

2012 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 下列函数中，属于二次函数的是 ()
- A. $y = 2x - 3$ B. $y = (x+1)^2 - x^2$
C. $y = 2x^2 - 7x$ D. $y = -\frac{2}{x^2}$
2. (4 分) 抛物线 $y = -x^2 + 2x - 4$ 一定经过点 ()
- A. (2, -4) B. (1, 2) C. (-4, 0) D. (3, 2)
3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，那么 $\frac{AC}{BC}$ 等于 ()
- A. $\tan A$ B. $\cot A$ C. $\sin A$ D. $\cos A$
4. (4 分) 把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 各边的长度都扩大 2 倍，得 $\text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ ，那么锐角的正弦值的关系为 ()
- A. $2\sin A = \sin A_1$ B. $\sin A = 2\sin A_1$
C. $\sin A = \sin A_1$ D. 不能确定
5. (4 分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 3、5、6， $\triangle DEF$ 的最短边长为 9，那么 $\triangle DEF$ 的周长等于 ()
- A. 14 B. $\frac{126}{5}$ C. 21 D. 42
6. (4 分) 已知两圆的半径分别为 3 和 4，若两圆有公共点，那么圆心距 d 的取值范围是 ()
- A. $1 < d < 7$ B. $1 \leq d \leq 7$ C. $d > 7$ 或 $d < 1$ D. $d \geq 7$ 或 $d \leq 1$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ ，那么 $\frac{3x+y}{x-y} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}$ ，那么 $\frac{AE}{CE}$ 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
9. (4 分) 已知 P 是线段 AB 的黄金分割点， $AB = 6\text{cm}$ ， $AP > BP$ ，那么 $AP = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.
10. (4 分) 如果抛物线 $y = (4+k)x^2 + k$ 的开口向下，那么 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. (4 分) 二次函数 $y = x^2 + 6x + m$ 图象上的最低点的横坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4分) 一个边长为2厘米的正方形, 如果它的边长增加 x 厘米, 面积随之增加 y 平方厘米, 那么 y 关于 x 的函数解析式是_____.

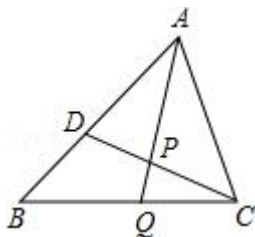
13. (4分) 已知在 $\odot O$ 中, AB 、 CD 分别是弦, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$, 垂足分别是点 E 、 F , 要使得 $OE = OF$, 可以添加的条件是_____.

14. (4分) 向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反, 且长度为5, 那么用向量 $\vec{e}$ 表示向量 $\vec{a}$ 为_____.

15. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $AB = 10$, 点 G 为重心, 那么 $\tan \angle GCB$ 的值为_____.

16. (4分) 一根横截面为圆形的下水管的直径为1米, 管内污水的水面宽为0.8米, 那么管内污水深度为_____米.

17. (4分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $AC = 2$, D 是边 AB 上的一点, $\angle ACD = \angle B$, $\angle BAC$ 的平分线 AQ 与 CD 、 BC 分别相交于点 P 和点 Q , 那么 $\frac{AP}{AQ}$ 的值等于_____.



18. (4分) 将等腰 $\triangle ABC$ 绕着底边 BC 的中点 M 旋转 30° 后, 如果点 B 恰好落在原 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, 那么 $\angle A$ 的余切值等于_____.

三、解答题: (本大题共7题, 满分78分)

19. (10分) 已知抛物线 $y = x^2 + mx + 3$ 的对称轴为 $x = -2$.

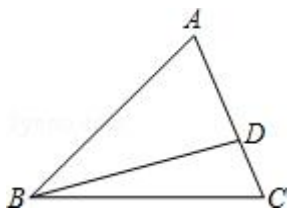
(1) 求 m 的值;

(2) 如果将此抛物线向右平移5个单位后, 求所得抛物线与 y 轴的交点坐标.

20. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, $CD:AD = 1:2$, $\vec{BA} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$.

(1) 试用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{BD}$;

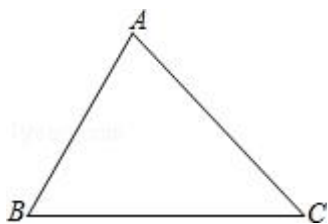
(2) 求作: $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$. (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



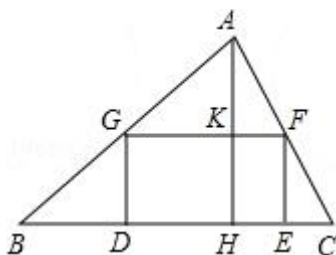
21. (10 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$, $\angle B = 60^\circ$. 求:

(1) 求 $\angle C$ 的余弦值;

(2) 如果以点 A 为圆心的圆与线段 BC 有两个公共点, 求圆 A 的半径 R 的取值范围.



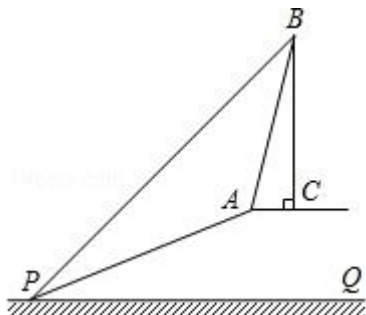
22. (10 分) 已知: 如图, 矩形 $DEFG$ 的一边 DE 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 G 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, AH 是边 BC 上的高, AH 与 GF 相交于点 K , 已知 $BC = 12$, $AH = 6$, $EF:GF = 1:2$, 求矩形 $DEFG$ 的周长.



