

2012 年上海市卢湾区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 若 $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\angle A$ 的大小是 ()
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
2. (4 分) 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与 D 、 E 、 F 对应, 且 $AB:DE = 1:4$, 则这两个三角形的面积比为 ()
- A. $1:2$ B. $1:4$ C. $1:8$ D. $1:16$
3. (4 分) 若在一直角坐标系中, 作 $y = x^2$, $y = x^2 + 2$, $y = -2x^2 + 1$ 的图象, 则它们 ()
- A. 都关于 y 轴对称 B. 开口方向相同
- C. 都经过原点 D. 互相可以通过平移得到
4. (4 分) 对于函数 $y = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$, 下列结论正确的是 ()
- A. 在直线 $x = -1$ 的左侧部分函数的图象是上升的
- B. 在直线 $x = -1$ 的右侧部分函数的图象是上升的
- C. 在直线 $x = 1$ 的左侧部分函数的图象是上升的
- D. 在直线 $x = 1$ 的右侧部分函数的图象是上升的
5. (4 分) 已知矩形的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 若 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 则 ()
- A. $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ B. $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$
- C. $\overrightarrow{BO} = -\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{a})$ D. $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$
6. (4 分) 如果点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 上, 那么不能判定 $DE \parallel BC$ 的比例式是 ()
- A. $AD:DB = AE:EC$ B. $BD:AB = CE:AC$
- C. $DE:BC = AD:AB$ D. $AB:AC = AD:AE$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算: $2(\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}) + 3\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. (4 分) 计算: $\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. (4 分) 如果先将抛物线 $y = 2(x-3)^2 + 4$ 向左平移 3 个单位, 再向下平移 1

个单位，那么所得到的抛物线的表达式为_____.

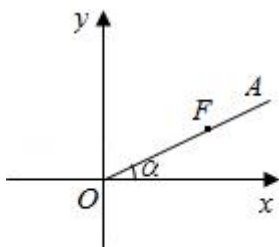
10. (4分) 如果在某建筑物的 A 处测得目标 B 的俯角为 37° ，那么从目标 B 可以测得这个建筑物的 A 处的仰角为_____.

11. (4分) 抛物线 $y = x^2 + 4x$ 的顶点坐标是_____.

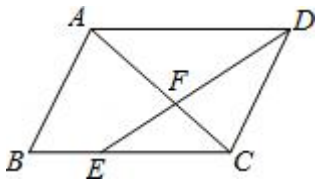
12. (4分) 若在比例尺为 $1:1000000$ 的地图上，测得两地的距离为 5cm ，则这两地的实际距离是_____ km .

13. (4分) 传送带和地面所成斜坡的坡度为 $1:0.75$ ，它把物体从地面送到离地面高 8 米的地方，物体在传送带上所经过的路程为_____米.

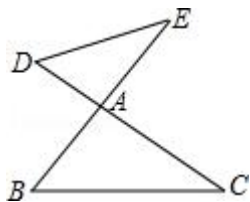
14. (4分) 如图，已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ，如果 $F(4, y)$ 是射线 OA 上的点，那么 F 点的坐标是_____.



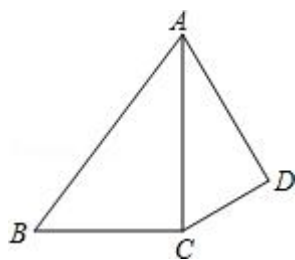
15. (4分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 边上，且 $CE:BC = 2:3$ ， AC 与 DE 相交于点 F ，若 $S_{\triangle AFD} = 9$ ，则 $S_{\triangle EFC} =$ _____.



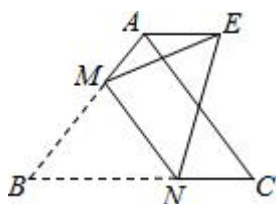
16. (4分) 如图，已知 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ，请添加一个条件，使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，这个条件可以是_____。(写出一个条件即可)



17. (4分) 如图， $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 4$ ，($AD > CD$)，若 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，则 $AD =$ _____.

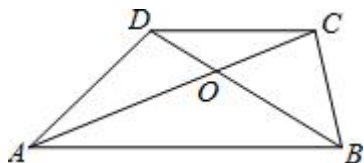


18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $MN \parallel AC$, 直线 MN 将 $\triangle ABC$ 分割成面积相等的两部分. 将 $\triangle BMN$ 沿直线 MN 翻折, 点 B 恰好落在点 E 处, 连接 AE , 若 $AE \parallel CN$, 则 $AE: NC =$ _____.



三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 10 分, 满分 40 分)

19. (10分) 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\triangle AOB$ 的面积等于 9, $\triangle AOD$ 的面积等于 6, $AB = 7$, 求 CD 的长.

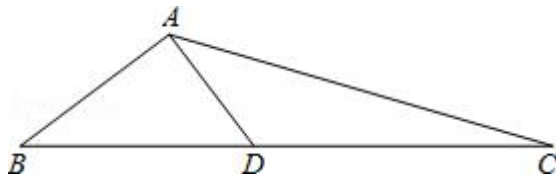


20. (10分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(1, 5)$, $B(-1, 9)$, $C(0, 8)$, 求这个二次函数的解析式, 并写出点 A 关于这个二次函数图象的对称轴对称的点 D 的坐标.

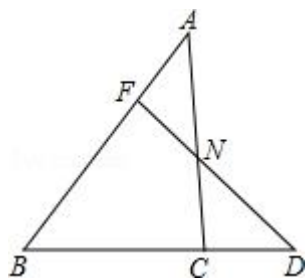
21. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 BC 边上一点, $DA \perp AB$, $AC = 12$, $BD = 7$, $CD = 9$.

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle BCA$;

(2) 求 $\tan \angle CAD$ 的值.



