

2008 年上海市初中毕业生统一学业考试

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题: 第一大题选择题含 I、II 两组选做题, I 组供使用一期课改教材的考生完成, II 组供使用二期课改教材的考生完成; 其余大题为共做题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题含 I、II 两组, 每组各 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

考生注意:

1. 请从下列 I、II 两组中选择一组, 并在答题纸的相应位置填涂选定的组号, 完成相应的 1—6 题. 若考生没有填涂任何组号或将两个组号全部填涂, 默认考生选择了 I 组;
2. 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

I 组: 供使用一期课改教材的考生完成

1. 计算 $2a \cdot 3a$ 的结果是 ()
A. $5a$ B. $6a$ C. $5a^2$ D. $6a^2$
2. 如果 $x = 2$ 是方程 $\frac{1}{2}x + a = -1$ 的根, 那么 a 的值是 ()
A. 0 B. 2 C. -2 D. -6
3. 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x + 1$ 经过 ()
A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限
4. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 - 1$ 与 x 轴的交点的个数是 ()
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
5. 如果 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 6x - 2 = 0$ 的两个实数根, 那么 $x_1 + x_2$ 的值是 ()
A. -6 B. -2 C. 6 D. 2
6. 如图 1, 从圆 O 外一点 P 引圆 O 的两条切线 PA, PB , 切点分别为 A, B . 如果 $\angle APB = 60^\circ$, $PA = 8$, 那么弦 AB 的长是 ()

- A. 4 B. 8 C. $4\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

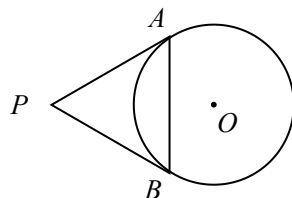


图 1

II 组：供使用二期课改教材的考生完成

- 计算 $2a \cdot 3a$ 的结果是 ()
A. $5a$ B. $6a$ C. $5a^2$ D. $6a^2$
- 如果 $x=2$ 是方程 $\frac{1}{2}x + a = -1$ 的根, 那么 a 的值是 ()
A. 0 B. 2 C. -2 D. -6
- 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x + 1$ 经过 ()
A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限
- 计算 $3\vec{a} - 2\vec{a}$ 的结果是 ()
A. a B. $\vec{a}$ C. $-a$ D. $-\vec{a}$
- 从一副未曾启封的扑克牌中取出 1 张红桃, 2 张黑桃的牌共 3 张, 洗匀后, 从这 3 张牌中任取 1 张牌恰好是黑桃的概率是 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1
- 如图 2, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\vec{a} + \vec{b}$ 等于 ()
A. $\overrightarrow{BD}$ B. $\overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{DB}$ D. $\overrightarrow{CA}$

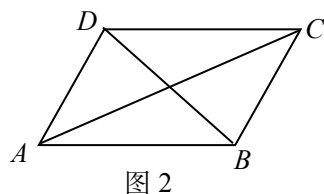


图 2

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

- 不等式 $x - 3 < 0$ 的解集是_____.
- 分解因式: $x^2 - 4 =$ _____.
- 用换元法解分式方程 $\frac{2x-1}{x} - \frac{x}{2x-1} = 2$ 时, 如果设 $\frac{2x-1}{x} = y$, 并将原方程化为关于 y 的整式方程, 那么这个整式方程是_____.
- 方程 $\sqrt{3-x} = 2$ 的根是_____.
- 已知函数 $f(x) = \sqrt{x+1}$, 那么 $f(2) =$ _____.
- 在平面直角坐标系中, 如果双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 经过点 $(2, -1)$, 那么 $k =$ _____.
- 在图 3 中, 将直线 OA 向上平移 1 个单位, 得到一个一次函数的

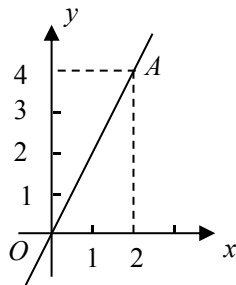


图 3

图像，那么这个一次函数的解析式是_____.

