

2012 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的.】

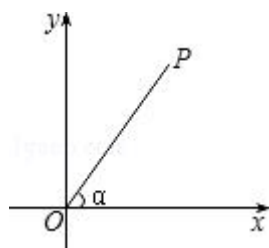
1. (4 分) 二次函数 $y = 2 - (x+1)^2$ 的顶点坐标是 ()

- A. (1, 2) B. (-1, 2) C. (1, -2) D. (-1, -2)

2. (4 分) 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位、再向下平移 1 个单位，所得到的抛物线的表达式是 ()

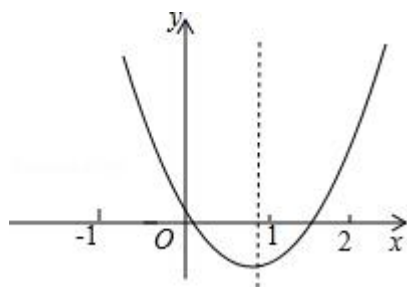
- A. $y = (x+1)^2 + 1$ B. $y = (x-1)^2 - 1$ C. $y = (x+1)^2 - 1$
D. $y = (x-1)^2 + 1$

3. (4 分) 如图，在直角坐标平面内有一点 $P(3, 4)$ ，那么 OP 与 x 轴正半轴的夹角 α 的正弦值为 ()



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

4. (4 分) 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，那么下列判断中，正确的是 ()

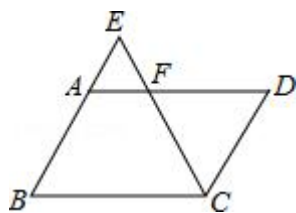


- A. $a < 0$ B. $c < 0$ C. $a+b+c < 0$ D. $a-b+c < 0$

5. (4 分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ，那么下列等式中，不一定正确的是 ()

- A. $2x = 3y$ B. $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ C. $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{2}$ D. $\frac{x+2}{y+2} = \frac{5}{4}$

6. (4 分) 如图， E 是平行四边形 $ABCD$ 的 BA 边的延长线上的一点， CE 交 AD 于点 F 。下列各式中，错误的是 ()

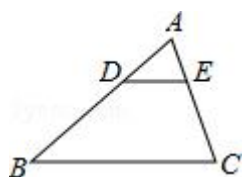


- A. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BC}$ B. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{DF}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{FE}{FC}$ D. $\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知线段 $a = 9\text{cm}$ 、 $b = 4\text{cm}$ ，那么线段 a 、 b 的比例中项 $c = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$ 。

8. (4 分) 如图，已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的 AB 边上，点 E 在 AC 边上。 $AE:EC = 2:5$ ， $AB = 14$ 厘米，当 AD 的长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 厘米时，可以证得 $DE \parallel BC$ 。



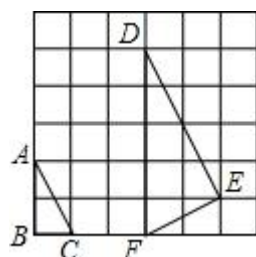
9. (4 分) 如果两个相似三角形的面积之比是 $25:16$ ，那么它们的对应高之比是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $\angle B = \beta$ ，那么 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ （用含 a 和 β 的式子表示）。

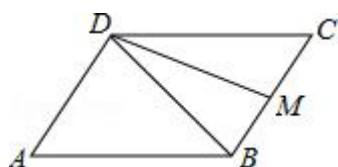
11. (4 分) 已知斜坡的坡角为 α ，坡度为 $1:1.5$ ，则 $\tan\alpha$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cos A = \frac{3}{5}$ ，则 $\sin A$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的顶点均在方格纸中的小正方形方格（边长为一个单位长）的顶点处，则 $\triangle ABC \underline{\hspace{2cm}} \triangle DEF$ （在横线上方填写“一定相似”或“不一定相似”或“一定不相似”）。



14. (4 分) 如图，已知平行四边形 $ABCD$ ，点 M 是边 BC 的中点。设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ 。用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DM}$ ， $\overrightarrow{DM} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

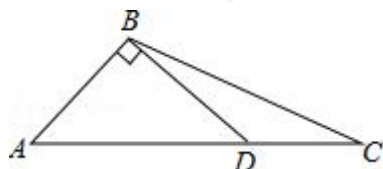


15. (4分) 抛物线 $y = 2(x - 1)^2 - 1$ 与 y 轴的交点坐标是_____.

16. (4分) 已知抛物线 $y = x^2 - (a+2)x + 9$ (a 以为常数) 的顶点在 y 轴上, 则 $a =$ _____.

17. (4分) 已知抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 的对称轴是直线 $x = 1$, 且该抛物线经过点 $A(-1, y_1)$ 和 $B(2, y_2)$, 比较 y_1 与 y_2 的大小: y_1 _____ y_2 (填写 “>” 或 “<” 或 “=”)

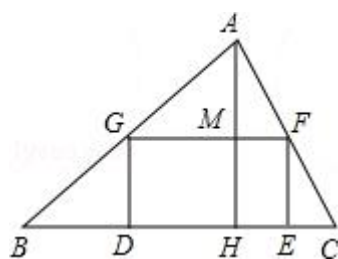
18. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 点 D 在边 AC 上, $AD:DC = 2:1$, $BD \perp AB$, $\tan \angle DBC = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \angle BAC$ 的值是_____.



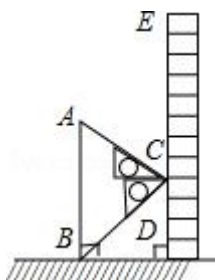
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \frac{1}{2} \sin 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{1}{2 \cos 45^\circ - \tan 45^\circ}$.

20. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $BC = 60$, BC 边上的高 $AH = 40$; 矩形 $DEFG$ 的顶点 D 、 E 在边 BC 上, 顶点 G 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, 设 EF 的长为 x , 矩形 $DEFG$ 的面积为 y . 求 y 关于 x 的函数关系式, 并指出这个函数的定义域.