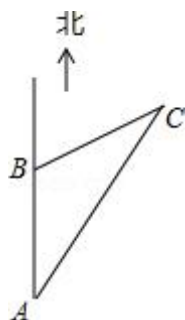
22. (10分) 如图, 已知点 F 在 AB 上, 且 $AF: BF = 1: 2$, 点 D 是 BC 延长线上一点, $BC: CD = 2: 1$, 连接 FD 与 AC 交于点 N , 求 $FN: ND$ 的值.



四、解答题（本大题共 2 题，每题 12 分，满分 24 分）

23.（12 分）一艘轮船沿正北方向航行，在 A 处测得北偏东 21.3° 方向有一座小岛 C ，继续向北航行 60 海里到达 B 处，测得小岛 C 此时在轮船的北偏东 63.5° 方向上．之后，轮船继续向北航行多少海里，距离小岛 C 最近？

（参考数据： $\sin 21.3^\circ \approx \frac{9}{25}$ ， $\tan 21.3^\circ \approx \frac{2}{5}$ ， $\sin 63.5^\circ \approx \frac{9}{10}$ ， $\tan 63.5^\circ \approx 2$ ）

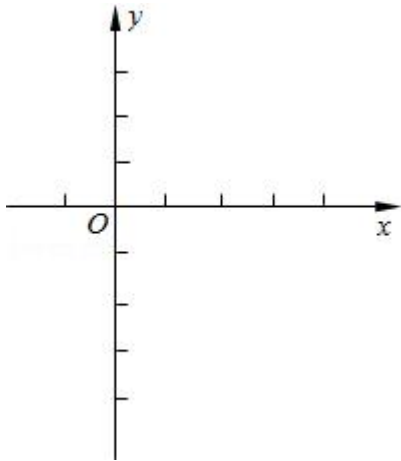


24.（12 分）如图，已知在平面直角坐标系 xoy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 与 x 轴相交于 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ 两点，对称轴 l 与 x 轴相交于点 C ，顶点为点 D ，且 $\angle ADC$ 的正切值为 $\frac{1}{2}$ ．

(1) 求顶点 D 的坐标；

(2) 求抛物线的表达式；

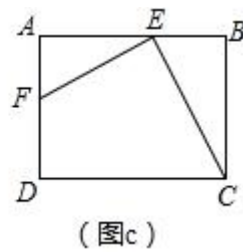
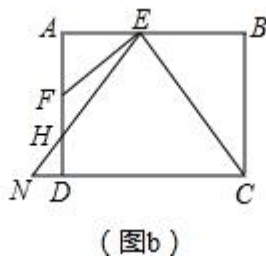
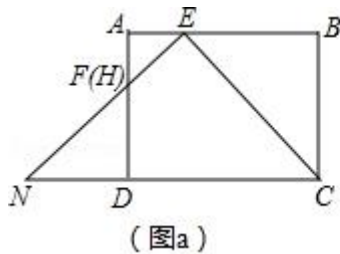
(3) F 点是抛物线上的一点，且位于第一象限，连接 AF ，若 $\angle FAC = \angle ADC$ ，求 F 点的坐标．



五、(本题满分 14 分)

25. (14 分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=3$, E 是 AB 边上一点, $EF \perp CE$ 交 AD 于点 F , 过点 E 作 $\angle AEH = \angle BEC$, 交射线 FD 于点 H , 交射线 CD 于点 N .

- (1) 如图 a , 当点 H 与点 F 重合时, 求 BE 的长;
- (2) 如图 b , 当点 H 在线段 FD 上时, 设 $BE=x$, $DN=y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出它的定义域;
- (3) 连接 AC , 当 $\triangle FHE$ 与 $\triangle AEC$ 相似时, 求线段 DN 的长.



2012 年上海市卢湾区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 若 $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\angle A$ 的大小是 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 结合选项即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 若 $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \angle A = 30^\circ$.

故选: A.

【点评】此题考查了特殊角的三角函数值, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练记忆一些特殊角度的三角函数值, 难度一般.

2. (4 分) 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与 D 、 E 、 F 对应, 且 $AB:DE = 1:4$, 则这两个三角形的面积比为 ()

- A. 1:2 B. 1:4 C. 1:8 D. 1:16

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】先根据题意得出相似三角形的相似比, 再根据相似三角形面积的比等于相似比的平方进行解答即可.

【解答】解: $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与 D 、 E 、 F 对应, 且 $AB:DE = 1:4$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}.$$

故选: D.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质, 即相似三角形的面积的比等于相似比的平方.

3. (4 分) 若在同一直角坐标系中, 作 $y = x^2$, $y = x^2 + 2$, $y = -2x^2 + 1$ 的图象, 则

它们 ()

A. 都关于 y 轴对称

B. 开口方向相同

C. 都经过原点

D. 互相可以通过平移得到

【考点】H2: 二次函数的图象.

【分析】从三个二次函数解析式看, 它们都缺少一次项, 即一次项系数为 0, 故对称轴 $x = 0$, 对称轴为 y 轴.

【解答】解: 观察三个二次函数解析式可知, 一次项系数都为 0,

故对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 0$, 对称轴为 y 轴, 都关于 y 轴对称.

故选: A.

【点评】本题考查了二次函数图象的性质与系数的关系, 需要熟练掌握二次函数性质是解题关键..

4. (4 分) 对于函数 $y = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$, 下列结论正确的是 ()

A. 在直线 $x = -1$ 的左侧部分函数的图象是上升的

B. 在直线 $x = -1$ 的右侧部分函数的图象是上升的

C. 在直线 $x = 1$ 的左侧部分函数的图象是上升的

D. 在直线 $x = 1$ 的右侧部分函数的图象是上升的

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】先根据抛物线的解析式判断出抛物线的开口方向及对称轴方程, 再根据二次函数的增减性进行解答.

