

2024 学年第二学期九年级质量调研

数学样卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列式子中, 属于最简二次根式的是 (▲) .

(A) $\sqrt{\frac{1}{2}}$; (B) $\sqrt{2}$; (C) $\sqrt{0.2}$; (D) $\sqrt{12}$.

2. 下列关于 x 的方程一定有实数解的是 (▲) .

(A) $x^2 - x + 2 = 0$; (B) $x^2 + 1 = 0$;
(C) $\frac{2}{x-2} = \frac{x}{x-2}$; (D) $x^2 - mx - 1 = 0$ (m 为常数) .

3. 已知正比例函数 $y = (a-2)x$ 的图像经过第一、三象限, 那么 a 的取值范围是 (▲) .

(A) $a > 2$; (B) $a < 2$; (C) $a > -2$; (D) $a < -2$.

4. 下列数学符号中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 (▲) .

(A) $\cong$; (B) $\sim$; (C) Σ ; (D) ∞ .

5. 某校在“阅读之星”的评选活动中, 5 位评委给小王同学的综合表现打分, 分别是: 9.2、9.3、8.8、9.3、9.1. 如果每位评委的打分都提高 0.1, 那么比较前后两组数据, 统计量 **一定不会**发生改变的是 (▲) .

(A) 中位数; (B) 众数; (C) 方差; (D) 平均数.

6. 如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 内含, 圆心距 $O_1O_2 = 3$, $\odot O_1$ 的半径长是 5, 那么 $\odot O_2$ 的半径长 r 的取值范围是 (▲) .

(A) $0 < r < 2$; (B) $2 < r < 8$;
(C) $0 < r < 2$ 或 $r > 8$; (D) $r > 8$.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. $\frac{1}{4}$ 的倒数是 ▲ .
8. 因式分解: $x^2 - 9 =$ ▲ .
9. 不等式组 $\begin{cases} x-3 > 5 \\ \frac{1}{3}x > 2 \end{cases}$ 的解集是 ▲ .
10. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解是 ▲ .
11. 如果反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ 的图像在其所在的每个象限内, y 的值随 x 的值增大而增大, 那么 k 的取值范围是 ▲ .
12. 如果一次函数的图像经过点 $(-1,3)$, 且与直线 $y = 2x + 1$ 平行, 那么这个一次函数的解析式是 ▲ .
13. 如果一个正多边形的外角和与内角和的比为 $1:2$, 那么这个多边形是正 ▲ 边形.
14. 十二生肖是悠久的中国民俗文化符号, 世界多国在春节期间发行生肖邮票, 以此来表达对中国新年的祝福. 甲同学购买了一套生肖邮票, 他把“虎”、“兔”、“龙”、“蛇” 4 张邮票背面朝上放在桌面上 (邮票背面完全相同), 让乙同学随机抽取 2 张, 那么乙同学随机抽到的 2 张邮票恰好是“虎”和“龙”的概率是 ▲ .
15. 为了解学生的体育技能水平, 某校随机抽取了 200 名学生开展一分钟跳绳测试, 并将结果绘制成扇形统计图 (如图 1 所示). 如果该校学生共有 800 人, 请估计全校一分钟跳绳次数 **不低于** 180 个的学生有 ▲ 人.

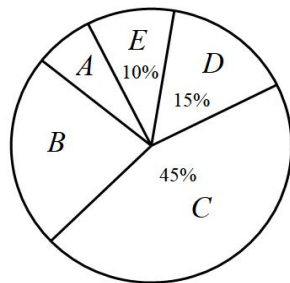


图 1

类别	跳绳次数 x
A	$x \geq 200$
B	$180 \leq x < 200$
C	$160 \leq x < 180$
D	$140 \leq x < 160$
E	$x < 140$

16. 某二次函数一部分自变量 x 和函数值 y 的对应情况如右表所示. 如果将这个二次函数的图像向右平移 $m(m > 0)$ 个单位后, 图像经过原点, 那么 m 的值是 ▲.

x	...	0	1	2	3	...
y	...	3	4	3	0	...

