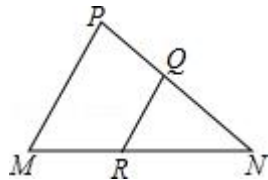


2012 年上海市闸北区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

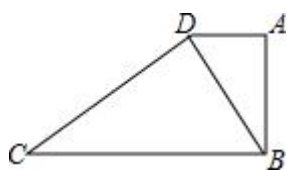
1. (4 分) 三角形的重心是三角形的 ()
- A. 三条角平分线的交点
B. 一条边的中线与另一边的高的交点
C. 三条高的交点
D. 三条中线的交点
2. (4 分) 如图，在 $\triangle PMN$ 中，点 Q 、 R 分别在 PN 、 MN 边上，若 $QR \parallel PM$ ，则下列比例式中，一定正确的是 ()



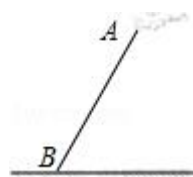
- A. $QN: PQ = MR: RN$ B. $PM: PN = QR: QN$
C. $QR: PM = NR: RM$ D. $MR: MN = QN: PN$
3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 12$ ， $BC = 5$ ，那么 $\tan A$ 等于 ()
- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{12}{5}$
4. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle A = \alpha$ ， BD 是斜边 AC 上的高，那么 ()
- A. $AC = BC \cdot \sin \alpha$ B. $AC = AB \cdot \cos \alpha$ C. $BC = AC \cdot \tan \alpha$ D. $BD = CD \cdot \cot \alpha$
5. (4 分) 下列二次函数中，图象的开口向上的是 ()
- A. $y = 1 - x - 6x^2$ B. $y = -8x + x^2 + 1$
C. $y = (1 - x)(x + 5)$ D. $y = 2 - (5 - x)^2$
6. (4 分) 下列说法中，错误的是 ()
- A. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象是开口向上的抛物线
B. 二次函数 $y = ax^2 + 1$ ($a \neq 0$) 的图象必在 x 轴上方
C. 二次函数图象的对称轴是 y 轴或与 y 轴平行的直线
D. 二次函数图象的顶点必在图象的对称轴上

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4分) 若 $x:y=7:3$, 则 $(x+y):y$ 的值为_____.
8. (4分) 已知: 线段 MN 的长为 20 厘米, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 则较长线段 MP 的长是_____厘米.
9. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上, $DE \parallel BC$, 且 $DE=2$, $BC=5$, $CE=2$, 则 $AC=$ _____.
10. (4分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A=90^\circ$, $BD \perp DC$, 如果 $AD=2$, $BC=8$, 那么 $BD=$ _____.



11. (4分) 如果 $k=0$, 而 $\vec{a} \neq \vec{0}$, 那么 $k\vec{a}=$ _____.
12. (4分) 计算: $\cos 60^\circ + \cot 45^\circ =$ _____.
13. (4分) 如图, 直升飞机在离水平地面 600 米的上空 A 处测得地面目标点 B 的俯角为 60° , 此时 A 处与目标点 B 之间的距离是_____米.



14. (4分) 若一段斜坡的坡度为 $1:\sqrt{3}$, 则这段斜坡的坡角等于_____ (度).
15. (4分) 如果二次函数 $y=(m-2)x^2+3x+m^2-4$ 的图象经过原点, 那么 $m=$ _____.
16. (4分) 将抛物线 $y=3x^2$ 向上平移 2 个单位, 得到抛物线的解析式是_____.
17. (4分) 广场上喷水池中的喷头微露水面, 喷出的水线呈一条抛物线, 水线上水珠的高度 y (米) 关于水珠与喷头的水平距离 x (米) 的函数解析式是 $y=-\frac{5}{2}x^2+10x(0 \leq x \leq 4)$. 水珠可以达到的最大高度是_____ (米).
18. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $AB=20\text{cm}$, $AC=15\text{cm}$; $AD=12\text{cm}$, 点 E 在 AB 边上, 点 F 、 G 在 BC 边上, 点 H 不在 $\triangle ABC$ 外. 如果四边形 $EFGH$ 是符合要求的最大的正方形, 那么它的边长是_____ cm .

三、解答题: (本大题共 12 题, 满分 78 分)

19. (10分) 已知：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(1, 0)$ 、 $(2, 10)$ 、 $(-2, -6)$ 。

(1) 求这个抛物线的解析式；

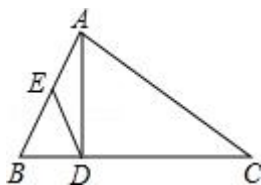
(2) 运用配方法，把这个抛物线的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，并指出它的顶点坐标；

(3) 把这个抛物线先向右平移 4 个单位，再向上平移 6 个单位，求平移后得到的抛物线与 y 轴交点的坐标。

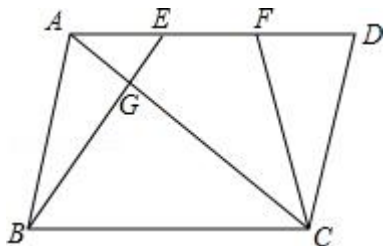
20. (10分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ，点 E 是 AB 边的中点。 $\triangle ABC$ 的面积为 126， $BC = 21$ ， $AC = 20$ 。求：

(1) $\sin C$ 的值；

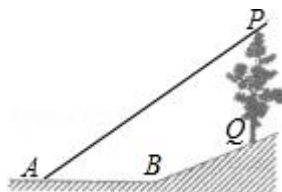
(2) $\cot \angle ADE$ 的值。



21. (10分) 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 在 AD 边上，且 $AE = EF = FD$ ， BE 与 AC 交于点 G ，设 $\overrightarrow{GB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{GC} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{BC}$ 、 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{FC}$ 。



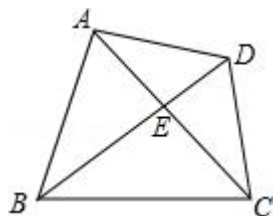
22. (10分) 已知：如图，在坡度为 $i = 1:2.4$ 的斜坡 BQ 上有一棵香樟树 PQ ，柳明在 A 处测得树顶点 P 的仰角为 α ，并且测得水平的 $AB = 8$ 米，另外 $BQ = 13$ 米， $\tan \alpha = 0.75$ 。点 A 、 B 、 P 、 Q 在同一平面上， $PQ \perp AB$ 。求：香樟树 PQ 的高度。



23. (12分) 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, 与 AC 交于点 E , $AD^2 = BD \cdot ED$.

