

2012 年上海市虹口区中考数学一模试卷

一、选择题（共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列二次函数解析式中，其图象与 y 轴的交点在 x 轴下方的是 ()

- A. $y = x^2 + 3$ B. $y = x^2 - 3$ C. $y = -x^2 + 3$ D. $y = x^2$

2. (4 分) 关于二次函数 $y = -2x^2 + 1$ 的图象，下列说法中，正确的是 ()

- A. 开口向上 B. 对称轴是直线 $x = 1$
C. 有最高点 $(0, 1)$ D. 是中心对称图形

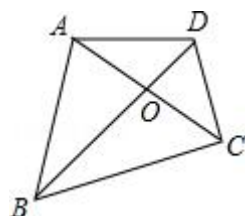
3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 5$ ， $BC = 12$ ，那么 $\sin A$ 的值是 ()

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

4. (4 分) 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为非零向量，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则在下列结论中，一定正确的是 ()

- A. $\vec{a} = m\vec{b} (m \neq 0)$ B. $\vec{a} = \pm \vec{b}$ C. $\vec{a} = \vec{b}$ D. $\vec{a} = -\vec{b}$

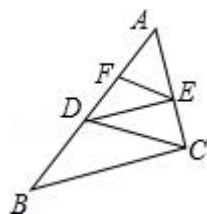
5. (4 分) 如图，分别以下列选项作为一个已知条件，其中不一定能得到 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 相似的是 ()



- A. $\angle BAC = \angle BDC$ B. $\angle ABD = \angle ACD$ C. $\frac{AO}{CO} = \frac{DO}{BO}$

D. $\frac{AO}{OB} = \frac{OD}{CO}$

6. (4 分) 如图，已知 $EF \parallel CD$ ， $DE \parallel BC$ ，下列结论中不一定正确的是 ()



- A. $\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AB}$ B. $\frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AC}$ C. $\frac{DE}{BC} = \frac{EF}{CD}$ D. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

二、填空题（共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4分) 实数2与0.5的比例中项是_____.

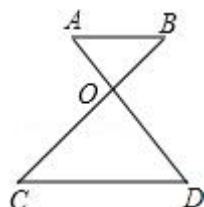
8. (4分) 抛物线 $y = 2(x+1)^2 + 3$ 的顶点坐标为_____.

9. (4分) 将抛物线 $y = -3x^2$ 向上平移一个单位再向右平移三个单位后, 得到的抛物线解析式是_____.

10. (4分) 已知向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足关系式 $3(\vec{a} - \vec{x}) - 2\vec{b} = \vec{0}$, 那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{x} =$ _____.

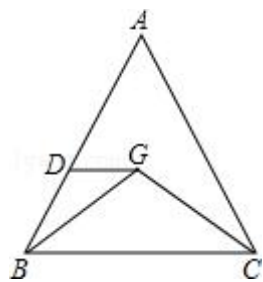
11. (4分) 已知: $2\sin(\alpha + 15^\circ) = \sqrt{3}$, 则锐角 $\alpha =$ _____.

12. (4分) 如图, 若 $AD = 3AO$, 则当 $CO:BO$ 的值为_____时, 有 $AB \parallel CD$ 成立.

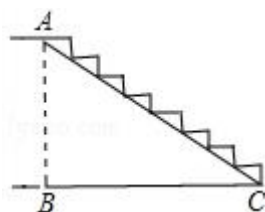


13. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 的三边分别是4, 5, 6, 则与它相似 $\triangle A'B'C'$ 的最长边为12, 则 $\triangle A'B'C'$ 的周长是_____.

14. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 3$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 如果 $DG \parallel BC$, 那么 $DG =$ _____.



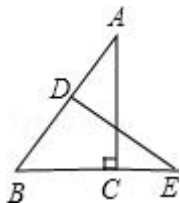
15. (4分) 如图, 某商场开业, 要为一段楼梯铺上红地毯, 已知楼梯高 $AB = 6m$, 坡面 AC 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$, 则至少需要红地毯_____m.



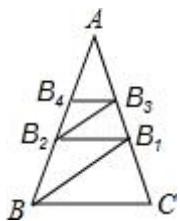
16. (4分) 点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(2, y_2)$ 、 $C(4, y_3)$ 是抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 上的三点, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小是_____

(用“<”连接).

17. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 4$, AB 的垂直平分线 DE 交 BC 的延长线于点 E , 则 CE 的长为_____.



18. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = m$, $\angle ABC = 72^\circ$, BB_1 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 B_1 , 过 B_1 做 $B_1B_2 \parallel BC$ 交 AB 于 B_2 , 作 B_2B_3 平分 $\angle AB_2B_1$ 交 AC 于 B_3 , 过 B_3 作 $B_3B_4 \parallel BC$ 交 AB 于 B_4 , 则线段 B_3B_4 的长度为_____ (用含有 m 的代数式表示)

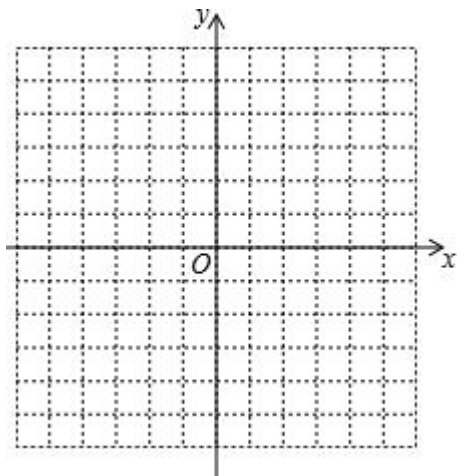


三、解答题

19. (10分) 计算: $\frac{\cos^2 45^\circ}{\tan 30^\circ \cdot \cos 60^\circ} + \tan 60^\circ$.

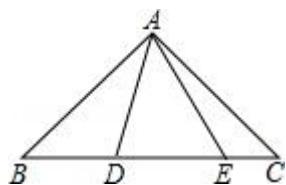
20. (10分) 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$.