23. (12 分) 已知: 如图, 斜坡 AP 的坡度为 $1:2.4$, 坡长 AP 为 26 米, 在坡顶 A 处的同一水平面上有一座古塔 BC , 在斜坡底 P 处测得该塔的塔顶 B 的仰角为 45° , 在坡顶 A 处测得该塔的塔顶 B 的仰角为 76° . 求:

(1) 坡顶 A 到地面 PQ 的距离;

(2) 古塔 BC 的高度 (结果精确到 1 米). (参考数据: $\sin 76^\circ \approx 0.97$, $\cos 76^\circ \approx 0.24$, $\tan 76^\circ \approx 4.01$)

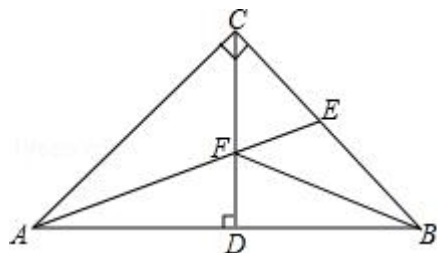


24. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$, $CD \perp AB$ 于 D 点, $\angle BAC$ 的角平分线交 BC 于点 E , 交线段 BD 于点 F .

(1) 求证: $AC \cdot AF = AE \cdot AD$;

(2) 试判断线段 DF 与 BE 有怎样的数量关系? 请证明你的结论;

(3) 若令线段 DF 的长为 x , $\triangle BEF$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式.

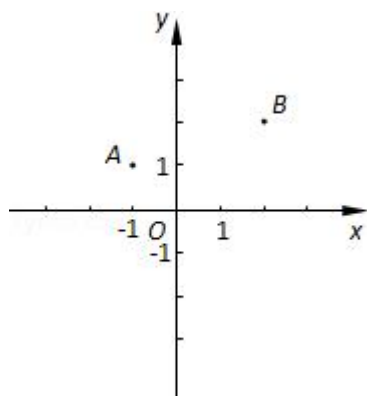


25. (14分) 已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(-1, 1)$ 和点 $B(2, 2)$, 该函数图象的对称轴与直线 OA 、 OB 分别交于点 C 和点 D .

(1) 求这个二次函数的解析式和它的对称轴;

(2) 求证: $\angle ABO = \angle CBO$;

(3) 如果点 P 在直线 AB 上, 且 $\triangle POB$ 与 $\triangle BCD$ 相似, 求点 P 的坐标.



2012 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列函数中，属于二次函数的是（ ）

A. $y = 2x - 3$

B. $y = (x+1)^2 - x^2$

C. $y = 2x^2 - 7x$

D. $y = -\frac{2}{x^2}$

【考点】H1：二次函数的定义．

【分析】二次函数是指未知数的最高次数为二次的多项式函数．二次函数可以表示为 $y = ax^2 + bx + c$ （ a 不为 0）．

【解答】解：A、函数 $y = 2x - 3$ 是一次函数，故本选项错误；

B、由原方程，得 $y = 2x + 1$ ，属于一次函数，故本选项错误；

C、函数 $y = 2x^2 - 7x$ 符合二次函数的定义；故本选项正确；

D、 $y = -\frac{2}{x^2}$ 不是整式；故本选项错误．

故选：C．

【点评】本题考查了二次函数的定义．二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的定义条件是： a 、 b 、 c 为常数， $a \neq 0$ ，自变量最高次数为 2．

2.（4 分）抛物线 $y = -x^2 + 2x - 4$ 一定经过点（ ）

A. $(2, -4)$

B. $(1, 2)$

C. $(-4, 0)$

D. $(3, 2)$

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征．

【分析】分别将各点代入解析式，使解析式成立者即为正确答案．

【解答】解：A、将 $(2, -4)$ 代入 $y = -x^2 + 2x - 4$ 得， $-4 = -4 + 4 - 4$ ，等式成立，故本选项正确；

B、将 $(1, 2)$ 代入 $y = -x^2 + 2x - 4$ 得， $2 \neq -1 + 2 - 4$ ，等式不成立，故本选项错误；

C、将 $(-4, 0)$ 代入 $y = -x^2 + 2x - 4$ 得， $0 \neq -16 - 8 - 4$ ，等式不成立，故本选项错误；

D、将 $(3, 2)$ 代入 $y = -x^2 + 2x - 4$ 得， $2 \neq -9 + 6 - 4$ ，等式不成立，故本选项错误．

故选：A.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，要知道函数图象上的点的坐标符合函数的解析式.

3. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，那么 $\frac{AC}{BC}$ 等于 ()

- A. $\tan A$ B. $\cot A$ C. $\sin A$ D. $\cos A$

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 根据题意画出图形，由锐角三角函数的定义解答即可.

【解答】 解：如图，由图可知 $\frac{AC}{BC} = \cot A$.

故选：B.



【点评】 本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

4. (4分) 把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 各边的长度都扩大 2 倍，得 $\text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ ，那么锐角的正弦值的关系为 ()

- A. $2\sin A = \sin A_1$ B. $\sin A = 2\sin A_1$
C. $\sin A = \sin A_1$ D. 不能确定

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 根据 $\text{Rt}\triangle ABC$ 各边的长度都扩大 2 倍，得 $\text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ ，两个三角形的对应角相等，因而对应角的同一个三角函数值等，即可作出判断.

【解答】 解： $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 各边的长度都扩大 2 倍，得 $\text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ ，

$\therefore$ 两个三角形的对应角相等，因而对应角的同一个三角函数值相等.

故选：C.

【点评】 本题考查了三角形的相似变化，以及相似三角形的性质，三角函数的性质，三角函数值的大小只与角的大小有关.

5. (4分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 3、5、6， $\triangle DEF$ 的

最短边长为 9, 那么 $\triangle DEF$ 的周长等于 ()

- A. 14 B. $\frac{126}{5}$ C. 21 D. 42

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】先设 $\triangle DEF$ 的周长等于 c , 再根据相似三角形周长的比等于相似比即可求出 c 的值.

