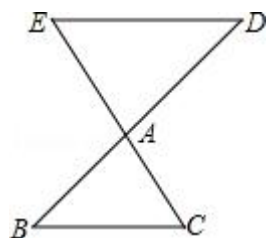


2012 年上海市长宁区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 如图， EC 与 BD 交于点 A ，则下列比例式中不能判断出 $DE \parallel BC$ 的是
()

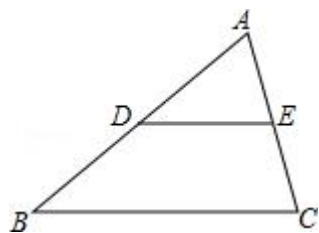


- A. $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ B. $\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$ D. $\frac{EC}{AC} = \frac{BD}{AB}$

2. (4 分) 已知 α 是锐角， $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 α 等于 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

3. (4 分) 如图，若 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线， $\triangle ABC$ 的周长为 1，则 $\triangle ADE$ 的周长为 ()

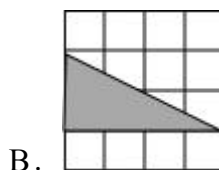
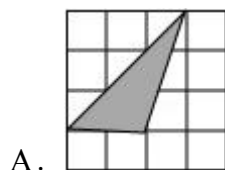
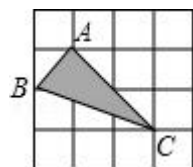


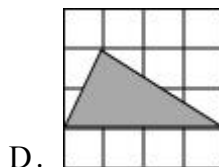
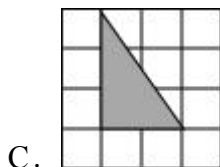
- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

4. (4 分) 二次函数 $y = -(x-1)^2 + 3$ 的图象的顶点坐标是 ()

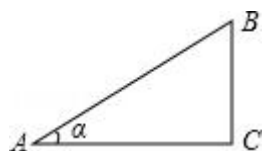
- A. $(-1, 3)$ B. $(1, 3)$ C. $(-1, -3)$ D. $(1, -3)$

5. (4 分) 如图，下列四个三角形中，与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()





6. (4分) 为测楼房 BC 的高, 在距楼房 30 米的 A 处, 测得楼顶 B 的仰角为 α , 则楼房 BC 的高为 ()



- A. $30 \tan \alpha$ 米 B. $\frac{30}{\tan \alpha}$ 米 C. $30 \sin \alpha$ 米 D. $\frac{30}{\sin \alpha}$ 米

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

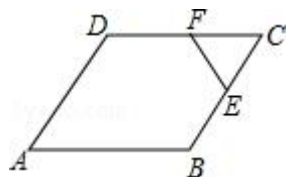
7. (4分) 已知线段 $a = 6$ 厘米, $c = 3$ 厘米, 若 b 是线段 a 、 c 的比例中项, 则 b = _____ 厘米.

8. (4分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, 那么 $\frac{a-b}{b} =$ _____.

9. (4分) 若向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反, 且 $|\vec{a}| = 5$, 则 $\vec{a} =$ _____. (用 $\vec{e}$ 表示)

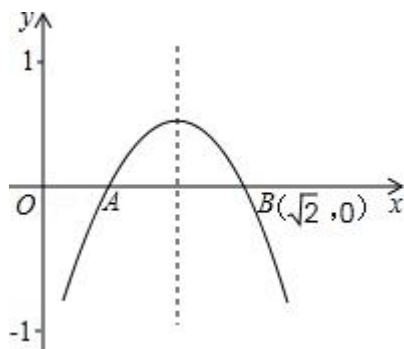
10. (4分) 已知斜坡的坡度为 $1: \sqrt{3}$, 如果斜坡长为 100 米, 那么此斜坡的高为 _____ 米.

11. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是边 BC 、 CD 边的中点, 若 $\vec{AD} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$, 则 $\vec{EF} =$ _____. (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



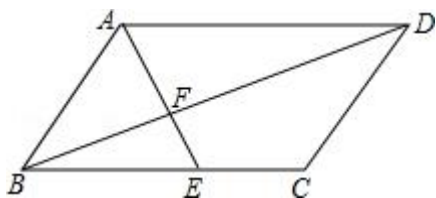
12. (4分) 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $S_{\triangle ABC} = k \cdot S_{\triangle GBC}$, 则 $k =$ _____.

13. (4分) 抛物线 $y = a(x-1)^2 + c$ 的图象如图所示, 该抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, B 点的坐标为 $B(\sqrt{2}, 0)$, 则 A 点的坐标为 _____.

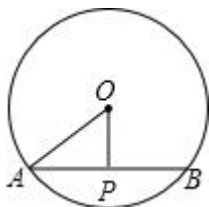


14. (4分) 在平面直角坐标系中, 平移抛物线 $y = -x^2 + 2x - 8$ 使它经过原点, 写出平移后抛物线的一个解析式_____.

15. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 BC 上的黄金分割点, 且 $BE > CE$, AE 与 BD 相交于点 F . 那么 $BF:FD$ 的值为_____.

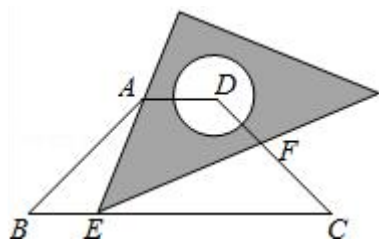


16. (4分) 如图, $\odot O$ 的直径为 26cm , 弦 AB 长为 24cm , 则点 O 到 AB 的距离 OP 为_____ cm .



17. (4分) 已知 $\triangle ABC$, $AB = 8$, $AC = 6$, 点 D 在边 AC 上, $AD = 2$. 若要在 AB 上找一点 E , 使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 则 $AE =$ _____.

18. (4分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 4AD = 4\sqrt{2}$, $\angle B = 45^\circ$. 直角三角板含 45° 角的顶点 E 在边 BC 上移动, 一直角边始终经过点 A , 斜边与 CD 交于点 F . 若 $\triangle ABE$ 为等腰三角形, 则 CF 的长等于_____.



