

杨浦区 2024 学年度第二学期初三质量调研 (一)

数 学 学 科

2025.4

(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列根式中, 是最简二次根式的是

- (A) $\sqrt{\frac{1}{6}}$; (B) $\sqrt{6}$; (C) $\sqrt{12}$; (D) $\sqrt{20}$.

2. 下列计算中, 正确的是

- (A) $a^2 \cdot a^3 = a^6$; (B) $a^2 + a^2 = 2a^4$; (C) $(-a^3)^2 = a^6$; (D) $6a^6 \div 2a^2 = 3a^3$.

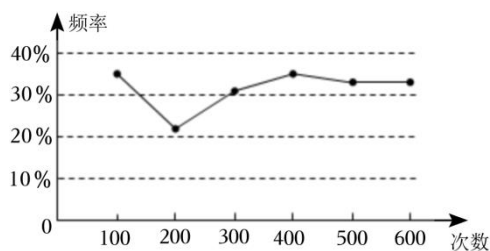
3. 如果反比例函数 $y = \frac{2-m}{x}$ 的图像上有两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, 有 $y_1 < y_2$,

那么 m 的取值范围是

- (A) $m < 0$; (B) $m > 0$; (C) $m < 2$; (D) $m > 2$.

4. 小王为了统计某一试验结果出现的频率, 利用计算机进行模拟试验, 并绘制出如图所示的统计图, 那么符合这一试验结果的可能是 ()

- (A) 掷一枚质地均匀的骰子, 出现 1 点朝上的概率;
(B) 掷一枚质地均匀的骰子, 出现奇数点朝上的概率;
(C) 掷一枚质地均匀的骰子, 出现素数点朝上的概率;
(D) 掷一枚质地均匀的骰子, 出现合数点朝上的概率.



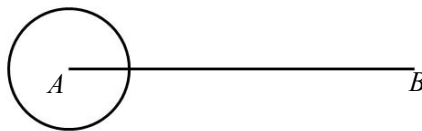
第 4 题图

5. 下列命题中, 正确的是

- (A) 对角线相等的四边形是菱形; (B) 对角线垂直的四边形是菱形;
(C) 对角线相等的平行四边形是菱形; (D) 对角线垂直的平行四边形是菱形.

6. 如图, 已知线段 AB 的长为 10, 圆 A 的半径为 2, 点 P 是线段 AB 上一点, 以 B 为圆心、 BP 为半径作圆, 将圆 B 绕点 P 旋转 180° 得到圆 C , 点 C 是点 B 的对应点, 如果圆 A 与圆 C 相切, 那么符合条件的点 P 的个数是

- (A) 1 个; (B) 2 个;
(C) 3 个; (D) 4 个.



第 6 题图

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 化简： $\sqrt{8a} = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

8. 分解因式： $9x^2 - 4 = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

9. 方程 $\sqrt{2x-4} = 2$ 的解是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

10. 已知关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ ，判断该方程的根的情况是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

11. 某新能源汽车销售公司 2022 年盈利 a 万元，如果该公司每年盈利增长的百分率都为 10%，那么该公司 2024 年盈利 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 万元.（用含 a 的代数式表示）

12. 如果将直线 $y = -2x - 1$ 平移，使其经过点 $(0, 3)$ ，那么平移后所得直线的表达式是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

13. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果 $CG = 6$ ，那么 $AB = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