14. 为了了解某所初级中学学生对 2008 年 6 月 1 日起实施的“限塑令”是否知道，从该校全体学生 1200 名中，随机抽查了 80 名学生，结果显示有 2 名学生“不知道”. 由此，估计该校全体学生中对“限塑令”约有_____名学生“不知道”.

15. 如图 4，已知 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数等于_____.

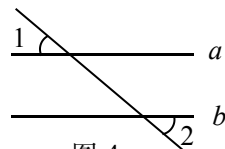


图 4

16. 如果两个相似三角形的相似比是 1:3，那么这两个三角形面积的比是_____.

17. 如图 5，平行四边形 $ABCD$ 中， E 是边 BC 上的点， AE 交 BD 于点 F ，如果 $\frac{BE}{BC} = \frac{2}{3}$ ，那么 $\frac{BF}{FD} =$ _____.

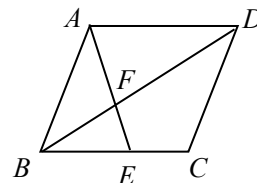


图 5

18. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $\cos B = \frac{3}{5}$ (如图 6). 如果圆 O 的

半径为 $\sqrt{10}$ ，且经过点 B ， C ，那么线段 AO 的长等于_____.

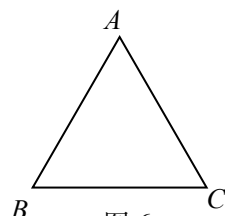


图 6

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{6}) + \sqrt{8}$.

20. (本题满分 10 分)

解方程: $\frac{6x}{x^2-1} + \frac{5}{x-1} = \frac{x+4}{x+1}$

21. (本题满分 10 分，第 (1) 小题满分 3 分，第 (2) 小题满分 7 分)

“创意设计”公司员工小王不慎将墨水泼在一张设计图纸上，导致其中部分图形和数据看不

清楚 (如图 7 所示). 已知图纸上的图形是某建筑物横断面的示意图, 它是以圆 O 的半径 OC 所在的直线为对称轴的轴对称图形, A 是 OD 与圆 O 的交点.

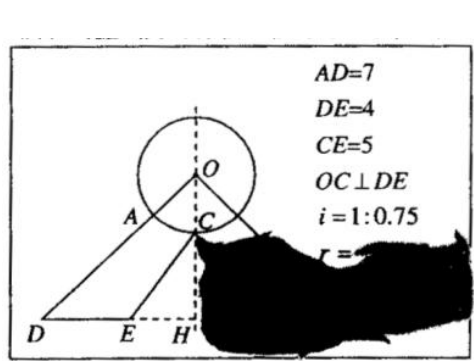


图 7

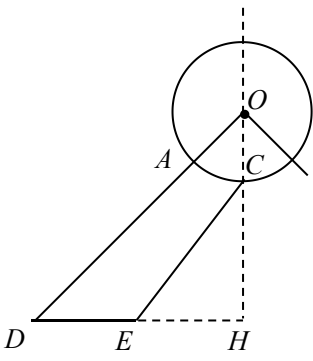


图 8

- (1) 请你帮助小王在图 8 中把图形补画完整;
- (2) 由于图纸中圆 O 的半径 r 的值已看不清楚, 根据上述信息 (图纸中 $i = 1:0.75$ 是坡面 CE 的坡度), 求 r 的值.

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题满分 3 分, 第 (2) 小题满分 4 分, 第 (3) 小题满分 3 分)

某人为了了解他所在地区的旅游情况, 收集了该地区 2004 至 2007 年每年的旅游收入及入境旅游人数 (其中缺少 2006 年入境旅游人数) 的有关数据, 整理并分别绘成图 9, 图 10.

