

2001 年上海市中考数学真题及答案

一、填空题 (本题共 14 小题, 每小题 2 分, 满分 28 分)

1. 计算: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} =$ _____

2. 如果分式 $\frac{x^2-4}{x-2}$ 的值为零, 那么 $x =$ _____

3. 不等式 $7-2x>1$ 的正整数解是_____.

4. 点 $A(1, 3)$ 关于原点的对称点坐标是_____.

5. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是_____.

6. 如果正比例函数的图象经过点 $(2, 4)$, 那么这个函数的解析式为_____.

7. 如果 x_1, x_2 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的两个根, 那么代数式 $(x_1+1)(x_2+1)$ 的值是_____.

8. 方程 $\sqrt{x+2} = -x$ 的解是_____.

9. 甲、乙两人比赛飞镖, 两人所得平均环数相同, 其中甲所得环数的方差为 15, 乙所得环数如下: 0, 1, 5, 9, 10. 那么成绩较为稳定的是_____ (填“甲”或“乙”).

10. 如果梯形的两底之比为 $2:5$, 中位线长 14 厘米, 那么较大底的长为_____厘米.

11. 一个圆弧形门拱的拱高为 1 米, 跨度为 4 米, 那么这个门拱的半径为_____米.

12. 某飞机在离地面 1200 米的上空测得地面控制点的俯角为 60° , 此时飞机与该地面控制点之间的距离是_____米.

13. 在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 45^\circ$, AE 为 BC 边上的高, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 所在直线翻折后得 $\triangle ABE$, 那么 $\triangle ABE$ 与四边形 $AECD$ 重叠部分的面积是_____.

14. 如图 1, 在大小为 4×4 的正方形方格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 在单位正方形的顶点上, 请在图中画一个 $\triangle A_1B_1C_1$, 使 $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$ (相似比不为 1), 且点 A_1, B_1, C_1 都在单位正方形的顶点上.

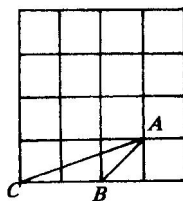


图 1

二、多项选择题 (本题共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分. 每小题列出的四个答案中, 至少有一个是正确的, 把所有正确答案的代号填入括号内, 错选或不选得 0 分, 否则每漏选一个扣 1 分)

15. 下列计算中, 正确的是 ().

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $(a+b)(a-2b) = a^2 - ab - 2b^2$

16. 下列多项式中, 能在实数范围内分解因式的是 ().

- A. $x^2 + 4$ B. $x^2 - 2$ C. $x^2 - x - 1$ D. $x^2 + x + 1$

17. 下列命题中, 真命题是 ().

- A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
B. 对角线相等的四边形是矩形
C. 对角线互相平分且垂直的四边形是菱形
D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

18. 如果 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别为 4、5, 那么下列叙述中, 正确的是 ().

- A. 当 $O_1 O_2 = 1$ 时, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切
B. 当 $O_1 O_2 = 5$ 时, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 有两个公共点
C. 当 $O_1 O_2 > 6$ 时, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 必有公共点
D. 当 $O_1 O_2 > 1$ 时, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 至少有两公切线

三、(本题共 4 小题, 每小题 7 分, 满分 28 分)

19. 计算 $(\sqrt{2})^2 + (-\frac{1}{2})^0 - 12^{\frac{1}{2}} \cdot (\sqrt{3} - 1)^{-1}$.

20. 解方程: $\frac{x+6}{x} + \frac{x}{x+6} = \frac{10}{3}$.

21. 小李通过对某地区 1998 年至 2000 年快餐公司发展情况的调查，制成了该地区快餐公司个数情况的条形图（如图 2）和快餐公司盒饭年销量的平均数情况条形图（如图 3）。利用图 2、图 3 共同提供的信息，解答下列问题：

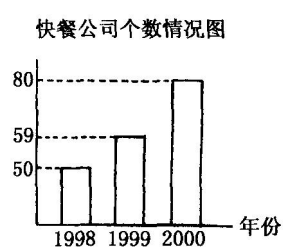


图 2

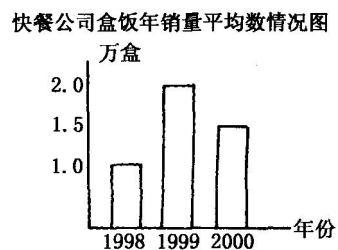


图 3

- (1) 1999 年该地区销售盒饭共_____万盒.
- (2) 该地区盒饭销量最大的年份是_____年，这一年的年销量是_____万盒.
- (3) 这三年中该地区每年平均销售盒饭多少万盒?