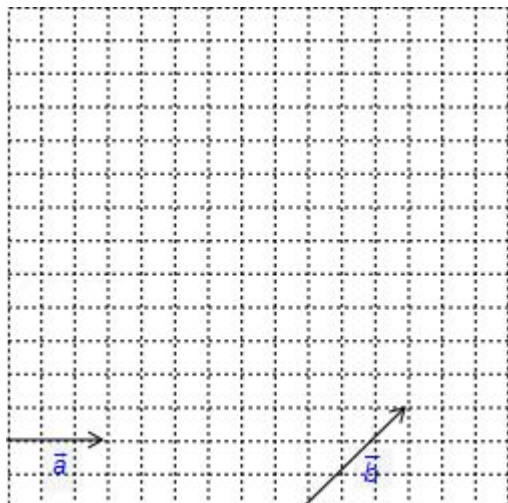
三、解答题: (19、20、21、22 题每题 10 分, 23、24 题每题 12 分, 25 题 14 分, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\cos 45^\circ - \tan 60^\circ + \sqrt{2}(\sin 45^\circ - \cos 30^\circ)$

20. (10分) 如图, 已知正方形网格中的向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 先化简, 再求作:

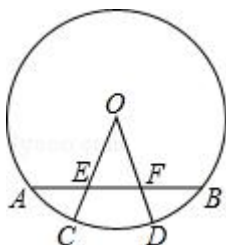
$$(4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}) - \frac{1}{2}(4\vec{a} + 5\vec{b})$$

(不要求写作法, 但要指出图中表示结论的向量.)



21. (10分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 OC 、 OD 与 AB 分别交于点 E 、 F , 且 $AE = BF$.

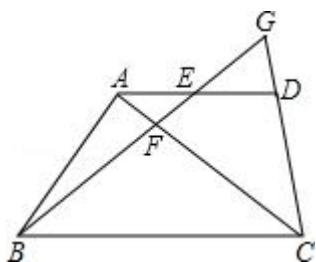
求证: $\widehat{AC} = \widehat{BD}$.



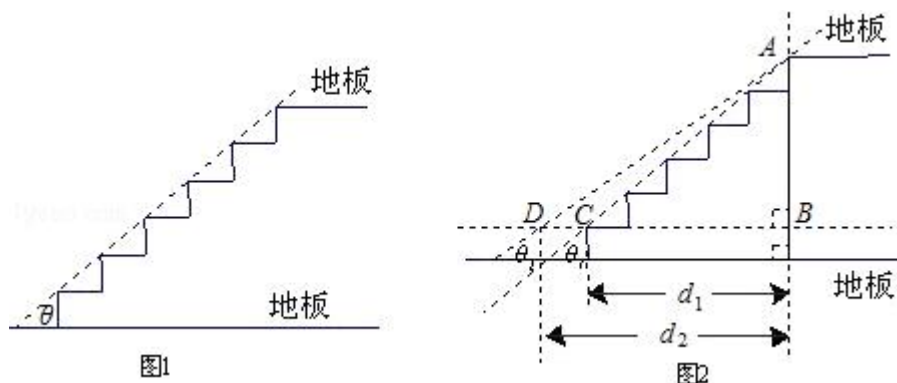
22. (10分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是边 AD 的中点, 连接 BE 交 AC 于 F , BE 的延长线交 CD 的延长线于 G .

(1) 求证: $\frac{EG}{GB} = \frac{AE}{BC}$;

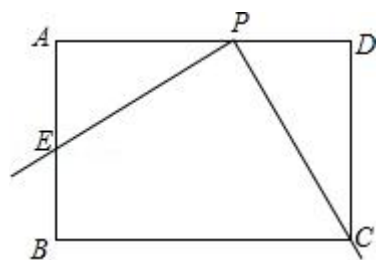
(2) 若 $GE = 2$, $BF = 3$, 求线段 EF 的长.



23. (12分) 在建筑楼梯时, 设计者要考虑楼梯的安全程度, 如图1, 虚线为楼梯的斜度线, 斜度线与地板的夹角为倾角 θ , 一般情况下, 倾角 θ 愈小, 楼梯的安全程度愈高. 如图2, 设计者为提高楼梯的安全程度, 要把楼梯的倾角由 θ_1 减至 θ_2 , 这样楼梯占用地板的长度由 d_1 增加到 d_2 , 已知 $d_1 = 4m$, $\angle \theta_1 = 40^\circ$, $\angle \theta_2 = 36^\circ$, 求楼梯占用地板的长度增加了多少? (精确到 $0.01m$)
- 参考数据: $\sin 36^\circ = 0.5878$, $\cos 36^\circ = 0.8090$, $\tan 36^\circ = 0.7265$, $\sin 40^\circ = 0.6428$, $\cos 40^\circ = 0.7660$, $\tan 40^\circ = 0.8391$.

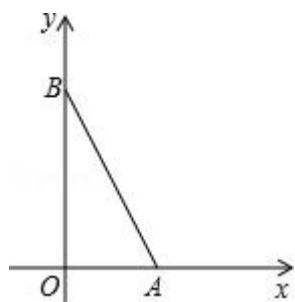


24. (12分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, 点 P 是射线 DA 上的一个动点, 将三角板的直角顶点重合于点 P , 三角板两直角边中一边始终经过点 C , 另一直角边交射线 BA 于点 E .
- (1) 判断 $\triangle EAP$ 与 $\triangle PDC$ 一定相似吗? 请证明你的结论;
- (2) 设 $PD = x$, $AE = y$, 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出它的定义域;
- (3) 是否存在这样的点 P , 使 $\triangle EAP$ 周长等于 $\triangle PDC$ 周长的2倍? 若存在, 请求出 PD 的长; 若不存在, 请简要说明理由.



25. (14分) 如图, 点 A 在 x 正半轴上, 点 B 在 y 正半轴上. $\tan \angle OAB = 2$. 抛物线 $y = x^2 + mx + 2$ 的顶点为 D , 且经过 A 、 B 两点.
- (1) 求抛物线解析式;
- (2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 A 旋转 90° 后, 点 B 落在点 C 处. 将上述抛物线沿 y 轴上下平移后过 C 点. 写出点 C 坐标及平移后的抛物线解析式;

(3) 设(2)中平移后抛物线交 y 轴于 B_1 , 顶点为 D_1 . 点 P 在平移后的图象上,
且 $S_{\triangle PBB_1} = 2S_{\triangle PDD_1}$, 求点 P 坐标.

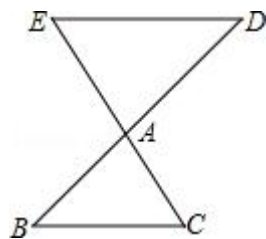


2012 年上海市长宁区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）如图， EC 与 BD 交于点 A ，则下列比例式中不能判断出 $DE \parallel BC$ 的是（ ）



A. $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

B. $\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$

C. $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$

D. $\frac{EC}{AC} = \frac{BD}{AB}$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线的判定定理如果一条直线截三角形的两边（或两边的延长线）所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边，进行逐项分析解答即可.