【解答】解: $\because$ 函数 $y = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$ 中 $a = \frac{1}{3} > 0$,

$\therefore$ 此抛物线开口向上,

$\therefore$ 对称轴 $x = 1$,

$\therefore$ 在直线 $x = 1$ 的右侧部分函数的图象是上升的.

故选: D.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与系数的关系及二次函数的性质, 熟知二次函数的增减性是解答此题的关键.

5. (4 分) 已知矩形的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 若 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 则 ()

$$A. \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$

$$B. \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$$

$$C. \overrightarrow{BO} = -\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{a})$$

$$D. \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$$

【考点】LM：*平面向量．

【分析】首先由矩形的性质，即可求得 $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ ，然后根据三角形法则，即可求

得 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \vec{a} - \vec{b}$ ，即可求得答案．

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD},$$

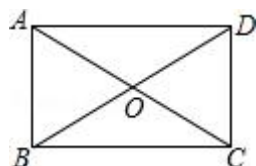
$$\therefore \overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{DC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} = -\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \vec{a} - \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b}).$$

故选：B．



【点评】此题考查了平面向量的知识与矩形的性质．此题难度不大，解题的关键是注意三角形法则的应用．

6. (4分) 如果点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 上，那么不能判定 $DE \parallel BC$ 的比例式是 ()

$$A. AD:DB = AE:EC$$

$$B. BD:AB = CE:AC$$

$$C. DE:BC = AD:AB$$

$$D. AB:AC = AD:AE$$

【考点】S4：平行线分线段成比例．

【分析】由 $AD:DB = AE:EC$ ， $BD:AB = CE:AC$ 与 $AB:AC = AD:AE$ ，根据平行线分线段成比例定理，均可判定 $DE \parallel BC$ ，然后利用排除法即可求得答案．

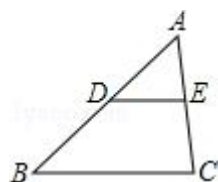
【解答】解：A、∵ $AD:DB = AE:EC$ ，∴ $DE \parallel BC$ ，故本选项能判定 $DE \parallel BC$ ；

B、∵ $BD:AB = CE:AC$ ，∴ $DE \parallel BC$ ，故本选项能判定 $DE \parallel BC$ ；

C、由 $DE:BC=AD:AB$ ，不能判定 $DE\parallel BC$ ；故本选项不能判定 $DE\parallel BC$ ；

D、 $\because AB:AC=AD:AE$ ， $\therefore AB:AD=AC:AE$ ， $\therefore DE\parallel BC$ ，故本选项能判定 $DE\parallel BC$ 。

故选：C。



【点评】此题考查了平行线分线段成比例定理．此题难度不大，解题的关键是注意准确应用平行线分线段成比例定理与数形结合思想的应用。

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算： $2(\frac{3}{4}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b})+3\vec{b}=-\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{b}$ 。

【考点】LM：*平面向量。

【分析】根据平面向量的运算法则，首先去括号，然后合并同类项即可求得答案，注意去括号时别漏乘。

【解答】解： $2(\frac{3}{4}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b})+3\vec{b}=\frac{3}{2}\vec{a}-\vec{b}+3\vec{b}=\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{b}$ 。

故答案为： $\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{b}$ 。

【点评】此题考查了平面向量的运算．此题比较简单，解题的关键是注意运算顺序。

8.（4 分）计算： $\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \tan 45^\circ = \frac{3}{2}$ 。

【考点】T5：特殊角的三角函数值。

【专题】11：计算题。

【分析】将 $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\tan 45^\circ = 1$ 代入运算即可。

【解答】解： $\because \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\tan 45^\circ = 1$ ，

原式 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{3}{2}$ 。

故答案为： $\frac{3}{2}$ 。

【点评】此题考查了特殊角的三角函数值，属于基础题，解答本题的关键是掌握

一些特殊角度的三角函数值，是需要我们熟记的内容.

9. (4分) 如果先将抛物线 $y = 2(x - 3)^2 + 4$ 向左平移 3 个单位，再向下平移 1 个单位，那么所得到的抛物线的表达式为 $y = 2x^2 + 3$.

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】2B：探究型.

【分析】直接根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】解：由“左加右减”的原则可知，将抛物线 $y = 2(x - 3)^2 + 4$ 向左平移 3 个单位所得抛物线的解析式为： $y = 2(x - 3 + 3)^2 + 4$ ，即 $y = 2x^2 + 4$ ；
由上加下减的原则可知，将抛物线 $y = 2x^2 + 4$ 向下平移 1 个单位所得到的抛物线的表达式为 $y = 2x^2 + 4 - 1$ ，即 $y = 2x^2 + 3$.

故答案为： $y = 2x^2 + 3$.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减，左加右减”的原则是解答此题的关键.

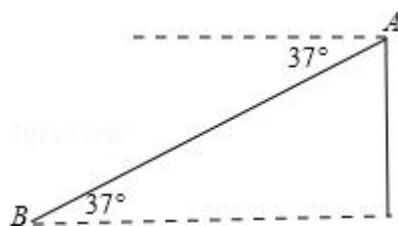
10. (4分) 如果在某建筑物的 A 处测得目标 B 的俯角为 37° ，那么从目标 B 可以测得这个建筑物的 A 处的仰角为 37° .

【考点】TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【专题】12：应用题.

【分析】根据俯角和仰角的定义和平行线的性质即可得到目标 B 可以测得这个建筑物的 A 处的仰角为 37° .