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle BDA$

(2) 如果 $BA = 10$, $BC = 12$, $BD = 15$, 求 BE 的长.

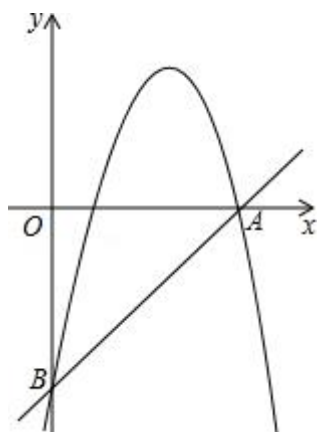


24. (12分) 已知: 如图, 直线 $y = x - 15$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 和点 B . 抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过 A 、 B 两点.

(1) 求这个抛物线的解析式;

(2) 若这抛物线的顶点为点 D , 与 x 轴的另一个交点为点 C . 对称轴与 x 轴交于点 H , 求 $\triangle DAC$ 的面积;

(3) 若点 E 是线段 AD 的中点. CE 与 DH 交于点 G , 点 P 在 y 轴的正半轴上, $\triangle POH$ 是否能够与 $\triangle CGH$ 相似? 如果能, 请求出点 P 的坐标; 如果不能, 请说明理由.



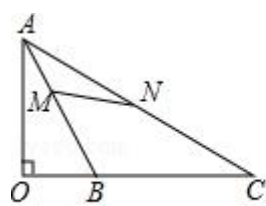
25. (14分) 已知: 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中, $AO \perp OC$, 点 B 在 OC 边上, $OB = 6$, $BC = 12$, $\angle ABO + \angle C = 90^\circ$. 动点 M 和 N 分别在线段 AB 和 AC 边上.

(1) 求证 $\triangle AOB \sim \triangle COA$, 并求 $\cos C$ 的值;

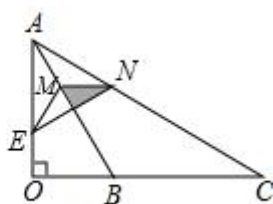
(2) 当 $AM = 4$ 时, $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比;

(3) 如图 2, 当 $MN \parallel BC$ 时, 将 $\triangle AMN$ 沿 MN 折叠, 点 A 落在四边形 $BCNM$ 所在平面的点为点 E . 设 $MN = x$, $\triangle EMN$ 与四边形 $BCNM$ 重叠部分的面积为

y ，试写出 y 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围．



图一



图二

2012 年上海市闸北区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）三角形的重心是三角形的（ ）

- A. 三条角平分线的交点
- B. 一条边的中线与另一边的高的交点
- C. 三条高的交点
- D. 三条中线的交点

【考点】K5：三角形的重心．

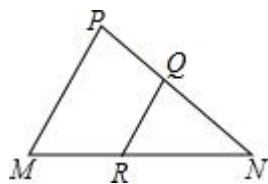
【专题】14：证明题．

【分析】根据重心是三角形三边中线的交点，三角形三条高的交点是垂心，三角形三条角平分线的交点是三角形的内心，等知识点作出判断．

【解答】解：∵三角形的重心是三角形三条边中线的交点，
∴选项 D 正确．

【点评】此题主要考查三角形重心这一知识点，属于基础题，要求学生应熟练掌握．

2.（4 分）如图，在 $\triangle PMN$ 中，点 Q 、 R 分别在 PN 、 MN 边上，若 $QR \parallel PM$ ，则下列比例式中，一定正确的是（ ）



- A. $QN: PQ = MR: RN$
- B. $PM: PN = QR: QN$
- C. $QR: PM = NR: RM$
- D. $MR: MN = QN: PN$

【考点】S4：平行线分线段成比例．

【分析】根据平行线分线段成比例，比例式的性质进行分析解答即可．

【解答】解：A、由 $QR \parallel PM$ ，不能推出 $QN: PQ = MR: RN$ ，故本选项错误，
B、由 $QR \parallel PM$ ，推出 $PM: QR = PN: QN$ ，根据比例式的性质即可推出 $PM: PN = QR: QN$ ，故本选项正确，

C、由 $QR \parallel PM$ ，不能推出 $QR: PM = NR: RM$ ，故本选项错误，

D、由 $QR \parallel PM$ ，不能推出 $MR:MN=QN:PN$ ，故本选项错误，

故选：B.

【点评】本题主要考查平行线分线段成比例，比例式的性质等知识点，关键在于熟练运用各相关的性质定理，正确的对比比例式进行变形.

3. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=12$ ， $BC=5$ ，那么 $\tan A$ 等于 ()

A. $\frac{5}{13}$

B. $\frac{12}{13}$

C. $\frac{5}{12}$

D. $\frac{12}{5}$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】本题可以利用锐角三角函数的定义求解，正切 = 对边 ÷ 邻边，即 $\tan A = \frac{BC}{AC}$.

【解答】解：∵ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=12$ ， $BC=5$ ，

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}.$$

故选：C.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义，用到的知识点有正切 = 对边 ÷ 邻边.

4. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=\alpha$ ， BD 是斜边 AC 上的高，那么 ()

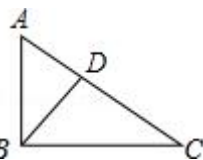
A. $AC=BC \cdot \sin \alpha$ B. $AC=AB \cdot \cos \alpha$ C. $BC=AC \cdot \tan \alpha$ D. $BD=CD \cdot \cot \alpha$

【考点】T1：锐角三角函数的定义；T7：解直角三角形.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据 $\sin \alpha = \frac{BC}{AC}$ ，即可判断 A；根据 $\cos \alpha = \frac{AB}{AC}$ ，即可判断 B；根据 $\sin \alpha = \frac{BC}{AC}$ ，即可判断 D、根据三角形的内角和定理求出 $\angle CBD = \angle A = \alpha$ ，在 $\triangle DBC$

中，根据 $\cot \alpha = \frac{BD}{DC}$ ，即可判断 D.