- (1) 用配方法求出该函数图象的顶点坐标和对称轴;
- (2) 在平面直角坐标系中画出该函数的大致图象.



21. (10分) 已知: 如图, $AB = AC$, $\angle DAE = \angle B$.

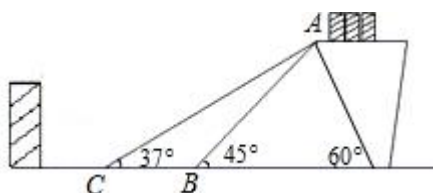
求证: $\triangle ABE \sim \triangle DCA$.



22. (10分) 如图是某货站传送货物的平面示意图, AD 与地面的夹角为 60° . 为了提高传送过程的安全性, 工人师傅欲减小传送带与地面的夹角, 使其由 45° 成为 37° , 因此传送带的落地点 B 到点 C 向前移动了 2 米.

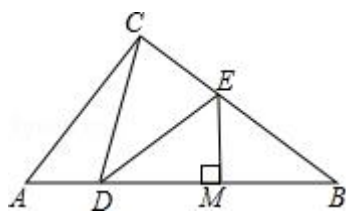
- (1) 求点 A 与地面的高度;
- (2) 如果需要在货物着地点 C 的左侧留出 2 米, 那么请判断距离 D 点 14 米的货物 II 是否需要搬走, 并说明理由.

(参考数据: $\sin 37^\circ$ 取 0.6, $\cos 37^\circ$ 取 0.8, $\tan 37^\circ$ 取 0.75, $\sqrt{3}$ 取 1.73)



23. (12分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在边 AB 上, DE 平分 $\angle CDB$ 交边 BC 于 E , EM 是线段 BD 的垂直平分线.

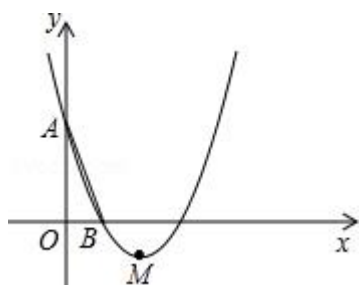
- (1) 求证: $\frac{CD}{BC} = \frac{BE}{BD}$;
- (2) 若 $AB = 10$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 求 CD 的长.



24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(0, 3)$, $B(1, 0)$ 两点, 顶点为 M .

- (1) 求 b 、 c 的值;
- (2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 后, 点 A 落到点 C 的位置, 该抛物线沿 y 轴上下平移后经过点 C , 求平移后所得抛物线的表达式;
- (3) 设 (2) 中平移后所得的抛物线与 y 轴的交点为 A_1 , 顶点为 M_1 , 若点 P 在平移后的抛物线上, 且满足 $\triangle PMM_1$ 的面积是 $\triangle PAA_1$ 面积的 3 倍, 求点 P 的

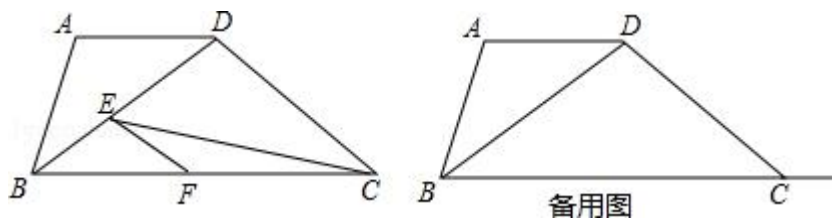
坐标.



25. (14分) 如图, 已知梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB = AD = 5$, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$, E

为射线 BD 上一动点, 过点 E 作 $EF \parallel DC$ 交射线 BC 于点 F , 连接 EC , 设 BE

$$= x, \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle BDC}} = y.$$



(1) 求 BD 的长;

(2) 当点 E 在线段 BD 上时, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 连接 DF , 若 $\triangle BDF$ 与 $\triangle BDA$ 相似, 试求 BF 的长.

2012 年上海市虹口区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列二次函数解析式中，其图象与 y 轴的交点在 x 轴下方的是（ ）

- A. $y = x^2 + 3$ B. $y = x^2 - 3$ C. $y = -x^2 + 3$ D. $y = x^2$

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11：计算题.

【分析】令 $x = 0$ ，分别计算四个函数所对应的函数值，即得到它们与 y 轴的交点坐标，然后进行判断.

【解答】解：A、令 $x = 0$ ，得 $y = 3$ ，则抛物线 $y = x^2 + 3$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$ ，所以 A 选项错误；

B、令 $x = 0$ ，得 $y = -3$ ，则抛物线 $y = x^2 - 3$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, -3)$ ，所以 B 选项正确；

C、令 $x = 0$ ，得 $y = 3$ ，则抛物线 $y = -x^2 + 3$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$ ，所以 C 选项错误；

D、令 $x = 0$ ，得 $y = 0$ ，则抛物线 $y = x^2$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 0)$ ，所以 D 选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象上的点的坐标满足其解析式.

2.（4 分）关于二次函数 $y = -2x^2 + 1$ 的图象，下列说法中，正确的是（ ）

- A. 开口向上 B. 对称轴是直线 $x = 1$
C. 有最高点 $(0, 1)$ D. 是中心对称图形

【考点】H3：二次函数的性质.

【分析】由二次函数 $y = -2x^2 + 1$ ，可得其对称轴、顶点坐标；由二次项系数，可知图象开口向下；对每个选项分析、判断即可；

【解答】解：A、由二次函数 $y = -2x^2 + 1$ 得， $a = -1 < 0$ ，开口向下；故本项错误；

B、由二次函数 $y = -2x^2 + 1$ 得，对称轴是 $x = 0$ ；故本项错误；

C、开口向下有最高点，顶点坐标为 $(0, 1)$ ；故本项正确；

D、二次函数的图象是轴对称图形但不是中心对称图形；故本项错误；

故选：C.

【点评】 本题主要考查了二次函数的性质及几何变换，应熟练掌握二次函数的性质：顶点、对称轴的求法及图象的特点.

3. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 5$ ， $BC = 12$ ，那么 $\sin A$ 的值是 ()

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

【考点】 KQ: 勾股定理; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先由勾股定理求出 AB ，再利用锐角三角函数的定义求解.

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\because AC = 5, BC = 12,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13.$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}.$$

故选：D.

【点评】 本题考查勾股定理及锐角三角函数的概念：在直角三角形中，正弦等于对边比斜边；余弦等于邻边比斜边；正切等于对边比邻边.

4. (4分) 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为非零向量，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则在下列结论中，一定正确的是 ()

- A. $\vec{a} = m\vec{b} (m \neq 0)$ B. $\vec{a} = \pm \vec{b}$ C. $\vec{a} = \vec{b}$ D. $\vec{a} = -\vec{b}$

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 由 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为非零向量，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，即可得 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同，但大小不一定相等，继而可求得答案，注意排除法在解选择题中的应用.

【解答】 解： $\because \vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为非零向量，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，

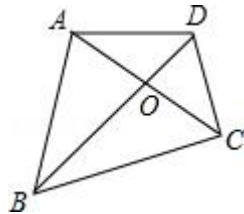
$\therefore \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同，但大小不一定相等，

$$\therefore \vec{a} = m\vec{b} (m \neq 0).$$

故选：A.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大, 注意理解平行向量的定义是解此题的关键.

5. (4分) 如图, 分别以下列选项作为一个已知条件, 其中不一定能得到 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 相似的是 ()



A. $\angle BAC = \angle BDC$

B. $\angle ABD = \angle ACD$ C. $\frac{AO}{CO} = \frac{DO}{BO}$

D. $\frac{AO}{OB} = \frac{OD}{CO}$

【考点】S8: 相似三角形的判定.

【分析】相似三角形的判定有三种方法, ①三边法: 三组对应边的比相等的两个三角形相似; ②两边及其夹角法: 两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似; ③两角法: 有两组角对应相等的两个三角形相似, 结合选项所给条件进行判断即可.

【解答】解: A、若 $\angle BAC = \angle BDC$, 结合 $\angle AOB = \angle COD$, 可得 $\triangle AOB \sim \triangle COD$, 故本选项错误;

B、若 $\angle ABD = \angle ACD$, 结合 $\angle AOB = \angle COD$, 可得 $\triangle AOB \sim \triangle COD$, 故本选项错误;

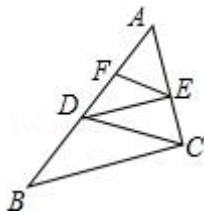
C、若 $\frac{AO}{CO} = \frac{DO}{BO}$, 因为只知道 $\angle AOB = \angle COD$, 不符合两边及其夹角的判定, 不一定能得到 $\triangle AOB \sim \triangle COD$, 故本选项正确.

D、若 $\frac{AO}{OB} = \frac{OD}{CO}$, 结合 $\angle AOB = \angle COD$, 根据两边及其夹角的方法可得 $\triangle AOB \sim \triangle COD$, 故本选项错误;

故选: C.

【点评】本题考查了相似三角形的判定, 解答本题的关键是熟练掌握相似三角形判定的三种方法.

6. (4分) 如图, 已知 $EF \parallel CD$, $DE \parallel BC$, 下列结论中不一定正确的是 ()



A. $\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AB}$

B. $\frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AC}$

C. $\frac{DE}{BC} = \frac{EF}{CD}$

D. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】“平行线分线段成比例”、等量代换对以下选项进行一一分析.

【解答】解：A、 $\because EF \parallel CD$,

$$\therefore \frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AC};$$

又 $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AB};$$

故本选项正确;

B、当 $AE \neq AF$ 时, $\frac{AE}{AD} \neq \frac{AF}{AC}$; 故本选项错误;

C、 $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC};$$

又 $\because EF \parallel CD$,

$$\therefore \frac{EF}{CD} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{EF}{CD};$$

故本选项正确;

D、由 A 选项知: $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$, 则 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$;

故本选项正确;

故选: B.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例. 解题时, 利用了平行线分线段成比例定理以及比例的性质进行变形.

二、填空题 (共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 实数 2 与 0.5 的比例中项是 ± 1 .

【考点】S2：比例线段.

【分析】首先设实数 2 与 0.5 的比例中项是 x ，由比例中项的定义，即可得 $x^2 = 2 \times 0.5 = 1$ ，继而求得答案.

【解答】解：设实数 2 与 0.5 的比例中项是 x ，
则 $x^2 = 2 \times 0.5 = 1$ ，
 $\therefore x = \pm 1$.

故答案为： ± 1 .

【点评】此题考查了比例中项的定义. 此题难度不大，注意解题需细心.

8. (4 分) 抛物线 $y = 2(x+1)^2 + 3$ 的顶点坐标为 $(-1, 3)$.

【考点】H3：二次函数的性质.

【分析】抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ ，顶点坐标是 (h, k) ，直接根据抛物线 $y = 2(x+1)^2 + 3$ 写出顶点坐标则可.

【解答】解：顶点坐标是 $(-1, 3)$.

【点评】本题考查由抛物线的顶点坐标式写出抛物线顶点的坐标，比较容易.

9. (4 分) 将抛物线 $y = -3x^2$ 向上平移一个单位再向右平移三个单位后，得到的抛物线解析式是 $y = -3(x-3)^2 + 1$.

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】11：计算题.

【分析】原抛物线顶点坐标为 $(0, 0)$ ，向上平移一个单位再向右平移三个单位后，顶点坐标为 $(3, 1)$ ，根据顶点式可求抛物线解析式.

【解答】解： $\because$ 抛物线 $y = -3x^2$ 顶点坐标为 $(0, 0)$ ，
 $\therefore$ 抛物线向上平移一个单位再向右平移三个单位后，顶点坐标为 $(3, 1)$ ，
 $\therefore$ 平移后抛物线解析式为： $y = -3(x-3)^2 + 1$.
故本题答案为： $y = -3(x-3)^2 + 1$.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换. 关键是将抛物线的平移问题转化为顶点的平移，用顶点式表示抛物线解析式.