【解答】解：如图，



$\because$ 某建筑物的 A 处测得目标 B 的俯角为 37° ,

$\therefore$ 目标 B 可以测得这个建筑物的 A 处的仰角为 37° ,

故答案为： 37°

【点评】本题考查了解直角三角形的应用：向下看，视线与水平线的夹角叫俯角；向上看，视线与水平线的夹角叫仰角.

11. (4分) 抛物线 $y = x^2 + 4x$ 的顶点坐标是 $(-2, -4)$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】直接利用顶点公式可求顶点坐标.

【解答】解: $\because \frac{b}{2a} = -2, \frac{4ac-b^2}{4a} = -4,$

$\therefore$ 顶点坐标是 $(-2, -4)$.

故答案为: $(-2, -4)$.

【点评】本题主要考查了求抛物线的顶点坐标、对称轴的方法, 是基础知识要熟练掌握.

12. (4分) 若在比例尺为 $1: 1000000$ 的地图上, 测得两地的距离为 $5cm$, 则这两地的实际距离是 50 km .

【考点】S2: 比例线段.

【分析】图上距离除以比例尺, 算出实际距离, 进而把厘米换算成千米即可.

【解答】解: $5 \div 1000000 = 5000000cm = 50km$.

故答案为 50 .

【点评】考查有关比例线段的计算; 注意厘米换算成千米应缩小 100000 倍.

13. (4分) 传送带和地面所成斜坡的坡度为 $1: 0.75$, 它把物体从地面送到离地面高 8 米的地方, 物体在传送带上所经过的路程为 10 米.

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】11: 计算题.

【分析】由已知高度和坡度可求出水平宽度, 利用勾股定理求解即可

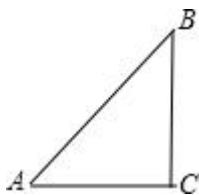
【解答】解: 如图: 由已知得: $BC = 8$,

$$\frac{BC}{AC} = \frac{1}{0.75},$$

$$\therefore AC = 0.75BC = 6,$$

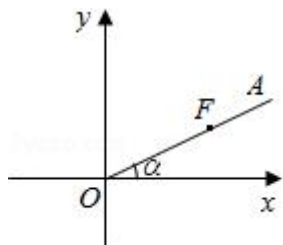
$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10,$$

故答案为: 10 .



【点评】 本题考查了坡度的概念、勾股定理.

14. (4分) 如图, 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 如果 $F(4, y)$ 是射线 OA 上的点, 那么 F 点的坐标是 $(4, 2)$.



【考点】 D5: 坐标与图形性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 过 F 作 $FC \perp x$ 轴于 C , 根据锐角三角函数的定义得出 $\tan \alpha = \frac{CF}{OC} = \frac{1}{2}$,

代入求出 CF , 即可得出答案.

【解答】 解: 过 F 作 $FC \perp x$ 轴于 C ,

$\because F(4, y)$,

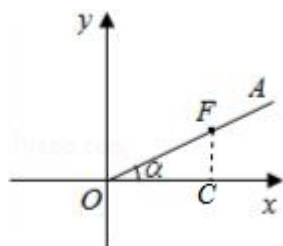
则 $OC = 4$, $CF = y$,

在 $\text{Rt} \triangle OFC$ 中, $\tan \alpha = \frac{CF}{OC} = \frac{1}{2}$,

即 $\frac{CF}{4} = \frac{1}{2}$, $\therefore CF = 2$,

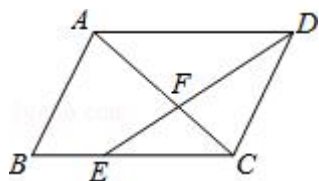
即 $y = 2$.

故答案为 $(4, 2)$.



【点评】 本题考查了锐角三角形 = 函数的定义, 坐标与图形性质的应用, 关键是构造直角三角形, 主要培养了学生运用锐角三角函数的定义进行计算的能力.

15. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 BC 边上, 且 $CE: BC = 2: 3$, AC 与 DE 相交于点 F , 若 $S_{\triangle AFD} = 9$, 则 $S_{\triangle EFC} =$ 4 .



【考点】L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】17：推理填空题．

【分析】由于四边形 $ABCD$ 是平行四边形，所以得到 $BC \parallel AD$ 、 $BC = AD$ ，而 $CE:BC = 2:3$ ，由此即可得到 $\triangle AFD \sim \triangle CFE$ ，它们的相似比为 $3:2$ ，最后利用相似三角形的性质即可求解．

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore BC \parallel AD, BC = AD,$$

而 $CE:BC = 2:3$ ，

$\therefore \triangle AFD \sim \triangle CFE$ ，且它们的相似比为 $3:2$ ，

$$\therefore S_{\triangle AFD}:S_{\triangle EFC} = \left(\frac{3}{2}\right)^2,$$

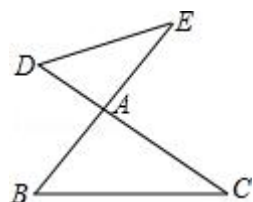
而 $S_{\triangle AFD} = 9$ ，

$$\therefore S_{\triangle EFC} = 4.$$

故答案为：4．

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定与性质，解题首先利用平行四边形的构造相似三角形的相似条件，然后利用其性质即可求解．

16. (4 分) 如图，已知 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ，请添加一个条件，使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，这个条件可以是 $\angle D = \angle B$ (答案不唯一)．(写出一个条件即可)



【考点】S8：相似三角形的判定．

【专题】26：开放型．

【分析】已知 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ，再加夹角应相等即可．

【解答】解： $\angle D = \angle B$ ，

证明：∵ $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ， $\angle D = \angle B$ ，

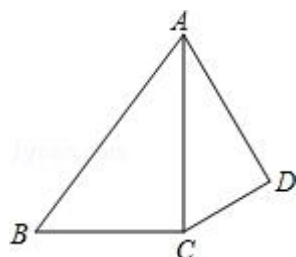
∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ．