【解答】解：如图所示，

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \alpha$ ，

$$A、\sin \alpha = \frac{BC}{AC},$$

$\therefore AC = \frac{BC}{\sin \alpha}$ ，故本选项错误；

$$B、\cos\alpha = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{AB}{\cos\alpha},$$

故本选项错误；

$$C、\sin\alpha = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore BC = AC\sin\alpha, \text{ 故本选项错误；}$$

$$D、\because \angle ABC = 90^\circ, BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 90^\circ, \angle C + \angle CBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle A = \alpha,$$

$$\text{在}\triangle DBC\text{中}, \cot\alpha = \frac{BD}{DC},$$

$$\therefore BD = DC\cot\alpha, \text{ 故本选项正确；}$$

故选：D.

【点评】 本题考查了解直角三角形和锐角三角函数的定义，三角形的内角和定理等知识点的运用，能熟练地运用锐角三角函数的定义进行推理是解此题的关键，题目较好，但是一道比较容易出错的题目.

5. (4分) 下列二次函数中，图象的开口向上的是 ()

$$A. y = 1 - x - 6x^2$$

$$B. y = -8x + x^2 + 1$$

$$C. y = (1 - x)(x + 5)$$

$$D. y = 2 - (5 - x)^2$$

【考点】 H3：二次函数的性质.

【专题】 2A：规律型.

【分析】 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，当 $a > 0$ 时，图象的开口向上；当 $a < 0$ 时，图象的开口向下.

【解答】 解：A、二次项系数是 -6，图象的开口向下；

B、二次项系数是 1，图象的开口向上；

C、二次项系数是 -1，图象的开口向下；

D、二次项系数是 -1，图象的开口向下.

故选：B.

【点评】 本题主要考查了二次函数的性质，二次函数的图象开口与二次项系数有

关.

6. (4分) 下列说法中, 错误的是 ()

A. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象是开口向上的抛物线

B. 二次函数 $y = ax^2 + 1$ ($a \neq 0$) 的图象必在 x 轴上方

C. 二次函数图象的对称轴是 y 轴或与 y 轴平行的直线

D. 二次函数图象的顶点必在图象的对称轴上

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】根据二次函数的图象与系数的关系、抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质对各选项进行逐一判断即可.

【解答】解: A、 $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 中 $a > 0$, $\therefore$ 其图象是开口向上的抛物线, 故本选项正确;

B、 $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + 1$ ($a \neq 0$) 中, $\Delta = -4a \neq 0$, $\therefore$ 此函数图象与 x 轴有交点, 故本选项错误;

C、 $\because$ 二次函数图象的对称轴是 $x = -\frac{b}{2a}$, $\therefore$ 是 y 轴或与 y 轴平行的直线, 故本选项正确;

D、 $\because$ 二次函数的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, $\therefore$ 函数的顶点坐标必在图象的对称轴上.

故选: B.

【点评】本题考查的是二次函数的性质, 即二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向上,

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 若 $x: y = 7: 3$, 则 $(x+y): y$ 的值为 $\frac{10}{3}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据已知设 $x = 7k$, $y = 3k$, 代入得出 $(7k+3k): 3k$, 求出即可.

【解答】解: $x: y = 7: 3$,

设 $x = 7k$, $y = 3k$,

$$\therefore (x+y):y = (7k+3k):3k = 10:3 = \frac{10}{3}.$$

故答案为: $\frac{10}{3}$.

【点评】 本题考查了比例的性质的应用, 解此题的关键是运用比例的性质采取适当的方法进行化简和计算, 题目较好, 难度不大.

8. (4分) 已知: 线段 MN 的长为 20 厘米, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 则较长线段 MP 的长是 $10\sqrt{5}-10$ 厘米.

【考点】 S3: 黄金分割.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 设 $MP = x$, 则 $PN = 20 - x$, 根据题意得 $x:(20-x) = (20-x):x$, 解出即可得出答案.

【解答】 解: 设 $MP = x$, 则 $PN = 20 - x$, 根据题意得 $x:(20-x) = (20-x):x$,

解得: $x = 10\sqrt{5} - 10$.

故答案为: $10\sqrt{5} - 10$.

【点评】 本题考查了黄金分割的知识, 属于基础题, 应识记黄金分割的定义: C 是 AB 上一点, 且 $AC:BC = BC:AB$, 那么 C 点就是 AB 的黄金分割点, 难度一般.

9. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上, $DE \parallel BC$, 且 $DE = 2$, $BC = 5$, $CE = 2$, 则 $AC = \frac{10}{3}$.

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据 $DE \parallel BC$, 求证 $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$, 将已知数值代入即可求出 EA , 再将 AE 加 EC 即可得出答案.

【解答】 解: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC},$$

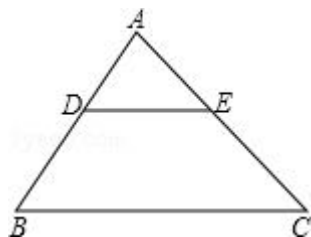
$$\because DE = 2, BC = 5, CE = 2,$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{AE}{AE+2}$$

$$\text{解得, } AE = \frac{4}{3},$$

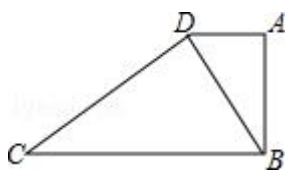
$$\therefore AC = AE + EC = \frac{10}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{10}{3}.$$



【点评】此题主要考查学生对相似三角形的判定和性质，此题的关键是利用平行线得出三角形相似，从而求出 AC ，难度不大，是基础题．

10. (4 分) 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $BD \perp DC$ ，如果 $AD = 2$ ， $BC = 8$ ，那么 $BD = \underline{4}$ ．



【考点】 LI：直角梯形；S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】 11：计算题．

【分析】根据题意可知 $\triangle ABD \sim \triangle DCB$ ，利用相似三角形对应边成比例，即可求出答案．

【解答】解： $\because$ 在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $BD \perp DC$ ，

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC, \angle ABD = \angle DCB,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCB,$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{BD}{CB},$$

$$\text{又} \because AD = 2, BC = 8,$$

$$\therefore BD = 4.$$

故答案为：4．

【点评】本题考查直角梯形和相似三角形的判定与性质，解题关键是得出 $\triangle ABD$

$\sim \triangle DCB$, 难度一般.