10. (4 分) 已知向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足关系式 $3(\vec{a} - \vec{x}) - 2\vec{b} = \vec{0}$ ，那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{x} = \underline{\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}}$.

【考点】LM：*平面向量.

【分析】利用一元一次方程的求解方法：先去括号，再移项合并同类项，系数化

1，即可求得向量 $\vec{x}$ ．

【解答】解： $\because 3(\vec{a} - \vec{x}) - 2\vec{b} = \vec{0}$,

$$\therefore 3\vec{a} - 3\vec{x} - 2\vec{b} = \vec{0},$$

$$\therefore -3\vec{x} = 2\vec{b} - 3\vec{a},$$

$$\text{解得：}\vec{x} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}.$$

故答案为： $\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ ．

【点评】此题考查了平面向量的知识．此题难度不大，注意利用一元一次方程的求解方法求解是解此题的关键．

11. (4分) 已知： $2\sin(\alpha + 15^\circ) = \sqrt{3}$ ，则锐角 $\alpha = \underline{45^\circ}$ ．

【考点】T5：特殊角的三角函数值．

【分析】先将已知等式变形，得 $\sin(\alpha + 15^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，再根据特殊角的三角函数值即可求出 x 的值．

【解答】解： $\because 2\sin(\alpha + 15^\circ) = \sqrt{3}$,

$$\therefore \sin(\alpha + 15^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

又 $\because \alpha$ 为锐角，

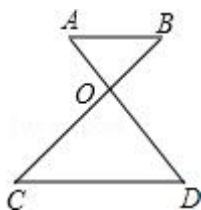
$$\therefore \alpha + 15^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 45^\circ.$$

故答案为： 45° ．

【点评】本题主要考查特殊角的三角函数值，考查计算能力，是基础题，比较简单．

12. (4分) 如图，若 $AD = 3AO$ ，则当 $CO:BO$ 的值为 $\underline{2}$ 时，有 $AB \parallel CD$ 成立．



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】先由 $AD = 3AO$ ，得出 $DO:AO = 2$ ，则当 $CO:BO$ 的值为 2 时，根据两边对应成比例且夹角相等的两三角形相似证明 $\triangle COD \sim \triangle BOA$ ，由相似三角形对应边成比例得出 $\angle C = \angle B$ ，然后根据内错角相等，两直线平行得出 $AB \parallel CD$.

【解答】解：如图，当 $CO:BO$ 的值为 2 时，有 $AB \parallel CD$ 成立. 理由如下：

$$\because AD = 3AO, AD = AO + DO,$$

$$\therefore DO = 2AO, \text{ 即 } DO:AO = 2.$$

在 $\triangle COD$ 与 $\triangle BOA$ 中，

$$\because DO:AO = CO:BO = 2, \angle COD = \angle BOA,$$

$$\therefore \triangle COD \sim \triangle BOA,$$

$$\therefore \angle C = \angle B,$$

$$\therefore AB \parallel CD.$$

故答案为 2.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，平行线的判定，难度适中，根据条件证明 $\triangle COD \sim \triangle BOA$ ，是解题的关键.

13. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 的三边分别是 4, 5, 6, 则与它相似 $\triangle A'B'C'$ 的最长边为 12, 则 $\triangle A'B'C'$ 的周长是 30.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】由于 $\triangle A'B'C'$ 的最大边为 12, 所以边长 12 对应的边只能是 $\triangle ABC$ 中边长为 6 的边, 进而再由对应边成比例即可求解.

【解答】解： $\because \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，且其最大边为 12, 所以边长 12 对应的边只能是 $\triangle ABC$ 中边长为 6 的边，

$$\therefore \triangle A'B'C' \text{ 的另两边的长为 } 8, 10,$$

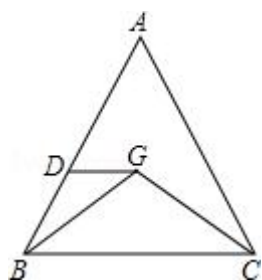
$$\text{故 } \triangle A'B'C' \text{ 的周长为 } 8+10+12 = 30.$$

故答案为 30.

【点评】本题主要考查了相似三角形的性质问题，能够熟练掌握.

14. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 3$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果 $DG \parallel BC$ ，

那么 $DG = \underline{1}$.



【考点】 K5: 三角形的重心; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 首先延长 BG 交 AC 于点 E , 取 AD 的中点 F , 连接 EF , 由点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 易得 $BG: BE = 2: 3$, EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 即可求得 EF 的长, 证得 $\triangle BDG \sim \triangle BFE$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得 DG 的长.

【解答】 解: 延长 BG 交 AC 于点 E , 取 AB 的中点 F , 连接 EF ,

$\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore AE = CE, BG: BE = 2: 3$,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC = \frac{3}{2}$,

$\because DG \parallel BC$,

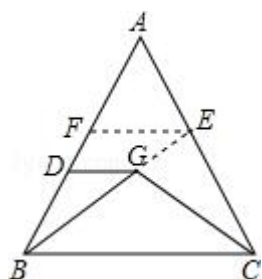
$\therefore DG \parallel EF$,

$\therefore \triangle BDG \sim \triangle BFE$,

$\therefore DG: EF = BG: BE = 2: 3$,

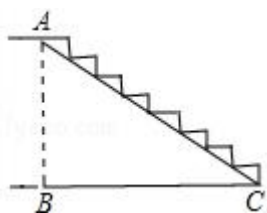
$\therefore DG = \frac{2}{3}EF = 1$.

故答案为: 1.



【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质、三角形重心的性质以及三角形中位线的性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想的应用.

15. (4分) 如图, 某商场开业, 要为一段楼梯铺上红地毯, 已知楼梯高 $AB = 6m$, 坡面 AC 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$, 则至少需要红地毯 14 m .



【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】12: 应用题.

【分析】根据坡面 AC 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$, 求出 BC 的长度, 从而利用平移的知识可得地毯的长度 $= AB + BC$, 继而得出答案.