14. 某中学为了了解全校 600 名学生平均每周周末在家体育锻炼时间的情况，随机调查了该校 50 名学生一月内平均每周周末在家体育锻炼时间的情况，结果如下表：

时间 (分)	40	45	50	55	60	65	70
人 数	10	10	8	6	5	6	5

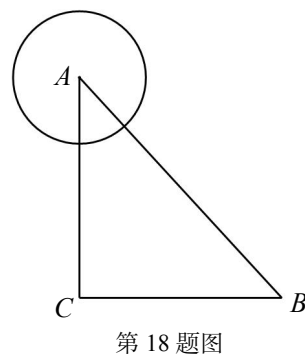
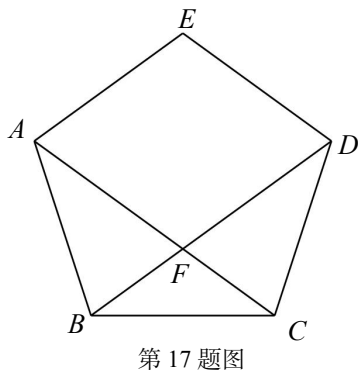
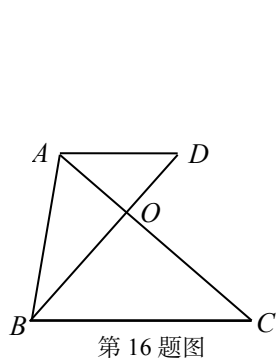
请估计该学校平均每周周末在家体育锻炼时间不少于 60 分钟的学生大约有 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ 人.

15. 如果抛物线不经过第二象限，且它的对称轴在 y 轴右侧，那么这条抛物线的表达式可以是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$ （只需写出一个即可）.

16. 如图， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ， AC 与 BD 相交于点 O ，如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AO} = \vec{b}$ ，那么用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AD}$ 是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

17. 如图，已知正五边形 $ABCDE$ 的边长是 4，联结 AC 、 BD 交于点 F ，那么 CF 的长是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

18. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 4$ ，以 A 为圆心、2 为半径作圆，点 D 是圆 A 上一点，联结 CD ，点 E 是 CD 的中点，联结 BE ，那么 BE 长度的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

先化简，再求值： $(a+1-\frac{2a-1}{a-1})\div\frac{a^2-4a+4}{a-1}$ ，其中 $a=\sqrt{3}$ 。

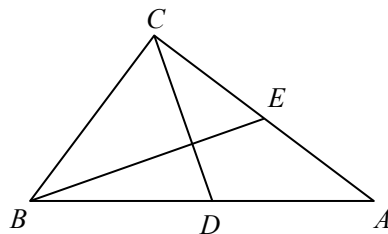
20. （本题满分 10 分）

解不等式组：
$$\begin{cases} 6-3x>2(x-2); \\ \frac{2x-1}{2}-3x\leq 4. \end{cases}$$

21. （本题满分 10 分，每小题各 5 分）

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $\tan A=\frac{3}{4}$ ， CD 是中线，作 $BE\perp CD$ ，交边 AC 于点 E 。

(1) 求 CE 的长； (2) 求 $\angle EBA$ 的正切值。



第 21 题图

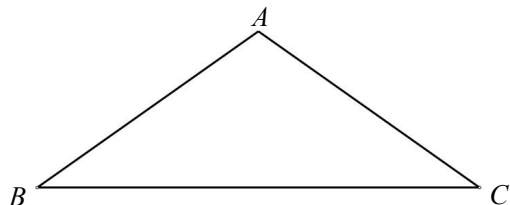
22. （本题满分 10 分，第 (1) 小题 5 分，第 (2) 小题 5 分）

为了让游客更好的观赏花圃景观，某植物园打算在不同形状的花圃内都建设一条半圆形的步道，要求一：步道的外围不超过各自花圃的范围；要求二：半圆形步道的圆心在花圃的某一条边上；要求三：半圆形步道的半径尽可能的大（忽略步道的宽度）。

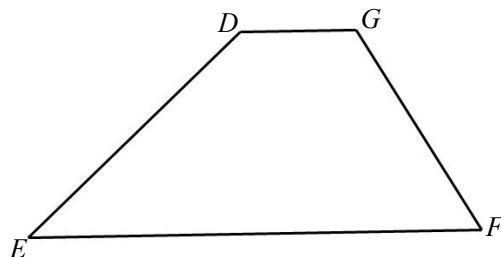
根据以下不同形状的花圃分别按要求画出这个半圆形步道的圆心（不用写作法，保留痕迹），并直接写出不同形状的花圃下半圆形步道的半径。

花圃一：如图 1， $\triangle ABC$ 是一个等腰三角形的花圃，经测量 $AB=AC=13\text{m}$ ， $BC=24\text{m}$ ，半圆形步道的圆心在边 BC 上；