【解答】解: 设 $\triangle DEF$ 的周长等于 l ,

$\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\triangle ABC$ 的三边长分别为 3、5、6, $\triangle DEF$ 的最短边长为 9,

$$\therefore \frac{3}{9} = \frac{3+5+6}{c},$$

解得 $c = 42$.

故选: D.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质, 即相似三角形周长的比等于相似比.

6. (4 分) 已知两圆的半径分别为 3 和 4, 若两圆有公共点, 那么圆心距 d 的取值范围是 ()

- A. $1 < d < 7$ B. $1 \leq d \leq 7$ C. $d > 7$ 或 $d < 1$ D. $d \geq 7$ 或 $d \leq 1$

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【专题】11: 计算题.

【分析】由两圆有公共点, 得到两圆相交或相切, 当两圆相切时, 分为外切或内切, 此时圆心距等于两半径之和或之差; 当两圆相交时, 圆心距大于两圆半径之差小于两半径之和, 综上, 可得到圆心距 d 的取值范围.

【解答】解: 两圆的半径分别为 3 和 4, 圆心距为 d ,

$\because$ 两圆有公共点,

$\therefore$ 两圆相切或相交,

当两圆内切时, $d = R + r = 3 + 4 = 7$;

当两圆外切时, $d = R - r = 4 - 3 = 1$;

当两圆相交时, $4 - 3 < d < 4 + 3$, 即 $1 < d < 7$,

综上, 圆心距 d 的取值范围是 $1 \leq d \leq 7$.

故选: B.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系, 圆与圆位置关系的判断方法为: 若设两

圆的半径分别为 r , R , 圆心距为 d , 当 $d = R + r$ 时, 两圆外切; 当 $d = R - r$ 时, 两圆内切; 当 $R - r < d < R + r$ 时, 两圆相交; 当 $0 \leq d < R - r$ 时, 两圆内含; 当 $d > R + r$ 时, 两圆外离. 解题的关键是要理解两圆有公共点, 即为两圆相切或相交, 不能内含或外离.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$, 那么 $\frac{3x+y}{x-y} = \underline{9}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】由题干可得 $x = \frac{5}{3}y$, 将其代入要求的式子即可得出答案.

【解答】解: $\because \frac{x}{y} = \frac{5}{3}$,

$$\therefore x = \frac{5}{3}y,$$

$$\therefore \frac{3x+y}{x-y} = \frac{6y}{\frac{2}{3}y} = 9.$$

故答案为: 9.

【点评】本题考查比例的性质. 属于基础题, 比较简单.

8. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}$,

那么 $\frac{AE}{CE}$ 的值等于 $\underline{\frac{3}{2}}$.

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理求得 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$; 然后利用比例的性质

求得 $\frac{AE}{CE}$ 的值.

【解答】解: $\because DE \parallel BC$,

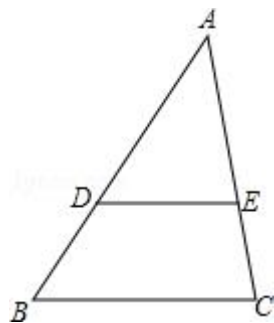
$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC};$$

$$\text{又 } \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{3}{2};$$

故答案是： $\frac{3}{2}$.



【点评】 本题考查了平行线分线段成比例. 解答本题的关键是利用平行条件, 写出要求的线段与已知线段之间的数量关系.

9. (4分) 已知 P 是线段 AB 的黄金分割点, $AB = 6cm$, $AP > BP$, 那么 $AP = \underline{3(\sqrt{5}-1)}$ cm .

【考点】 S3: 黄金分割.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据黄金分割的概念得到 $AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$, 把 $AB = 6cm$ 代入计算即可.

【解答】 解: $\because P$ 是线段 AB 的黄金分割点, $AP > BP$,

$$\therefore AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB,$$

而 $AB = 6cm$,

$$\therefore AP = 6 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 3(\sqrt{5}-1) cm.$$

故答案为 $3(\sqrt{5}-1)$.

【点评】 本题考查了黄金分割的概念: 如果一个点把一条线段分成两条线段, 并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项, 那么就说这个点把这条线段黄金分割, 这个点叫这条线段的黄金分割点; 较长线段是整个线段的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 倍.

10. (4分) 如果抛物线 $y = (4+k)x^2 + k$ 的开口向下, 那么 k 的取值范围是 $\underline{k < -4}$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据二次函数的性质可知, 当抛物线开口向下时, 二次项系数 $4+k < 0$.

【解答】 解: 因为抛物线 $y = (4+k)x^2 + k$ 的开口向下,

所以 $4+k < 0$, 即 $k < -4$,

故答案为 $k < -4$.

【点评】 本题主要考查了二次函数的性质. 用到的知识点: 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 来说, 当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向上; 当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向下.

11. (4 分) 二次函数 $y = x^2 + 6x + m$ 图象上的最低点的横坐标为 -3.

【考点】 H3: 二次函数的性质; H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据二次函数的性质, 当 x 的值取对称轴时, 对应的顶点坐标为最低点坐标.

【解答】 解: 二次函数的对称轴为 $x = -3$.

故答案为 -3.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 熟悉二次函数的性质是解题的关键.

12. (4 分) 一个边长为 2 厘米的正方形, 如果它的边长增加 x 厘米, 面积随之增加 y 平方厘米, 那么 y 关于 x 的函数解析式是 $y = x^2 + 4x$.

【考点】 HD: 根据实际问题列二次函数关系式.

【分析】 首先表示出原边长为 2 厘米的正方形面积, 再表示出边长增加 x 厘米后正方形的面积, 再根据面积随之增加 y 平方厘米可列出方程.