【解答】解：A、由 $AE:AC = AD:AB$ ，即可推出 $DE \parallel BC$ ，故本选项不符合题意，

B、由 $AE:EC = AD:DB$ ，即可推出 $AE:AC = AD:AB$ ，便可推出 $DE \parallel BC$ ，故本选项不符合题意，

C、由 $AE:AB = AD:AC$ ，可推出 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ，得 $\angle E = \angle B$ ，并不能推出 $DE \parallel BC$ ，故本选项符合题意，

D、由 $EC:AC = BD:AB$ ，可推出 $AE:AC = AD:AB$ ，便可推出 $DE \parallel BC$ ，故本选项不符合题意，

故选：C.

【点评】本题主要考查平行线分线段成比例，平行线的判定定理，比例式的性质，关键在于熟练掌握比例式的性质.

2.（4 分）已知 α 是锐角， $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 α 等于（ ）

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

【考点】T5：特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值直接求解即可.

【解答】解: $\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \alpha = 30^\circ$.

故选: A.

【点评】解答此题要熟记以下三角函数值:

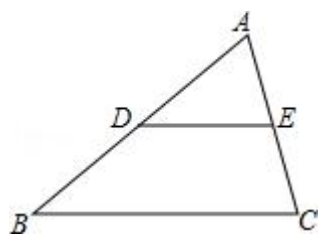
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \tan 45^\circ = 1, \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

$$\cot 30^\circ = \sqrt{3}, \cot 45^\circ = 1, \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3. (4分) 如图, 若 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\triangle ABC$ 的周长为 1, 则 $\triangle ADE$ 的周长为 ()



A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

【考点】KX: 三角形中位线定理.

【分析】根据三角形的中位线定理, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\triangle ABC$ 的周长为 1, 得 $DE = \frac{1}{2}BC$, $AD = \frac{1}{2}AB$, $AE = \frac{1}{2}AC$ 而解得.

【解答】解: $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\triangle ABC$ 的周长为 1,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC, AD = \frac{1}{2}AB, AE = \frac{1}{2}AC$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长为 } \frac{1}{2}.$$

故选: C.

【点评】根据三角形的中位线定理, 得三角形 ADE 的边长是三角形 ABC 边长的 $\frac{1}{2}$. 此题主要是根据三角形的中位线定理进行分析计算.

4. (4分) 二次函数 $y = -(x-1)^2 + 3$ 的图象的顶点坐标是 ()

A. $(-1, 3)$ B. $(1, 3)$ C. $(-1, -3)$ D. $(1, -3)$

【考点】H3：二次函数的性质.

【专题】16：压轴题.

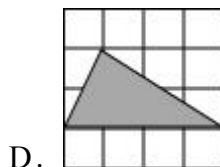
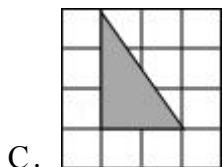
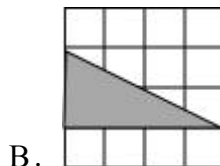
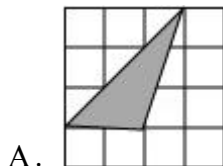
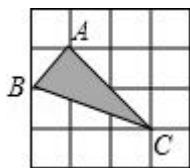
【分析】根据二次函数的顶点式一般形式的特点，可直接写出顶点坐标.

【解答】解：二次函数 $y = -(x-1)^2+3$ 为顶点式，其顶点坐标为 $(1, 3)$.

故选：B.

【点评】主要考查了求抛物线的顶点坐标的方法.

5. (4分) 如图，下列四个三角形中，与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()



【考点】KQ：勾股定理；S8：相似三角形的判定.

【专题】11：计算题.

【分析】根据网格的特点，利用勾股定理求出 $\triangle ABC$ 各边的长度，求出三边的比，然后结合四个选项即可得解.

【解答】解：设网格的边长是 1，

$$\text{则 } AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

$$AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AB : AC : BC = \sqrt{2} : 2\sqrt{2} : \sqrt{10} = 1 : 2 : \sqrt{5},$$

A、三边之比是， $2 : \sqrt{10} : 3\sqrt{2} \neq 1 : 2 : \sqrt{5}$ ，故本选项错误；

B、三边之比是， $2 : 4 : 2\sqrt{5} = 1 : 2 : \sqrt{5}$ ，故本选项正确；

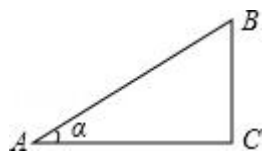
C、三边之比是， $2:3:\sqrt{13} \neq 1:2:\sqrt{5}$ ，故本选项错误；

D、三边之比是， $\sqrt{5}:\sqrt{13}:4 \neq 1:2:\sqrt{5}$ ，故本选项错误．

故选：B．

【点评】本题考查了相似三角形的判定，勾股定理，网格图形的性质，分别求出各图形的三角形的三边之比是解题的关键，难度不大，但计算比较复杂．

6. (4分) 为测楼房 BC 的高，在距楼房 30 米的 A 处，测得楼顶 B 的仰角为 α ，则楼房 BC 的高为 ()



- A. $30\tan\alpha$ 米 B. $\frac{30}{\tan\alpha}$ 米 C. $30\sin\alpha$ 米 D. $\frac{30}{\sin\alpha}$ 米

【考点】TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题．

【分析】利用所给角的正切函数即可求解．

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，有 $\angle BAC = \alpha$ ， $AC = 30$ ．

$$\therefore BC = 30\tan\alpha.$$

故选：A．

【点评】本题考查仰角、俯角的概念，以及三角函数的应用．

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4分) 已知线段 $a = 6$ 厘米， $c = 3$ 厘米，若 b 是线段 a 、 c 的比例中项，则 b = $3\sqrt{2}$ 厘米．

【考点】S2：比例线段．

【分析】由比例中项的定义可以得出 $a:b = b:c$ ，然后将 a 、 c 的值代入比例式就可以求出其 b 的值．

【解答】解： $\because b$ 是线段 a 、 c 的比例中项，

$$\therefore a:b = b:c,$$

$$\because a = 6 \text{ 厘米}, c = 3 \text{ 厘米},$$

$$\therefore 6:b = b:3,$$

$$\therefore b^2 = 18$$

$$\therefore b = \pm 3\sqrt{2},$$

$$\because b \geq 0,$$

$$\therefore b = 3\sqrt{2}.$$

故答案为: $3\sqrt{2}$.