故答案为： $\angle D = \angle B$ ．

【点评】本题考查了相似三角形的判定：（1）两角对应相等，两三角形相似；（2）两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似；（3）三边对应成比例，两三角形相似；

（4）如果一个直角三角形的斜边和一条直角边与另一个直角三角形的斜边和一条直角边对应成比例，那么这两个直角三角形相似．

17.（4分）如图， $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 4$ ，（ $AD > CD$ ），若 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，则 $AD = \frac{16}{5}$ ．



【考点】KQ：勾股定理；S7：相似三角形的性质．

【分析】根据相似三角形的对应边成比例即可求出 AD 的长度．

【解答】解：∵ $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，

$$\therefore AB : AC = AC : AD,$$

$$\text{又} \because AB = 5, AC = 4,$$

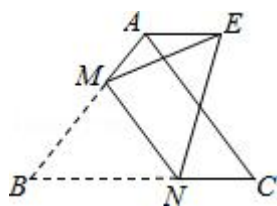
$$\therefore 5AD = 16$$

$$\therefore AD = \frac{16}{5}.$$

故答案为： $\frac{16}{5}$ ．

【点评】本题考查相似三角形的性质：相似三角形的对应边成比例，比较简单．

18.（4分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $MN \parallel AC$ ，直线 MN 将 $\triangle ABC$ 分割成面积相等的两部分．将 $\triangle BMN$ 沿直线 MN 翻折，点 B 恰好落在点 E 处，连接 AE ，若 $AE \parallel CN$ ，则 $AE : NC = \sqrt{2} : 1$ ．



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】利用翻折变换的性质得出 $BE \perp MN$, $BE \perp AC$, 进而利用相似三角形的判定与性质得出对应边之间的比值与高之间关系, 即可得出答案.

【解答】解: 连接 BE , 交 MN 于点 I , 交 AC 于点 Z ,

$\because$ 将 $\triangle BMN$ 沿直线 MN 翻折, 点 B 恰好落在点 E 处,

$\therefore BE \perp MN$ 于点 I ,

$\because MN \parallel AC$,

$\therefore BE \perp AC$ 于点 Z ,

设 $\triangle EMN$ 与边 AC 交于点 F 、 G $\because MN \parallel AC$,

$\therefore \triangle BMN \sim \triangle BAC$,

$\therefore (BI: BZ)^2 = S_{\triangle BMN}: S_{\triangle BAC} = 1: 2$,

$\therefore BI: BZ = 1: \sqrt{2}$,

$\therefore ZI: BI = (\sqrt{2} - 1): 1$,

$\because \triangle EMN$ 是由 $\triangle BMN$ 翻折得到,

$\therefore \triangle EMN \cong \triangle BMN$,

$\therefore EI = BI$,

$\therefore ZI: EI = (\sqrt{2} - 1): 1$,

$\therefore \frac{ZI+EI}{ZI} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$,

$\therefore 1 + \frac{EI}{ZI} = \sqrt{2}+1$,

$\therefore EZ: ZI = \sqrt{2}: 1$,

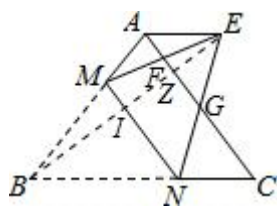
$\because AC \parallel MN$, $AE \parallel NC$,

$\therefore \frac{EZ}{ZI} = \frac{EG}{GN} = \frac{AE}{NC}$,

$\therefore \frac{EG}{GN} = \frac{\sqrt{2}}{1}$,

$\therefore AE: NC = \sqrt{2}: 1$,

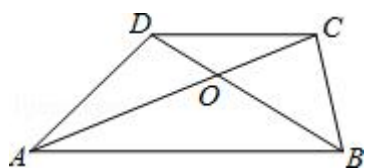
故答案为: $\sqrt{2}: 1$.



【点评】此题主要考查了翻折变换的性质以及相似三角形的判定与性质和比例的性质，根据已知得出 $BE \perp MN$ ， $BE \perp AC$ ，以及 $\frac{EZ}{ZI} = \frac{EG}{GN} = \frac{AE}{NC}$ 是解题关键．

三、简答题（本大题共 4 题，每题 10 分，满分 40 分）

19. (10 分) 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $\triangle AOB$ 的面积等于 9， $\triangle AOD$ 的面积等于 6， $AB = 7$ ，求 CD 的长．



【考点】S4：平行线分线段成比例．

【分析】根据 $\triangle AOB$ 的面积等于 9， $\triangle AOD$ 的面积等于 6，可知 $OB:OD$ 的值，再根据平行线分线段成比例即可求解．

【解答】解： $\because AB \parallel DC$ ，

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DO}{BO}, \dots (3 \text{ 分})$$

$\because \triangle AOB$ 的面积等于 9， $\triangle AOD$ 的面积等于 6，

$$\therefore \frac{DO}{BO} = \frac{2}{3}, (3 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DO}{BO} = \frac{2}{3},$$

$\because AB = 7$ ，

$$\therefore CD = \frac{14}{3}.$$

【点评】本题主要考查了平行线分线段成比例和等高三角形的面积的比等于对应底边的比的性质，熟练掌握性质是解题的关键．

20. (10 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(1, 5)$ ， $B(-1, 9)$ ， $C(0, 8)$ ，求这个二次函数的解析式，并写出点 A 关于这个二次函数图象的对称轴对称的点 D 的坐标．

【考点】H8：待定系数法求二次函数解析式．

【专题】11：计算题．

【分析】 设二次函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，然后利用待定系数法列式求出 a 、 b 、 c 的值，然后整理求出抛物线对称轴解析式，再根据轴对称性写出点 D 的坐标即可。