11. (4分) 如果 $k=0$, 而 $\vec{a} \neq \vec{0}$, 那么 $k\vec{a} = \underline{\vec{0}}$.

【考点】LM: *平面向量.

【专题】11: 计算题.

【分析】因为 $\vec{a} \neq \vec{0}$, 向量 a 的系数为 0, 继而可得出 $k\vec{a}$ 的值.

【解答】解: $\because k=0$, 而 $\vec{a} \neq \vec{0}$,

$$\therefore k\vec{a} = \vec{0}.$$

故答案为: $\vec{0}$.

【点评】本题考查的是平面向量的知识, 即长度不为 0 的向量叫做非零向量, 向量包括长度及方向, 而长度等于 1 个单位长度的向量叫做单位向量, 注意单位向量只规定大小没规定方向.

12. (4分) 计算: $\cos 60^\circ + \cot 45^\circ = \underline{1\frac{1}{2}}$.

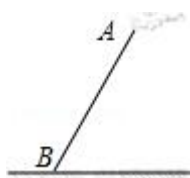
【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角三角函数值解答.

【解答】解: $\cos 60^\circ + \cot 45^\circ = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查特殊角三角函数值的计算, 特殊角三角函数值计算在中考中经常出现, 要熟练掌握.

13. (4分) 如图, 直升飞机在离水平地面 600 米的上空 A 处测得地面目标点 B 的俯角为 60° , 此时 A 处与目标点 B 之间的距离是 $\underline{400\sqrt{3}}$ 米.



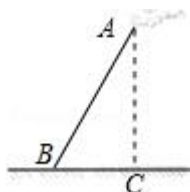
【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】过 A 作 $AC \perp BC$ 于 C , 由题意可知, 在直角三角形中, 已知角的对边 AC 求斜边 AB , 可以用 60° 正弦函数来计算即可.

【解答】解: 根据题意得: 直升飞机与上海东方明珠底部之间的距离是 $AB =$

$$\frac{600}{\sin 60^\circ} = 400\sqrt{3} \text{米}.$$

故答案为： $400\sqrt{3}$.



【点评】考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形.

14. (4分) 若一段斜坡的坡度为 $1:\sqrt{3}$, 则这段斜坡的坡角等于 30 (度).

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据坡度就是坡角的正切值即可求解.

【解答】解: 设坡角为 α , 则 $\tan \alpha = 1:\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

则 $\alpha = 30^\circ$.

故答案为 30.

【点评】本题主要考查了坡度的定义, 理解坡度和坡角的关系是解题的关键.

15. (4分) 如果二次函数 $y = (m-2)x^2 + 3x + m^2 - 4$ 的图象经过原点, 那么 $m =$ -2.

【考点】H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【专题】41: 待定系数法.

【分析】将原点坐标 $(0, 0)$ 代入二次函数解析式, 列方程求 m , 注意二次项系数 $m-2 \neq 0$.

【解答】解: $\because$ 点 $(0, 0)$ 在抛物线 $y = (m-2)x^2 + 3x + (m^2 - 4)$ 上,

$$\therefore m^2 - 4 = 0,$$

解得 $m = \pm 2$,

又二次项系数 $m-2 \neq 0$,

$$\therefore m = -2.$$

故答案为: -2.

【点评】本题考查了二次函数图象上的点与解析式的关系, 将点的坐标代入解析

式是解题的关键，判断二次项系数不为 0 是难点.

16. (4 分) 将抛物线 $y = 3x^2$ 向上平移 2 个单位，得到抛物线的解析式是 $y = 3x^2 + 2$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】11: 计算题.

【分析】抛物线 $y = 3x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，向上平移 2 个单位后，得到的抛物线顶点坐标为 $(0, 2)$ ，利用顶点式求出新抛物线解析式.

【解答】解：∵ 抛物线 $y = 3x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，

∴ 向上移 2 个单位后的抛物线顶点坐标为 $(0, 2)$ ，

∴ 新抛物线解析式为 $y = 3x^2 + 2$.

故本题答案为： $y = 3x^2 + 2$.

【点评】本题考查了抛物线的平移规律. 关键是确定平移前后抛物线的顶点坐标，求出新抛物线解析式.

17. (4 分) 广场上喷水池中的喷头微露水面，喷出的水线呈一条抛物线，水线上水珠的高度 y (米) 关于水珠与喷头的水平距离 x (米) 的函数解析式是 $y = -\frac{5}{2}x^2 + 10x$ ($0 \leq x \leq 4$). 水珠可以达到的最大高度是 10 (米).

【考点】H7: 二次函数的最值; HE: 二次函数的应用.

【分析】先把函数关系式配方，求出函数的最大值，即可得出水珠达到的最大高度.

【解答】解：∵ $y = -\frac{5}{2}x^2 + 10x$

$$= -\frac{5}{2}(x^2 - 4x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 10,$$

∴ 当 $x = 2$ 时， y 有最大值 10，

∴ 水珠可以达到的最大高度为 10 米.

故答案为：10.

【点评】本题考查二次函数的实际应用，关键是把二次函数变形，求出函数的最大值，此题为数学建模题，借助二次函数解决实际问题.

18. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， $AB = 20\text{cm}$ ， $AC = 15\text{cm}$ ； $AD = 12\text{cm}$ ，

点 E 在 AB 边上, 点 F, G 在 BC 边上, 点 H 不在 $\triangle ABC$ 外. 如果四边形 $EFGH$ 是符合要求的最大的正方形, 那么它的边长是 $\frac{300}{37}$ 或 3 cm .

【考点】 LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质; SA: 相似三角形的应用.

【分析】 根据题意画出图形 (有两种情况), 如果四边形 $EFGH$ 是符合要求的最大的正方形, 点 H 在 AC 上, 由勾股定理先求出 BD 和 CD 的值, 设正方形边长为 x , 利用相似三角形的性质: 对应边的比值相等即可求出 x .

【解答】 解: ①当 AD 在三角形内部是,

$\because AD \perp BC$ 于点,

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{256} = 16cm,$$

$$\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{81} = 9cm,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 25,$$

设正方形边长为 x , 设正方形交 AD 于点 P , 则 $AP = (12 - x) cm$,

$\because EH \parallel PG$,

$\therefore \triangle AEH \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AP}{AD} = \frac{EH}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{12-x}{12} = \frac{x}{25},$$

$$\text{解出: } x = \frac{300}{37};$$

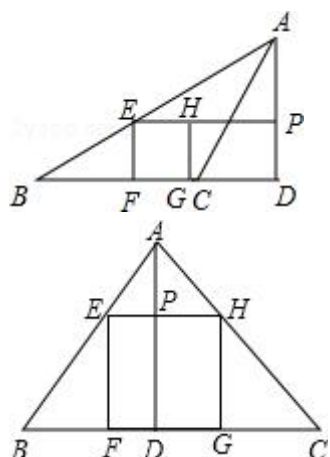
②当 AD 在 BC 延长线上时, $CD = 9$, $BD = 16$, 设正方形边长为 x , 设正方形交 AB 于点 P ,

则 $BF = (7 - x) cm$,

$$\therefore \frac{7-x}{16} = \frac{x}{12},$$

$$\therefore x = 3,$$

故答案为: $\frac{300}{37}$ 或 3 .



【点评】本题考查了正方形的性质，相似三角形的判定和性质在实际问题的应用，解题的关键是正确的画出图形．

三、解答题：（本大题共 12 题，满分 78 分）

19.（10 分）已知：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(1, 0)$ 、 $(2, 10)$ 、 $(-2, -6)$ ．

- （1）求这个抛物线的解析式；
- （2）运用配方法，把这个抛物线的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，并指出它的顶点坐标；
- （3）把这个抛物线先向右平移 4 个单位，再向上平移 6 个单位，求平移后得到的抛物线与 y 轴交点的坐标．

【考点】 AE：配方法的应用；H5：二次函数图象上点的坐标特征；H6：二次函数图象与几何变换；H8：待定系数法求二次函数解析式；H9：二次函数的三种形式．

【分析】（1）将抛物线经过的三点坐标代入解析式，解三元一次方程组求 a 、 b 、 c 的值即可；

（2）根据配方法的要求将抛物线解析式写成顶点式，可确定顶点坐标；

（3）抛物线的平移，实际上是顶点的平移，将顶点平移，求出平移后的抛物线顶点式，再求抛物线与 y 轴的交点坐标．

【解答】解：（1）根据题意得：

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ 4a+2b+c=10 \\ 4a-2b+c=-6 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=-6 \end{cases}$

∴ 这个抛物线的解析式是 $y = 2x^2 + 4x - 6$;

$$(2) y = 2x^2 + 4x - 6 = 2(x^2 + 2x) - 6, y = 2(x^2 + 2x + 1) - 2 - 6,$$

$$\therefore y = 2(x+1)^2 - 8$$

∴ 顶点坐标是 $(-1, -8)$;

(3) 将顶点 $(-1, -8)$ 先向右平移 4 个单位, 再向上平移 6 个单位, 得顶点坐标为 $(3, -2)$,

∴ 平移后得到的抛物线的解析式是 $y = 2(x-3)^2 - 2$,

令 $x = 0$, 则 $y = 16$,

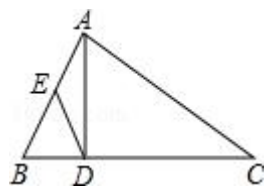
∴ 它与 y 轴的交点的坐标是 $(0, 16)$.

【点评】 本题考查了待定系数法求抛物线解析式, 配方法的运用, 二次函数图象的平移与顶点坐标的关系及几何变换. 关键是熟练掌握求二次函数解析式的方法, 配方法的灵活运用, 图形的平移与顶点的平移的关系.

20. (10 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , 点 E 是 AB 边的中点. $\triangle ABC$ 的面积为 126, $BC = 21$, $AC = 20$. 求:

(1) $\sin C$ 的值;

(2) $\cot \angle ADE$ 的值.



【考点】 K2: 三角形的角平分线、中线和高三; K3: 三角形的面积; T1: 锐角三角函数的定义; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 根据 $\triangle ABC$ 的面积和 BC 的长度, 即可推出 AD 的长度, 再由 AC 的长度, 根据锐角三角函数的定义即可推出 $\sin C$ 的值, (2) 根据勾股定理求出 CD 和 BD 的长度, 由 E 为 AB 的中点, 即可求出 $EA = EB$, 然后推出 $\cot \angle ADE = \cot \angle BAD$, 再由 $\cot \angle BAD = \frac{AD}{BD} = \frac{12}{5}$, 即可推出结论.