【点评】 本题是一道运用比例的性质解答的题目, 考查了比例中项的运用. 是一道比较简单的题目.

8. (4分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, 那么 $\frac{a-b}{b} = \underline{-\frac{1}{4}}$.

【考点】 S1: 比例的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先根据已知条件可求出 $a = \frac{3}{4}b$, 然后再把 a 的值代入所求式子计算即可.

【解答】 解: $\because \frac{a}{b} = \frac{3}{4},$

$$\therefore a = \frac{3}{4}b,$$

$$\therefore \frac{a-b}{b} = \frac{\frac{3}{4}b-b}{b} = -\frac{1}{4}.$$

故答案是: $-\frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查了比例的性质, 解题的关键是根据已知条件求出 $a = \frac{3}{4}b$.

9. (4分) 若向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反, 且 $|\vec{a}|=5$, 则 $\vec{a} = \underline{-5\vec{e}}$. (用 $\vec{e}$ 表示)

【考点】 LM: *平面向量.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据向量的表示方法可直接进行解答.

【解答】 解: $\because \vec{a}$ 长度为 5, 向量 $\vec{e}$ 是单位向量,

$$\therefore |\vec{a}| = 5|\vec{e}|,$$

$\because$ 向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反,

$$\therefore \vec{a} = -5\vec{e}.$$

故答案为: $-5\vec{e}$.

【点评】 本题考查的是平面向量的知识, 即长度不为 0 的向量叫做非零向量, 向

量包括长度及方向，而长度等于 1 个单位长度的向量叫做单位向量，注意单位向量只规定大小没规定方向.

10. (4 分) 已知斜坡的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，如果斜坡长为 100 米，那么此斜坡的高为 50 米.

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】利用所给的坡度，得到坡角的正弦值，然后求解.

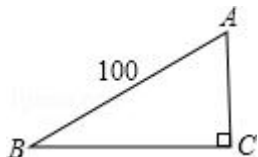
【解答】解: $\because$ 斜坡的坡度为 $1:\sqrt{3}$,

$\therefore$ 斜坡的高: 斜坡的水平距离 = $1:\sqrt{3}$.

斜坡的高: 斜坡的长 = $1:2$.

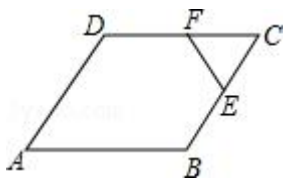
$\therefore$ 斜坡长 100 米,

$\therefore$ 斜坡的高为 50 米.



【点评】本题是将实际问题转化为直角三角形中的数学问题，可把条件和问题放到直角三角形中进行解决.

11. (4 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别是边 BC 、 CD 边的中点，若 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ，则 $\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$. (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



【考点】LM: *平面向量.

【专题】31: 数形结合.

【分析】根据平行四边形对边相等的性质可得出 $\overrightarrow{CF}$ ， $\overrightarrow{CE}$ ，继而根据 $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{CE}$ 可得出答案.

【解答】解: $\because AB = CD$ ， $AD = BC$ ，点 E 、 F 分别是边 BC 、 CD 边的中点，

$$\therefore \overrightarrow{CF} = -\frac{1}{2}\vec{b}, \quad \overrightarrow{CE} = -\frac{1}{2}\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识,解答本题的关键是熟练掌握平行四边形的性质,及向量的表示方法,难度一般,注意结合图形进行解答.

12. (4分) 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $S_{\triangle ABC} = k \cdot S_{\triangle GBC}$, 则 $k = \underline{3}$.

【考点】K3: 三角形的面积; K5: 三角形的重心.

【分析】根据题意, 画出图形, 三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍, 再结合三角形的面积公式求解.

【解答】解: 如图, 三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍,

$$AG:GD = 2:1,$$

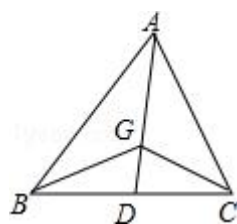
$$\therefore S_{\triangle ABG} = 2S_{\triangle BGD},$$

$$S_{\triangle CAG} = 2S_{\triangle CGD},$$

$$\therefore \triangle BGC \text{ 的面积为 } \triangle ABC \text{ 的面积 } \frac{1}{3},$$

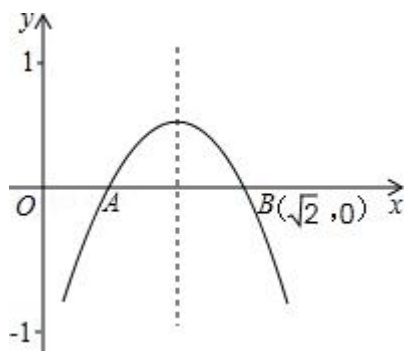
$$\therefore S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle GBC}.$$

故答案为: 3.



【点评】此题考查了三角形的重心的性质, 结合三角形的面积公式找到三角形的面积比.

13. (4分) 抛物线 $y = a(x-1)^2 + c$ 的图象如图所示, 该抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, B 点的坐标为 $B(\sqrt{2}, 0)$, 则 A 点的坐标为 $\underline{(2 - \sqrt{2}, 0)}$.



【考点】HA：抛物线与 x 轴的交点.

【专题】16：压轴题.

【分析】利用二次函数的图象与 x 轴的交点关于对称轴对称解答即可.

【解答】解： $\because$ 抛物线 $y = a(x - 1)^2 + c$ 得对称轴为 $x = 1$,

$\therefore$ 设 A 点坐标为 $(x_A, 0)$,

又 $\because B$ 点的坐标为 $B(\sqrt{2}, 0)$, 则 $\frac{x_A + \sqrt{2}}{2} = 1$;

解得 $x_A = 2 - \sqrt{2}$.

则 A 点的坐标为 $(2 - \sqrt{2}, 0)$.

故答案为: $(2 - \sqrt{2}, 0)$.

【点评】考查二次函数的对称性和抛物线与 x 轴交点的坐标.

14. (4 分) 在平面直角坐标系中, 平移抛物线 $y = -x^2 + 2x - 8$ 使它经过原点, 写出平移后抛物线的一个解析式 $y = -x^2 + 2x$ (答案不唯一).

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征；H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】1：常规题型.

【分析】求出抛物线与 y 轴的交点, 然后向上平移 8 个单位即可.