【解答】 解: 原边长为 2 厘米的正方形面积为: $2 \times 2 = 4$ (平方厘米),

边长增加 x 厘米后边长变为: $x+2$,

则面积为: $(x+2)^2$ 平方厘米,

$\therefore y = (x+2)^2 - 4 = x^2 + 4x$.

故答案为: $y = x^2 + 4x$.

【点评】 此题主要考查了根据实际问题列二次函数关系式, 关键是正确表示出正方形的面积.

13. (4 分) 已知在 $\odot O$ 中, AB 、 CD 分别是弦, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$, 垂足分别是点 E 、 F , 要使得 $OE = OF$, 可以添加的条件是 $AB = CD$ 答案不唯一.

【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【专题】 26: 开放型.

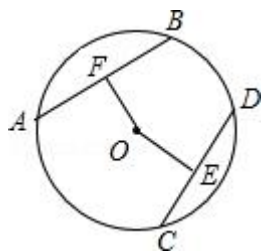
【分析】根据圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系定理的推论可以直接得到所求的结论.

【解答】解: 根据已知如图:

$$\because OE = OF,$$

$\therefore AB = CD$. (在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各组量都分别相等. 答案不唯一).

故答案为: $AB = CD$ 答案不唯一.



【点评】此题考查的知识点是垂径定理, 关键明确在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

14. (4 分) 向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反, 且长度为 5, 那么用向量 $\vec{e}$ 表示向量 $\vec{a}$ 为 $-5\vec{e}$.

【考点】LM: *平面向量.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据向量的表示方法可直接进行解答.

【解答】解: $\because \vec{a}$ 的长度为 5, 向量 $\vec{e}$ 是单位向量,

$$\therefore a = 5e,$$

$\because \vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反,

$$\therefore \vec{a} = -5\vec{e}.$$

故答案为: $-5\vec{e}$.

【点评】本题考查的是平面向量的知识, 即长度不为 0 的向量叫做非零向量, 向量包括长度及方向, 而长度等于 1 个单位长度的向量叫做单位向量, 注意单

位向量只规定大小没规定方向.

15. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $AB = 10$, 点 G 为重心, 那么 $\tan \angle GCB$ 的值为 $\frac{3}{4}$.

【考点】K5: 三角形的重心; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】11: 计算题.

【分析】作出草图, 连接 CG 并延长交 AB 于点 D , 根据重心定义可知点 D 是 $\triangle ABC$ 的中线, 求出 CD , BD 的长度, 再过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E , 根据等腰三角形三线合一的性质求出 CE 的长度, 再利用勾股定理求出 DE 的长度, 然后根据锐角三角函数的定义进行解答即可.

【解答】解: 如图, 连接 CG 并延长交 AB 于点 D ,

$\because$ 点 G 为重心,

$\therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

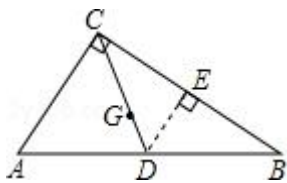
过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E ,

$$\text{则 } CE = BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CDE \text{ 中, } DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore \tan \angle GCB = \frac{DE}{CE} = \frac{3}{4}.$$

故答案为: $\frac{3}{4}$.



【点评】本题考查了三角形的重心, 锐角三角函数的定义, 明确三角形的重心是三边中线的交点, 并作出辅助线构造出直角三角形是解题的关键.

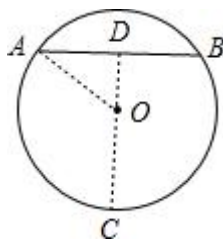
16. (4分) 一根横截面为圆形的下水管的直径为1米, 管内污水的水面宽为0.8米, 那么管内污水深度为0.2 或 0.8米.

【考点】M3: 垂径定理的应用.

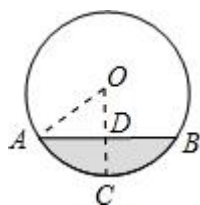
【专题】2B: 探究型.

【分析】分为两种情况，画出图形，先连接 OA ，过 O 作 $OC \perp AB$ 于点 D ，由垂径定理可知 $AD = \frac{1}{2}AB$ ，再在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中利用勾股定理可求出 OD 的长，再根据 $CD = OC - OD$ 或 $CD = OC + OD$ 即可得出结论。

【解答】解：分为两种情况：①如图所示：连接 OA ，过 O 作 $OC \perp AB$ 于点 D ，
 $\because OC \perp AB$ ， $AB = 0.8$ 米，
 $\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 0.8 = 0.4$ 米，
 $\because$ 圆形污水管道的直径为 1 米，
 $\therefore OA = OC = 0.5$ 米，
 在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中， $OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = \sqrt{0.5^2 - 0.4^2} = 0.3$ （米），
 $\therefore CD = OC - OD = 0.5 - 0.3 = 0.2$ （米）。

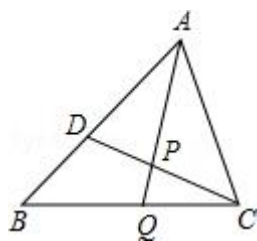


②如图 $CD = 0.5 + 0.3 = 0.8$ （米）
 故答案为：0.2 或 0.8.



【点评】本题考查的是垂径定理及勾股定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键。

17.（4 分）如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 2$ ， D 是边 AB 上的一点，
 $\angle ACD = \angle B$ ， $\angle BAC$ 的平分线 AQ 与 CD 、 BC 分别相交于点 P 和点 Q ，那么 $\frac{AP}{AQ}$ 的值等于 $\frac{2}{3}$ 。



【考点】IJ：角平分线的定义；S9：相似三角形的判定与性质。

【专题】 11： 计算题.

