

2023 学年第二学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间：100 分钟 满分：150 分)

考生注意：

1. 本试卷含三个大题,共 25 题.答题时,考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答,在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列是最简二次根式的是

(A) $\sqrt{\frac{1}{5}}$; (B) $\sqrt{0.5}$; (C) $\sqrt{5}$; (D) $\sqrt{50}$.

2. 关于一元二次方程 $x^2 + x - 3 = 0$ 根的情况, 正确的是

- (A) 有两个相等的实数根; (B) 有两个不相等的实数根;
(C) 有且只有一个实数根; (D) 没有实数根.

3. 下列函数中, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而增大的是

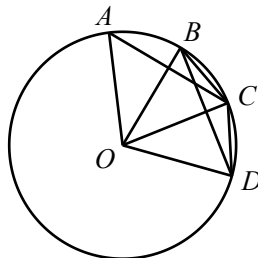
(A) $y = 2x^2$; (B) $y = -\frac{2}{x}$;
(C) $y = -2x$; (D) $y = 2x + 1$.

4. 为了解某公司的收入水平, 随机挑选五人的月工资进行抽样调查, 月工资 (单位: 元) 分别是 3000, 4000, 5000, 6000, 50000, 那么能够较好的反映他们收入平均水平的是

- (A) 中位数; (B) 标准差; (C) 平均数; (D) 众数.

5. 如图, 已知点 A, B, C, D 都在 $\odot O$ 上, $OB \perp AC$, $BC = CD$, 下列说法错误的是

- (A) $\widehat{AB} = \widehat{BC}$; (B) $\angle AOD = 3\angle BOC$;
(C) $AC = 2CD$; (D) $OC \perp BD$.



第 5 题图

6. 下列命题是假命题的是

- (A) 对边之和相等的平行四边形是菱形;
(B) 一组邻边上的高相等的平行四边形是菱形;
(C) 一条对角线平分一组对角, 另一条对角线平分一个内角的四边形是菱形;
(D) 被一条对角线分割成两个等腰三角形的平行四边形是菱形.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算： $2^{-2} =$ ▲ .

8. 截至 2023 年底，全国高铁营业里程约为 45000 公里，这个数 45000 用科学记数法表示为 ▲ .

9. 函数 $f(x) = \frac{2}{x-2}$ 的定义域为 ▲ .

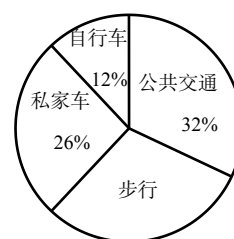
10. 方程 $\sqrt{x-1} = 3$ 的解是 ▲ .

11. 已知方程 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1-x^2}{3x} = 2$ ，如果设 $y = \frac{x}{x^2-1}$ ，那么原方程转化为关于 y 的整式方程为 ▲ .

12. 如果二次函数 $y = x^2 + m$ 的图像向右平移 3 个单位后经过原点，那么 m 的值为 ▲ .

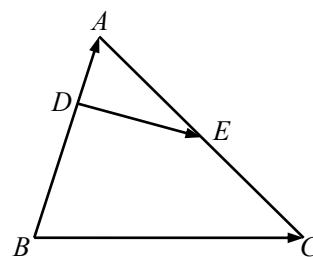
13. 在 1, 2, 3 中任取两个不重复的数字组成一个两位数，
那么这个两位数是素数的概率是 ▲ .

14. 为了解某校六年级 300 名学生来校的方式，随机调查了该校六年级 50 名学生同一天来校的方式，并绘制了如图所示的饼状图，那么估计该校六年级 300 名学生中这一天步行来学校的共有 ▲ 名.



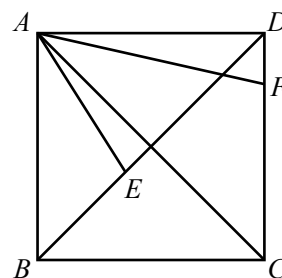
第 14 题图

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，且 $BD = 2AD$ ，点 E 是 AC 的中点，联结 DE ，设向量 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，如果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$ ，那么 $\overrightarrow{DE} =$ ▲ .



第 15 题图

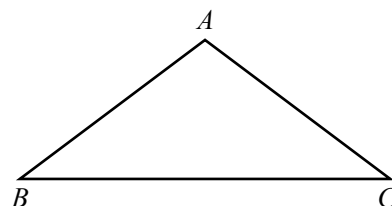
16. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 在对角线 BD 上，点 F 在边 CD 上（点 F 不与点 C 重合），且 $\angle EAF = 45^\circ$ ，那么 $\frac{CF}{BE}$ 的值为 ▲ .



第 16 题图

17. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC > BC$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转，点 A 、点 B 的对应点分别是点 D 、点 E ，如果点 A 在 DE 的延长线上，且 $CE \parallel AB$ ，那么 $\angle CAE$ 的余弦值为 ▲ .

18. 我们把以三角形的重心为圆心的圆叫做该三角形的重心圆. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$ ， $BC = 16$ ，如果 $\triangle ABC$ 的重心圆与该三角形各边的公共点一共有 4 个，那么它的半径 r 的取值范围是 ▲ .