【解答】解：当 $x = 0$ 时, $y = -8$,

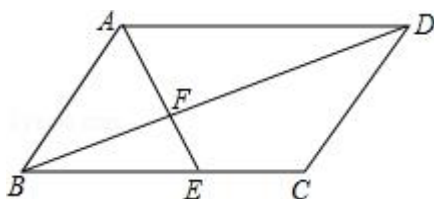
$\therefore$ 抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, -8)$,

向上平移 8 个单位为 $y = -x^2 + 2x$.

故答案为: $y = -x^2 + 2x$ (答案不唯一).

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换, 先求出与坐标轴的一个交点, 然后平移即可, 注意平移前后的抛物线形状不变, 只是位置发生变化.

15. (4 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 BC 上的黄金分割点, 且 $BE > CE$, AE 与 BD 相交于点 F . 那么 $BF:FD$ 的值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



【考点】S3：黄金分割；S4：平行线分线段成比例.

【分析】由平行四边形的性质可证 $\triangle BEF \sim \triangle DAF$ ，再根据相似三角形的性质得 $BE:DA = BF:DF$ ，再根据点 E 是边 BC 上的黄金分割点，得出 $BE:BC$ 的值，即可求出结果.

【解答】解： $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore BC \parallel AD, BC = AD$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle DAF$$

$$\therefore BE:DA = BF:DF$$

$$\because BC = AD$$

$$\therefore BF:DF = BE:BC,$$

$\because$ 点 E 是边 BC 上的黄金分割点，

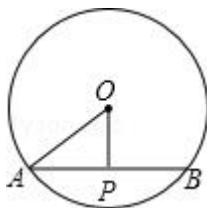
$$\therefore BE:BC = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore BF:FD = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

【点评】本题主要考查了黄金分割；解题的关键是根据平行四边形的性质及相似三角形的判定定理列出比例式.

16. (4分) 如图， $\odot O$ 的直径为 26cm ，弦 AB 长为 24cm ，则点 O 到 AB 的距离 OP 为 5 cm .



【考点】KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【分析】根据垂径定理和勾股定理解答.

【解答】解： $\because AB \perp OP$ ， OP 过圆心

$$\therefore AP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 24 = 12\text{cm}$$

$\because$ 直径 26cm

$$\therefore OA = \frac{1}{2} \times 26 = 13\text{cm}$$

$$\text{根据勾股定理 } OP = \sqrt{OA^2 - AP^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\text{cm}$$

则点 O 到 AB 的距离 OP 为 5cm .

【点评】 本题考查了勾股定理和垂径定理，同时此题还可根据相交弦定理解答.

17. (4分) 已知 $\triangle ABC$, $AB=8$, $AC=6$, 点 D 在边 AC 上, $AD=2$. 若要在 AB

上找一点 E , 使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 则 $AE = \frac{3}{2}$.

【考点】 S8: 相似三角形的判定.

【专题】 26: 开放型.

【分析】 根据相似三角形对应边成比例解答即可.

【解答】 解: $\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \frac{AE}{6} = \frac{2}{8},$$

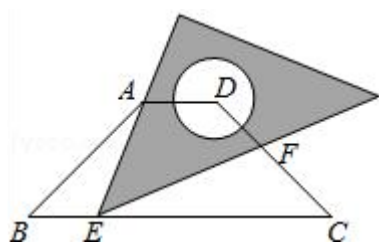
$$\therefore AE = \frac{3}{2}.$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质, 在解答此类题目时要找出对应的角和边.

18. (4分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 4AD = 4\sqrt{2}$, $\angle B = 45^\circ$. 直

角三角板含 45° 角的顶点 E 在边 BC 上移动, 一直角边始终经过点 A , 斜边与 CD 交于点 F . 若 $\triangle ABE$ 为等腰三角形, 则 CF 的长等于 $2, 4\sqrt{2}-3, \frac{5}{2}$.



【考点】 LJ: 等腰梯形的性质.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 首先理解题意, 得出此题应该分三种情况进行分析, 分别是 $AB=AE$,

$AB=BE$, $AE=BE$, 从而得到最后答案.

【解答】 解: 作 $AM \perp BC$, $DN \perp BC$,

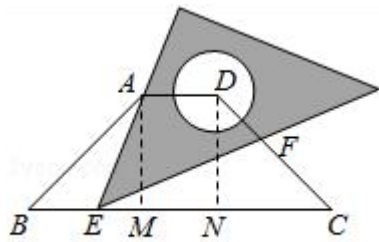


图1

根据已知条件可得, $BM = (BC - AD) \div 2$,

在直角三角形 ABM 中, $\cos B = \frac{BM}{AB}$,

则 $AB = (BC - AD) \div 2 \div \cos B = 3$,

①当 $AB = AE'$ 时, 如图,

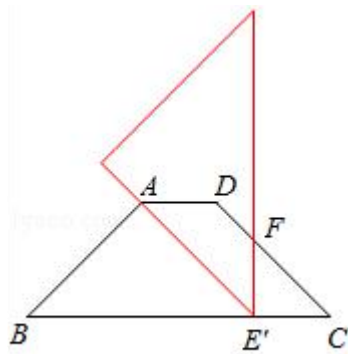


图2

$\angle B = 45^\circ$, $\angle AE'B = 45^\circ$,

$\therefore AE' = AB = 3$,

则在 $\text{Rt}\triangle ABE'$ 中, $BE' = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$,

故 $E'C = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

易得 $\triangle FE'C$ 为等腰直角三角形,

故 $CF = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$.

②当 $AB = BE''$ 时,

19. (10分) 计算: $\cos 45^\circ - \tan 60^\circ + \sqrt{2}(\sin 45^\circ - \cos 30^\circ)$

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题.

【分析】将 $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 代入运算, 继而可得出答案.

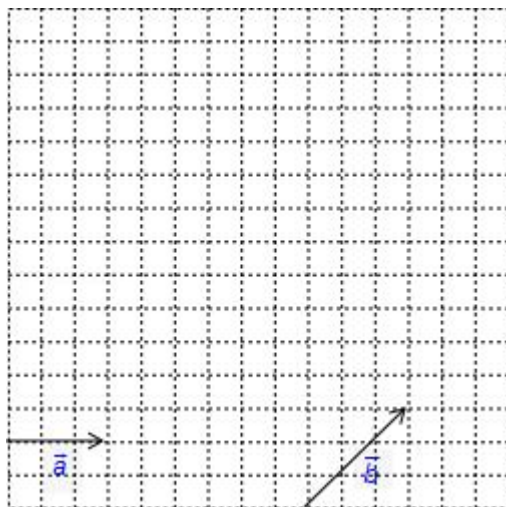
【解答】解: 原式 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2})$
 $= \frac{\sqrt{6}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} = 1.$

【点评】此题考查了特殊角的三角函数值, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握一些特殊角的三角函数值, 是需要我们熟练记忆的内容, 难度一般.