22. 如图 4，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 BC 上， $BD = 4$ ， $AD = BC$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$. 求：(1) DC 的长；(2) $\sin B$ 的值.

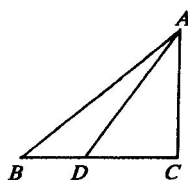


图 4

四、(本题共 4 小题, 每小题 10 分, 满分 40 分)

23. 如图 5, 已知点 $A(4, m)$, $B(-1, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上, 直线 AB 与 x 轴交于点 C . 如果点 D 在 y 轴上, 且 $DA = DC$, 求点 D 的坐标.

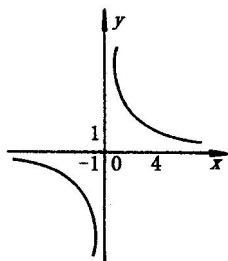


图 5

24. 如图 6, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A$ 的平分线交 BC 于点 D , E 为 AB 上的一点, $DE = DC$, 以 D 为圆心, DB 长为半径作 $\odot D$.

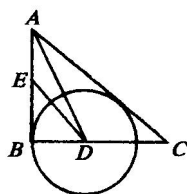


图 6

求证: (1) AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) $AB + EB = AC$.

25. 某电脑公司 2000 年的各项经营收入中, 经营电脑配件的收入为 600 万元, 占全年经营总收入的 40%. 该公司预计 2002 年经营总收入要达到 2160 万元, 且计划从 2000 年到 2002 年, 每年经营总收入的年增长率相同, 问 2001 年预计经营总收入为多少万元?

26. 如图 7, 已知抛物线 $y=2x^2-4x+m$ 与 x 轴交于不同的两点 A 、 B , 其顶点是 C , 点 D 是抛物线的对称轴与 x 轴的交点.

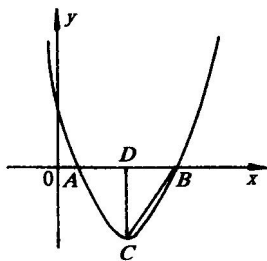


图 7

- (1) 求实数 m 的取值范围;
- (2) 求顶点 C 的坐标和线段 AB 的长度 (用含有 m 的式子表示);
- (3) 若直线 $y = \sqrt{2}x + 1$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 E 、 F , 问 $\triangle BDC$ 与 $\triangle EOF$ 是否有可能全等, 如果可能, 请证明; 如果不可能, 请说明理由.

五、(本题满分 12 分)

27. 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD < BC$, 且 $AD = 5$, $AB = DC = 2$.

(1) 如图 8, P 为 AD 上的一点, 满足 $\angle BPC = \angle A$.

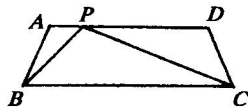


图 8

①求证: $\triangle ABP \sim \triangle DPC$

②求 AP 的长.

(2) 如果点 P 在 AD 边上移动 (点 P 与点 A 、 D 不重合), 且满足 $\angle BPE = \angle A$, PE 交直线 BC 于点 E , 同时交直线 DC 于点 Q , 那么

①当点 Q 在线段 DC 的延长线上时, 设 $AP = x$, $CQ = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

②当 $CE = 1$ 时, 写出 AP 的长 (不必写出解题过程).

参考答案:

一、填空题 (本题共 14 小题, 每小题 2 分, 满分 28 分)

1. 6 2. -2 3. 1, 2 4. (-1, -3)

5. $x > 1$ (题 5 中定义域的意思即指函数自变量的取值范围.)

6. $y = 2x$ 7. 5 8. $x = -1$

9. 甲 10. 20 11. 2.5 12. $800\sqrt{3}$

13. $2\sqrt{2} - 2$

(题 13 考查图形的翻折问题, 从平面图形来看, 往往是一个“虚”的形式, 故空间想象力在解题时尤为重要, 同时, 这类题体现了运动变化的过程, 如果图形还不能打开思路之门, 不妨动手折折试试.)

14. 图略 (画出一个符合要求的三角形)

(题 14 的考查目标是阅读理解、计算、作图能力, 单位正方形是指边长为 1 的正方形, 4×4 的正方形方格指边长为 4 的正方形, 被分成 16 个单位正方形, 再应用勾股定理计算出 AC , AB , BC 的长, 依相似三角形性质按比例扩大, 画出适中的 $\triangle A_1B_1C_1$.)