17. 如图 2, 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 如果向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BG} =$ ▲. (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

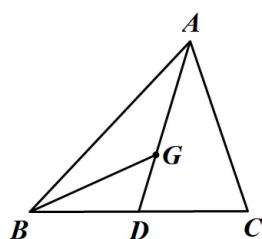


图 2

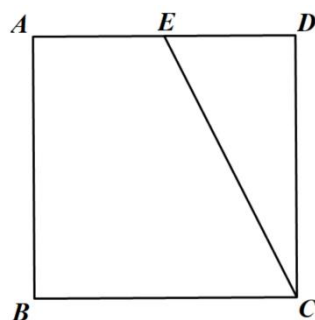


图 3

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $(\sqrt{2} + 1)^{-1} + 4\cos 45^\circ + |\sqrt{3} - 2| - (3.14 - \pi)^0$.

20. (本题满分 10 分, 其中第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 6 分)

已知分式方程 $\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} = 1$. 甲同学的解答过程如下:

解: (第①步) 去分母, 得: $x + 2 - 4 = 1$,
 (第②步) 解这个整式方程, 得: $x = 3$,
 (第③步) 检验: 当 $x = 3$ 时, $x^2 - 4 \neq 0$,
 (第④步) 所以, 原方程的根是 $x = 3$.

- (1) 甲同学的解答过程是从第 ▲ 步开始出现错误的, 请简要说明错误的原因:

- (2) 请写出正确且完整的解答过程.

21. (本题满分 10 分, 其中第 (1) 题 5 分, 第 (2) 题 5 分)

如图 4, 已知 AD 是半圆 O 的直径, 半径 OB 垂直于弦 AC , 垂足为点 E , 联结 AB , $\widehat{CD} = 2\widehat{AB}$.

- (1) 求 $\angle AOB$ 的度数;
- (2) 求 $\tan \angle BAC$ 的值.

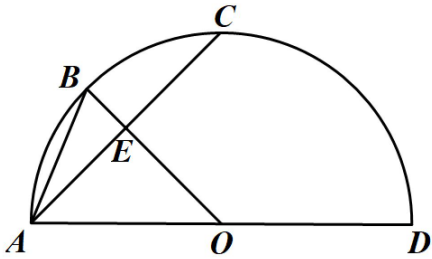


图 4

22. (本题满分 10 分)

已知正五边形 $ABCDE$, 请**仅用无刻度的直尺**作图, 并完成相应的任务 (保留作图痕迹, 不写作法).

- 【初步感知】如图 5, 请直接写出 $\angle ABE$ 的度数;
- 【实践探究】请在图 5 中作出以 BE 为对角线的菱形 $ABME$, 并证明你的结论;
- 【拓展延伸】请在图 6 正五边形 $ABCDE$ 的基础上再设计一个新的正五边形 $A_1B_1C_1D_1E_1$.

(不需要证明)

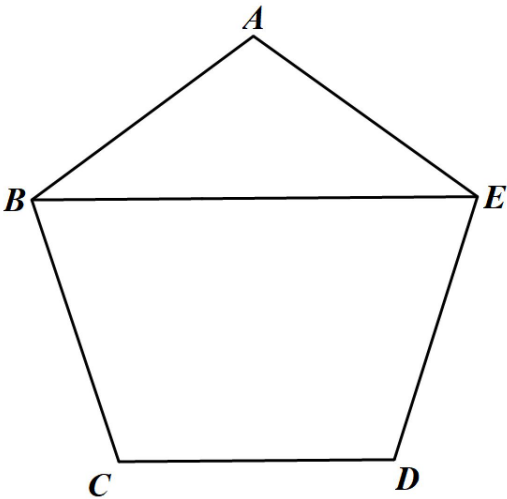


图 5

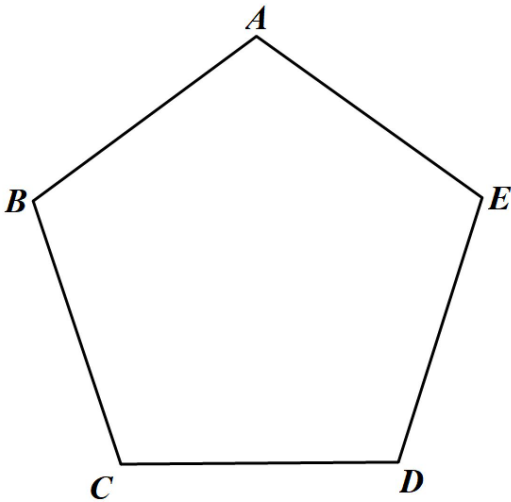


图 6

23. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 题 7 分, 第 (2) 题 5 分)

如图 7, 平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AD = 2AB$, M 是边 AD 的中点, 联结 MC . $CE \perp AB$, 垂足 E 在边 AB 上, 联结 EM 并延长, 交 CD 延长线于点 F .