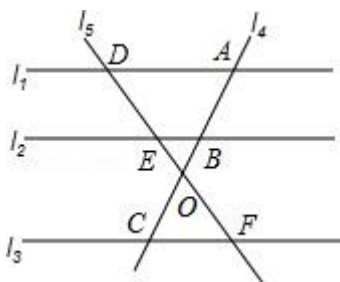
21. (10分) 如图, 为了测量某建筑物 AB 的高度, 小亮在教学楼 DE 的三楼找到一个观测点 C , 利用三角板测得建筑物 AB 顶端 A 点的仰角为 30° , 底部 B 点的俯角为 45° . 若 $CD = 9$ 米, 求建筑物 AB 的高度 (结果精确到 0.1 米, 参考数据 $\sqrt{3} = 1.73$).



22. (10 分) 如图, 直线 l_1 、 l_2 、 l_3 分别交直线 l_4 于点 A 、 B 、 C , 交直线 l_5 于点 D 、 E 、 F , 且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 已知 $EF: DF = 5: 8$, $AC = 24$.

(1) 求 AB 的长;

(2) 当 $AD = 4$, $BE = 1$ 时, 求 CF 的长.

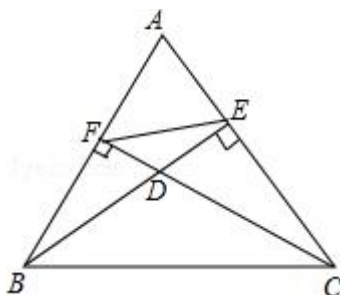


23. (12 分) 已知 BE 、 CF 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 AB 上的高, 高 BE 、 CF 所在的直线相交于点 D (如图)

(1) 当 $\angle BAC$ 是锐角时, 求证: $\triangle ABC \sim \triangle AEF$;

(2) 当 $\angle BAC$ 是钝角时, (1) 中的结论还成立吗? 直接写出结论, 无需说明理由;

(3) 如果 $\angle BAC = 60^\circ$, 求 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.

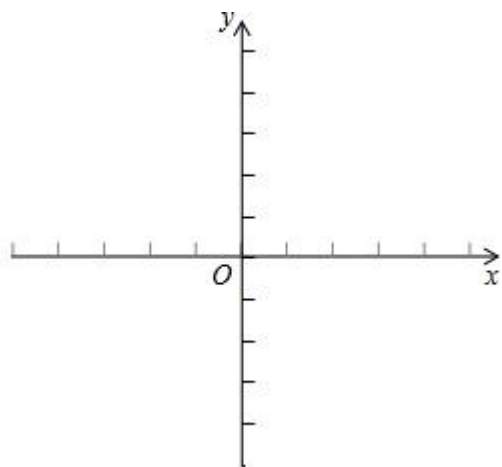


24. (12 分) 已知一个二次函数的图象经过 $A(0, 3)$ 、 $B(4, 3)$ 、 $C(1, 0)$ 三点 (如图).

(1) 求这个二次函数的解析式;

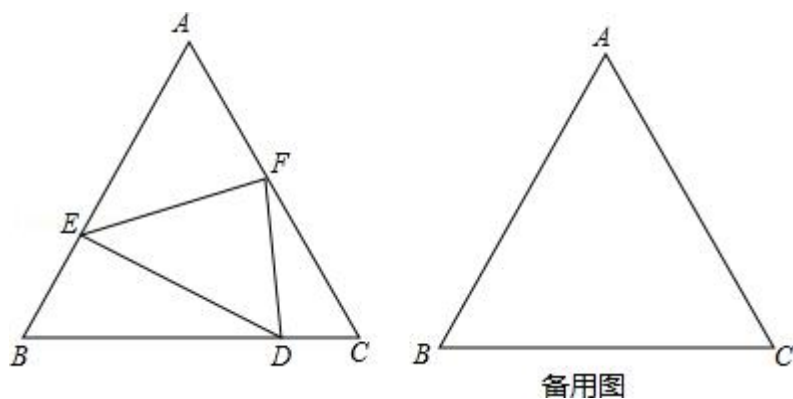
(2) 求 $\tan \angle BAC$ 的值;

- (3) 若点 D 在 x 轴上, 点 E 在 (1) 中所求出的二次函数的图象上, 且以点 A 、 C 、 D 、 E 为顶点的四边形是平行四边形, 求点 D 、 E 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6, 点 D 是边 BC 上的一个动点, 折叠 $\triangle ABC$, 使得点 A 恰好与边 BC 上的点 D 重合, 折痕为 EF (点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上).

- (1) 当 $AE:AF=5:4$ 时, 求 BD 的长;
 (2) 当 $ED \perp BC$ 时, 求 EB 的值;
 (3) 当以 B 、 E 、 D 为顶点的三角形与 $\triangle DEF$ 相似时, 求 BE 的长.



2012 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的.】

1. (4 分) 二次函数 $y = 2 - (x+1)^2$ 的顶点坐标是 ()

- A. (1, 2) B. (-1, 2) C. (1, -2) D. (-1, -2)

【考点】H3：二次函数的性质.

【分析】因为顶点式 $y = a(x-h)^2+k$ ，其顶点坐标是 (h, k) ，对照求二次函数 $y = -(x+1)^2+2$ 的顶点坐标.

【解答】解： $y = 2 - (x+1)^2$ 变形得： $y = -(x+1)^2+2$ ，

即顶点坐标为 $(-1, 2)$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了二次函数的顶点式，关键是掌握顶点式 $y = a(x-h)^2+k$ ，顶点坐标是 (h, k) ，对称轴是 $x = h$.

2. (4 分) 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位、再向下平移 1 个单位，所得到的抛物线的表达式是 ()

- A. $y = (x+1)^2+1$ B. $y = (x-1)^2-1$ C. $y = (x+1)^2-1$
D. $y = (x-1)^2+1$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【分析】根据二次函数图象左加右减，上加下减的平移规律进行解答即可.

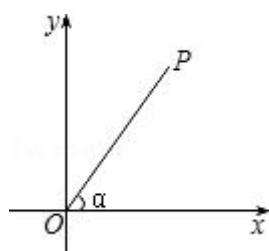
【解答】解：抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位，得： $y = (x-1)^2$ ；

再向下平移 1 个单位，得： $y = (x-1)^2-1$.

故选：B.

