

# 2026 年上海市徐汇区中考二模数学试卷

(时间 100 分钟 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤;
3. 填空题须在对应矩形框内作答, 超出对应边框作答无效.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的】

1. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$       B.  $(x^2)^3 = x^5$       C.  $(-xy)^4 = x^4y^4$       D.  $x^3 + x^5 = x^8$

【答案】C

【解析】

【详解】解:  $x^3 \cdot x^3 = x^{3+3} = x^6 \neq 2x^3$ , A 错误.

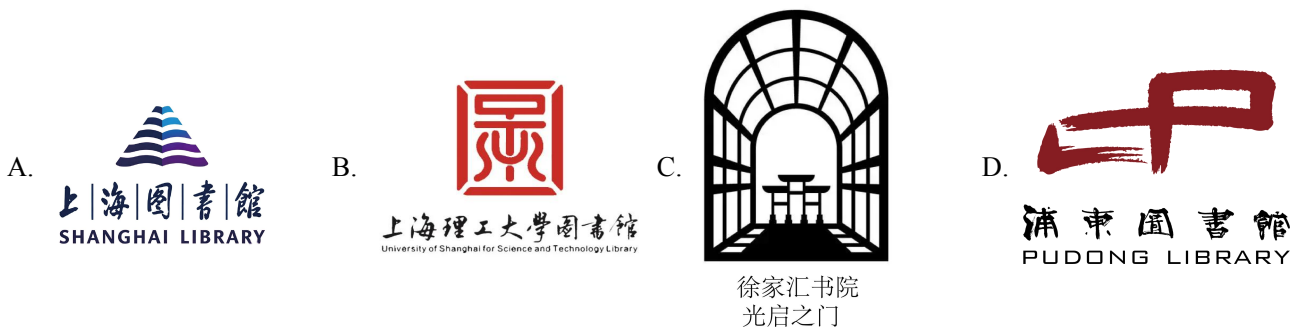
$(x^2)^3 = x^{2 \times 3} = x^6 \neq x^5$ , B 错误.

$(-xy)^4 = (-1)^4 x^4 y^4 = x^4 y^4$ , C 正确.

$\because x^3$  与  $x^5$  不是同类项, 不能合并,

$\therefore x^3 + x^5 \neq x^8$ , D 错误.

2. 全民阅读有助于提升国家和民族的精神力量. 上海各区和高校都有开放型图书馆提供给市民, 以下是其中四个图书馆标志, 其图案 (忽略文字部分) 不是轴对称图形的是 ( )



【答案】D

【解析】

【分析】如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这个图形就叫做轴对称图形，据此逐一判断即可.

【详解】解：A、是轴对称图形，故此选项不符合题意；

B、是轴对称图形，故此选项不符合题意；

C、是轴对称图形，故此选项不符合题意；

D、不是轴对称图形，故此选项符合题意；

3. 下列函数中，函数值  $y$  随自变量  $x$  的值增大而减小的是 ( )

A.  $y = \frac{x}{2}$

B.  $y = -\frac{x}{2}$

C.  $y = \frac{2}{x}$

D.  $y = -\frac{2}{x}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据正比例函数的性质及反比例函数性质直接判断即可得到答案；

【详解】解：由题意可得，

A 选项为正比例函数： $\because k = \frac{1}{2} > 0$ ， $\therefore y$  随自变量  $x$  的值增大而增大，故 A 选项不符合题意；

B 选项正比例函数： $\because k = -\frac{1}{2} < 0$ ， $\therefore y$  随自变量  $x$  的值增大而减小，故 B 选项符合题意；

C 选项反比例函数， $x \neq 0$ ： $\because k = 2 > 0$ ， $\therefore$  在  $x > 0$  与  $x < 0$  上， $y$  随自变量  $x$  的值增大而减小，但  $x \neq 0$ ，故 C 选项不符合题意；

D 选项反比例函数， $x \neq 0$ ： $k = -2 < 0$ ， $\therefore$  在  $x > 0$  与  $x < 0$  上， $y$  随自变量  $x$  的值增大而增大，故 D 选项不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查正比例函数的性质与反比例函数性质，解题的关键是熟练掌握两种函数的性质.