【分析】 根据角平分线的定义得 $\angle BAQ = \angle CAP$ ，而 $\angle ACD = \angle B$ ，根据相似三角形的判定得到 $\triangle ABQ \sim \triangle ACP$ ，由相似三角形的性质得到 $\frac{AP}{AQ} = \frac{AC}{AB}$ ，把 $AB = 3$ ， $AC = 2$ 代入即可得到答案.

【解答】 解： $\because AQ$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle BAQ = \angle CAP,$$

而 $\angle ACD = \angle B$ ，

$$\therefore \triangle ABQ \sim \triangle ACP,$$

$$\therefore \frac{AP}{AQ} = \frac{AC}{AB},$$

又 $\because AB = 3$ ， $AC = 2$ ，

$$\therefore \frac{AP}{AQ} = \frac{2}{3}.$$

故答案为 $\frac{2}{3}$.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质：如果两个三角形有两组角对应相等，那么这两个三角形相似；相似三角形的对应边的比相等．也考查了角平分线的定义.

18. (4 分) 将等腰 $\triangle ABC$ 绕着底边 BC 的中点 M 旋转 30° 后，如果点 B 恰好落在原 $\triangle ABC$ 的边 AB 上，那么 $\angle A$ 的余切值等于 $\underline{\sqrt{3}}$.

【考点】 KH： 等腰三角形的性质； R2： 旋转的性质； T1： 锐角三角函数的定义.

【专题】 11： 计算题.

【分析】 由 $\triangle ABC$ 绕点 M 旋转 30° 得到 $\triangle A' B' C'$ ，根据旋转的性质得到 $MB = MB'$ ， $\angle BMB' = 30^\circ$ ，根据等腰三角形的性质计算出 $\angle B = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$ ，则 $\angle A = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$ ，再根据余切的定义即可得到 $\angle A$ 的余切值.

【解答】 解： 如图，

$\because \triangle ABC$ 绕点 M 旋转 30° 得到 $\triangle A' B' C'$ ，

$\therefore MB = MB'$ ， $\angle BMB' = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ ,$$

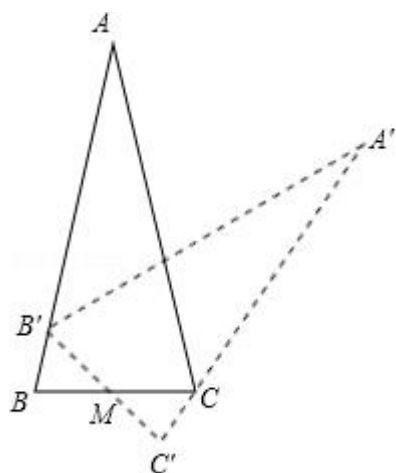
$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C = 75^\circ ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle A \text{ 的余切值为 } \sqrt{3}.$$

故答案为 $\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质：旋转前后两个图形全等，即对应角相等，对应线段相等；也考查了等腰直角三角形的性质以及锐角三角函数的定义．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）已知抛物线 $y = x^2 + mx + 3$ 的对称轴为 $x = -2$.

（1）求 m 的值；

（2）如果将此抛物线向右平移 5 个单位后，求所得抛物线与 y 轴的交点坐标．

【考点】 H6：二次函数图象与几何变换；H8：待定系数法求二次函数解析式．

【分析】（1）根据对称轴方程 $x = -\frac{b}{2a}$ 求 m 的值；

（2）利用（1）的结果求得该抛物线的解析式，然后根据“左加右减”的原则求得平移后的抛物线的解析式；最后令 $x = 0$ 即可求得所得抛物线与 y 轴的交点坐标．

【解答】 解：（1）由题意，得 $-\frac{m}{2} = -2$. $\cdots$ （2 分）

$$\therefore m = 4. \cdots (2 \text{ 分})$$

(2) 由(1)知, $m=4$,

$\therefore$ 此抛物线的表达式为 $y=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$. $\cdots$ (2分)

$\therefore$ 向右平移 5 个单位后, 所得抛物线的表达式为 $y=(x-3)^2-1$,

即 $y=x^2-6x+8$. $\cdots$ (2分)

当 $x=0$ 时, $y=8$,

$\therefore$ 它与 y 轴的交点坐标为 $(0, 8)$. $\cdots$ (2分)

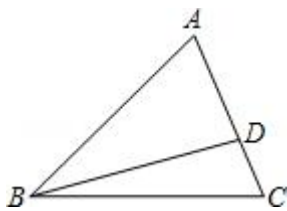
【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式、二次函数图象与几何变换. 解答(2)时, 将抛物线的一般式方程转化为顶点式方程, 为的是便于求平移后的抛物线的关系式.

20. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, $CD:AD=1:2$, $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$,

$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$.

(1) 试用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BD}$;

(2) 求作: $\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{a}$. (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 根据已知条件 $CD:AD=1:2$, 求出 $\overrightarrow{CD}$ 的值, 再根据 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$

求出向量 $\overrightarrow{DC}$, 再根据三角形法则求出 $\overrightarrow{BD}$ 即可;

(2) 根据已知条件和三角形法则, 做出 BC 边上的中线 AM 即可求作 $\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{a}$.

【解答】 解: (1) $\because CD:AD=1:2$,

$$\therefore CD=\frac{1}{3}CA, \quad \overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA},$$

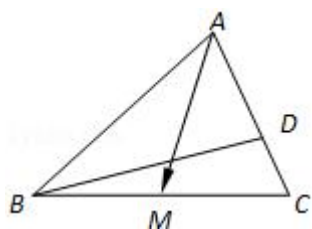
$$\because \overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=\vec{a}-\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}(\vec{a}-\vec{b})=\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\vec{b}+\frac{1}{3}(\vec{a}-\vec{b})=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}.$$

(2) 根据题意得:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a};$$

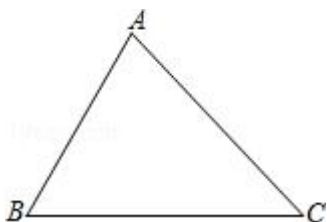


【点评】此题考查了平面向量的三角形法则，在图形中找到相应的向量是至关重要的。

21. (10分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $BC=8$, $\angle B=60^\circ$. 求:

(1) 求 $\angle C$ 的余弦值;

(2) 如果以点 A 为圆心的圆与线段 BC 有两个公共点, 求圆 A 的半径 R 的取值范围.