【点评】此主要考查的是函数图象的平移，用平移规律“左加右减，上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

3. (4 分) 如图，在直角坐标平面内有一点 $P(3, 4)$ ，那么 OP 与 x 轴正半轴的夹角 α 的正弦值为 ()



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

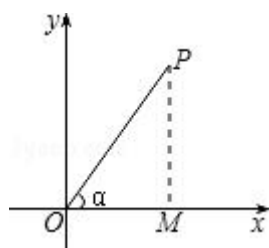
【考点】 KQ: 勾股定理; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , 构造直角三角形, 根据三角函数的定义求解.

【解答】 解: 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , 根据勾股定理可得 $OP = 5$.

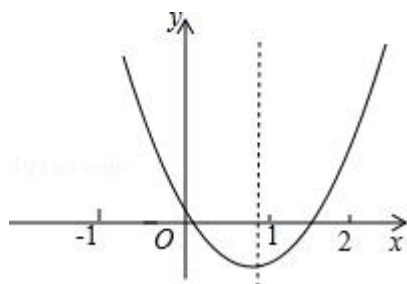
$$\therefore \sin \alpha = \frac{PM}{OP} = \frac{4}{5}.$$

故选: C.



【点评】 本题用到的知识点为: 一个角的正弦值等于它所在直角三角形的对边与斜边之比.

4. (4 分) 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 那么下列判断中, 正确的是 ()



A. $a < 0$

B. $c < 0$

C. $a + b + c < 0$

D. $a - b + c < 0$

【考点】 H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 图象开口向上, 说明 $a > 0$; 图象和 y 轴的交点在 y 轴的正半轴, 说明 $c > 0$; 当 $x = 1$ 时, 据图可知 $y = a + b + c < 0$; 当 $x = -1$ 时, 据图可知 $y = a - b + c > 0$. 据此判断即可.

【解答】 解: 如右图,

∵ 图象开口向上,

∴ $a > 0$,

故 A 选项错误;

∵ 图象和 Y 轴的交点在 y 轴的正半轴,

∴ $c > 0$,

故 B 选项错误;

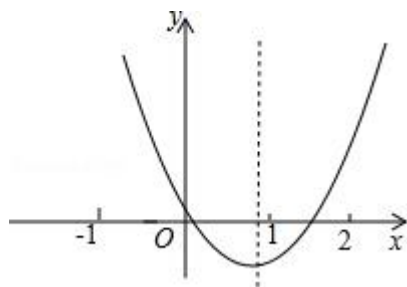
当 $x = 1$ 时, $y = a + b + c < 0$,

故 C 选项正确;

当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c > 0$,

故 D 选项错误.

故选: C.



【点评】 本题考查了二次函数图象和系数的关系, 解题的关键是能根据图象找出二次函数的存在的特点、性质.

5. (4 分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$, 那么下列等式中, 不一定正确的是 ()

A. $2x = 3y$ B. $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ C. $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{2}$ D. $\frac{x+2}{y+2} = \frac{5}{4}$

【考点】 S1: 比例的性质.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据两内项之积等于两外项之积, 对各选项分析求解即可判断.

【解答】 解: A、∵ $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$,

∴ $2x = 3y$, 故本选项正确;

B、由 $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ 可得 $2x = 3y$, 故本选项正确;

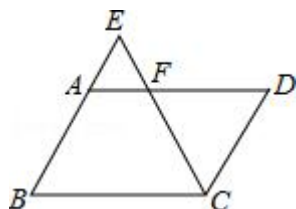
C、由 $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{2}$ 可得 $2x+2y = 5y$, 整理得 $2x = 3y$, 故本选项正确;

D、由 $\frac{x+2}{y+2} = \frac{5}{4}$ 得 $4x+8 = 5y+10$, 整理得 $4x = 5y+2$, 故本选项错误.

故选：D.

【点评】本题考查了比例的性质，熟记两内项之积等于两外项之积并灵活运用是解题的关键.

6. (4分) 如图，E 是平行四边形 ABCD 的 BA 边的延长线上的一点，CE 交 AD 于点 F. 下列各式中，错误的是 ()



A. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BC}$

B. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{DF}$

C. $\frac{AE}{AB} = \frac{FE}{FC}$

D. $\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}$

【考点】L5：平行四边形的性质；S4：平行线分线段成比例.

【专题】11：计算题.

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AB \parallel CD$, $AB = CD$; $AD \parallel BC$, 再根据平行线分线段成比例得到 $\frac{AE}{CD} = \frac{AF}{DF} = \frac{EF}{FC}$, 用 AB 等量代换 CD , 得到 $\frac{AE}{CD} = \frac{AF}{DF} = \frac{EF}{FC}$; 再利用 $AF \parallel BC$, 根据平行线分线段成比例得 $\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}$, 由此可判断 A 选项中的比例是错误的.

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 为平行四边形，

∴ $AB \parallel CD$, $AB = CD$; $AD \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AE}{CD} = \frac{AF}{DF} = \frac{EF}{FC}, \text{ 而 } AB = CD,$$

$$\therefore \frac{AE}{CD} = \frac{AF}{DF} = \frac{EF}{FC}, \text{ 而 } AB = CD,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{DF} = \frac{EF}{FC};$$

又 ∵ $AF \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}.$$

故选：A.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得对应线段成比例. 也考查了平行四边形的性质.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4分) 已知线段 $a = 9\text{cm}$ 、 $b = 4\text{cm}$ ，那么线段 a 、 b 的比例中项 $c = \underline{6} \text{ cm}$.

【考点】S2：比例线段.

【分析】根据比例中项的定义，列出比例式即可得出中项，注意线段不能为负.

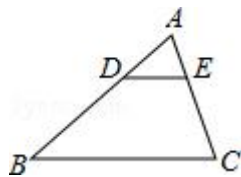
【解答】解：根据比例中项的概念结合比例的基本性质，得：比例中项的平方等于两条线段的乘积.

所以 $c^2 = 4 \times 9$, $x = \pm 6$, (线段是正数，负值舍去),

故答案为：6.

【点评】此题考查了比例线段；理解比例中项的概念，这里注意线段不能是负数.

8. (4分) 如图，已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的 AB 边上，点 E 在 AC 边上. $AE:EC = 2:5$, $AB = 14$ 厘米，当 AD 的长等于 4 厘米时，可以证得 $DE \parallel BC$.



【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】假设 $DE \parallel BC$. 根据平行线分线段成比例可以得到 $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$; 然后结合已知条件可以求得 AD 的长度.