二、多项选择题 (本题共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分)

(题二不是平时习以为常的“四选一”型单选题, 而是多项选择题, 读准原题括号中的提示后, 解题时要逐个筛选, 逐一排查.)

15. B、D 16. B、C 17. A、C 18. A、B、D

三、(本题共 4 小题, 每小题?分, 满分 28 分)

19. 解:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2})^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^0 - 12^{\frac{1}{2}} \cdot (\sqrt{3} - 1)^{-1} \\ &= 2 + 1 - \sqrt{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \\ &= 3 - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = 3 - 3 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}. \end{aligned}$$

(题 19 中出现了分数指数, $12^{\frac{1}{2}}$ 意义是 $\sqrt{12}$.)

20. 解法一: 设 $y = \frac{x+6}{x}$, 则原方程为 $y + \frac{1}{y} = \frac{10}{3}$, 整理, 得 $3y^2 - 10y + 3 = 0$, 解得 $y_1 = \frac{1}{3}$, $y_2 = 3$. 当 $y = \frac{1}{3}$ 时, $\frac{x+6}{x} = \frac{1}{3}$, 解得 $x = -9$; 当 $y = 3$ 时, $\frac{x+6}{x} = 3$, 解得 $x = 3$. 经检验, $x_1 = -9$, $x_2 = 3$ 都是原方程的根. 则原方程的根是 $x_1 = -9$, $x_2 = 3$.

解法二: 方程两边同乘 $3x(x+6)$, 得 $3(x+6)^2 + 3x^2 = 10x(x+6)$, 整理得 $x^2 + 6x - 27 = 0$, 解得 $x_1 = -9$, $x_2 = 3$. 经检验, $x_1 = -9$, $x_2 = 3$ 都是原方程的根, 所以原方程的根是 $x_1 = -9$, $x_2 = 3$.

21.

(1) 118; (2) 2000, 1 20;

(3) 解: $\bar{x} = \frac{50 \times 1.0 + 59 \times 2.0 + 80 \times 1.5}{3} = 96$ (万盒).

答: 这三年中, 该地区每年平均销售盒饭 96 万盒.

(题 21 考查统计图表在实际生产、生活中的应用, 两个图形既相互独立, 又互相联系. 单个图表的阅读可考查阅读能力, 双图表则更体现了思维间的联系与综合能力.)

22. 解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\cos \angle ADC = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{5}$, 设 $CD = 3k$, $\therefore AD = 5k$.

又 $\because BC = AD$, $\therefore 3k + 4 = 5k$, $\therefore k = 2$. $\therefore CD = 3k = 6$.

(2) $\because BC = 3k + 4 = 6 + 4 = 10$, $AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = 4k = 8$,

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 10^2} = 2\sqrt{41}$.

$\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{2\sqrt{41}} = \frac{4\sqrt{41}}{41}$.

(题 22 考查解直角三角形知识, 解题时依三角函数定义设参数, 结合代数知识求解, 应注意的是 $\cos \angle ADC = \frac{DC}{AC}$, 则设 $DC = 3k$, $AC = 5k$, 但不能把 $DC = 3$, $AC = 5$ 当作已知量直接应用.)

四、(本题共 4 小题, 每小题 10 分, 满分 40 分)

23. 解: 由点 A 、 B 在 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上, 得 $m = 2$, $n = -8$, 则点 A 的坐标为 $(4, 2)$,

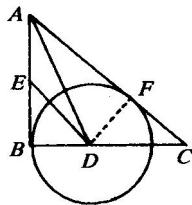
点 B 的坐标为 $(-1, -8)$. 设直线 AB 的函数解析式为 $y = kx + b$, 则 $\begin{cases} 2 = 4k + b, \\ -8 = -k + b \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 2, \\ b = -6. \end{cases}$

则直线 AB 的函数解析式为 $y = 2x - 6$. 所以点 C 坐标为 $(3, 0)$. 设 $D(0, y)$, 由 $DA = DC$,

得 $(y-2)^2 + 4^2 = y^2 + 3^2$. 解得 $y = \frac{11}{4}$. 则点 D 的坐标是 $(0, \frac{11}{4})$.

24. 证明:

(1) 过 D 作 $DF \perp AC$, F 为垂足. $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $DB \perp AB$, $\therefore DB = DF$. $\therefore$ 点 D 到 AC 的距离等于圆 D 的半径. $\therefore AC$ 是 $\odot D$ 的切线.