【解答】 解：设二次函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，

根据题意得，
$$\begin{cases} a+b+c=5 \\ a-b+c=9 \\ c=8 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=8 \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数解析式为 $y = -x^2 - 2x + 8$ ，

抛物线对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \times (-1)} = -1$ ，

$\therefore$ 设点 D 坐标为 $(m, 5)$ ，

则 $\frac{1+m}{2} = -1$ ，

解得 $m = -3$ ，

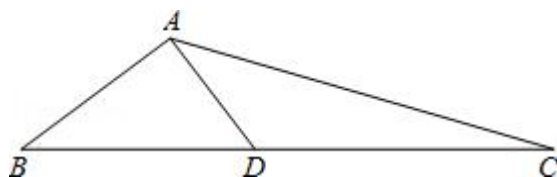
$\therefore$ 点 A 关于这个二次函数图象的对称轴对称的点 D 的坐标是 $(-3, 5)$ 。

【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数解析式以及点的轴对称性，待定系数法是求函数解析式常用的方法，需熟练掌握并灵活运用。

21. (10 分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 边上一点， $DA \perp AB$ ， $AC = 12$ ， $BD = 7$ ， $CD = 9$ 。

(1) 求证： $\triangle ACD \sim \triangle BCA$ ；

(2) 求 $\tan \angle CAD$ 的值。



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质；T1：锐角三角函数的定义。

【专题】 152：几何综合题。

【分析】 (1) 根据三角形的边长，即可正确两个三角形的两边的比对应相等，而夹角相等，即可证得两个三角形相似；

(2) 根据相似三角形的性质可以证得： $\triangle ABD$ 是直角三角形，根据三角函数的定义即可求解。

【解答】 (1) 证明: $\because BD = 7, CD = 9,$

$$\therefore BC = 16$$

$$\because AC = 12$$

$$\therefore \frac{CD}{AC} = \frac{3}{4}, \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore \frac{CD}{AC} = \frac{AC}{BC}.$$

$$\because \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCA.$$

$$(2) \because \triangle ACD \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle B, \frac{AD}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{3}{4}.$$

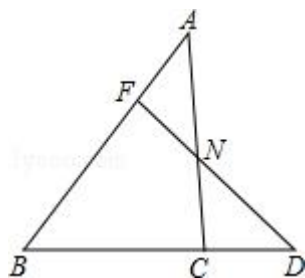
$$\because DA \perp AB,$$

$$\therefore \tan B = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{3}{4}.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 以及三角函数的定义, 正确证得两个三角形相似是关键.

22. (10分) 如图, 已知点 F 在 AB 上, 且 $AF:BF = 1:2$, 点 D 是 BC 延长线上一点, $BC:CD = 2:1$, 连接 FD 与 AC 交于点 N , 求 $FN:ND$ 的值.



【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 过点 F 作 $FE \parallel BD$, 交 AC 于点 E , 求出 $\frac{FE}{BC} = \frac{1}{3}$, 得出 $FE = \frac{1}{3}BC$, 根据已知推出 $CD = \frac{1}{2}BC$, 根据平行线分线段成比例定理推出 $\frac{FN}{ND} = \frac{EF}{CD}$, 代入化简即可.

【解答】 解: 过点 F 作 $FE \parallel BD$, 交 AC 于点 E ,

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AB},$$

$$\because AF:BF = 1:2,$$

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{FE}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\text{即 } FE = \frac{1}{3}BC,$$

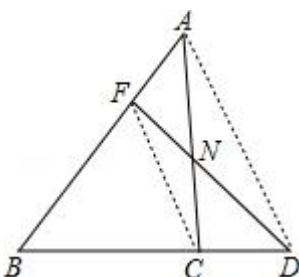
$$\because BC:CD = 2:1,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because FE \parallel BD,$$

$$\therefore \frac{FN}{ND} = \frac{FE}{CD} = \frac{\frac{1}{3}BC}{\frac{1}{2}BC} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{即 } FN:ND = 2:3.$$



证法二、连接 CF 、 AD ，

$$\because AF:BF = 1:2, BC:CD = 2:1,$$

$$\therefore \frac{BF}{AB} = \frac{BC}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\because \angle B = \angle B,$$

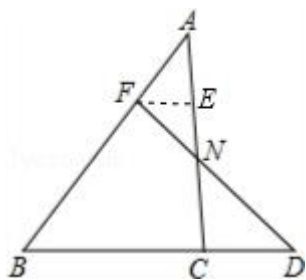
$$\therefore \triangle BCF \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \frac{FC}{AD} = \frac{BC}{BD} = \frac{2}{3}, \quad \angle BCF = \angle BDA,$$

$$\therefore FC \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle CNF \sim \triangle AND,$$

$$\therefore \frac{FN}{ND} = \frac{CF}{AD} = \frac{2}{3}.$$

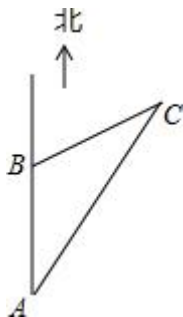


【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理的应用，注意：平行线分的线段对应成比例，此题具有一定的代表性，但是一定比较容易出错的题目．

四、解答题（本大题共 2 题，每题 12 分，满分 24 分）

23.（12 分）一艘轮船沿正北方向航行，在 A 处测得北偏东 21.3° 方向有一座小岛 C ，继续向北航行 60 海里到达 B 处，测得小岛 C 此时在轮船的北偏东 63.5° 方向上．之后，轮船继续向北航行多少海里，距离小岛 C 最近？

（参考数据： $\sin 21.3^\circ \approx \frac{9}{25}$ ， $\tan 21.3^\circ \approx \frac{2}{5}$ ， $\sin 63.5^\circ \approx \frac{9}{10}$ ， $\tan 63.5^\circ \approx 2$ ）