20. (10分) 如图, 已知正方形网格中的向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 先化简, 再求作:

$$(4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}) - \frac{1}{2}(4\vec{a} + 5\vec{b})$$

(不要求写作法, 但要指出图中表示结论的向量.)



【考点】LM: *平面向量.

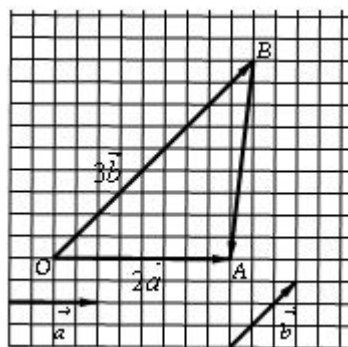
【专题】13: 作图题.

【分析】根据平面向量的概念及运算法则求解即可.

【解答】解: 原式 $= 4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - 2\vec{a} - \frac{5}{2}\vec{b}$
 $= 2\vec{a} - 3\vec{b}$ (4分)

所求作的向量如下图所示,

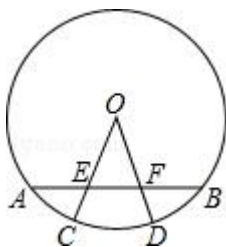
$\overrightarrow{BA}$ 就是所求作的向量. (2分)



【点评】 本题考查平面向量的知识, 解题关键是熟练掌握平面向量这一概念及其运算法则, 难度一般.

21. (10分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 OC 、 OD 与 AB 分别交于点 E 、 F , 且 $AE = BF$.

求证: $\widehat{AC} = \widehat{BD}$.



【考点】 M2: 垂径定理; M4: 圆心角、弧、弦的关系.

【分析】 取 AB 中点 G , 连接 OG 并延长与 $\odot O$ 交于 H . 利用圆心角、弧、弦间的关系可以推知 $\widehat{AH} = \widehat{BH}$; 然后根据 $AE = BF$ 以及垂径定理可知 $EG = GF$, $\widehat{CH} = \widehat{HD}$; 最后根据图形易证得结论.

【解答】 证明: 取 AB 中点 G , 连接 OG 并延长与 $\odot O$ 交于 H .

$\because O$ 是圆心, 且 G 是弦 AB 的中点,

$$\therefore \widehat{AH} = \widehat{BH};$$

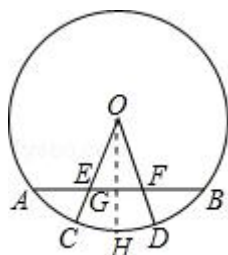
$$\because AG = BG \text{ 且 } AE = BF,$$

$$\therefore EG = GF;$$

又 $\because OG$ 过圆心,

$$\therefore \widehat{CH} = \widehat{HD},$$

$$\therefore \widehat{AH} - \widehat{CH} = \widehat{BH} - \widehat{HD}, \text{ 即 } \widehat{AC} = \widehat{BD}.$$

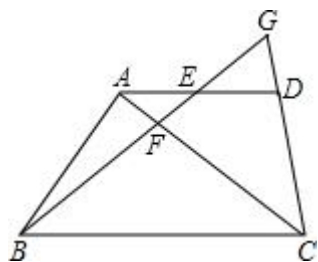


【点评】 本题考查了垂径定理，圆心角弧、弦间的关系．解答本题时，通过作辅助线 OH 构建等弧 ($\widehat{CH} = \widehat{HD}$, $\widehat{AH} = \widehat{BH}$) 来证明结论的．

22. (10 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 是边 AD 的中点，连接 BE 交 AC 于 F ， BE 的延长线交 CD 的延长线于 G ．

(1) 求证: $\frac{EG}{GB} = \frac{AE}{BC}$;

(2) 若 $GE = 2$, $BF = 3$, 求线段 EF 的长．



【考点】 A7: 解一元二次方程 - 公式法; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 152: 几何综合题.

【分析】 (1) 由于 $AD \parallel BC$ ，易证得 $\triangle GED \sim \triangle GBC$ ；得 $GE: GB = DE: BC$ ；已知 $AE = DE$ ，代换相等线段后即可得出本题要证的结论．

(2) 按照 (1) 的方法，可由 $AE \parallel BC$ ，得出 $AE: BC = EF: FB$ ，再联立 (1) 得出的比例关系式，可列出关于 EF 的方程，即可求得 EF 的长．

【解答】 证明: (1) $\because AD \parallel BC$

$$\therefore \angle GED = \angle GBC$$

$$\because \angle G = \angle G$$

$$\therefore \triangle GED \sim \triangle GBC$$

$$\therefore \frac{GE}{GB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\because AE = DE$$

$$\therefore \frac{EG}{GB} = \frac{AE}{BC}; (3 \text{ 分})$$

$$(2) \because AD \parallel BC$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CBF (4 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{EF}{BF} (5 \text{ 分})$$

$$\text{由 (1) 问 } \frac{EG}{GB} = \frac{AE}{BC}$$

$$\therefore \frac{EG}{GB} = \frac{EF}{BF} (6 \text{ 分})$$

$$\text{设 } EF = x, \because GE = 2, BF = 3$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{2}{5+x} (7 \text{ 分})$$

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = -6 (\text{不合题意, 舍去})$$

$$\therefore EF = 1. (9 \text{ 分})$$

【点评】此题主要考查了梯形的性质，以及相似三角形的判定和性质和解一元二次方程.

23. (12 分) 在建筑楼梯时，设计者要考虑楼梯的安全程度，如图 1，虚线为楼梯的斜度线，斜度线与地板的夹角为倾角 θ ，一般情况下，倾角 θ 愈小，楼梯的安全程度愈高. 如图 2，设计者为提高楼梯的安全程度，要把楼梯的倾角由 θ_1 减至 θ_2 ，这样楼梯占用地板的长度由 d_1 增加到 d_2 ，已知 $d_1 = 4m$ ， $\angle \theta_1 = 40^\circ$ ， $\angle \theta_2 = 36^\circ$ ，求楼梯占用地板的长度增加了多少？（精确到 $0.01m$ ）

参考数据： $\sin 36^\circ = 0.5878$ ， $\cos 36^\circ = 0.8090$ ， $\tan 36^\circ = 0.7265$ ， $\sin 40^\circ = 0.6428$ ， $\cos 40^\circ = 0.7660$ ， $\tan 40^\circ = 0.8391$.