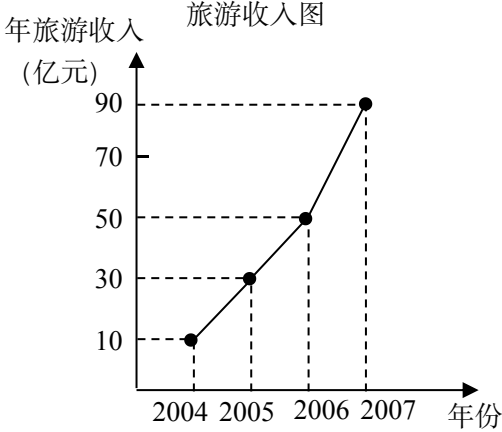


图 9

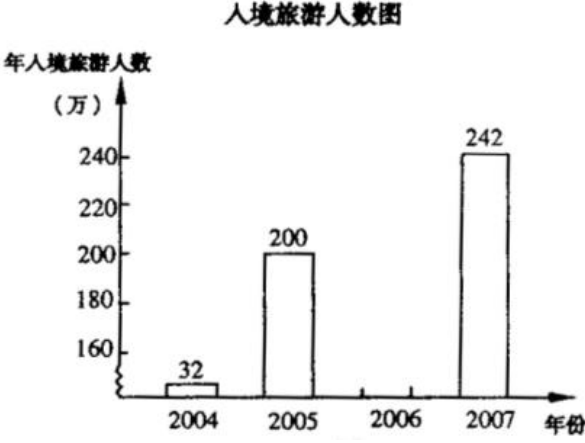


图 10

根据上述信息, 回答下列问题:

- (1) 该地区 2004 至 2007 年四年的年旅游收入的平均数是_____亿元;
- (2) 据了解, 该地区 2006 年、2007 年入境旅游人数的年增长率相同, 那么 2006 年入境旅游人数是_____万;

(3) 根据第 (2) 小题中的信息, 把图 10 补画完整.

23. (本题满分 12 分, 每小题满分各 6 分)

如图 11, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 交于点 O , E 是 BD 延长线上的点, 且 $\triangle ACE$ 是等边三角形.

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 若 $\angle AED = 2\angle EAD$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是正方形.

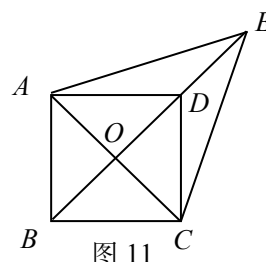


图 11

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题满分 5 分, 第 (2) 小题满分 7 分)

如图 12, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点. 二次函数 $y = -x^2 + bx + 3$ 的图像经过点

$A(-1, 0)$, 顶点为 B .

(1) 求这个二次函数的解析式, 并写出顶点 B 的坐标;

(2) 如果点 C 的坐标为 $(4, 0)$, $AE \perp BC$, 垂足为点 E , 点 D 在直线 AE 上, $DE = 1$, 求点 D 的坐标.

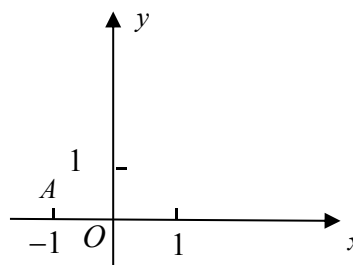
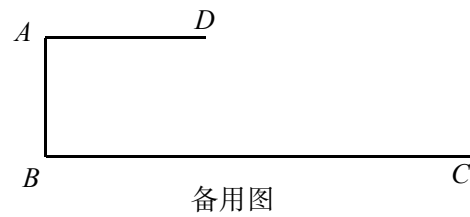
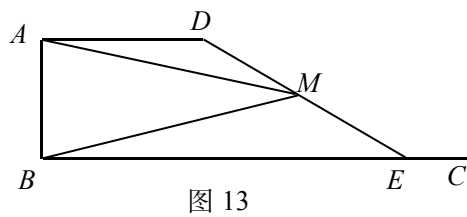


图 12

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题满分 5 分, 第 (2) 小题满分 4 分, 第 (3) 小题满分 5 分)

已知 $AB = 2$, $AD = 4$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AD \parallel BC$ (如图 13). E 是射线 BC 上的动点 (点 E 与点 B 不重合), M 是线段 DE 的中点.

- (1) 设 $BE = x$, $\triangle ABM$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;
- (2) 如果以线段 AB 为直径的圆与以线段 DE 为直径的圆外切, 求线段 BE 的长;
- (3) 联结 BD , 交线段 AM 于点 N , 如果以 A , N , D 为顶点的三角形与 $\triangle BME$ 相似, 求线段 BE 的长.



