH - OP = AP - OP = \frac{16}{5} - \frac{9}{5} = \frac{7}{5},$$

$$\because CP \perp AO, BH \perp AO,$$

$$\therefore PD \parallel BH,$$

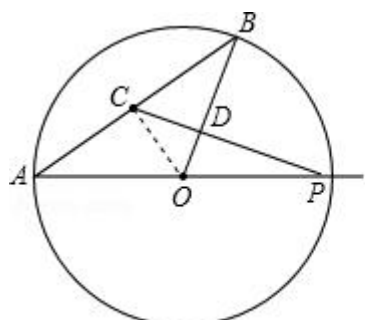
$$\therefore \frac{OP}{OH} = \frac{OD}{OB},$$

$$\text{即} \frac{\frac{9}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{OD}{5},$$

$$\therefore OD = \frac{45}{7},$$

$$\therefore BD = OB + OD = 5 + \frac{45}{7} = \frac{80}{7},$$

综上所述, 若 $\triangle PCO$ 与 $\triangle PCA$ 相似, 此时 BD 的长为 $\frac{16}{5}$ 或 $\frac{80}{7}$.



(3) 图1

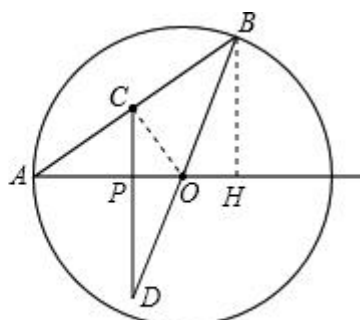
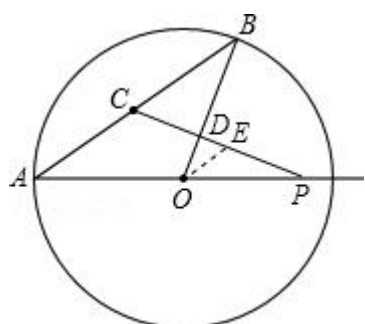
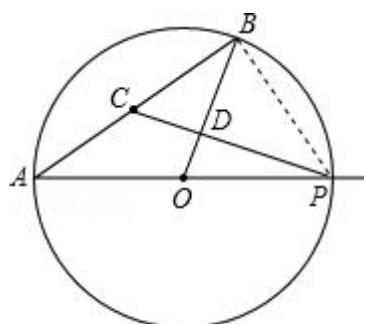


图2



(2) 题图



(1) 题图

【点评】 本题是圆的综合题型, 主要考查了三角形的重心性质, 平行线分线段成比例定理, 相似三角形的判定与性质, (1) 需要熟记三角形的重心到顶点的距离等于对边中点的距离的 2 倍, (2) 作辅助线利用 $\frac{OE}{AC} = \frac{OE}{BC}$ 起到中间过渡是解题的关键, (3) 难点在于要分情况讨论.