【考点】 TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题．

【分析】 过 C 作 AB 的垂线，交直线 AB 于点 D ，得到 $\text{Rt}\triangle ACD$ 与 $\text{Rt}\triangle BCD$ ，在直角 $\triangle BCD$ 中，即可利用 BD 表示出 CD 的长，再在直角 $\triangle ACD$ 中，利用三角函数即可求解．

【解答】 解：过 C 作 AB 的垂线，交直线 AB 于点 D ，得到 $\text{Rt}\triangle ACD$ 与 $\text{Rt}\triangle BCD$ ．
设 $BD = x$ 海里，

在直角 $\triangle BCD$ 中， $CD = BD \cdot \tan \angle CBD = x \cdot \tan 63.5^\circ$ ，

在直角 $\triangle ACD$ 中， $AD = AB + BD = (60 + x)$ 海里， $\tan \angle A = \frac{CD}{AD}$ ，

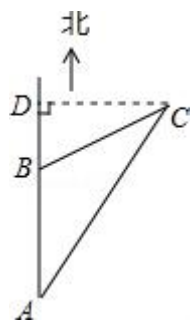
$$\therefore CD = (60 + x) \cdot \tan 21.3^\circ，$$

$$\therefore x \cdot \tan 63.5^\circ = (60 + x) \tan 21.3^\circ，$$

$$\text{即 } 2x = \frac{2}{5} (60 + x)，$$

解得： $x = 15$ ，

答：轮船继续向北航行 15 海里，距离小岛 C 最近．



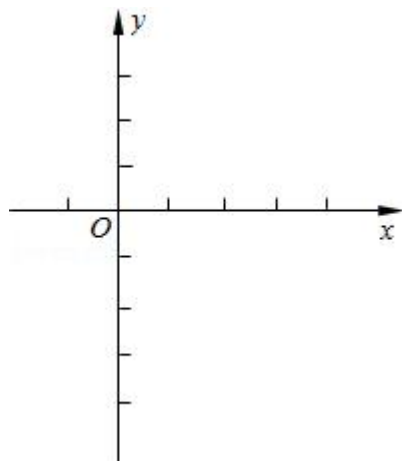
【点评】 本题主要考查了方向角含义以及三角函数，正确记忆三角函数的定义，把一般三角形通过作高线转化为直角三角形是解决本题的关键．

24. (12 分) 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 与 x 轴相交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点，对称轴 l 与 x 轴相交于点 C ，顶点为点 D ，且 $\angle ADC$ 的正切值为 $\frac{1}{2}$ ．

(1) 求顶点 D 的坐标；

(2) 求抛物线的表达式；

(3) F 点是抛物线上的一点，且位于第一象限，连接 AF ，若 $\angle FAC = \angle ADC$ ，求 F 点的坐标．



【考点】 HF：二次函数综合题．

【分析】 (1) 由抛物线和 x 轴交于 A , B 两点，可求出对称轴方程，再由已知条件可求出 CD 的长，进而求出 D 的坐标；

(2) 设抛物线的解析式为 $y = a(x - h)^2 + k$ ，由 (1) 可知 $h = 1$, $k = -4$ ，再把 A 或 B 点的坐标代入求出 a 的值即可；

(3) 过点 F 作 $FH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 设 $F(x, x^2 - 2x - 3)$, 由已知条件求出 x 的值, 即可求出 F 的坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线与 x 轴相交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点,

$$\therefore \text{对称轴直线 } l = \frac{-1+3}{2} = 1,$$

$\because$ 对称轴 l 与 x 轴相交于点 C ,

$$\therefore AC = 2,$$

$$\because \angle ACD = 90^\circ, \quad \tan \angle ADC = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CD = 4,$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore D(1, -4);$$

(2) 设 $y = a(x - h)^2 + k$, 有 (1) 可知 $h = 1$, $k = -4$,

$$\therefore y = a(x - 1)^2 - 4,$$

将 $x = -1$, $y = 0$ 代入上式,

$$\text{得: } a = 1,$$

所以, 这条抛物线的表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$;

(3) 过点 F 作 $FH \perp x$ 轴, 垂足为点 H ,

设 $F(x, x^2 - 2x - 3)$,

$$\because \angle FAC = \angle ADC,$$

$$\therefore \tan \angle FAC = \tan \angle ADC,$$

$$\because \tan \angle ADC = \frac{1}{2},$$

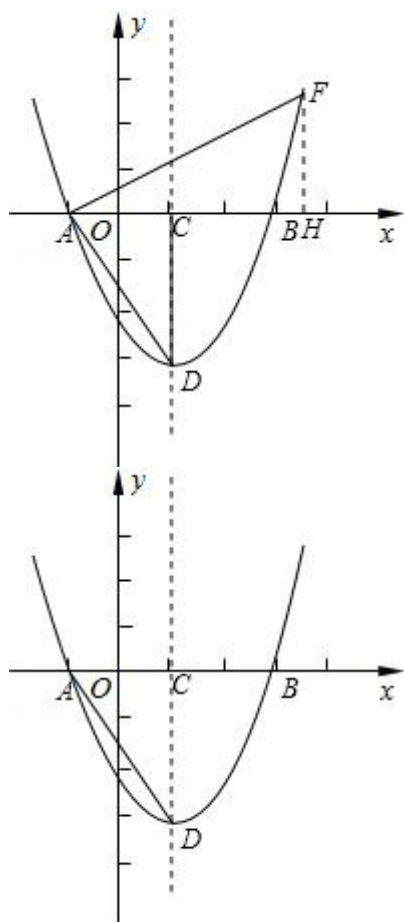
$$\therefore \tan \angle FAC = \frac{FH}{AH} = \frac{1}{2},$$

$$\because FH = x^2 - 2x - 3, \quad AH = x + 1,$$

$$\therefore \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \frac{1}{2},$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{7}{2}, \quad x_2 = -1 \text{ (舍)},$$

$$\therefore F\left(\frac{7}{2}, \frac{9}{4}\right).$$



【点评】 本题考查了二次函数的综合应用，这类试题一般难度较大．解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识，并注意挖掘题目中的一些隐含条件．

