

2002 年上海市中考数学真题及答案

(满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

考生注意: 除第一、二大题外其余各题如无特别说明, 都必须写出证明或计算的主要步骤.

一. 填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

1. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$ _____.

2. 如果分式 $\frac{x+3}{x-2}$ 无意义, 那么 $x =$ _____.

3. 在张江高科技园区的上海超级计算中心内, 被称为“神威 1”的计算机运算速度为每秒 384 000 000 000 次, 这个速度用科学记数法表示为每秒_____次.

4. 方程 $\sqrt{2x^2 - 1} = x$ 的根是_____.

5. 抛物线 $y = x^2 - 6x + 3$ 的顶点坐标是_____.

6. 如果 $f(x) = kx$, $f(2) = -4$, 那么 $k =$ _____.

7. 在方程 $x^2 + \frac{1}{x^2 - 3x} = 3x - 4$ 中, 如果设 $y = x^2 - 3x$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

8. 某出租车公司在“五一”长假期间平均每天的营业额为 5 万元, 由此推断 5 月份的总营业额约为 $5 \times 31 = 155$ (万元) 根据所学的统计知识, 你认为这样的推断是否合理? 答: _____.

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, 如果 $AD = 8$, $DB = 6$, $EC = 9$, 那么 $AE =$ _____.

10. 在离旗杆 20 米处的地方用测角仪测得旗杆顶的仰角为 a , 如果测角仪高为 1.5 米, 那么旗杆的高为_____米, (用含 a 的三角比表示).

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $AB = AC = 5\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 那么这个三角形的重心 G 到 BC 的距离是_____cm.

12. 两个以点 O 为圆心的同心圆中, 大圆的弦 AB 与小圆相切, 如果 AB 的长为 24, 大圆的半径 OA 为 13, 那么小圆的半径为_____.

13. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A < \angle B$, CM 是斜边 AB 上的中线, 将 $\triangle ACM$ 沿直线 CM 折叠,

点 A 落在点 D 处, 如果 CD 恰好与 AB 垂直, 那么 $\angle A$ 等于_____度.

14. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, E 、 F 分别是边 AB 、 AC 的中点, 连结 DE 、 DF , 在不再连结其他线段的前提下, 要使四边形 $AEDF$ 成为菱形, 还需添加一个条件, 这个条件可以是_____.

二、多项选择题 (本大题 4 题, 每题 3 分, 满分 12 分)

[每题列出的四个答案中, 至少有一个是正确的, 把所有正确答案的代号填入括号内, 错选或不选得 0 分, 否则每漏选一个扣 1 分, 直至扣完为止]

15. 在下列各数中, 是无理数的是 ()

- (A) π ; (B) $\frac{22}{7}$; (C) $\sqrt{9}$; (D) $\sqrt{4}$.

16. 在下列各组根式中, 是同类二次根式的是 ()

- (A) $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{12}$; (B) $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{2}}$;
(C) $\sqrt{4ab}$ 和 $\sqrt{ab^3}$; (D) $\sqrt{a-1}$ 和 $\sqrt{a+1}$.

17. 如果两个半径不相等的圆有公共点, 那么这两个圆的公切线可能是 ()

- (A) 1 条; (B) 2 条; (C) 3 条; (D) 4 条

18. 下列命题中, 正确的是 ()

- (A) 正多边形都是轴对称图形;
(B) 正多边形一个内角的大小与边数成正比例;
(C) 正多边形一个外角的大小随边数的增加而减少;
(D) 边数大于 3 的正多边形的对角线长相等.

三、(大小题共 4 题, 每题 7 分, 满分 28 分)

19. 计算: $\frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2-x-6} - \frac{2x+6}{x^2-9}$.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x+1 > 5(x-1), & \text{①} \\ \frac{4}{3}x-6 \geq \frac{6-5x}{3}. & \text{②} \end{cases}$$

21. 如图 1, 已知四边形 $ABCD$ 中, $BC = CD = DB$, $\angle ADB = 90^\circ$, $\cos \angle ABD = \frac{4}{5}$, 求

$$S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD}$$

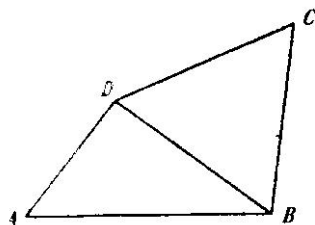


图 1

22. 某校在六年级和九年级男生中分别随机抽取 20 名男生测量他们的身高, 绘制的频数分布直方图如图 2 所示, 其中两条点划线上端的数值分别是每个年级被抽 20 名男生身高的平均数, 该根据该图提供的信息填空:

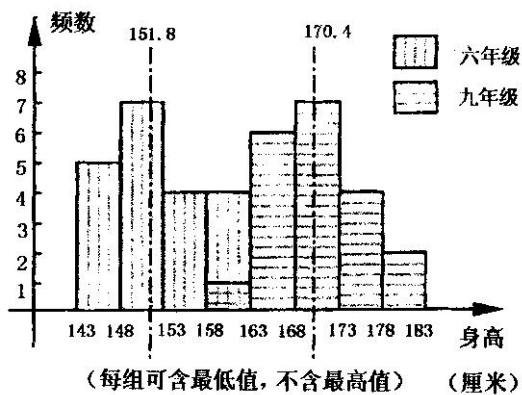


图 2

- (1) 六年级被抽取的 20 名男生身高的中位数所在组的范围是_____厘米;
 九年级被抽取的 20 名男生身高的中位数所在组的范围是_____厘米.
- (2) 估计这所学校九年级男生的平均身高比六年级男生的平均身高高_____厘米.
- (3) 估计这所学校六、九两个年级全体男生中, 身高不低于 153 厘米且低于 163 厘米的男生所占的百分比是_____.

四、(本大题共 4 题, 每题 10 分, 满 40 分)

23. 已知: 二次函数 $y = x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 3$, 其中 m 为实数.

(1) 求证: 不论 m 取何实数, 这个二次函数的图象与 x 轴必有两个交点;

(2) 设这个二次函数的图象与 x 轴交于点 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$, 且 x_1 、 x_2 的倒数和为 $\frac{2}{3}$, 求这个二次函数的解析式.

24. 已知: 如图 3, AB 是半圆 O 的直径, 弦 $CD \parallel AB$, 直线 CM 、 DN 分别切半圆于点 C 、 D , 且分别和直线 AB 相交于点 M 、 N .

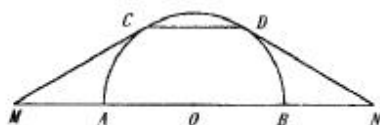


图 3

(1) 求证: $MO = NO$;

(2) 设 $\angle M = 30^\circ$, 求证: $NM = 4CD$.

25. 某班进行个人投篮比赛, 受污损的下表记录了在规定时间内投进 n 个球的人数分布情况:

进球数 n	0	1	2	3	4	5
投进 n 个球 的人数	1	2	7			2

同时, 已知进球 3 个或 3 个以上的人平均每人投进 3.5 个球; 进球 4 个或 4 个以下的人平均每人投进 2.5 个球, 问投进 3 个球和 4 个球的各有多少人.

26. 如图 4, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 分别交 x 、 y 轴于点 A 、 C , P 是该直线上在第一象限内的一点, $PB \perp x$ 轴, B 为垂足, $S_{\triangle ABP} = 9$.

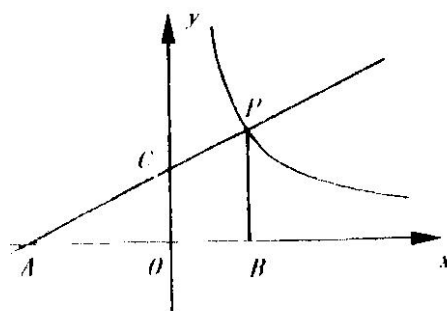


图 4

- (1) 求点 P 的坐标;
- (2) 设点 R 与点 P 的同一个反比例函数的图象上, 且点 R 在直线 PB 的右侧, 作 $RT \perp x$ 轴, T 为垂足, 当 $\triangle BRT$ 与 $\triangle AOC$ 相似时, 求点 R 的坐标.

五、(本大题只有 1 题, 满分 12 分, (1)、(2)、(3) 题均为 4 分)

27. **操作:** 将一把三角尺放在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 上, 并使它的直角顶点 P 在对角线 AC 上滑动, 直角的一边始终经过点 B , 另一边与射线 DC 相交于点 Q .