2008 年上海市初中毕业生统一学业考试

数学试卷答案要点与评分标准

说明:

1. 解答只列出试题的一种或几种解法. 如果考生的解法与所列解法不同, 可参照解答中评分标准相应评分;
2. 第一、二大题若无特别说明, 每题评分只有满分或零分;
3. 第三大题中各题右端所注分数, 表示考生正确做对这一步应得分数;
4. 评阅试卷, 要坚持每题评阅到底, 不能因考生解答中出现错误而中断对本题的评阅. 如果考生的解答在某一步出现错误, 影响后继部分而未改变本题的内容和难度, 视影响的程度决定后继部分的给分, 但原则上不超过后继部分应得分数的一半;
5. 评分时, 给分或扣分均以 1 分为基本单位.

一、选择题: (本大题含 I, II 两组, 每组各 6 题, 满分 24 分)

1. D; 2. C; 3. A; 4. B; 5. C; 6. B.

二、填空题: (本大题共 12 题, 满分 48 分)

7. $x < 3$; 8. $(x-2)(x+2)$; 9. $y^2 - 2y - 1 = 0$; 10. $x = -1$;

11. $\sqrt{3}$; 12. -2 ; 13. $y = 2x + 1$; 14. 30;

15. 40; 16. 1:9; 17. $\frac{2}{3}$; 18. 3 或 5.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 解: 原式 $= \sqrt{2} + 1 + 3 - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ (8 分)
 $= 4$ (2 分)

20. 解: 去分母, 得

$6x + 5(x+1) = (x+4)(x-1)$ (3 分)

整理, 得 $x^2 - 8x - 9 = 0$ (2 分)

$\therefore x_1 = -1, x_2 = 9$ (4 分)

经检验, $x_1 = -1$ 是增根, $x_2 = 9$ 是原方程的根. (1 分)

所以, 原方程的根是 $x = 9$.

21. (1) (图形正确); (3 分)

(2) 解: 由已知 $OC \perp DE$, 垂足为点 H , 则 $\angle CHE = 90^\circ$.

$\because i = 1:0.75, \therefore \frac{CH}{EH} = \frac{4}{3}$ (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle HEC$ 中, $EH^2 + CH^2 = EC^2$. 设 $CH = 4k$, $EH = 3k (k > 0)$, 又 $\because CE = 5$,

得 $(3k)^2 + (4k)^2 = 5^2$, 解得 $k = 1$. $\therefore EH = 3, CH = 4$ (3 分)

$$\therefore DH = DE + EH = 7, \quad OD = OA + AD = r + 7, \quad OH = OC + CH = r + 4.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ODH \text{ 中, } OH^2 + DH^2 = OD^2, \therefore (r+4)^2 + 7^2 = (r+7)^2.$$

$$\text{解得 } r = \frac{8}{3}. \quad \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$22. (1) 45; \quad \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$(2) 220; \quad \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$(3) (\text{图正确}). \quad \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$23. \text{证明: (1) } \because \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形, } \therefore AO = CO. \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{又 } \because \triangle ACE \text{ 是等边三角形, } \therefore EO \perp AC, \text{ 即 } DB \perp AC. \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 是菱形; } \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$(2) \because \triangle ACE \text{ 是等边三角形, } \therefore \angle AEC = 60^\circ. \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because EO \perp AC, \therefore \angle AEO = \frac{1}{2} \angle AEC = 30^\circ. \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because \angle AED = 2\angle EAD, \therefore \angle EAD = 15^\circ. \therefore \angle ADO = \angle EAD + \angle AED = 45^\circ. \quad \dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是菱形, } \therefore \angle ADC = 2\angle ADO = 90^\circ. \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是正方形. } \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$24. \text{解: (1) } \because \text{二次函数 } y = -x^2 + bx + 3 \text{ 的图像经过点 } A(-1, 0),$$