(1) 求证: $\angle EMC = 2\angle DMC$;

(2) 求证: $CM^2 = AB \cdot CF$.

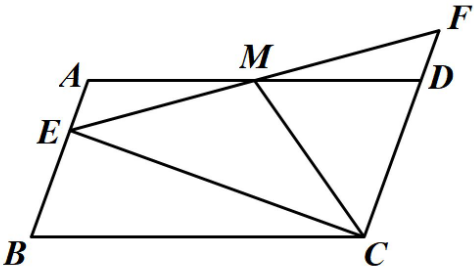


图 7

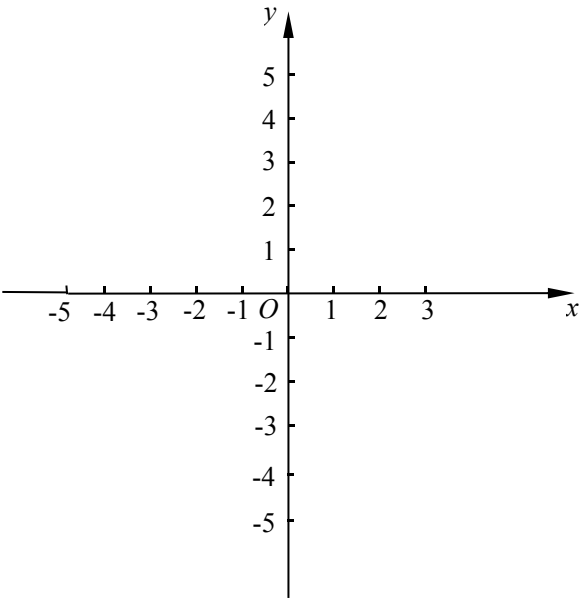
24. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 4 分, 第 (3) 题 4 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $C_1: y = ax^2 + 2ax - 3a$ ($a < 0$) 与 x 轴相交于 A 、 B 两点, 且点 A 在点 B 左侧, 与 y 轴交于点 C , 顶点为点 D .

(1) 求线段 AB 的长;

(2) 把抛物线 C_1 向右平移 3 个单位, 再向上平移 4 个单位, 平移后得到抛物线 C_2 , 抛物线 C_2 的顶点为点 E . 如果点 A 、 D 、 E 在同一直线上, 求抛物线 C_1 的表达式;

(3) 当四边形 $ABCD$ 的面积为 9 时, 若点 P 是 x 轴上一点 (点 P 不与点 B 重合), 且 $\triangle ACP$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 P 的坐标.



25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 题 5 分, 第 (2) 题 5 分, 第 (3) 题 4 分)

$\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接等腰三角形, $AB = AC$. 联结 BO 并延长, 交 AC 于点 D , 交 $\odot O$ 于点 E , 过点 B 作 $BF \perp AC$, 垂足为点 F (点 F 不与点 A 重合).

(1) 如图 8, 如果 $\angle CBF = 20^\circ$, 求 $\angle DBF$ 的大小;

(2) 如图 9, 联结 OC , 如果 $\sin \angle ACB = x$, $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle OBC}} = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不用写自变量的取值范围);

(3) 如果点 D 是线段 OE 的黄金分割点, 求 $\cos \angle BAC$ 的值.

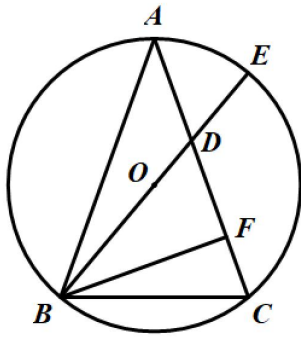


图 8

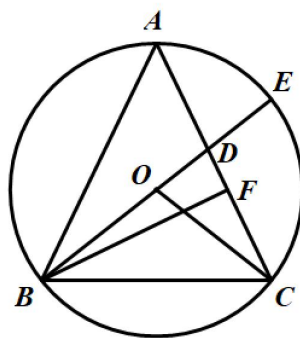
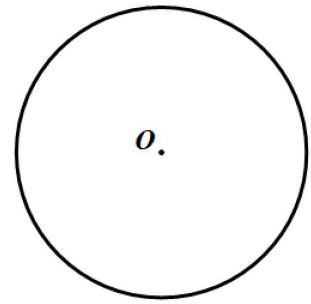


图 9



备用图