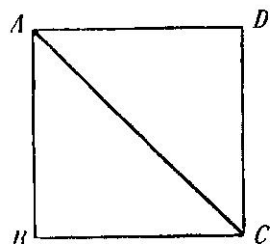


图 5

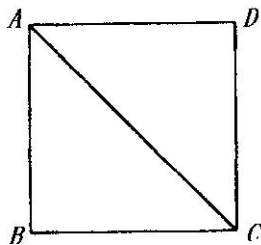


图 6

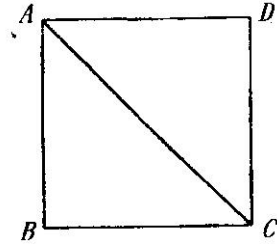


图 7

探究: 设 A 、 P 两点间的距离为 x .

(1) 当点 Q 在边 CD 上时, 线段 PQ 与线段 PB 之间有怎样的大小关系? 试证明你观察得到结论;

(2) 当点 Q 在边 CD 上时, 设四边形 $PBCQ$ 的面积为 y , 求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 当点 P 在线段 AC 上滑动时, $\triangle PCQ$ 是否可能成为等腰三角形? 如果可能, 指出所有能使 $\triangle PCQ$ 成为等腰三角形的点 Q 的位置, 并求出相应的 x 的值; 如果不可能, 试说明理由.

(图 5、图 6、图 7 的形状大小相同, 图 5 供操作、实验用, 图 6 和图 7 备用)

参考答案

一、填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

1. 4; 2. 2; 3. 3.84×10^{11} ; 4. $x=1$; 5. (3, -6);
6. -2; 7. $y^2 + 4y + 1 = 0$; 8. 不合理; 9. 12;
10. $20\tan \quad +1.5$; 11. 1; 12. 5; 13. 30;
14. $AB=AC$ 、 $\angle B=\angle C$ 、 $AE=AF$ 、 $AE=ED$ 、 $DE//AC$ 、 $\cdots$ 中的一个

二、多项选择题 (本大题共 4 题, 每题 3 分, 满分 12 分)

15. A、D; 16. B、C 17. A、B、C 18. A、C

三、(本大题共 4 题, 每题 7 分, 满分 28 分)

19. 解: 原式 = $\frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x-3)(x+2)} - \frac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$ (4 分)

$$= \frac{x-1}{x-3} - \frac{2}{x-3}$$

..... (2 分)

$$= \frac{x-3}{x-3} = 1.$$

..... (1 分)

20.

解: 由①解得 $x < 3$ (3 分)

由②解得 $x \geq \frac{3}{8}$ (3 分)

$\therefore$ 原不等式组的解集是 $\frac{3}{8} \leq x < 3$ (1 分)

21.

解: $\because \cos \angle ABD = \frac{4}{5}$

$\therefore$ 设 $AB=5k$ $BD=4k$ ($k>0$), 得 $AD=3k$ (1 分)

于是 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AD \cdot BD = 6k^2$ (2 分)

$\therefore \triangle BCD$ 是等边三角形,

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4} BD^2 = 4\sqrt{3} k^2$ (2 分)

$\therefore S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = 6k^2 : 4\sqrt{3} k^2 = \sqrt{3} : 2$ (2 分)

22. (1) 148 ~ 153 (1 分)

168 ~ 173 (1 分)

(2) 18.6 (2 分)

(3) 22.5% (3 分)

四、(本大题共 4 题, 每题 10 分, 满分 40 分)

23.

(1) 证明:

和这个二次函数对应的一元二次方程是 $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$

$$\Delta = 4(m-1)^2 - 4(m^2 - 2m - 3) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$= 4m^2 - 8m + 4 - 4m^2 + 8m + 12 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$= 16 > 0. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$\therefore$ 方程 $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 必有两个不相等的实数根.