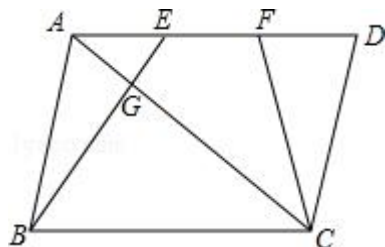
【解答】 解: (1) 由条件得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AD \cdot BC$,

$$\begin{aligned}
&\because BC = 21, \\
&\therefore 126 = \frac{1}{2}AD \times 21, \\
&\therefore AD = 12, \\
&\because AC = 20, \\
&\therefore \sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(2) \text{ 在 Rt}\triangle ADC \text{ 中,} \\
&\because AC = 20, AD = 12, \\
&\therefore CD = 16, \\
&\because BC = 21, \\
&\therefore BD = 5, \\
&\text{在 Rt}\triangle ADB \text{ 中,} \\
&\because \text{点 } E \text{ 是边 } AB \text{ 的中点,} \\
&\therefore ED = EA, \\
&\therefore \cot \angle ADE = \cot \angle BAD = \frac{AD}{BD} = \frac{12}{5}.
\end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查锐角三角函数的定义，三角形的面积公式，勾股定理等知识点，关键在于正确的求出 AD 、 CD 、 BD 的长度，熟练的运用相关的性质定理.

21. (10 分) 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 在 AD 边上，且 $AE = EF = FD$ ， BE 与 AC 交于点 G ，设 $\overrightarrow{GB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{GC} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{BC}$ 、 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{FC}$.



【考点】 LM：*平面向量.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 根据平面向量的概念、性质及其运算法则进行直接求解即可.

【解答】解：(1) $\because \overrightarrow{GB} = \vec{a}, \overrightarrow{GC} = \vec{b}$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GB} = \vec{b} - \vec{a}. \quad (2 \text{ 分})$$

(2) $\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = BC, AD \parallel BC$,

$$\therefore AE = EF = FD,$$

$$\therefore AG : CG = AE : BC = 1 : 3. \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore AG = \frac{1}{3}CG.$$

$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{GC} = \frac{1}{3}\vec{b}. \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} = \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{a}. \quad (2 \text{ 分})$$

$$(3) \because AF = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}BC,$$

$$\therefore \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a}). \quad (1 \text{ 分})$$

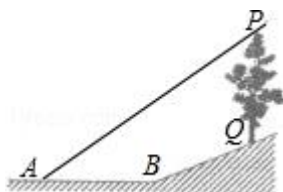
$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{GC} = \frac{1}{3}\vec{b}.$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} = \frac{4}{3}\vec{b}. \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{2}{3}(\vec{b} + \vec{a}). \quad (2 \text{ 分})$$

【点评】本题考查平面向量的知识,解题关键是掌握平面向量既有大小又有方向,并要求熟练掌握其运算法则,难度一般.

22. (10 分) 已知: 如图, 在坡度为 $i = 1 : 2.4$ 的斜坡 BQ 上有一棵香樟树 PQ , 柳明在 A 处测得树顶点 P 的仰角为 α , 并且测得水平的 $AB = 8$ 米, 另外 $BQ = 13$ 米, $\tan \alpha = 0.75$. 点 A 、 B 、 P 、 Q 在同一平面上, $PQ \perp AB$. 求: 香樟树 PQ 的高度.



【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】11: 计算题.

【分析】先延长 PQ 交直线 AB 于点 H , 得直角三角形 QBH , 根据坡度为 $i = 1 :$

2.4 和勾股定理求出 QH 和 BH , 从而得出 AH , 再由直角三角形和 $\tan \alpha = 0.75$

求出 PH ，继而求出香樟树 PQ 的高度.

【解答】 解：延长 PQ 交直线 AB 于点 H . (1 分)

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle QBH$ 中， $QH: BH = 1: 2.4$. (2 分)

$\therefore$ 设 $QH = x$, $BH = 2.4x$,

$\because BQ = 13$ 米,

$\therefore x^2 + (2.4x)^2 = 13^2$. (1 分)

$\therefore x = \pm 5$ (负值舍去).

$\therefore QH = 5$ (米), $BH = 12$ (米). (2 分)

$\because AB = 8$ (米),

$\therefore AH = 20$ (米).

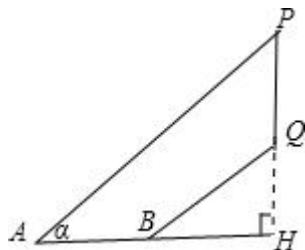
$\because \tan \alpha = 0.75$,

$\therefore \frac{PH}{AH} = 0.75$. (2 分)

即 $\frac{PH}{20} = 0.75$,

$\therefore PH = 15$ (米).

$\therefore PQ = PH - QH = 15 - 5 = 10$ (米). (2 分)

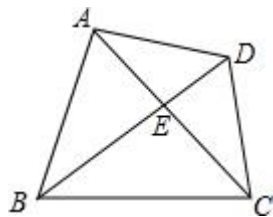


【点评】 此题考查的知识点是解直角三角形的应用，关键是构造两直角三角形根据勾股定理和三角函数求解.

23. (12 分) 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， BD 平分 $\angle ABC$ ，与 AC 交于点 E ， $AD^2 = BD \cdot ED$.

(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle BDA$

(2) 如果 $BA = 10$, $BC = 12$, $BD = 15$ ，求 BE 的长.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据 $AD^2 = BD \cdot ED$ 得出 $\frac{AD}{ED} = \frac{BD}{AD}$, 再根据 $\angle ADE = \angle BDA$, 即可证

出 $\triangle AED \sim \triangle BDA$.

(2) 根据 $\triangle AED \sim \triangle BDA$, 得出 $\angle AED = \angle BAD$, 再通过证明 $\triangle EBC \sim \triangle ABD$,

得出 $\frac{BC}{BD} = \frac{BE}{BA}$, 再把 BA 、 BC 、 BD 的值代入即可求出 BE 的长.

【解答】 解: (1) 证明: $\because AD^2 = BD \cdot ED$,

$$\therefore \frac{AD}{ED} = \frac{BD}{AD},$$

$$\because \angle ADE = \angle BDA,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle BDA.$$

$$(2) \because \triangle AED \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BAD.$$

$$\because \angle BEC = \angle AED,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BAD.$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC, \text{ 即 } \angle EBC = \angle ABD,$$

$$\therefore \triangle EBC \sim \triangle ABD.$$

$$\therefore \frac{BC}{BD} = \frac{BE}{BA}.$$

$$\because BA = 10, BC = 12, BD = 15,$$

$$\therefore \frac{12}{15} = \frac{BE}{10},$$

$$\therefore BE = 8.$$

【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质; 关键是综合利用三角形的判定与性质列出比例式求出线段的长.