【考点】MB: 直线与圆的位置关系; T1: 锐角三角函数的定义; T7: 解直角三角形.

【分析】(1) 首先作 $AH \perp BC$, 再利用 $\angle B=60^\circ$, $AB=6$, 求出 $BH=3$, $AH=3\sqrt{3}$; 利用 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, $AH=3\sqrt{3}$, $CH=8-3=5$, 求出 AC , 进而求出 $\angle C$ 的余弦值;

(2) 根据直线与圆的位置关系可知圆 A 的半径 R 的取值范围为: $AH < R \leq AB$.

【解答】解: (1) 作 $AH \perp BC$, 垂足为点 H .

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\because \angle AHB=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $AB=6$,

$$\therefore BH=3, AH=3\sqrt{3},$$

$$\because BC=8,$$

$$\therefore CH=5.$$

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, $\because AH=3\sqrt{3}$, $CH=5$,

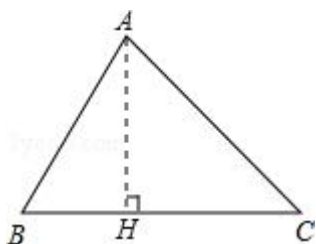
$$\therefore AC=2\sqrt{13}.$$

$$\therefore \cos C = \frac{CH}{AC} = \frac{5}{2\sqrt{13}} = \frac{5\sqrt{13}}{26}.$$

(2) $\because AB < AC$, AH 为 A 到 BC 的距离,

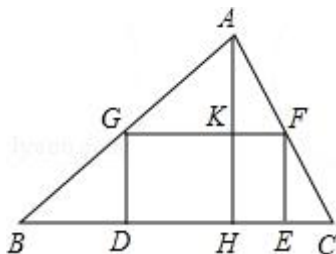
$\therefore$ 以点 A 为圆心的圆与线段 BC 有两个公共点, 圆 A 的半径 R 的取值范围为:

$$3\sqrt{3} < R \leq 6.$$



【点评】 此题主要考查了锐角三角函数的定义, 解直角三角形的应用, 根据已知构建直角三角形得出是解题关键. 同时考查了直线与圆的位置关系: ①直线 l 和 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$; ②直线 l 和 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$; ③直线 l 和 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$.

22. (10 分) 已知: 如图, 矩形 $DEFG$ 的一边 DE 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 G 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, AH 是边 BC 上的高, AH 与 GF 相交于点 K , 已知 $BC = 12$, $AH = 6$, $EF : GF = 1 : 2$, 求矩形 $DEFG$ 的周长.



【考点】 86: 解一元一次方程; LB: 矩形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 设 $EF = x$, 则 $GF = 2x$. 根据 $GF \parallel BC$, $AH \perp BC$ 得到 $AK \perp GF$. 利用 $GF \parallel BC$ 得到 $\triangle AGF \sim \triangle ABC$, 然后利用相似三角形对应边成比例得到比例式即可求得 x 的值, 进而求得矩形的周长.

【解答】 解: 设 $EF = x$, 则 $GF = 2x$.

$\because GF \parallel BC$, $AH \perp BC$,

$\therefore AK \perp GF$.

$\because GF \parallel BC$,

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AK}{AH} = \frac{GF}{BC}.$$

$$\therefore AH = 6, BC = 12,$$

$$\therefore \frac{6-x}{6} = \frac{2x}{12}.$$

解得 $x = 3$.

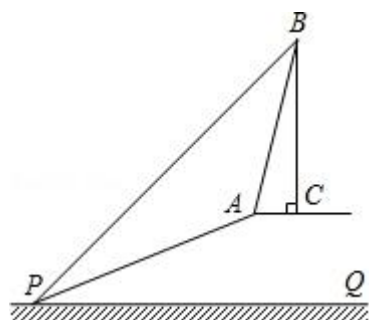
$\therefore$ 矩形 $DEFG$ 的周长为 18.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质、矩形的性质、矩形的周长公式，难度适中.

23. (12 分) 已知：如图，斜坡 AP 的坡度为 1:2.4，坡长 AP 为 26 米，在坡顶 A 处的同一水平面上有一座古塔 BC ，在斜坡底 P 处测得该塔的塔顶 B 的仰角为 45° ，在坡顶 A 处测得该塔的塔顶 B 的仰角为 76° . 求：

(1) 坡顶 A 到地面 PQ 的距离；

(2) 古塔 BC 的高度 (结果精确到 1 米). (参考数据: $\sin 76^\circ \approx 0.97$, $\cos 76^\circ \approx 0.24$, $\tan 76^\circ \approx 4.01$)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题; TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】 (1) 过点 A 作 $AH \perp PQ$, 垂足为点 H , 利用斜坡 AP 的坡度为 1:2.4, 得出 AH , PH , AP 的关系求出即可;

(2) 利用矩形性质求出设 $BC = x$, 则 $x + 10 = 24 + DH$, 再利用 $\tan 76^\circ = \frac{BC}{AC}$, 求出即可.