$\therefore$ 不论 m 取何值, 这个二次函数的图象与 x 轴必有两个交点. (1 分)

(2) 解:

由题意, 可知 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2(m-1), x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m - 3. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2}{3}, \therefore \frac{2(m-1)}{m^2 - 2m - 3} = \frac{2}{3} (*) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{解得 } m=0 \text{ 或 } m=5 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

经检验: $m=0, m=5$ 都是方程 (*) 的解

$\therefore$ 所求二次函数的解析是 $y = x^2 + 2x - 3$ 或 $y = x^2 - 8x + 12$ (1 分)

24. 证明: 连结 OC, OD .

$$(1) \because OC = OD, \therefore \angle OCD = \angle ODC \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because CD \parallel AB, \therefore \angle COD = \angle COM, \angle ODC = \angle DON.$$

$$\therefore \angle COM = \angle DON \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because CM, DN \text{ 分别切半圆 } O \text{ 于点 } C, D, \therefore \angle OCM = \angle ODN = 90^\circ. \dots\dots (1 \text{ 分})$$

∴ $\triangle OCM \cong \triangle ODN$ (1 分)

∴ $OM = ON$ (1 分)

(2) 由 (1) $\triangle OCM \cong \triangle ODN$ 可得 $\angle M = \angle N$.

∵ $\angle M = 30^\circ$ ∴ $\angle N = 30^\circ$ (1 分)

∴ $OM = 2OD$, $ON = 2OD$, $\angle COM = \angle DON = 60^\circ$ (1 分)

∴ $\angle COD = 60^\circ$ (1 分)

∴ $\triangle COD$ 是等边三角形, 即 $CD = OC = OD$ (1 分)

∴ $MN = OM + ON = 2OC + 2OD = 4CD$ (1 分)

25. 解: 设投进 3 个球的有 x 个人, 投进 4 个球的有 y 个人 (1 分)

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} \frac{3x + 4y + 5 \times 2}{x + y + 2} = 3.5, \\ \frac{0 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 7 + 3x + 4y}{1 + 2 + 7 + x + y} = 2.5. \end{cases} \quad (*) \quad \text{..... (4 分)}$$

$$\text{整理, 得 } \begin{cases} x - y = 6, \\ x + 3y = 18 \end{cases} \quad \text{..... (2 分)}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 9, \\ y = 3 \end{cases} \quad \text{..... (2 分)}$$

经检验: $\begin{cases} x = 9, \\ y = 3 \end{cases}$ 是方程组 (*) 的解.

答: 投进 3 个球的有 9 个人, 投进 4 个球的有 3 个人. (1 分)

26. 解:

(1) 由题意, 得点 $C(0, 2)$, 点 $A(-4, 0)$ (2 分)

设点 P 的坐标为 $(a, \frac{1}{2}a + 2)$, 其中 $a > 0$.

$$\text{由题意, 得 } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} (a + 4) (\frac{1}{2}a + 2) = 9. \quad \text{..... (1 分)}$$

解得 $a = 2$ 或 $a = -10$ (舍去) (1 分)

而当 $a = 2$ 时, $\frac{1}{2}a + 2 = 3$, ∴ 点 P 的坐标为 $(2, 3)$ (1 分)

(2) 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$.

∵ 点 P 在反比例函数的图象上, ∴ $3 = \frac{k}{2}$, $k = 6$

∴ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$, (1 分)

设点 R 的坐标为 $(b, \frac{6}{b})$, 点 T 的坐标为 $(b, 0)$ 其中 $b > 2$,

那么 $BT = b - 2$, $RT = \frac{6}{b}$.

①当 $\triangle RTB \sim \triangle AOC$ 时, $\frac{RT}{AO} = \frac{BT}{CO}$, 即 $\frac{RT}{BT} = \frac{AO}{CO} = 2$, (1 分)

$\therefore \frac{\frac{6}{b}}{b-2} = 2$, 解得 $b = 3$ 或 $b = -1$ (舍去).

∴ 点 R 的坐标为 $(3, 2)$ (1 分)

②当 $\triangle RTB \sim \triangle COA$ 时, $\frac{RT}{CO} = \frac{BT}{AO}$, 即 $\frac{RT}{BT} = \frac{CO}{AO} = \frac{1}{2}$, (1 分)

$\therefore \frac{\frac{6}{b}}{b-2} = \frac{1}{2}$, 解得 $b = 1 + \sqrt{13}$ 或 $b = 1 - \sqrt{13}$ (舍去).

∴ 点 R 的坐标为 $(1 + \sqrt{13}, \frac{\sqrt{13}-1}{2})$ (1 分)

综上所述, 点 R 的坐标为 $(3, 2)$ 或 $(1 + \sqrt{13}, \frac{\sqrt{13}-1}{2})$.