【解答】解: $\because AB = 6m$, 坡面 AC 的坡度 $i = 1: \frac{4}{3}$,

$$\therefore BC = 6 \times \frac{4}{3} = 8m,$$

故可得地毯的长度 $= AB + BC = 6 + 8 = 14m$.

故答案为: 14.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用, 利用坡度求出 BC 的长度是解答本题的关键, 另外要掌握平移的运用.

16. (4分) 点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(2, y_2)$ 、 $C(4, y_3)$ 是抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 上的三点, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小是 $y_3 < y_1 < y_2$ (用 “ $<$ ” 连接).

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11: 计算题.

【分析】将点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(2, y_2)$ 、 $C(4, y_3)$ 代入抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$, 即可求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值, 进而比较其大小.

【解答】解: 将点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(2, y_2)$ 、 $C(4, y_3)$ 分别代入抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 得,

$$y_1 = -(-1)^2 + 2 \times (-1) + 3 = -1 - 2 + 3 = 0,$$

$$y_2 = -2^2 + 2 \times 2 + 3 = -4 + 4 + 3 = 3,$$

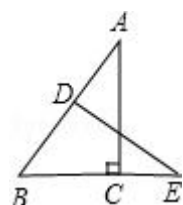
$$y_3 = -4^2 + 2 \times 4 + 3 = -16 + 8 + 3 = -5,$$

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2,$$

故答案为 $y_3 < y_1 < y_2$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，要明确，二次函数图象上的点符合函数解析式.

17. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AC = 4$ ， AB 的垂直平分线 DE 交 BC 的延长线于点 E ，则 CE 的长为 $\frac{7}{6}$.



【考点】KG：线段垂直平分线的性质.

【专题】2B：探究型.

【分析】设 $CE = x$ ，连接 AE ，由线段垂直平分线的性质可知 $AE = BE = BC + CE$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中，利用勾股定理即可求出 CE 的长度.

【解答】解：设 $CE = x$ ，连接 AE ，

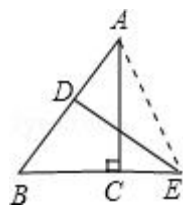
$\because DE$ 是线段 AB 的垂直平分线，

$\therefore AE = BE = BC + CE = 3 + x$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中， $AE^2 = AC^2 + CE^2$ ，即 $(3+x)^2 = 4^2 + x^2$ ，

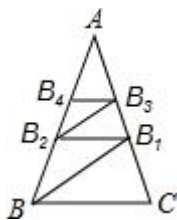
解得 $x = \frac{7}{6}$.

故答案为： $\frac{7}{6}$.



【点评】本题考查的是线段垂直平分线的性质，即线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等.

18. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = m$ ， $\angle ABC = 72^\circ$ ， BB_1 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 B_1 ，过 B_1 做 $B_1B_2 \parallel BC$ 交 AB 于 B_2 ，作 B_2B_3 平分 $\angle AB_2B_1$ 交 AC 于 B_3 ，过 B_3 作 $B_3B_4 \parallel BC$ 交 AB 于 B_4 ，则线段 B_3B_4 的长度为 $\sqrt{5}m - 2m$ (用含有 m 的代数式表示)



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】2A：规律型.

【分析】由 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = m$ ， $\angle ABC = 72^\circ$ ， BB_1 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 B_1 ，过 B_1 做 $B_1B_2 \parallel BC$ 交 AB 于 B_2 ，易证得 $\triangle BCB_1$ 和 $\triangle B_2B_1B$ 是等腰三角形，然后设 $AB_2 = x$ ，可得 $AB_1 = AB_2 = BC = AB - BB_2 = x$ ， $BB_2 = B_1B_2 = m - x$ ，又由相似三角形的对应边成比例，即可求得 x 值，同理，可求得线段 B_3B_4 的长度.

【解答】解： $\because AB = AC = m$ ， $\angle ABC = 72^\circ$ ， BB_1 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 B_1 ，

$$\therefore \angle B_2BB_1 = \angle B_1BC = \frac{1}{2} \angle ABC = 36^\circ, \quad \angle C = \angle ABC = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle BB_1C = 72^\circ = \angle C,$$

$$\because B_1B_2 \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B_2B_1B = \angle B_1BC = 36^\circ,$$

$$\therefore BB_2 = B_1B_2, \quad BB_1 = BC,$$

$$\because \angle A = \angle ABB_1 = 36^\circ,$$

$$\therefore AB_1 = BB_1,$$

$$\therefore \text{设 } AB_2 = x,$$

$$\text{则 } AB_1 = AB_2 = BC = AB - BB_2 = x, \quad BB_2 = B_1B_2 = m - x,$$

$$\therefore \frac{AB_2}{AB} = \frac{B_2B_1}{BC},$$

$$\therefore \frac{x}{m} = \frac{m-x}{x},$$

$$\text{解得：} x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}m,$$

$$\therefore B_1B_2 = BB_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}m,$$

$$\therefore AB_2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}m,$$

$$\text{同理：} B_2B_4 = B_3B_4, \quad B_1B_2 = AB_4 = AB_3,$$

$$\text{设 } B_3B_4 = y,$$

$$\therefore \frac{B_3 B_4}{B_1 B_2} = \frac{AB_4}{AB_2},$$

$$\text{则可得: } \frac{\frac{y}{3-\sqrt{5}}}{\frac{2}{2}m} = \frac{\frac{3-\sqrt{5}}{2}m}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}m},$$

$$\text{解得: } y = \sqrt{5}m - 2m.$$

$$\text{故答案为: } \sqrt{5}m - 2m.$$

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质以及等腰三角形的判定与性质. 此题难度较大, 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用.