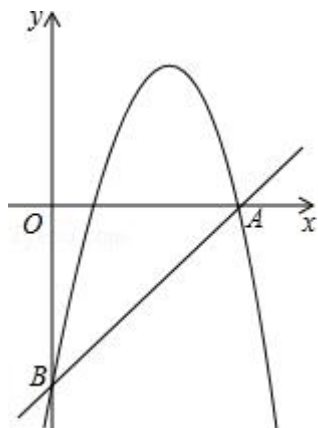
24. (12分) 已知: 如图, 直线 $y = x - 15$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 和点 B . 抛

物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过 A 、 B 两点.

(1) 求这个抛物线的解析式;

(2) 若这抛物线的顶点为点 D , 与 x 轴的另一个交点为点 C . 对称轴与 x 轴交于点 H , 求 $\triangle DAC$ 的面积;

(3) 若点 E 是线段 AD 的中点. CE 与 DH 交于点 G , 点 P 在 y 轴的正半轴上, $\triangle POH$ 是否能够与 $\triangle CGH$ 相似? 如果能, 请求出点 P 的坐标; 如果不能, 请说明理由.



【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式; HA: 抛物线与 x 轴的交点; HF: 二次函数综合题; K3: 三角形的面积; S8: 相似三角形的判定.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 分别把 $x=0$ 和 $y=0$ 代入一次函数的解析式, 求出 A 、 B 的坐标, 代入抛物线得出方程组, 求出方程组的解, 即可得出抛物线的解析式;

(2) 求出顶点 D 的坐标和 C 的坐标, 根据三角形的面积公式求出即可;

(3) 求出 GH 、 HO 、 CH 的值, 根据相似三角形的性质得出两个比例式, 代入即可求出 P 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because y=x-15$,

$y=0$ 时, $0=x-15$,

$\therefore x=15$,

当 $x=0$ 时, $y=-15$,

$\therefore A(15, 0)$, $B(0, -15)$,

代入得 $\begin{cases} -\frac{1}{3} \times 15^2 + 15b + c = 0 \\ c = -15 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} b = 6 \\ c = -15 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式: $y = -\frac{1}{3}x^2 + 6x - 15$.

(2) 抛物线的解析式可变形为 $y = -\frac{1}{3}(x-9)^2 + 12$,

$\therefore$ 顶点 D 坐标为 $(9, 12)$,

设 $y = 0$, 则 $-\frac{1}{3}(x-9)^2 + 12 = 0$,

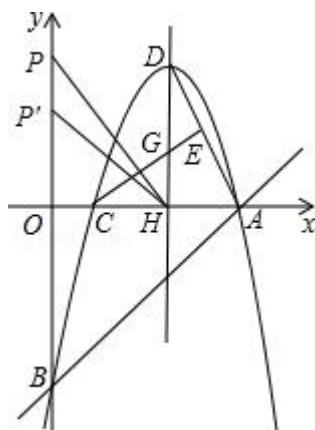
$\therefore (x-9)^2 = 36$.

$\therefore x_1 = 3, x_2 = 15$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(3, 0)$,

$\therefore S_{\triangle DAC} = \frac{1}{2}DH \cdot AC = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$.

(3) $\because$ 点 E 是线段 AD 的中点, 点 H 是线段 AC 的中点, .



$\therefore$ 点 G 是 $\triangle DAC$ 的重心. 如图:

$\because$ 顶点 D 坐标为 $(9, 12)$,

$\therefore GH = \frac{1}{3}DH = 4$,

$\therefore HO = 9, CH = 6$.

设 $\triangle POH \sim \triangle GHC$ 时,

$$\frac{PO}{GH} = \frac{HO}{CH},$$

$$\therefore \frac{PO}{4} = \frac{9}{6}$$

$\therefore PO = 6$,

$\therefore P_1(0, 6)$;

$\triangle POH \sim \triangle CHG$ 时, $\frac{PO}{CH} = \frac{HO}{GH}$,

$$\frac{PO}{6} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore PO = \frac{27}{2}.$$

$$\therefore P_2(0, \frac{27}{2}).$$

$\therefore \triangle POH$ 能够与 $\triangle CHG$ 相似, 相似时点 P 的坐标为 $P_1(0, 6)$ 或 $P_2(0, \frac{27}{2})$.

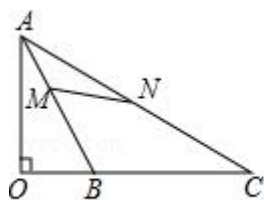
【点评】 本题考查了三角形的面积, 用待定系数法求二次函数的解析式, 二次函数图象上点的坐标, 相似三角形的性质和判定等知识点的运用, 主要培养了学生综合运用性质进行推理和计算的能力, 题目比较典型, 但有一定的难度, 注意: 分类讨论思想的运用.

25. (14分) 已知: 如图 1, 在 $Rt\triangle OAC$ 中, $AO \perp OC$, 点 B 在 OC 边上, $OB = 6$, $BC = 12$, $\angle ABO + \angle C = 90^\circ$. 动点 M 和 N 分别在线段 AB 和 AC 边上.

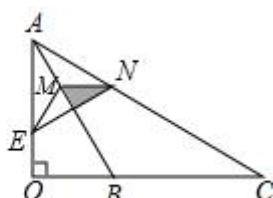
(1) 求证 $\triangle AOB \sim \triangle COA$, 并求 $\cos C$ 的值;

(2) 当 $AM = 4$ 时, $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比;

(3) 如图 2, 当 $MN \parallel BC$ 时, 将 $\triangle AMN$ 沿 MN 折叠, 点 A 落在四边形 $BCNM$ 所在平面的点为点 E . 设 $MN = x$, $\triangle EMN$ 与四边形 $BCNM$ 重叠部分的面积为 y , 试写出 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.