花圃二：如图 2，四边形 $DEFG$ 是一个梯形的花圃， $DG\parallel EF$ ，经测量 $DG=9\text{m}$ ， $EF=27\text{m}$ ， $\angle E=45^\circ$ ， $\tan F=2$ ，半圆形步道的圆心在边 EF 上。（结果保留根号）



第 22 题图 1



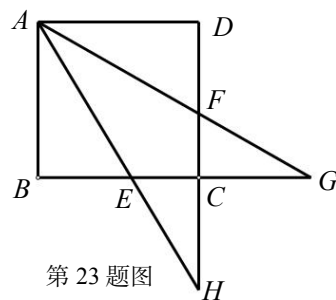
第 22 题图 2

23. (本题满分 12 分, 每小题各 6 分)

已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, 且 $\angle BAE = \angle DAF$, 延长 AE 、 AF 分别交 DC 、 BC 延长线于点 H 、 G .

(1) 求证: $DF \cdot CD = BE \cdot BC$;

(2) 联结 EF 、 HG , 如果 $EF \parallel HG$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是正方形.



第 23 题图

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

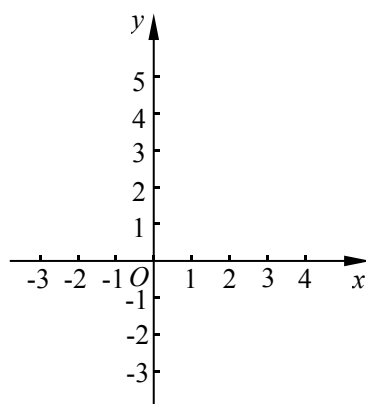
已知平面直角坐标系 xOy , 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a > 0$) 与 x 轴交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D , 过点 C 作 $CE \parallel x$ 轴交抛物线于点 E .

(1) 直接写出抛物线的对称轴及点 A 、 B 的坐标;

(2) 联结 AE , 如果 AE 平分 $\angle BAC$, 求 a 的值;

(3) 点 P 是抛物线上一点, 线段 PD 、 AE 交于点 F , 如果 $S_{\triangle AFD} = S_{\triangle PFE}$,

那么直线 PD 是否一定会经过一个定点? 如果会, 求出这个定点的坐标; 如果不会, 请说明理由.



第 24 题图

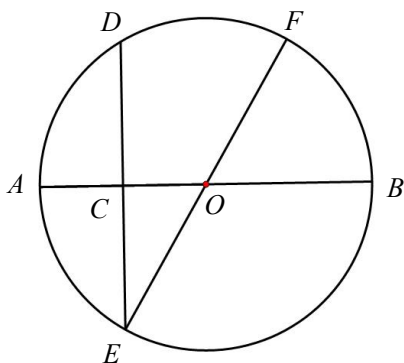
25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

已知圆 O 的直径 AB 上有一点 C (不与 A 、 B 重合), $AB = 10$, 过点 C 作弦 $DE \perp AB$, 点 F 是弧 BD 的中点, 联结 EF , 交 AB 于点 G .

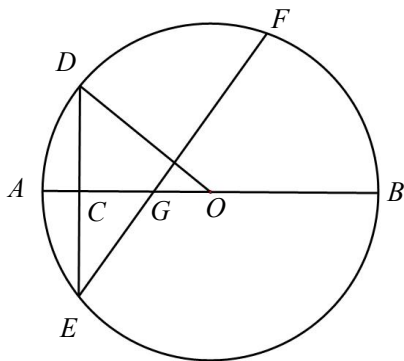
(1) 如图 1, 当点 G 与点 O 重合时, 求 AC 的长;

(2) 如图 2, 联结 OD , 当 $OD \perp EF$ 时, 求 $\frac{DE}{EF}$ 的值;

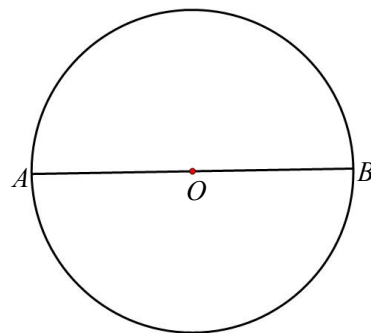
(3) 设 $AC = x$, $y = \frac{EG}{GF}$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.



第 25 题图 1



第 25 题图 2



备用图