(2) $\because AB \perp BD$, $\odot D$ 的半径等于 BD , $\therefore AB$ 是 $\odot D$ 的切线. $\therefore AB = AF$. $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle BED$ 和 $\text{Rt}\triangle FCD$ 中, $ED = CD$, $BD = FD$, $\therefore \triangle BED \cong \triangle FCD$. $\therefore BE = FC$. $\therefore AB + BE = AF + FC = AC$.

25. 解: 2000 年的经营总收入为 $600 \div 40\% = 1500$ (万元). 设年增长率为 x , 则 $1500(1+x)^2 = 2160$, $(1+x)^2 = 1.44$, $1+x = \pm 1.2$ (舍去 $1+x = -1.2$), $1500(1+x) = 1500 \times 1.2 = 1800$ (万元).

答: 2001 年预计经营总收入为 1800 万元.

26. 解:

(1) $\because$ 抛物线 $y = 2x^2 - 4x + m$ 与 x 轴交于不同的两个点, $\therefore$ 关于 x 的方程 $2x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根. $\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2m > 0$, $\therefore m < 2$.

(2) 由 $y = 2x^2 - 4x + m = 2(x-1)^2 + m - 2$, 得顶点 C 的坐标是 $(1, m-2)$. 由 $2x^2 - 4x + m = 0$, 解得, $x_1 = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$ 或 $x_2 = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$.

$$\therefore AB = (1 + \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}) - (1 - \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}) = \sqrt{4-2m}.$$

(3) 可能.

证明: 由 $y = \sqrt{2}x + 1$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 E 、 F , 得 $E(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$, $F(0, 1)$. $\therefore OE = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $OF = 1$. 而 $BD = \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$, $DC = 2 - m$. 当 $OE = BD$, 得 $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$, 解得 $m = 1$. 此时 $OF = OC = 1$.

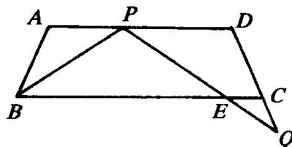
又 $\because \angle EOF = \angle CDB = 90^\circ$, $\therefore \triangle BDC \cong \triangle EOF$. $\therefore \triangle BDC$ 与 $\triangle EOF$ 有可能全等.

(题 26 是一元二次方程, 二次函数与直线形的综合考查题, 由图象可知, 抛物线与 x

轴有两个交点, 则 $\Delta > 0$; 求 AB 的长度可用简化公式 $AB = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$; (3) 要求判断 $\triangle BDC$ 与 $\triangle$

EOF 是否有可能全等, 即指探索全等的可能性, 本题已有 $\angle CDB = \angle EOF = 90^\circ$, BD 与 OE 或 OF 都可能是对应边, 证出其中一种情形成立即可, 解题时要注意“有可能”这个关键词.)

27. (1) ①证明:



$\because \angle ABP = 180^\circ - \angle A - \angle APB$, $\angle DPC = 180^\circ - \angle BPC - \angle APB$, $\angle BPC = \angle A$, $\therefore \angle ABP = \angle DPC$. $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $\therefore \angle A = \angle D$. $\therefore \triangle ABP \sim \triangle DPC$.

②解: 设 $AP = x$, 则 $DP = 5 - x$, 由 $\triangle ABP \sim \triangle DPC$, 得 $\frac{AB}{AP} = \frac{PD}{DC}$, 即 $\frac{2}{x} = \frac{5-x}{2}$, 解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, 则 AP 的长为 1 或 4.

(2) ①解: 类似 (1) ①, 易得 $\triangle ABP \sim \triangle DPQ$, $\therefore \frac{AB}{PD} = \frac{AP}{DQ}$. 即 $\frac{2}{5-x} = \frac{x}{2+y}$, 得 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 2$, $1 < x < 4$.

② $AP = 2$ 或 $AP = 3 - \sqrt{5}$.

(题 27 是一道涉及动量与变量的考题, 其中 (1) 可看作 (2) 的特例, 故 (2) 的推断与证明均可借鉴 (1) 的思路. 这是一种从模仿到创造的过程, 模仿即借鉴、套用, 创造即灵活变化, 这是中学生学数学应具备的一种基本素质, 世上的万事万物总有着千丝万缕的联系, 也有着质的区别, 模仿的关键是发现联系, 创造的关键是发现区别, 并找到应付新问题的途径.)