【解答】解： $\because AE:EC = 2:5$,

$$\therefore AE:AC = 2:7;$$

当 $DE \parallel BC$ 时,

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB},$$
$$\therefore \frac{2}{7} = \frac{AD}{14},$$

解得： $AD = 4$;

故答案是：4.

【点评】本题考查平行线分线段成比例定理. 解题时要找准对应关系，避免计算有误.

9. (4分) 如果两个相似三角形的面积之比是 $25:16$ ，那么它们的对应高之比是 $5:4$.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据相似三角形的面积之比等于相似比的平方，对应高之比等于相似比，

先求出相似比，即可求出高之比。

【解答】解：∵相似三角形的面积之比等于相似比的平方，

∴两个相似三角形的面积之比是 25：16，

∴相似三角形的相似比是 5：4，

∴相似三角形的对应高的比等于相似比，

∴相似三角形的对应高的比是 5：4，

故答案为：5：4。

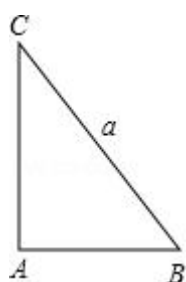
【点评】本题考查了相似三角形的性质的应用，注意：相似三角形的面积之比等于相似比的平方，不是等于相似比。

10. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $\angle B = \beta$ ，那么 $AB = \underline{a\cos\beta}$ (用含 a 和 β 的式子表示)。

【考点】T1：锐角三角函数的定义。

【分析】根据题意画出图形，运用锐角三角函数的定义解答。

【解答】解：如图， $BC = a$ ， $\angle B = \beta$ ， $\cos\beta = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{a}$ ， $\therefore AB = a\cos\beta$ 。



【点评】本题考查锐角三角函数的定义：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边。

11. (4 分) 已知斜坡的坡角为 α ，坡度为 1：1.5，则 $\tan\alpha$ 的值为 $\underline{\frac{2}{3}}$ 。

【考点】T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题。

【专题】12：应用题。

【分析】根据坡度的概念进行解答，坡度即为坡角的正切值。

【解答】解：由题意知斜坡的坡角为 α ，坡度为 1：1.5，

即 $\tan\alpha = 1：1.5 = \frac{2}{3}$ ，

故答案为： $\frac{2}{3}$ 。

【点评】此题考查的是坡度和坡角的关系，坡角的正切等于坡度，坡角越大，坡度也越大，坡面越陡.

12. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{3}{5}$, 则 $\sin A$ 的值为 $\frac{4}{5}$.

【考点】T3: 同角三角函数的关系.

【分析】根据同一锐角的正弦与余弦的平方和是 1, 即可求解.

【解答】解: $\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$, 即 $\sin^2 A + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$,

$$\therefore \sin^2 A = \frac{16}{25},$$

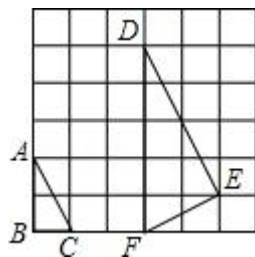
$$\therefore \sin A = \frac{4}{5} \text{ 或 } -\frac{4}{5} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore \sin A = \frac{4}{5}.$$

故答案为: $\frac{4}{5}$.

【点评】此题主要考查了同角的三角函数, 关键是掌握同一锐角的正弦与余弦之间的关系: 对任一锐角 α , 都有 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

13. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的顶点均在方格纸中的小正方形方格 (边长为一个单位长) 的顶点处, 则 $\triangle ABC$ 一定相似 $\triangle DEF$ (在横线上方填写“一定相似”或“不一定相似”或“一定不相似”).



【考点】S8: 相似三角形的判定.

【专题】24: 网格型.

【分析】根据图示计算出 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ 三条边的边长, 然后利用相似三角形的判定定理 (如果两个三角形的三组对应边成比例, 那么这两个三角形相似) 推知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

【解答】解: 根据图示知:

$$AB = 2, BC = 1, AC = \sqrt{5};$$

$$DE = 2\sqrt{5}, EF = \sqrt{5}, DF = 5,$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

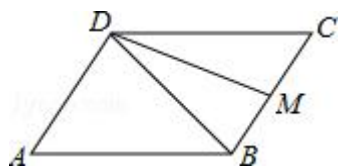
$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF.$$

故答案是：一定相似.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定. 识别两三角形相似, 除了要掌握定义外, 还要注意正确找出两三角形的对应边、对应角.

14. (4分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$, 点 M 是边 BC 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. 用

向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DM}$, $\overrightarrow{DM} = \underline{\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}}$.



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质即可求得: $\overrightarrow{DC} =$

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 又由点 M 是边 BC 的中点, 求得 $\overrightarrow{MC}$ 的值, 然后由 $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{MC}$, 即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

$\because$ 点 M 是边 BC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{MC} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为: $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识与平行四边形的性质. 此题难度不大, 解题的关键是注意三角形法则与平行四边形法则的应用, 注意数形结合思想的应用.

15. (4分) 抛物线 $y = 2(x - 1)^2 - 1$ 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 1)$.

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】根据 y 轴上点的坐标特点令 $x=0$ ，求出 y 的值即可．

【解答】解：令 $x=0$ ，则 $y=2(0-1)^2-1=1$ ，

故抛物线 $y=2(x-1)^2-1$ 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 1)$ ．

故答案为： $(0, 1)$

【点评】本题考查的是二次函数图象上点的坐标特点及 y 轴上点的坐标特点，熟知 y 轴上点的横坐标为 0 的特点是解答此题的关键．

16. (4 分) 已知抛物线 $y=x^2-(a+2)x+9$ (a 以为常数) 的顶点在 y 轴上，则 $a=$ -2 ．

【考点】H3：二次函数的性质．

【分析】由于抛物线的顶点在 y 轴上，则函数的顶点横坐标为 0，据此即可求出 a 的值．

【解答】解： $\because$ 抛物线 $y=x^2-(a+2)x+9$ (a 以为常数) 的顶点在 y 轴上，

$$\therefore -\frac{-(a+2)}{2}=0,$$

解得 $a=-2$ ．

故答案为 -2 ．

【点评】本题考查了二次函数的性质，要善于挖掘题中的隐含条件——顶点在 y 轴上，即函数的顶点横坐标为 0．

17. (4 分) 已知抛物线 $y=x^2-2x+c$ 的对称轴是直线 $x=1$ ，且该抛物线经过点 $A(-1, y_1)$ 和 $B(2, y_2)$ ，比较 y_1 与 y_2 的大小： y_1 > y_2 (填写“>”或“<”或“=”)．