五、(本大题只有 1 题, 满分 12 分, (1)、(2)、(3) 题均为 4 分)

27.

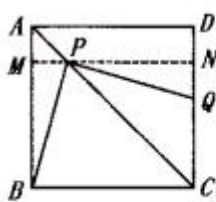


图 1

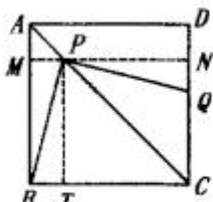


图 2

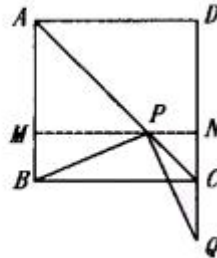


图 3

(1) 解: $PQ = PB$ (1 分)

证明如下: 过点 P 作 $MN \parallel BC$, 分别交 AB 于点 M , 交 CD 于点 N , 那么四边形 $AMND$ 和四边形 $BCNM$ 都是矩形, $\triangle AMP$ 和 $\triangle CNP$ 都是等腰直角三角形 (如图 1).

∴ $NP = NC = MB$ (1 分)

∵ $\angle BPQ = 90^\circ$, ∴ $\angle QPN + \angle BPM = 90^\circ$.

而 $\angle BPM + \angle PBM = 90^\circ$, ∴ $\angle QPN = \angle PBM$ (1 分)

又 $\because \angle QNP = \angle PMB = 90^\circ$, $\therefore \triangle QNP \cong \triangle PMB$ (1分)

$\therefore PQ = PB$.

(2) 解法一

由 (1) $\triangle QNP \cong \triangle PMB$. 得 $NQ = MP$.

$\because AP = x$, $\therefore AM = MP = NQ = DN = \frac{\sqrt{2}}{2}x$, $BM = PN = CN = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x$,

$\therefore CQ = CD - DQ = 1 - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}x = 1 - \sqrt{2}x$.

得 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}BC \cdot BM = \frac{1}{2} \times 1 \times (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}x$ (1分)

$S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2}CQ \cdot PN = \frac{1}{2} \times (1 - \sqrt{2}x) (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x) = \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{4}x + \frac{1}{2}x^2$ (1分)

$S_{\text{四边形}PBCQ} = S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 1$.

即 $y = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 1$ ($0 \leq x < \frac{\sqrt{2}}{2}$). (1分, 1分)

解法二

作 $PT \perp BC$, T 为垂足 (如图2), 那么四边形 $PTCN$ 为正方形.

$\therefore PT = CB = PN$.

又 $\angle PNQ = \angle PTB = 90^\circ$, $PB = PQ$, $\therefore \triangle PBT \cong \triangle PQN$.

$S_{\text{四边形}PBCQ} = S_{\triangle \text{四边形}PBT} + S_{\text{四边形}PTCQ} = S_{\text{四边形}PTCQ} + S_{\triangle PQN} = S_{\text{正方形}PTCN}$... (2分)

$= CN^2 = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x)^2 = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 1$

$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 1$ ($0 \leq x < \frac{\sqrt{2}}{2}$). (1分) (3)

$\triangle PCQ$ 可能成为等腰三角形

①当点 P 与点 A 重合, 点 Q 与点 D 重合, 这时 $PQ = QC$, $\triangle PCQ$ 是等腰三角形,

此时 $x = 0$ (1分)

②当点 Q 在边 DC 的延长线上, 且 $CP = CQ$ 时, $\triangle PCQ$ 是等腰三角形 (如图3)

..... (1分)

解法一 此时, $QN=PM=\frac{\sqrt{2}}{2}x$, $CP=\sqrt{2}-x$, $CN=\frac{\sqrt{2}}{2}CP=1-\frac{\sqrt{2}}{2}x$.

$$\therefore CQ=QN-CN=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)=\sqrt{2}x-1.$$

当 $\sqrt{2}-x=\sqrt{2}x-1$ 时, 得 $x=1$ (1 分)

解法二 此时 $\angle CPQ=\frac{1}{2}\angle PCN=22.5^\circ$, $\angle APB=90^\circ-22.5^\circ=67.5^\circ$,

$\angle ABP=180^\circ-(45^\circ+67.5^\circ)=67.5^\circ$, 得 $\angle APB=\angle ABP$,

$\therefore AP=AB=1$, $\therefore x=1$ (1 分)