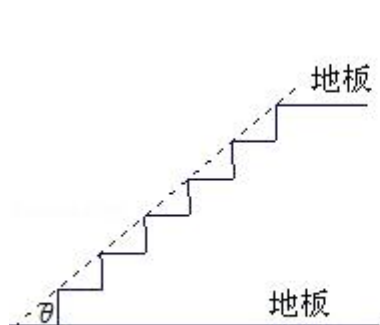


图1

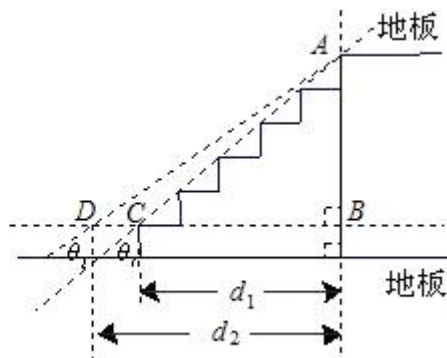


图2

【考点】T8：解直角三角形的应用.

【分析】由题意得：增加部分是 CD 长，分别在 $Rt\triangle ABC$ ， $Rt\triangle ABD$ 中利用三

角函数的定义即可求出 BC , BD 长, 然后利用已知条件即可求出 CD 长.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = d_1 = 4\text{m}$, $\angle ACB = \angle \theta_1 = 40^\circ$,

$$\therefore AB = BC \times \tan 40^\circ = 4 \tan 40^\circ \approx 3.356\text{m},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $BD = d_2$, $\angle ADB = \theta_2 = 36^\circ$,

$$\therefore BD = AB \div \tan 36^\circ \approx 4.62\text{m}$$

$$\therefore CD = d_2 - d_1 = BD - CB = 4.62 - 4 \approx 0.62\text{m}.$$

$\therefore$ 楼梯占用地板的长度增加了 0.62m .

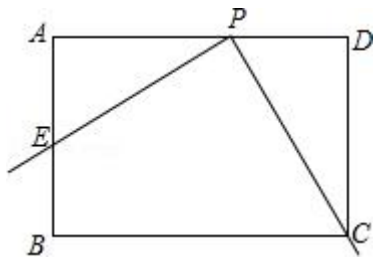
【点评】 当两个直角三角形共用一条线段时, 应先利用三角函数算出这条线段的长度. 此题还要注意最后计算结果要求保留 2 位小数, 那么在计算过程中最好保留 3 位小数.

24. (12 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, 点 P 是射线 DA 上的一个动点, 将三角板的直角顶点重合于点 P , 三角板两直角边中的一边始终经过点 C , 另一直角边交射线 BA 于点 E .

(1) 判断 $\triangle EAP$ 与 $\triangle PDC$ 一定相似吗? 请证明你的结论;

(2) 设 $PD = x$, $AE = y$, 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出它的定义域;

(3) 是否存在这样的点 P , 使 $\triangle EAP$ 周长等于 $\triangle PDC$ 周长的 2 倍? 若存在, 请求出 PD 的长; 若不存在, 请简要说明理由.



【考点】 LB: 矩形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 2C: 存在型.

【分析】 (1) 根据当 P 在 AD 边上时以及当 P 在 AD 边上时, 分别得出三角形相似;

(2) 根据若点 P 在边 AD 上或点 P 在边 DA 延长线上时, 利用相似三角形的性质得出 y 与 x 的关系式;

(3) 假如存在这样的点 P , 使 $\triangle EAP$ 周长等于 $\triangle PDC$ 的 2 倍, 若点 P 在边 AD 上, 若点 P 在边 DA 延长线上分别得出即可.

【解答】解：（1） $\triangle EAP \sim \triangle PDC$ ，

①当 P 在 AD 边上时 如图（1），

$\because$ 矩形 $ABCD \angle D = \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，

据题意 $\angle CPE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ ，

$\therefore \triangle EAP \sim \triangle PDC$ ，

②当 P 在 AD 延长线上时 如图（2）

同理可得 $\triangle EAP \sim \triangle PDC$ ；

（2）若点 P 在边 AD 上，

据题意： $PD = x$ ， $PA = 6 - x$ ， $DC = 4$ ， $AE = y$ ，

又 $\because \triangle EAP \sim \triangle PDC$ ，

$$\therefore \frac{AE}{PD} = \frac{PA}{DC}，$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{6-x}{4}，$$

$$\therefore y = \frac{6x-x^2}{4} = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x \quad (0 < x < 6)，$$

若点 P 在边 DA 延长线上时，据题意 $PD = x$ ， $PA = x - 6$ ， $DC = 4$ ， $AE = y$ ，

$\because \triangle EAP \sim \triangle PDC$ ，

$$\therefore \frac{AE}{PD} = \frac{PA}{DC}，$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x-6}{4}$$

$$\therefore y = \frac{x^2-6x}{4} \quad (x > 6)；$$

（3）假如存在这样的点 P ，使 $\triangle EAP$ 周长等于 $\triangle PDC$ 的 2 倍，

若点 P 在边 AD 上，

$\because \triangle EAP \sim \triangle PDC$ ，

$\therefore C_{\triangle EAP} : C_{\triangle PDC} = (6 - x) : 4$ ，

$$\therefore (6-x):4=2,$$

$\therefore x = -2$ 不合题意舍去,

若点 P 在边 DA 延长线上, 同理得 $(x-6):4=2,$

$$\therefore x = 14,$$

综上所述: 存在这样的点 P 满足题意, 此时 $PD = 14$.

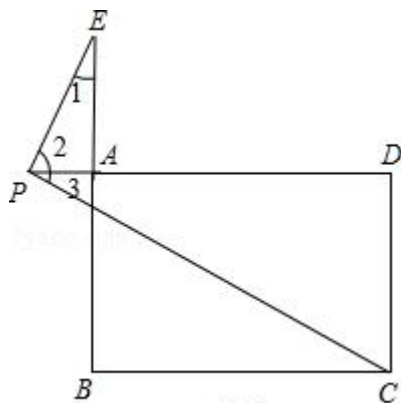


图2

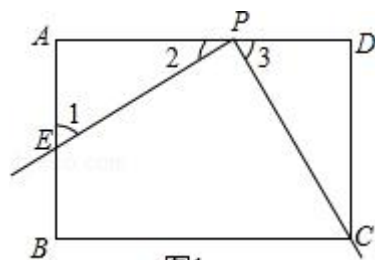


图1

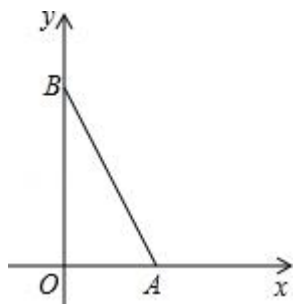
【点评】 此题主要考查了相似三角形的判定与性质, 利用分类讨论思想结合 P 点位置的不同得出答案是解题关键.