图一



图二

【考点】 J3: 垂线; K3: 三角形的面积; KQ: 勾股定理; PB: 翻折变换 (折叠问题); S9: 相似三角形的判定与性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 (1) 根据相似三角形的判定得出 $\triangle AOB \sim \triangle COA$, 进而得出 AO 的长, 即可求出 $\cos C$ 的值;

(2) 利用 (1) 中所求得出 $AB = BC = 12$, 再利用① $\angle AMN = \angle B$ 时, (如图 1) $\triangle AMN \sim \triangle ABC$, ②当 $\angle AMN = \angle C$ 时, (如图 2) $\triangle AMN \sim \triangle ACB$ 分别求出即可;

(3) 首先得出 $\triangle AMN \sim \triangle ABC$, ①当 EN 与线段 AB 相交时, 设 EN 与 AB 交于点 F (如图 3), ②当 EN 与线段 AB 不相交时, 设 EN 于 BC 交于点 G (如图

4), 分别求出即可.

【解答】解: (1) $\because AO \perp OC$,

$$\therefore \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ.$$

$$\because \angle ABO + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle C.$$

$$\because \angle ABO = \angle COA,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle COA.$$

$$\because OB = 6, BC = 12,$$

$$\therefore 6: OA = OA: 18.$$

$$\therefore OA = 6\sqrt{3}.$$

$$\therefore AC = \sqrt{OC^2 + OA^2} = \sqrt{18^2 + (6\sqrt{3})^2} = 12\sqrt{3}.$$

$$\therefore \cos C = \frac{OC}{AC} = \frac{18}{12\sqrt{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}.$$

$$(2) \because \cos C = \frac{OC}{AC} = \frac{18}{12\sqrt{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ.$$

$$\because \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ABO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ.$$

$$\therefore AB = BC = 12.$$

① $\angle AMN = \angle B$ 时, (如图 1) $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

$$\because AM = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABC} = AM^2 : AB^2 = 4^2 : 12^2 = 1 : 9.$$

② 当 $\angle AMN = \angle C$ 时, (如图 2) $\triangle AMN \sim \triangle ACB$.

$$\because AM = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABC} = AM^2 : AC^2 = 4^2 : (12\sqrt{3})^2 = 1 : 27.$$

$$(3) \text{ 可以求得: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AO \cdot BC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 12 = 36\sqrt{3}.$$

$$\because MN \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABC.$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABC} = MN^2 : BC^2.$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} : 36\sqrt{3} = x^2 : 12^2.$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{4}\sqrt{3}x^2.$$

①当 EN 与线段 AB 相交时, 设 EN 与 AB 交于点 F (如图 3),

$$\because MN \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ANM = \angle C = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle ANM = \angle BAC.$$

$$\therefore AM = MN = x.$$

$\therefore$ 将 $\triangle AMN$ 沿 MN 折叠,

$$\therefore \angle ENM = \angle ANM = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle AFN = 90^\circ.$$

$$\therefore MF = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2}x.$$

$$\therefore S_{\triangle FMN} : S_{\triangle AMN} = MF : AM.$$

$$\therefore y : \frac{1}{4}\sqrt{3}x^2 = \frac{1}{2}x : x \Rightarrow x = 1 : 2.$$

$$\therefore y = \frac{1}{8}\sqrt{3}x^2 (0 < x \leq 8).$$

②当 EN 与线段 AB 不相交时, 设 EN 于 BC 交于点 G (如图 4),

$$\because MN \parallel BC$$

$$\therefore CN : AC = BM : AB.$$

$$\therefore CN : 12\sqrt{3} = (12-x) : 12.$$

$$\therefore CN = 12\sqrt{3} - \sqrt{3}x.$$

$$\therefore \triangle CNG \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore S_{\triangle CNG} : S_{\triangle ABC} = CN^2 : BC^2.$$

$$\therefore S_{\triangle CNG} : 36\sqrt{3} = (12\sqrt{3} - \sqrt{3}x)^2 : 12^2.$$

$$\therefore S_{\triangle CNG} = \frac{1}{4}\sqrt{3}(12\sqrt{3} - \sqrt{3}x)^2.$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle CNG} = 36\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{3}x^2 - \frac{1}{4}\sqrt{3}(12\sqrt{3} - \sqrt{3}x)^2.$$

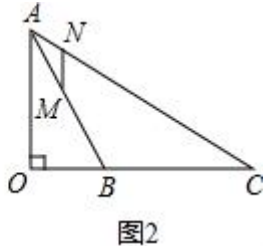
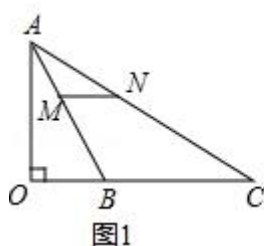
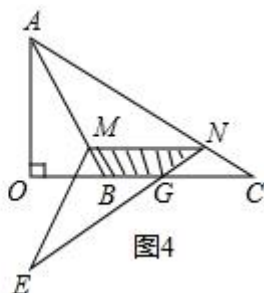
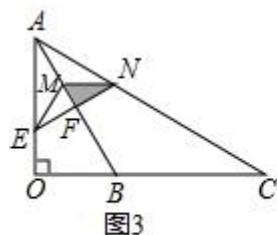
$$\text{即 } y = -\sqrt{3}x^2 + 18\sqrt{3}x - 72\sqrt{3} \quad (8 < x < 12).$$

说明：①当 EN 与线段 AB 相交时，用计算 MN 边上高的方法求 y 时，求出高为

$$\frac{1}{4}\sqrt{3}x, \text{ 得 1 分;}$$

当 EN 与线段 AB 不相交时，用梯形面积公式求 y 时，求出梯形上底为 $(3x - 24)$ ，得 1 分。

②定义域错一个，不扣分；两个全错，扣 1 分。



【点评】 此题主要考查了相似三角形的判定与性质，根据直线 EN 与线段 AB 位置关系进行分类讨论得出是解题关键。