第 18 题图

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19. （本题满分 10 分）

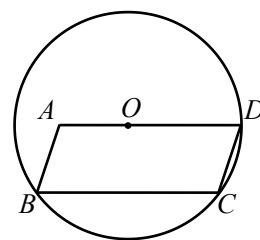
$$\text{计算: } 8^{\frac{1}{3}} + |\sqrt{3} - 3| - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} + (\pi - \sqrt{2})^0.$$

20. （本题满分 10 分）

$$\text{解方程组: } \begin{cases} x - y = 3, & \text{①} \\ x^2 - 5xy + 6y^2 = 0. & \text{②} \end{cases}$$

21. （本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）

如图， $\odot O$ 经过平行四边形 $ABCD$ 的顶点 B 、 C 、 D ，点 O 在边 AD 上， $AO=3$ ， $OD=5$ 。



第 21 题图

(1) 求平行四边形 $ABCD$ 的面积；

(2) 求 $\angle D$ 的正弦值。

22. （本题满分 10 分，第（1）小题 3 分，第（2）小题 3 分，第（3）小题 4 分）

春节期间甲乙两家商店各自推出优惠活动

商店	优惠方式
甲	所购商品按原价打八折
乙	所购商品按原价每满 300 元减 80 元

设顾客在甲乙两家商店购买商品的原价都为 x 元，请根据条件回答下列问题：

(1) 如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款 y 元，求 y 关于 x 的函数解析式

（不必写出函数定义域）；

(2) 购买原价在 500 元以下的商品时，如果分别选择甲商店的优惠活动和乙商店的优惠活动中，实际付款金额相等，求 x 的值；

(3) 顾客购买原价在 900 元以下的商品时，如果选择乙商店的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算，求 x 的取值范围。

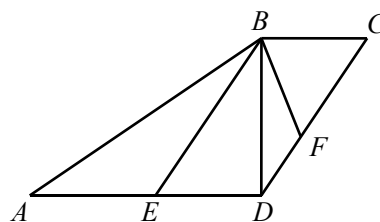
23. （本题满分 12 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 7 分）

已知：在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BD \perp AD$ ，点 E 在边 AD 上（点 E 不与点 A 、 D 重合），点 F 在边 CD 上，且 $\angle ABD = \angle EBF = \angle C$ 。

(1) 求证： $\frac{AB}{BD} = \frac{BE}{BF}$ ；

(2) 联结 EF ，与 BD 交于点 G ，如果 $BG = EG$ ，

求证：四边形 $BEDF$ 为等腰梯形。



第 23 题图

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 与 x 轴分别交于点 A 、 B (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 $C(0,6)$, 其对称轴为直线 $x = 2$.

(1) 求该抛物线的表达式;

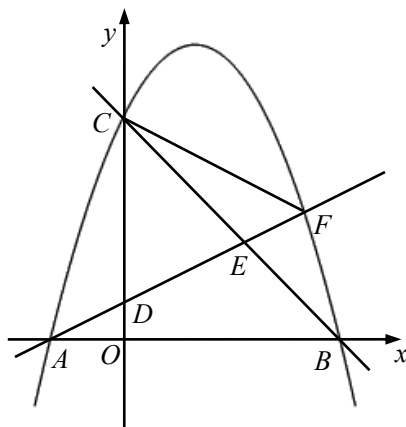
(2) 点 F 是上述抛物线上位于第一象限的一个动点,

直线 AF 分别与 y 轴、线段 BC 交于点 D 、 E .

①当 $CF=DF$ 时, 求 CD 的长;

②联结 AC , 如果 $\triangle ACF$ 的面积是 $\triangle CDE$ 面积的 3 倍,

求点 F 的坐标.



第 24 题图

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 10 分)

已知在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $AB = 6$, $\cos \angle CAB = \frac{3}{5}$, 点 O 为边 AB 上一点, 以点 O 为圆心, OA 为半径作 $\odot O$, 交边 AC 于点 D (点 D 不与点 A 、 C 重合).

(1) 当 $AD=4$ 时, 判断点 B 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 过点 C 作 $CE \perp OD$, 交 OD 延长线于点 E . 以点 E 为圆心, EC 为半径作 $\odot E$,

延长 CE , 交 $\odot E$ 于点 C' .

①如图 1, 如果 $\odot O$ 与 $\odot E$ 的公共弦恰好经过线段 EO 的中点, 求 CD 的长;

②联结 AC' 、 OC , 如果 AC' 与 $\triangle BOC$ 的一条边平行, 求 $\odot E$ 的半径长.

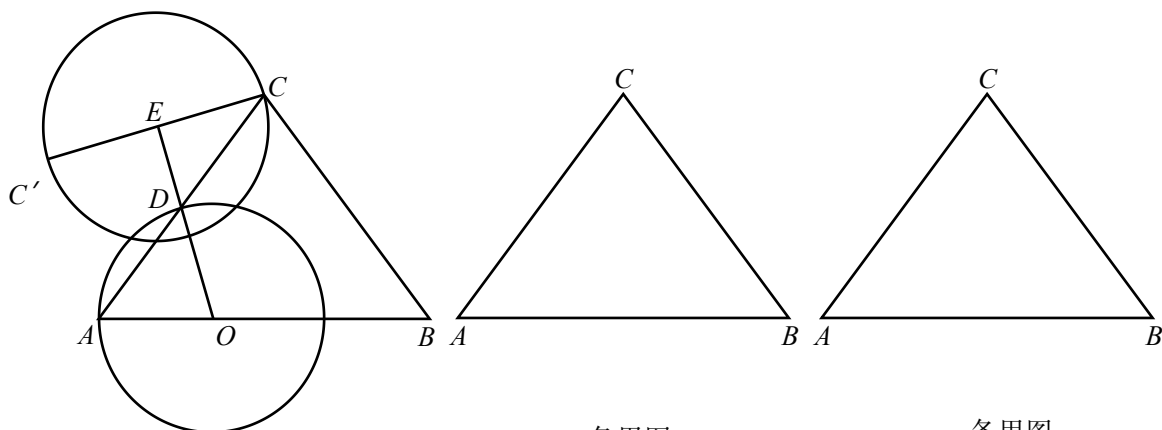


图 1

备用图

备用图

第 25 题图