【解答】 解: (1) 过点 A 作 $AH \perp PQ$, 垂足为点 H .

$$\therefore \text{斜坡 } AP \text{ 的坡度为 } 1:2.4, \therefore \frac{AH}{PH} = \frac{5}{12},$$

设 $AH = 5km$, 则 $PH = 12km$,

由勾股定理, 得 $AP = 13km$.

$$\therefore 13k = 26m. \quad \text{解得 } k = 2.$$

$$\therefore AH = 10m.$$

答：坡顶 A 到地面 PQ 的距离为 $10m$.

(2) 延长 BC 交 PQ 于点 D .

$$\because BC \perp AC, \quad AC \parallel PQ,$$
$$\therefore BD \perp PQ.$$

$\therefore$ 四边形 $AHDC$ 是矩形, $CD = AH = 10$, $AC = DH$.

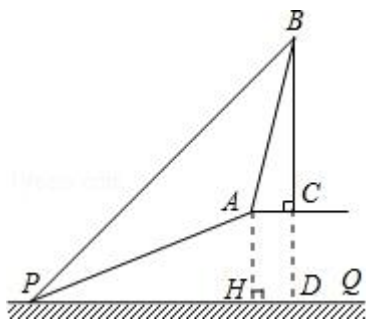
$$\because \angle BPD = 45^\circ,$$
$$\therefore PD = BD.$$

设 $BC = x$, 则 $x + 10 = 24 + DH$. $\therefore AC = DH = x - 14$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan 76^\circ = \frac{BC}{AC}$, 即 $\frac{x}{x-14} \approx 4.0$,

解得 $x = \frac{56}{3}$, 即 $x \approx 19$,

答：古塔 BC 的高度约为 19 米.



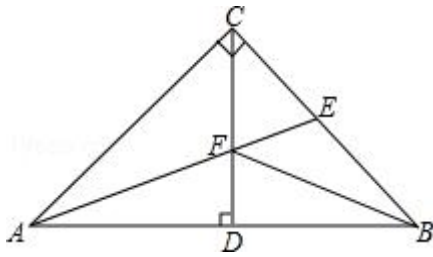
【点评】此题主要考查了坡度问题以及仰角的应用，根据已知在直角三角形中得出各边长度是解题关键.

24. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$, $CD \perp AB$ 于 D 点, $\angle BAC$ 的角平分线交 BC 于, 点 E , 交线段 BD 于点 F .

(1) 求证: $AC \cdot AF = AE \cdot AD$;

(2) 试判断线段 DF 与 BE 有怎样的数量关系? 请证明你的结论;

(3) 若令线段 DF 的长为 x , $\triangle BEF$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式.



【考点】K3：三角形的面积；KW：等腰直角三角形；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 由 AE 平分 $\angle CAB$ 得到 $\angle CAE = \angle FAD$, 易证得 $\text{Rt}\triangle ACE \sim \text{Rt}\triangle ADF$, 则 $AC:AD = AE:AF$, 变形后即可得到结论;

(2) 过 E 作 $EM \perp AB$ 于 M 点, 根据角平分线定理可得 $EM = EC$, 则 $\text{Rt}\triangle AME \cong \text{Rt}\triangle ACE$, 得到 $AM = AC$; 再根据平行线分线段成比例定理得到 $\frac{FD}{EM} = \frac{AD}{AM}$, 根据等腰直角三角形的性质得到 $AM = AC = BC = \sqrt{2}AD$, $EM = \frac{\sqrt{2}}{2}BE$, 代入上式得到 $FD = \frac{\sqrt{2}}{2}BE \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}BE$;

(3) 过 F 作 $FG \perp BC$ 于点 G , 根据三角形的角平分线相交于一点由 CD 和 AE 为 $\triangle ABC$ 的角平分线得到 BF 平分 $\angle ABC$, 则 $FG = FD = x$, 再根据三角形的面积公式即可得到 y 与 x 的关系.

【解答】(1) 证明: $\because AE$ 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle CAE = \angle FAD,$$

而 $CD \perp AB$,

$$\therefore \angle FDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ACE \sim \text{Rt}\triangle ADF,$$

$$\therefore AC:AD = AE:AF,$$

$$\therefore AC \cdot AF = AE \cdot AD;$$

(2) 解: 线段 $DF = \frac{1}{2}BE$. 理由如下:

过 E 作 $EM \perp AB$ 于 M 点, 如图,

$$\therefore EM = EC,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AME \cong \text{Rt}\triangle ACE,$$

$$\therefore AM = AC$$

$$\because FD \parallel EM,$$

$$\therefore \frac{FD}{EM} = \frac{AD}{AM},$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, CA = CB,$$

$\therefore \triangle CAB$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore AM = AC = BC = \sqrt{2}AD, EM = \frac{\sqrt{2}}{2}BE,$$

$$\therefore FD = \frac{\sqrt{2}}{2}BE \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}BE;$$

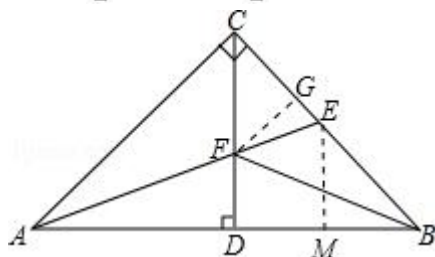
(3) 解: 过 F 作 $FG \perp BC$ 于点 G , 如图,

$\because CD$ 和 AE 为 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$\therefore BF$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore FG = FD = x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}FG \cdot BE = \frac{1}{2}x \cdot 2x = x^2.$$



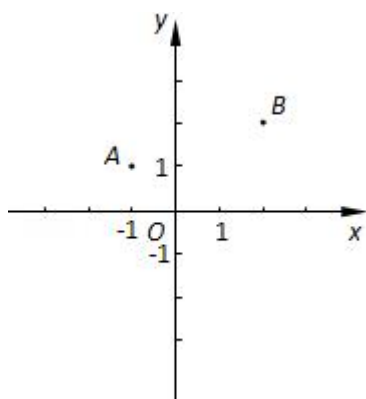
【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质: 有两个角对应相等的两三角形相似; 相似三角形的对应边的比相等. 也考查了等腰直角三角形的性质、三角形的面积公式以及角平分线的性质.