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征．

【专题】2B：探究型．

【分析】先求出 A 点关于直线 $x=1$ 的对称点 C ，再根据抛物线开口向上，对称轴为 $x=1$ ，点 B 、 C 都在对称轴的右侧， y 随 x 的增大而增大，故可判断 y_1 ， y_2 的大小．

【解答】解： $\because A$ 点关于直线 $x=1$ 的对称点 $C(3, y_1)$

$\because$ 抛物线 $y=x^2-2x+c$ 中 $a=1>0$ ，

$\therefore$ 抛物线开口向上，在对称轴的右侧， y 随 x 的增大而增大，

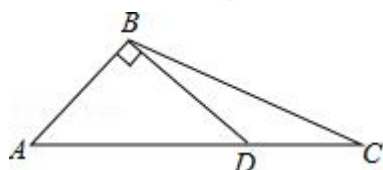
又 $\because 3>2>1$ ，

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故本题答案为：> .

【点评】 本题考查了二次函数的性质，当二次项系数 $a > 0$ 时，在对称轴的左边， y 随 x 的增大而减小，在对称轴的右边， y 随 x 的增大而增大； $a < 0$ 时，在对称轴的左边， y 随 x 的增大而增大，在对称轴的右边， y 随 x 的增大而减小.

18. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ ，点 D 在边 AC 上， $AD:DC=2:1$ ， $BD \perp AB$ ， $\tan \angle DBC = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin \angle BAC$ 的值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【考点】 T7: 解直角三角形.

【分析】 首先过 D 做 AB 的平行线交 BC 于 E ，求出 $\cos \angle DBC = \frac{BD}{BE} = \frac{3k}{\sqrt{10}k} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ，进而得出 $CD^2 = BD^2 + BC^2 - 2BD \cdot BC \cos \angle DBC$ ，求出 CD 的长，进而得出 $\sin \angle BAC$ 的值.

【解答】 解：过 D 做 AB 的平行线交 BC 于 E ，

$$\because BD \perp AB, \therefore BD \perp DE,$$

在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中，

$$\tan \angle DBC = \frac{1}{3},$$

$$\text{即 } \frac{DE}{BD} = \frac{1}{3},$$

设 $DE = k$ ，则 $BD = 3K$ ，

所以 $BE = \sqrt{10}k$.

$$\because DE \parallel AB, \frac{AD}{DC} = 2,$$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = 2,$$

$$\text{故 } CE = \frac{\sqrt{10}}{2}k,$$

$$\text{在 } \triangle DBC \text{ 中 } \tan \angle DBC = \frac{1}{3},$$

$$\text{则 } \cos \angle DBC = \frac{BD}{BE} = \frac{3k}{\sqrt{10}k} = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

由余弦定理: $CD^2 = BD^2 + BC^2 - 2BD \cdot BC \cos \angle DBC$,

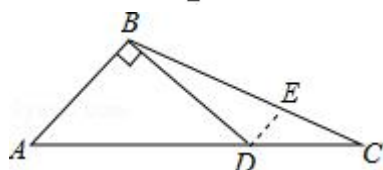
$$CD^2 = 9k^2 + \left(\frac{3\sqrt{10}}{2}\right)^2 k^2 - 2 \times 3k \times \frac{3\sqrt{10}}{2} k \times \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\text{解得: } DC = \frac{3k\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{所以 } AD = 3k\sqrt{2}.$$

$$\text{所以 } \sin \angle BAC = \frac{BD}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



【点评】 本题考查了锐角三角函数的定义以及余弦定理等知识, 利用余弦定理求出 CD 的长是解题关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \frac{1}{2} \sin 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{1}{2 \cos 45^\circ - \tan 45^\circ}.$

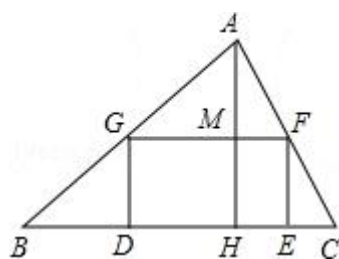
【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 把特殊角的三角函数值代入, 然后化简求值即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \frac{1}{2} \sin 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{1}{2 \cos 45^\circ - \tan 45^\circ} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} + \sqrt{2} + 1 \\ &= \sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$

【点评】 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $BC = 60$, BC 边上的高 $AH = 40$; 矩形 $DEFG$ 的顶点 D 、 E 在边 BC 上, 顶点 G 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, 设 EF 的长为 x , 矩形 $DEFG$ 的面积为 y . 求 y 关于 x 的函数关系式, 并指出这个函数的定义域.



【考点】SA：相似三角形的应用.

【专题】2B：探究型.

【分析】先根据相似三角形的判定定理得出 $\triangle AGF \sim \triangle ABC$ ，那么它们的对应边和对应高的比相等，可据此求出 AM 的表达式，进而可求出 GF 的长，已知矩形的长和宽，即可根据矩形的面积公式得到 y 、 x 的函数关系式.

【解答】解： $\because EF = x$ ， $AH = 40$ ，

$$\therefore AM = 40 - x,$$

$\because$ 矩形 $DEFG$ 的顶点 D 、 E 在边 BC 上，顶点 G 、 F 分别在边 AB 、 AC 上，

$$\therefore GF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle ABC,$$

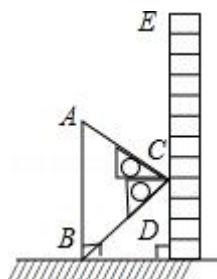
$$\therefore \frac{AM}{AH} = \frac{GF}{BC}, \text{ 即 } \frac{40-x}{40} = \frac{GF}{60},$$

$$\therefore GF = 60 - \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore y = EF \cdot GF = x \left(60 - \frac{3}{2}x \right), \text{ 即 } y = -\frac{3}{2}x^2 + 60x \quad (0 < x < 40).$$

【点评】本题考查的是相似三三角形在实际生活中的应用及矩形的面积，熟知相似三角形对应边成比例的性质是解答此题的关键.