$$\therefore 0 = -1 - b + 3, \text{ 得 } b = 2, \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{所求二次函数的解析式为 } y = -x^2 + 2x + 3. \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{则这个二次函数图像顶点 } B \text{ 的坐标为 } (1, 4); \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$(2) \text{过点 } B \text{ 作 } BF \perp x \text{ 轴, 垂足为点 } F. \text{ 在 Rt}\triangle BCF \text{ 中, } BF = 4, CF = 3, BC = 5, \\ \therefore \sin \angle BCF = \frac{4}{5}. \text{ 在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } \sin \angle ACE = \frac{AE}{AC}, \text{ 又 } AC = 5,$$

$$\text{可得 } \frac{AE}{5} = \frac{4}{5}. \therefore AE = 4. \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{过点 } D \text{ 作 } DH \perp x \text{ 轴, 垂足为点 } H. \text{ 由题意知, 点 } H \text{ 在点 } A \text{ 的右侧,}$$

$$\text{易证 } \triangle ADH \sim \triangle ACE. \therefore \frac{AH}{AE} = \frac{DH}{CE} = \frac{AD}{AC}.$$

$$\text{其中 } CE = 3, AE = 4. \text{ 设点 } D \text{ 的坐标为 } (x, y), \text{ 则 } AH = x + 1, DH = y,$$

$$\text{①若点 } D \text{ 在 } AE \text{ 的延长线上, 则 } AD = 5.$$

$$\text{得 } \frac{x+1}{4} = \frac{y}{3} = \frac{5}{5}, \therefore x = 3, y = 3, \text{ 所以点 } D \text{ 的坐标为 } (3, 3);$$

$$\text{②若点 } D \text{ 在线段 } AE \text{ 上, 则 } AD = 3.$$

$$\text{得 } \frac{x+1}{4} = \frac{y}{3} = \frac{3}{5}, \therefore x = \frac{7}{5}, y = \frac{9}{5}, \text{ 所以点 } D \text{ 的坐标为 } \left(\frac{7}{5}, \frac{9}{5}\right).$$

综上所述, 点 D 的坐标为 $(3,3)$ 或 $(\frac{7}{5}, \frac{9}{5})$ (5 分)

25. 解: (1) 取 AB 中点 H , 联结 MH ,

$\because M$ 为 DE 的中点, $\therefore MH \parallel BE$, $MH = \frac{1}{2}(BE + AD)$ (1 分)

又 $\because AB \perp BE$, $\therefore MH \perp AB$ (1 分)

$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot MH$, 得 $y = \frac{1}{2}x + 2 (x > 0)$; (2 分) (1 分)

(2) 由已知得 $DE = \sqrt{(x-4)^2 + 2^2}$ (1 分)

$\because$ 以线段 AB 为直径的圆与以线段 DE 为直径的圆外切,

$\therefore MH = \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}DE$, 即 $\frac{1}{2}(x+4) = \frac{1}{2}[2 + \sqrt{(4-x)^2 + 2^2}]$ (2 分)

解得 $x = \frac{4}{3}$, 即线段 BE 的长为 $\frac{4}{3}$; (1 分)

(3) 由已知, 以 A, N, D 为顶点的三角形与 $\triangle BME$ 相似,

又易证得 $\angle DAM = \angle EBM$ (1 分)

由此可知, 另一对对应角相等有两种情况: ① $\angle ADN = \angle BEM$; ② $\angle ADB = \angle BME$.

①当 $\angle ADN = \angle BEM$ 时, $\because AD \parallel BE$, $\therefore \angle ADN = \angle DBE$. $\therefore \angle DBE = \angle BEM$.

$\therefore DB = DE$, 易得 $BE = 2AD$. 得 $BE = 8$; (2 分)

②当 $\angle ADB = \angle BME$ 时, $\because AD \parallel BE$, $\therefore \angle ADB = \angle DBE$.

$\therefore \angle DBE = \angle BME$. 又 $\angle BED = \angle MEB$, $\therefore \triangle BED \sim \triangle MEB$.

$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{BE}{EM}$, 即 $BE^2 = EM \cdot DE$, 得 $x^2 = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + (x-4)^2} \cdot \sqrt{2^2 + (x-4)^2}$.

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = -10$ (舍去). 即线段 BE 的长为 2. (2 分)

综上所述, 所求线段 BE 的长为 8 或 2.