25. (14 分) 已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(-1, 1)$ 和点 $B(2, 2)$, 该函数图象的对称轴与直线 OA 、 OB 分别交于点 C 和点 D .

(1) 求这个二次函数的解析式和它的对称轴;

(2) 求证: $\angle ABO = \angle CBO$;

(3) 如果点 P 在直线 AB 上, 且 $\triangle POB$ 与 $\triangle BCD$ 相似, 求点 P 的坐标.



【考点】 H8：待定系数法求二次函数解析式；HF：二次函数综合题；KJ：等腰三角形的判定与性质；S7：相似三角形的性质.

【分析】 (1) 利用待定系数法求出二次函数解析式即可；

(2) 利用由直线 OA 的表达式 $y = -x$ ，得点 C 的坐标为 $(1, -1)$ ，进而求出 $AB = BC$ ， $OA = OC$ 即可得出答案；

(3) 首先得出 $\angle BOP = \angle BDC$ 或 $\angle BOP = \angle BCD$ ，进而分析得出 P 点坐标即可.

【解答】 解：(1) 由题意，得
$$\begin{cases} 1 = -\frac{1}{3} - b + c \\ 2 = -\frac{4}{3} + 2b + c \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{2}{3}, \\ c = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 所求二次函数的解析式为： $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 2$,

对称轴为直线 $x = 1$ ；

(2) 证明：由直线 OA 的表达式 $y = -x$ ，得点 C 的坐标为 $(1, -1)$.

$$\because AB = \sqrt{10}, BC = \sqrt{10}, \therefore AB = BC.$$

$$\text{又} \because OA = \sqrt{2}, OC = \sqrt{2}, \therefore OA = OC,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle CBO.$$

(3) 由直线 OB 的表达式 $y = x$ ，得点 D 的坐标为 $(1, 1)$.

$$\text{由直线 } AB \text{ 的表达式： } y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3},$$

得直线与 x 轴的交点 E 的坐标为 $(-4, 0)$.

$\because \triangle POB$ 与 $\triangle BCD$ 相似, $\angle ABO = \angle CBO$,

$\therefore \angle BOP = \angle BDC$ 或 $\angle BOP = \angle BCD$.

(i) 当 $\angle BOP = \angle BDC$ 时, 由 $\angle BDC = 135^\circ$, 得 $\angle BOP = 135^\circ$.

$\therefore$ 点 P 不但在直线 AB 上, 而且也在 x 轴上, 即点 P 与点 E 重合.

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-4, 0)$.

(ii) 当 $\angle BOP = \angle BCD$ 时, 连接 PO ,

由 $\triangle POB \sim \triangle BCD$, 得 $\frac{BP}{BO} = \frac{BD}{BC}$.

而 $BO = 2\sqrt{2}$, $BD = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{10}$,

$$\therefore BP = \frac{2}{5}\sqrt{10}.$$

又 $\because BE = 2\sqrt{10}$,

$$\therefore PE = \frac{8}{5}\sqrt{10}.$$

作 $PH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , $BF \perp x$ 轴, 垂足为点 F .

$\because PH \parallel BF$,

$$\therefore \frac{PH}{BF} = \frac{PE}{BE} = \frac{EH}{EF}.$$

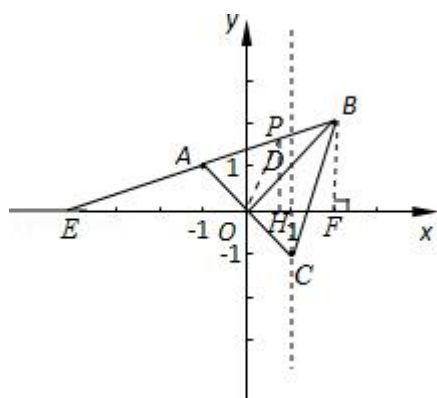
而 $BF = 2$, $EF = 6$,

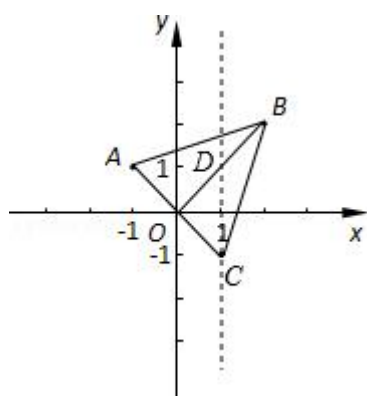
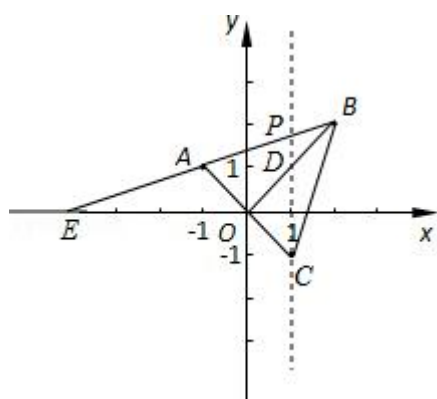
$$\therefore PH = \frac{8}{5}, EH = \frac{24}{5}.$$

$$\therefore OH = \frac{4}{5}.$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(\frac{4}{5}, \frac{8}{5})$.

综上所述, 点 P 的坐标为 $(-4, 0)$ 或 $(\frac{4}{5}, \frac{8}{5})$.





【点评】此题主要考查了待定系数法求二次函数解析式以及相似三角形的性质和二次函数综合应用，利用数形结合以及分类讨论求出是解题关键．