21. (10分) 如图，为了测量某建筑物 AB 的高度，小亮在教学楼 DE 的三楼找到一个观测点 C ，利用三角板测得建筑物 AB 顶端 A 点的仰角为 30° ，底部 B 点的俯角为 45° 。若 $CD = 9$ 米，求建筑物 AB 的高度（结果精确到0.1米，参考数据 $\sqrt{3} = 1.73$ ）.



【考点】TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】首先分析图形，根据题意构造直角三角形. 本题涉及多个直角三角形，应利用其公共边构造关系式求解.

【解答】解：过点 C 作 $CF \perp AB$ 于 F .

$$\because \angle BCF = \angle CBD = 45^\circ, \quad CD = 9,$$

$$\therefore CF = BD = CD = BF = 9$$

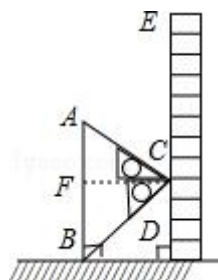
在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中,

$$\because \angle AEC = 90^\circ, \angle ACF = 30^\circ,$$

$$\therefore AF = \tan \angle ACF \cdot FC = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = AF + BF = 3\sqrt{3} + 9 \approx 14.2 \text{ (米)}.$$

所以, 建筑物 AB 的高度约 14.2 米.

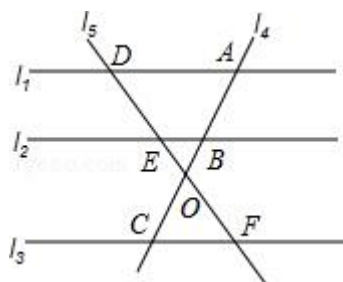


【点评】考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 本题要求学生借助俯角构造直角三角形, 并结合图形利用三角函数解直角三角形.

22. (10 分) 如图, 直线 l_1 、 l_2 、 l_3 分别交直线 l_4 于点 A 、 B 、 C , 交直线 l_5 于点 D 、 E 、 F , 且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 已知 $EF:DF = 5:8$, $AC = 24$.

(1) 求 AB 的长;

(2) 当 $AD = 4$, $BE = 1$ 时, 求 CF 的长.



【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【专题】11: 计算题.

【分析】(1) 根据 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 推出 $\frac{EF}{DF} = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{8}$, 代入求出 BC 即可求出 AB ;

(2) 根据 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 得出 $\frac{BE}{AD} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{4}$, 求出 OB 、 OC , 根据平行线分线段成比例定理得出 $\frac{OB}{OC} = \frac{BE}{CF} = \frac{3}{12}$, 代入求出即可.

例定理得出 $\frac{OB}{OC} = \frac{BE}{CF} = \frac{3}{12}$, 代入求出即可.

【解答】(1) 解: $\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $EF:DF = 5:8$, $AC = 24$,

$$\therefore \frac{EF}{DF} = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{8},$$

$$\therefore \frac{BC}{24} = \frac{5}{8},$$

$$\therefore BC = 15,$$

$$\therefore AB = AC - BC = 24 - 15 = 9.$$

(2) 解: $\because l_1 // l_2 // l_3$

$$\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{OB}{OB+9} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore OB = 3,$$

$$\therefore OC = BC - OB = 15 - 3 = 12,$$

$$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{BE}{CF} = \frac{3}{12},$$

$$\therefore \frac{1}{CF} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore CF = 4.$$

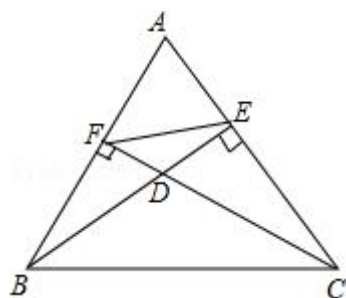
【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理的应用, 能熟练地运用定理进行计算是解此题的关键, 题目比较典型, 难度适中, 注意: 对应成比例.

23. (12分) 已知 BE 、 CF 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 AB 上的高, 高 BE 、 CF 所在的直线相交于点 D (如图)

(1) 当 $\angle BAC$ 是锐角时, 求证: $\triangle ABC \sim \triangle AEF$;

(2) 当 $\angle BAC$ 是钝角时, (1) 中的结论还成立吗? 直接写出结论, 无需说明理由;

(3) 如果 $\angle BAC = 60^\circ$, 求 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】152：几何综合题.

【分析】(1) 根据 BE 、 CF 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 AB 上的高，得出 $\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$ ，即可求出 $\triangle ABE \sim \triangle ACF$ ，得出 $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ ，从而证出 $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ ；

(2) 先作出图形，证明的方法和 (1) 一样.

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，根据 $\angle BAC = 60^\circ$ ，得出 $\angle ABE = 30^\circ$ ，从而得出 $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ ，

即可求出 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.

【解答】解：(1) $\because AB \perp CF$ ， $BE \perp AC$ ，

$$\therefore \angle AEB = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACF,$$

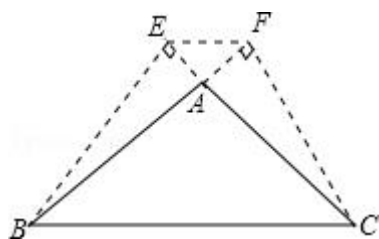
$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AEF;$$

(2) $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ 成立，

如图：



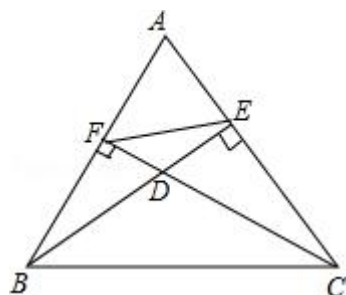
(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，

$$\because \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}.$$



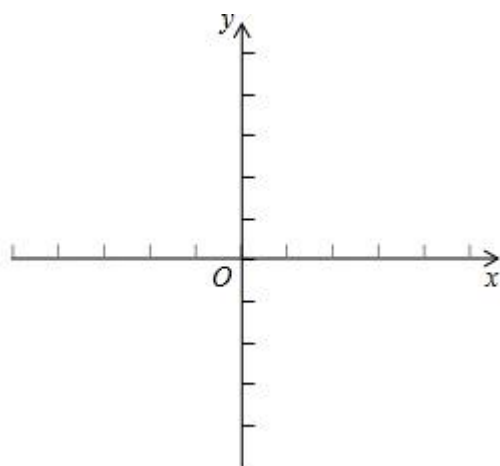
【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质：有两条边对应成比例并且夹角相等的两个三角形相似；相似三角形的对应边成比例，对应角相等．

24. (12分) 已知一个二次函数的图象经过 $A(0, 3)$ 、 $B(4, 3)$ 、 $C(1, 0)$ 三点 (如图).