三、解答题

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算: } \frac{\cos^2 45^\circ}{\tan 30^\circ \cdot \cos 60^\circ} + \tan 60^\circ.$$

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据 $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 得到原

$$\text{式} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2}} + \sqrt{3}, \text{ 再进行二次根式的除法运算, 然后进行合并即可.}$$

$$\text{【解答】解: 原式} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2}} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{6}} + \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

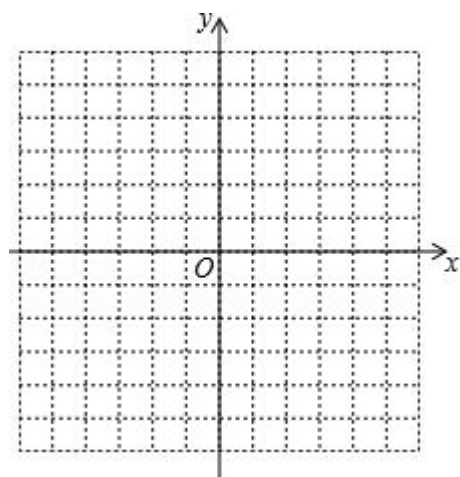
$$= 2\sqrt{3}.$$

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值: $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

$$20. (10 \text{ 分}) \text{ 已知二次函数 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}.$$

(1) 用配方法求出该函数图象的顶点坐标和对称轴;

(2) 在平面直角坐标系中画出该函数的大致图象.



【考点】 H2: 二次函数的图象; H9: 二次函数的三种形式.

【分析】 (1) 利用配方法求出二次函数的对称轴和顶点坐标即可;

(2) 把握抛物线与 x 轴, y 轴的交点, 顶点坐标, 开口方向等画出图象即可.

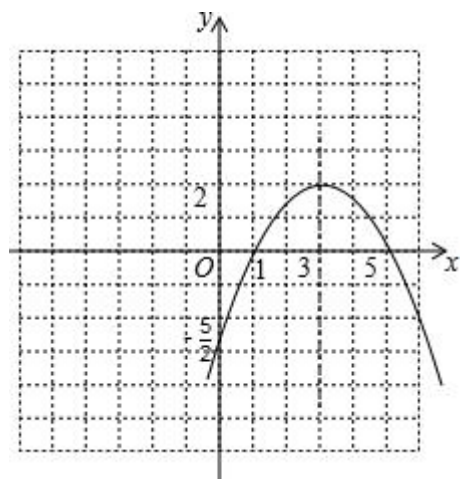
【解答】 解: (1)

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 6x) - \frac{5}{2} \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) - \frac{5}{2} \\ &= -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2, \end{aligned}$$

故顶点坐标为 $(3, 2)$ 和对称轴为直线 $x = 3$;

(2) 当 $y = 0$, 则 $0 = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2$, 解得: $x = 1$ 或 $x = 5$, 则图象与 x 轴的交点坐标为: $(1, 0)$, $(5, 0)$,

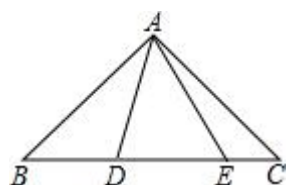
当 $x = 0$, 则 $y = -\frac{5}{2}$, 则图象与 y 轴的交点坐标为: $(0, -\frac{5}{2})$, 如图所示:



【点评】此题主要考查了配方法求二次函数的对称轴和顶点坐标，此题是二次函数的基本性质也是考查重点，同学们应熟练掌握．

21. (10 分) 已知：如图， $AB = AC$ ， $\angle DAE = \angle B$ ．

求证： $\triangle ABE \sim \triangle DCA$ ．



【考点】S8：相似三角形的判定．

【专题】14：证明题．

【分析】由 $AB = AC$ ，可证得 $\angle B = \angle C$ ，又由 $\angle BAE = \angle BAD + \angle DAE$ ， $\angle CDE = \angle BAD + \angle B$ ， $\angle DAE = \angle B$ ，即可证得 $\angle BAE = \angle CDA$ ，然后根据有两角对应相等的三角形相似，即可证得 $\triangle ABE \sim \triangle DCA$ ．

【解答】证明： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because \angle BAE = \angle BAD + \angle DAE, \quad \angle CDA = \angle BAD + \angle B,$$

$$\text{又} \because \angle DAE = \angle B,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CDA,$$

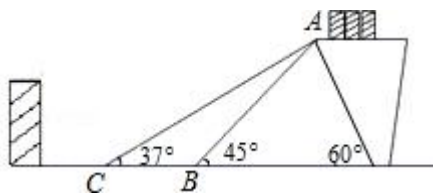
$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCA.$$

【点评】此题考查了相似三角形的判定、等腰三角形的性质以及三角形外角的性质．此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用．

22. (10 分) 如图是某货站传送货物的平面示意图， AD 与地面的夹角为 60° ．为

了提高传送过程的安全性,工人师傅欲减小传送带与地面的夹角,使其由 45° 成为 37° , 因此传送带的落地点 B 到点 C 向前移动了 2 米.

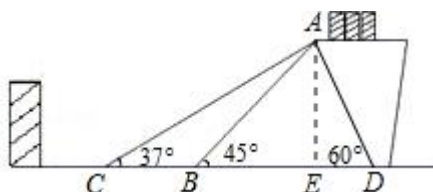
- (1) 求点 A 与地面的高度;
- (2) 如果需要在货物着地点 C 的左侧留出 2 米, 那么请判断距离 D 点 14 米的货物 II 是否需要搬走, 并说明理由.
- (参考数据: $\sin 37^\circ$ 取 0.6, $\cos 37^\circ$ 取 0.8, $\tan 37^\circ$ 取 0.75, $\sqrt{3}$ 取 1.73)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

- 【分析】** (1) 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 设 $AE = x$, 在 $RT\triangle ACE$ 、 $RT\triangle ABE$ 中, 分别表示出 CE 、 BE , 然后根据 $BC = CE - BE$ 可得出关于 x 的方程, 解出即可;
- (2) 求出 ED 、 CE 的长度, 从而得出 CD 的长度, 结合题意即可作出判断.