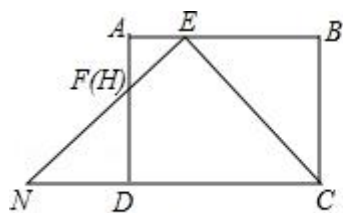
五、(本题满分 14 分)

25. (14 分) 在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $BC=3$ ， E 是 AB 边上一点， $EF \perp CE$ 交 AD 于点 F ，过点 E 作 $\angle AEH = \angle BEC$ ，交射线 FD 于点 H ，交射线 CD 于点 N ．

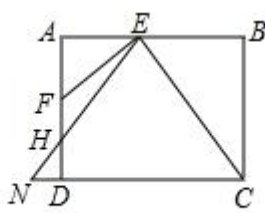
(1) 如图 a ，当点 H 与点 F 重合时，求 BE 的长；

(2) 如图 b ，当点 H 在线段 FD 上时，设 $BE=x$ ， $DN=y$ ，求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出它的定义域；

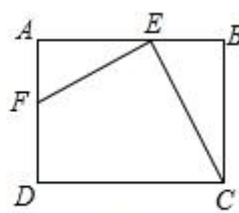
(3) 连接 AC ，当 $\triangle FHE$ 与 $\triangle AEC$ 相似时，求线段 DN 的长．



(图a)



(图b)



(图c)

【考点】LB：矩形的性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】16：压轴题．

【分析】（1）由已知条件证明 $BE = BC$ 即可求出 BE 的长；

（2）过点 E 作 $EG \perp CN$ ，垂足为点 G ，利用矩形的性质和等腰三角形的性质证明 $CN = 2CG = 2BE$ ，即可得到 y 与 x 之间的函数关系式；

（3）首先证明 $\angle HFE = \angle AEC$ ，当 $\triangle FHE$ 与 $\triangle AEC$ 相似时，再分 $\angle FHE = \angle EAC$ 和 $\angle FHE = \angle ECA$ 两种情况求出满足题意的 DN 的值即可．

【解答】解：（1） $\because EF \perp EC$ ，

$$\therefore \angle AEF + \angle BEC = 90^\circ ,$$

$$\because \angle AEF = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle BEC = 45^\circ ,$$

$$\because \angle B = 90^\circ ,$$

$$\therefore BE = BC,$$

$$\because BC = 3,$$

$$\therefore BE = 3;$$

（2）过点 E 作 $EG \perp CN$ ，垂足为点 G ，

$\therefore$ 四边形 $BEGC$ 是矩形，

$$\therefore BE = CG,$$

$$\because AB \parallel CN,$$

$$\therefore \angle AEH = \angle ENC, \angle BEC = \angle ECN,$$

$$\because \angle AEH = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle ENC = \angle ECN,$$

$$\therefore EN = EC,$$

$$\therefore CN = 2CG = 2BE,$$

$$\because BE = x, DN = y, CD = AB = 4,$$

$$\therefore y = 2x - 4 \quad (2 \leq x \leq 3);$$

（3） $\because \angle BAD = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AFE + \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\because EF \perp EC,$$

$$\therefore \angle AEF + \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CEB,$$

$$\therefore \angle HFE = \angle AEC,$$

当 $\triangle FHE$ 与 $\triangle AEC$ 相似时,

$$(i) \text{ 若 } \angle FHE = \angle EAC,$$

$$\because \angle BAD = \angle B, \angle AEH = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle FHE = \angle ECB,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle ECB,$$

$$\therefore \tan \angle EAC = \tan \angle ECB,$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{BE}{BC},$$

$$\because AB = 4, BC = 3,$$

$$\therefore BE = \frac{9}{4},$$

$$\because \text{设 } BE = x, DN = y, y = 2x - 4,$$

$$\therefore DN = \frac{1}{2};$$

$$(ii) \text{ 若 } \angle FHE = \angle ECA, \text{ 如图所示, 设 } EG \text{ 与 } AC \text{ 交于点 } O,$$

$$\because EN = EC, EG \perp CN,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because AH \parallel EG,$$

$$\therefore \angle FHE = \angle 1,$$

$$\therefore \angle FHE = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle ECA,$$

$$\therefore EO = CO,$$

设 $EO = CO = 3k$, 则 $AE = 4k$, $AO = 5k$,

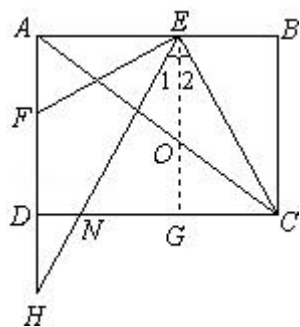
$$\therefore AO + CO = 8k = 5,$$

$$\therefore k = \frac{5}{8},$$

$$\therefore AE = \frac{5}{2}, BE = \frac{3}{2},$$

$\therefore DN = 1$,

综上所述, 线段 DN 的长为 $\frac{1}{2}$ 或 1 时 $\triangle FHE$ 与 $\triangle AEC$ 相似.



【点评】 本题考查了矩形的性质、等腰三角形的判定和等腰三角形的性质以及一次函数在几何图形中的应用、相似三角形的性质和锐角三角函数的应用, 题目难度大, 综合性很强, 是培养学生的综合能力不错的一道题目.