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 求 $\tan \angle BAC$ 的值;

(3) 若点 D 在 x 轴上, 点 E 在 (1) 中所求出的二次函数的图象上, 且以点 A 、 C 、 D 、 E 为顶点的四边形是平行四边形, 求点 D 、 E 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】15：综合题．

【分析】(1) 设二次函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 利用待定系数法列式计算出 a 、 b 、 c 的值, 从而得解;

(2) 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于点 M , 先求出点 M 的坐标, 然后根据三角形函数的定义列式进行计算即可;

(3) 根据抛物线的对称性结合平行四边形的性质可得 $AE \parallel x$ 轴, 从而得到点 E

与点 B 重合，然后根据平行四边形的对边相等求出 CD 的长度，再分点 D 在点 C 的左边与右边两种情况求解，从而得到点 D 的坐标.

【解答】解：（1）设二次函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\therefore \begin{cases} c=3 \\ 16a+4b+c=3, \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1 \\ b=-4, \\ c=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = x^2 - 4x + 3$;

（2）如图，过点 C 作 $CM \perp AB$ 于点 M ,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(1, 3)$,

$$\tan \angle BAC = \frac{CM}{AM} = \frac{3}{1} = 3;$$

（3） $\because$ 点 D 在 x 轴上，点 E 在二次函数的图象上，

$\therefore$ 以点 A 、 C 、 D 、 E 为顶点的平行四边形中 $AE \parallel CD$,

$\therefore$ 点 E 与点 B 重合，

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(4, 3)$,

$\therefore AE = 4 - 0 = 4$,

根据平行四边形的对边平行且相等 $CD = AE = 4$,

又 $\because$ 点 C 的坐标为 $(1, 0)$,

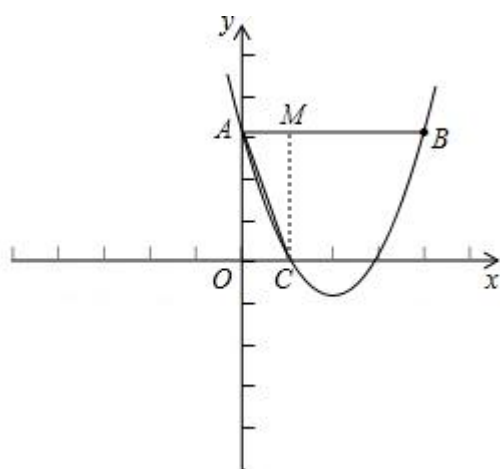
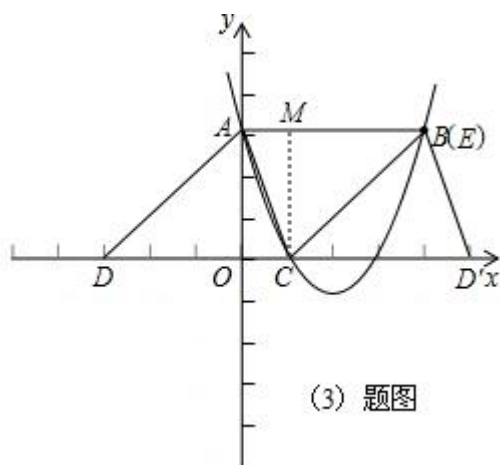
$\therefore$ ①当点 D 在点 C 的左边时， AC 是对角线， $1 - 4 = -3$,

点 D 的坐标为 $(-3, 0)$,

②当点 D 在点 C 的右边时， AC 是平行四边形的边， $1 + 4 = 5$,

点 D 的坐标为 $(5, 0)$,

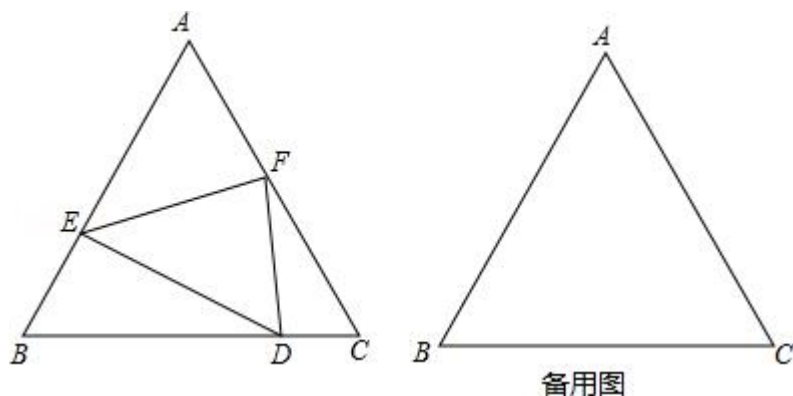
综上所述点 D 的坐标为 $(-3, 0)$ 或 $(5, 0)$ ，点 E 的坐标为 $(4, 3)$.