【解答】 解: (1) 作 $AE \perp BC$ 于点 E ,



设 $AE = x$, 在 $RT\triangle ACE$ 中, $CE = AE \times \cot \angle ACE = \frac{4x}{3}$,

在 $RT\triangle ABE$ 中, $BE = AE \times \cot \angle ABE = x$,

而 $BC = CE - BE$, 即 $\frac{4x}{3} - x = 2$,

解得: $x = 6$,

答: 点 A 与地面的高度为 6 米.

(2) 结论: 货物 II 不需要挪走.

在 $RT\triangle ADE$ 中, $ED = AE \times \cot \angle ADE = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$, $CE = AE \times \cot \angle ACE = 8$,

故 $CD = CE + ED = 8 + 2\sqrt{3} \approx 11.46$, $14 - 11.46 = 2.54 > 2$,

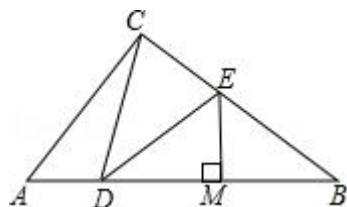
即货物 II 不用挪走.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是构造直角三角形, 将实际问题转化为数学模型, 继而利用所学的知识求解.

23. (12分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在边 AB 上, DE 平分 $\angle CDB$ 交边 BC 于 E , EM 是线段 BD 的垂直平分线.

(1) 求证: $\frac{CD}{BC} = \frac{BE}{BD}$;

(2) 若 $AB = 10$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 求 CD 的长.



【考点】 KG: 线段垂直平分线的性质; S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 由 EM 是线段 BD 的垂直平分线, 可证得 $\angle EDB = \angle B$, 又由 DE 平分 $\angle CDB$, 可证得 $\angle CDE = \angle B$, 继而可证得 $\triangle CDE \sim \triangle CBD$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 证得结论;

(2) 由 $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 可求得 $AC = 6$, $BC = 8$, 又由 $\frac{CD}{BC} = \frac{BE}{BD}$,

则可求得 $CD = \frac{4BE}{BM}$, 继而求得答案.

【解答】 (1) 证明: $\because EM$ 是线段 BD 的垂直平分线,

$$\therefore ED = EB,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle B,$$

$$\because DE \text{ 平分 } \angle CDB,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle EDB,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle B,$$

$$\because \angle DCE = \angle BCD,$$

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{DE}{BD},$$

$$\because ED = EB,$$

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{BE}{BD};$$

(2) 解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $\cos B = \frac{4}{5}$,

$$\therefore AC = 6, BC = 8,$$

$\because EM$ 是线段 BD 的垂直平分线,

$$\therefore DM = BM,$$

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{BE}{BD} = \frac{BE}{2BM},$$

$$\therefore \frac{CD}{8} = \frac{BE}{2BM},$$

$$\text{即 } CD = \frac{4BE}{BM},$$

$$\because \cos B = \frac{BM}{BE} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CD = 4 \times \frac{5}{4} = 5.$$

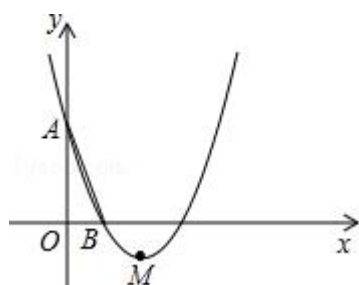
【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质、线段垂直平分线的性质、角平分线的定义以及三角函数等知识. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想与转化思想的应用.

24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(0, 3)$, $B(1, 0)$ 两点, 顶点为 M .

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 后, 点 A 落到点 C 的位置, 该抛物线沿 y 轴上下平移后经过点 C , 求平移后所得抛物线的表达式;

(3) 设 (2) 中平移后所得的抛物线与 y 轴的交点为 A_1 , 顶点为 M_1 , 若点 P 在平移后的抛物线上, 且满足 $\triangle PMM_1$ 的面积是 $\triangle PAA_1$ 面积的 3 倍, 求点 P 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 直接将已知点的坐标代入到二次函数的解析式中求得未知系数的值即可;

(2) 根据 A 、 B 两点的坐标可以求得 OA 和 OB 的长, 然后根据旋转的性质求得点 C 的坐标, 然后向下平移 2 个单位即可得到平移后的抛物线的解析式;

(3) 设 P 点的坐标为 $(x_0, x_0^2 - 4x_0 + 1)$, 然后分 $0 < x_0 < 2$ 时和 $x_0 < 0$ 时两种情况利用 $S_{\triangle PMM_1} = 3S_{\triangle PAA_1}$ 得到有关 x_0 的方程求得 x_0 即可确定点 P 的坐标即可.

【解答】 解: (1) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(0, 3)$, $B(1, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 3 = c \\ 0 = 1 + b + c \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

$\therefore b$ 、 c 的值分别为 -4 , 3 ;

(2) $\because A(0, 3)$, $B(1, 0)$,

$\therefore OA = 3$, $OB = 1$,

可得旋转后 C 点的坐标为 $(4, 1)$,

当 $x = 4$ 时, 由 $y = x^2 - 4x + 3$ 得 $y = 3$,

可知抛物线经过 $y = x^2 - 4x + 3$ 经过点 $(4, 3)$

$\therefore$ 将原抛物线沿 y 轴向下平移 2 个单位后过点 C ,

$\therefore$ 平移后的抛物线的解析式为 $y = x^2 - 4x + 1$.