25. (14 分) 如图, 点 A 在 x 正半轴上, 点 B 在 y 正半轴上. $\tan \angle OAB = 2$. 抛物线 $y = x^2 + mx + 2$ 的顶点为 D , 且经过 A 、 B 两点.

(1) 求抛物线解析式;

(2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 A 旋转 90° 后, 点 B 落在点 C 处. 将上述抛物线沿 y 轴上下平移后过 C 点. 写出点 C 坐标及平移后的抛物线解析式;

(3) 设 (2) 中平移后抛物线交 y 轴于 B_1 , 顶点为 D_1 . 点 P 在平移后的图象上, 且 $S_{\triangle PBB_1} = 2S_{\triangle PDD_1}$, 求点 P 坐标.



【考点】 H3: 二次函数的性质; H6: 二次函数图象与几何变换; H8: 待定系数法求二次函数解析式; HF: 二次函数综合题; K3: 三角形的面积; R2: 旋转的性质.

【分析】 (1) 二次函数 $y = x^2 + mx + 2$ 的图象经过点 B , 可得 B 点坐标为 $(0, 2)$, 再根据 $\tan \angle OAB = 2$ 求出 A 点坐标, 将 A 代入解析式即可求得函数解析式;

(2) 根据旋转不变性分顺时针旋转与逆时针旋转两种情况可求得 C 点坐标, 由于沿 y 轴运动, 故图象开口大小、对称轴均不变, 设出解析式, 代入 C 点作标即可求解;

(3) 由于 P 点位置不固定, 由图可知要分①当点 P 在对称轴的右侧时, ②当点 P 在对称轴的左侧, 同时在 y 轴的右侧时, ③当点 P 在 y 轴的左侧时, 三种情况讨论.

【解答】 解: (1) 由题意, 点 B 的坐标为 $(0, 2)$,

$$\therefore OB = 2,$$

$$\because \tan \angle OAB = 2, \text{ 即 } \frac{OB}{OA} = 2.$$

$$\therefore OA = 1.$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (1, 0),$$

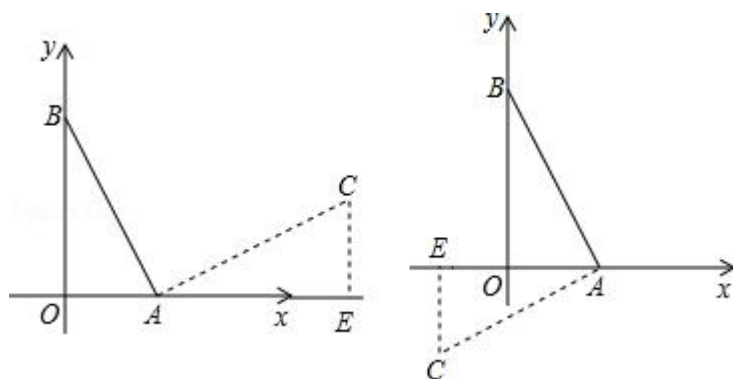
又 $\because$ 二次函数 $y = x^2 + mx + 2$ 的图象过点 A ,

$$\therefore 0 = 1^2 + m + 2.$$

$$\text{解得 } m = -3,$$

$$\therefore \text{所求二次函数的解析式为 } y = x^2 - 3x + 2;$$

(2) 如图, 作 $CE \perp x$ 轴于 E ,



由于 $\angle BAC = 90^\circ$ ，可知 $\angle CAE = \angle OBA$ ， $\triangle CAE \cong \triangle OBA$ ，
可得 $CE = OA = 1$ ， $AE = OB = 2$ ，

①顺时针旋转 90° ，则点 C 的坐标为 $(3, 1)$ ，

由于沿 y 轴运动，故图象开口大小、对称轴均不变，

设出解析式为 $y = x^2 - 3x + c$ ，代入 C 点坐标得 $1 = 9 - 9 + c$ ，

解得 $c = 1$ ，

所求二次函数解析式为 $y = x^2 - 3x + 1$ ，

②逆时针旋转 90° ，则点 C 的坐标为 $(-1, -1)$ ，

由于沿 y 轴运动，故图象开口大小、对称轴均不变，

设出解析式为 $y = x^2 - 3x + c$ ，代入 C 点坐标得 $1 + 3 + c = -1$ ，

解得 $c = -5$ ，

所求二次函数解析式为 $y = x^2 - 3x - 5$ ；

(3) 由 (2)，经过平移后所得图象是原二次函数图象向下平移 1 个单位后所得的图象，

那么对称轴直线 $x = \frac{3}{2}$ 不变，且 $BB_1 = DD_1 = 1$ ，

$\because$ 点 P 在平移后所得二次函数图象上，

设点 P 的坐标为 $(x, x^2 - 3x + 1)$ 。

在 $\triangle PBB_1$ 和 $\triangle PDD_1$ 中，

$$\because S_{\triangle PBB_1} = 2S_{\triangle PDD_1},$$

$\therefore$ 边 BB_1 上的高是边 DD_1 上的高的 2 倍。

①当点 P 在对称轴的右侧时， $x = 2(x - \frac{3}{2})$ ，得 $x = 3$ ，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(3, 1)$ ；

②当点 P 在对称轴的左侧，同时在 y 轴的右侧时， $x = 2(\frac{3}{2} - x)$ ，得 $x = 1$ ，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(1, -1)$ ；

③当点 P 在 y 轴的左侧时， $x < 0$ ，又 $-x = 2(\frac{3}{2} - x)$ ，

得 $x = 3 > 0$ （舍去），

$\therefore$ 所求点 P 的坐标为 $(3, 1)$ 或 $(1, -1)$ ；

设点 P 的坐标为 $(x, x^2 - 3x - 5)$ ，同理可得 P 的坐标为 $(3, -5)$ ； $(1, -7)$ ，

综上可知： P 的坐标为： $(3, 1)$ ； $(3, -5)$ ； $(1, -1)$ ； $(1, -7)$ 。

【点评】 此题是一道中考压轴题，将解直角三角形、图形的旋转和平移以及点的存在性的探索等问题结合起来，考查了综合应用各种知识解题的能力，思维跳跃较大，有一定难度。