【点评】本题是对二次函数的综合考查，包括待定系数法求二次函数解析式，锐角函数的三角函数，平行四边形的性质，在确定平行四边形的顶点时，判断出点 E 与点 B 重合是解题的关键。

25. (14 分) 如图，已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6，点 D 是边 BC 上的一个动点，折叠 $\triangle ABC$ ，使得点 A 恰好与边 BC 上的点 D 重合，折痕为 EF (点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上)。

- (1) 当 $AE:AF=5:4$ 时，求 BD 的长；
- (2) 当 $ED \perp BC$ 时，求 EB 的值；
- (3) 当以 B 、 E 、 D 为顶点的三角形与 $\triangle DEF$ 相似时，求 BE 的长。



【考点】KK：等边三角形的性质；PB：翻折变换（折叠问题）；S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】11：计算题．

【分析】（1）根据等边三角形的性质得到 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，则 $\angle BDE + \angle BED = 120^\circ$ ，根据折叠的性质得 $\angle EDF = \angle A = 60^\circ$ ， $AE = DE$ ， $AF = DF$ ，则 $\angle BDE + \angle FDC = 120^\circ$ ，得到 $\angle BDE = \angle DFC$ ，根据三角形相似的判定得 $\triangle BED \sim \triangle CDF$ ，根据相似的性质有 $\frac{BD}{FC} = \frac{DE}{FD} = \frac{BE}{DC}$ ；设 $AE = DE = 5x$ ， $AF = FD = 4x$ ， $BE = 6 - 5x$ ， $FC = 6 - 4x$ ，则 $BD = \frac{5}{4}FC = \frac{5}{4}(6 - 4x)$ ， $DC = \frac{4}{5}BE = \frac{4}{5}(6 - 5x)$ ，即有 $\frac{5}{4}(6 - 4x) + \frac{4}{5}(6 - 5x) = 6$ ，解出 x 即可计算出 BD 的长；

（2）由 $ED \perp BC$ ，得到 $\angle BDE = 90^\circ$ ，而 $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BE = x$ ，则 $AE = ED = 6 - x$ ，利用 60° 的正弦得到 $\sin 60^\circ = \frac{ED}{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 $6 - x = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ ，解方程即可；

（3）讨论：当 $\triangle BED \sim \triangle DEF$ ，则 $\frac{BE}{DE} = \frac{BD}{DF}$ ，即 $\frac{BE}{BD} = \frac{DE}{DF}$ ，由（1）得 $\triangle BED \sim \triangle CDF$ ， $\frac{BD}{FC} = \frac{DE}{FD} = \frac{BE}{DC}$ ，则 $\frac{BE}{BD} = \frac{BE}{DC}$ ，所以 $BD = DC$ ，则 AD 垂直平分 BC ，得到 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线，即可求出 BE ；当 $\triangle BDE \sim \triangle DEF$ ，得到 $\angle BDE = \angle DEF$ ，则 $EF \parallel BC$ ，也得到 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线，即可求出 BE ．

【解答】解：（1） $\because$ 三角形 ABC 为等边三角形，

$$\therefore \angle A = 60^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE + \angle BED = 120^\circ,$$

又 $\because$ 折叠 $\triangle ABC$ ，使得点 A 恰好与边 BC 上的点 D 重合，折痕为 EF ，

$$\therefore \angle EDF = \angle A = 60^\circ, \quad AE = DE, \quad AF = DF,$$

$$\therefore \angle BDE + \angle FDC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle DFC,$$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{BD}{FC} = \frac{DE}{FD} = \frac{BE}{DC},$$

$$\text{当 } AE:AF = 5:4, \text{ 设 } AE = DE = 5x, \quad AF = FD = 4x, \quad BE = 6 - 5x, \quad FC = 6 - 4x,$$

$$\therefore \frac{BD}{FC} = \frac{5}{4} = \frac{BE}{DC},$$

$$\therefore BD = \frac{5}{4}FC = \frac{5}{4}(6 - 4x), \quad DC = \frac{4}{5}BE = \frac{4}{5}(6 - 5x)$$

$$\therefore BD + DC = 6, \text{ 即 } \frac{5}{4}(6 - 4x) + \frac{4}{5}(6 - 5x) = 6,$$

$$\text{解得 } x = \frac{7}{10},$$

$$\therefore BD = \frac{5}{4}\left(6 - 4 \times \frac{7}{10}\right) = 4;$$

(2) 如图,

$$\because ED \perp BC,$$

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\text{而 } \angle B = 60^\circ, \quad AB = 6,$$

$$\text{设 } BE = x, \text{ 则 } AE = ED = 6 - x,$$

$$\therefore \sin B = \sin 60^\circ = \frac{ED}{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore 6 - x = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\text{解得 } x = 12(2 - \sqrt{3}),$$

$$\therefore BE = 24 - 12\sqrt{3};$$

(3) $\because$ 以 B 、 E 、 D 为顶点的三角形与 $\triangle DEF$ 相似,

$$\text{当 } \triangle BED \sim \triangle DEF,$$

$$\therefore \frac{BE}{DE} = \frac{BD}{DF}, \text{ 即 } \frac{BE}{BD} = \frac{DE}{DF},$$

$$\text{又 } \because \triangle BED \sim \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{BD}{FC} = \frac{DE}{FD} = \frac{BE}{DC},$$

$$\therefore \frac{BE}{BD} = \frac{BE}{DC},$$

$$\therefore BD = DC,$$

$\therefore AD$ 垂直平分 BC ,

$\therefore EF$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore BE = 3;$$

当 $\triangle BDE \sim \triangle DEF$,

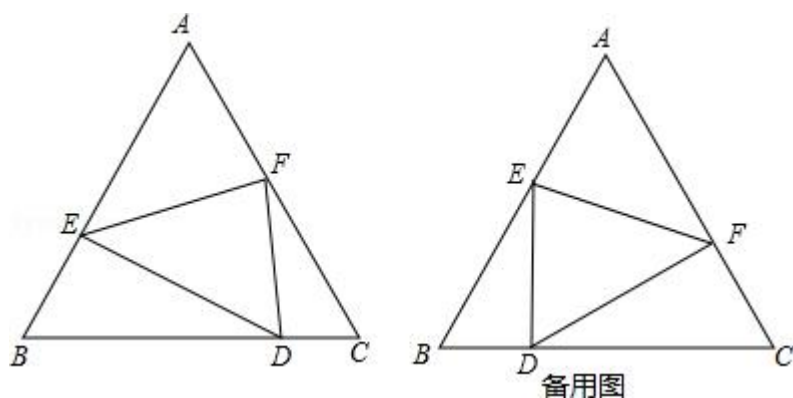
$$\therefore \angle BDE = \angle DEF,$$

$$\therefore EF \parallel BC,$$

而 EF 垂直平分 AD ,

$\therefore EF$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore BE = 3.$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质：有两个角对应相等的两个三角形相似；相似三角形的对应边的比相等．也考查了折叠的性质以及等腰三角形的性质．