(3) $\because$ 点 P 在 $y = x^2 - 4x + 1$ 上, 可设 P 点的坐标为 $(x_0, x_0^2 - 4x_0 + 1)$,

将 $y = x^2 - 4x + 1$ 配方得 $y = (x - 2)^2 - 3$

$\therefore$ 对称轴为直线 $x = 2$,

$$\because S_{\triangle PMM_1} = 3S_{\triangle PAA_1} \quad MM_1 = AA_1 = 2$$

$$\therefore x_0 < 2,$$

① 当 $0 < x_0 < 2$ 时,

$$\because S_{\triangle PMM_1} = 3S_{\triangle PAA_1},$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (2 - x_0) = 3 \times \frac{1}{2} \times 2 \times x_0,$$

$$\text{解得: } x_0 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore x_0 = \frac{1}{2}, \text{ 此时 } x_0^2 - 4x_0 + 1 = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right),$$

② 当 $x_0 < 0$ 时,

同理可得 $\frac{1}{2} \times 2 \times (2 - x_0) = 3 \times \frac{1}{2} \times 2 \times (-x_0)$

解得: $x_0 = -1$,

$\therefore x_0 = -1$, 此时 $x_0^2 - 4x_0 + 1 = 6$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-1, 6)$,

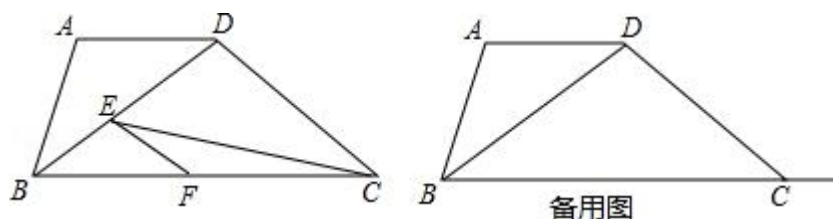
综上所述, 可知: 点 P 的坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4})$ 或 $(-1, 6)$.

【点评】 本题考查了二次函数的综合知识, 特别是本题中涉及到的求二次函数的解析式更是高频考点, 在第 (3) 题中分两种情况讨论是解决本题的关键.

25. (14 分) 如图, 已知梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB = AD = 5$, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$, E

为射线 BD 上一动点, 过点 E 作 $EF \parallel DC$ 交射线 BC 于点 F , 连接 EC , 设 BE

$$= x, \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle BDC}} = y.$$



(1) 求 BD 的长;

(2) 当点 E 在线段 BD 上时, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 连接 DF , 若 $\triangle BDF$ 与 $\triangle BDA$ 相似, 试求 BF 的长.

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 过 A 作 $AH \perp BD$ 于 H , 再根据 $AD \parallel BC$, $AB = AD = 5$, 可得 $\angle ABD = \angle ADB = \angle DBC$, $BH = HD$, 再根据 $\tan \angle ABD = \tan \angle DBC = \frac{3}{4}$, 计算出 $BH = DH = 4$, 进而得到 $BD = 8$;

(2) 首先利用平行线的性质得出 $\frac{FC}{BF} = \frac{DE}{BE} = \frac{8-x}{x}$, 进而得出 $\triangle FEB \sim \triangle CDB$, 即可得出 y 与 x 的函数关系式;

(3) 分别根据当 $\angle BFD = \angle A$ 时, 当 $\angle BFD = \angle ABD$ 时, 利用相似三角形的性质求出 BF 的长即可.

【解答】 解: (1) 如图 1, 过 A 作 $AH \perp BD$ 于 H ,

$$\because AD \parallel BC, AB = AD = 5,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle DBC, BH = HD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中,

$$\because \tan \angle ABD = \tan \angle DBC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \cos \angle ABD = \frac{BH}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore BH = DH = 4,$$

$$\therefore BD = 8;$$

$$(2) \because EF \parallel DC,$$

$$\therefore \frac{FC}{BF} = \frac{DE}{BE} = \frac{8-x}{x},$$

$\because \triangle EFC$ 与 $\triangle EFB$ 同高,

$$\therefore \frac{S_{\triangle FEC}}{S_{\triangle EFB}} = \frac{FC}{BF} = \frac{8-x}{x},$$

$$\because EF \parallel DC,$$

$$\therefore \triangle FEB \sim \triangle CDB,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FEB}}{S_{\triangle BDC}} = \left(\frac{EB}{DB} \right)^2 = \left(\frac{x}{8} \right)^2 = \frac{x^2}{64},$$

$$\therefore y = \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle EFB}} \cdot \frac{S_{\triangle FEB}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{8-x}{x} \cdot \frac{x^2}{64} = -\frac{1}{64}x^2 + \frac{1}{8}x \quad (0 < x < 8);$$

$$(3) \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC,$$

$\because \triangle BDF$ 与 $\triangle BDA$ 相似,

①如图 2, 当 $\angle BFD = \angle A$ 时,

则 $\angle ABD = \angle FDB$,

故 $AB \parallel DF$,

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是平行四边形,

$$\therefore BF = AD = 5,$$

②如图 3，当 $\angle BFD = \angle ABD$ 时，

$$\because \angle ADB = \angle DBC, \angle BFD = \angle ABD,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DBF,$$

$$\therefore \frac{AD}{DF} = \frac{BD}{BF},$$

$$\because \angle ABD = \angle ADB, \angle BFD = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle BFD,$$

$$\therefore DB = DF = 8,$$

$$\therefore \frac{5}{8} = \frac{8}{BF},$$

$$\therefore BF = \frac{64}{5},$$

综上所述：当 $\triangle BDF$ 与 $\triangle BDA$ 相似时， BF 的长为 5 或 $\frac{64}{5}$ 。

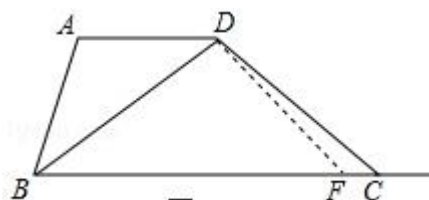


图3

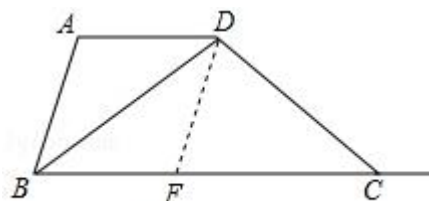


图2

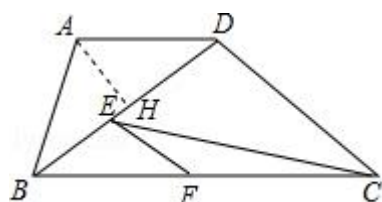


图1

【点评】 此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及锐角三角函数关系等知识，利用数形结合、分类讨论得出是解题关键，注意不要漏解。