4. 在  $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分别是边  $AB$ 、 $AC$  的中点，下列说法不正确的是 ( )

A.  $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{AB}$ ；

B.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ ；

C.  $|\overrightarrow{AE}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC}|$ ；

D.  $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$ .

【答案】B

【解析】

【分析】结合向量平行、相等、模长的概念，以及三角形中位线的性质，逐一判断选项即可得到答案.

【详解】解： $\because D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $AC$  的中点，

对于选项 A， $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$ ，因此  $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{AB}$ ，A 说法正确；

对于选项 B， $\overrightarrow{AD}$  与  $\overrightarrow{BD}$  模长相等，但方向相反，满足  $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BD}$ ，因此  $\overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BD}$ ，B 说法不正确；

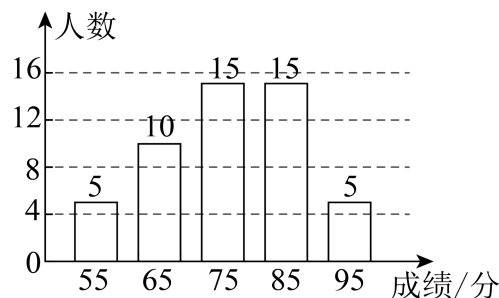
对于选项 C,  $E$  是  $AC$  中点,  $AE = \frac{1}{2}AC$ , 因此  $\left| \overrightarrow{AE} \right| = \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{AC} \right|$ , C 说法正确;

对于选项 D,  $DE$  是  $\triangle ABC$  的中位线,  $DE \parallel BC$  且  $DE = \frac{1}{2}BC$ ,  $\overrightarrow{DE}$ 、 $\overrightarrow{BC}$  方向相同, 因此  $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$ ,

D 说法正确;

综上, 答案选 B.

5. 某学校组织了一场体能测试, 抽出 50 个人的成绩 (分数) 进行统计, 结果如图所示. 关于这 50 人的分数, 下列说法正确的是 ( )



A. 中位数是 15

B. 众数是 15

C. 中位数是 75

D. 众数是 85

【答案】C

【解析】

【分析】众数是一组数据中出现次数最多的数, 中位数是将一组数据从小到大排列后, 处于中间位置的数, 若数据个数为偶数, 则为中间两个数的平均数.

【详解】解: 由图可知:

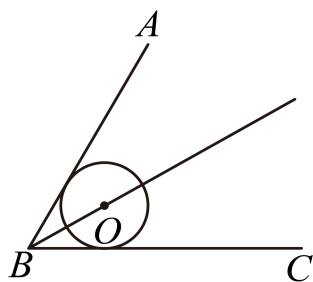
将 50 人的成绩从小到大排序, 第 25、26 位均为 75 分, 因此中位数是  $\frac{75+75}{2} = 75$ ,

故 A 选项说法错误, 不合题意, C 选项说法正确, 符合题意;

75, 85 均出现了 15 次, 因此众数是 75, 85,

故 B, D 选项说法错误, 不合题意.

6. 如图, 已知  $\angle ABC = 60^\circ$ , 半径为 1cm 的  $\odot O$  与边  $BA$ 、 $BC$  均相切, 如果  $\odot O_1$  与  $\angle ABC$  的两边都相切, 且与  $\odot O$  相交, 那么  $\odot O_1$  的半径长可以是 ( )



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】先证点  $O$  在  $\angle ABC$  的角平分线上，再求出  $\odot O_1$  与  $\odot O$  外切时的半径，进而可得  $\odot O_1$  半径的取值范围。

【详解】解：标记  $\odot O$  与边  $BA$ 、 $BC$  的切点为  $E$ 、 $H$ ，  
则  $OE \perp AB$ ， $OH \perp BC$ ，

在  $\text{Rt}\triangle OEB$  与  $\text{Rt}\triangle OHB$  中，
$$\begin{cases} OE = OH = 1 \\ OB = OB \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle OEB \cong \text{Rt}\triangle OHB$  (HL)，

$\therefore \angle OBE = \angle OBH = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ ，

即点  $O$  在  $\angle ABC$  的角平分线上，

作  $\odot O_1$ ， $\odot O_1'$  与  $\odot O$  外切，切点为  $M$ 、 $N$ ，且与边  $BA$ 、 $BC$  均相切， $\odot O_1$  与  $BA$  的切点为点  $D$ ， $\odot O_1'$  与  $BA$  的切点为点  $F$ ，

同理可得，点  $O_1$  与  $O_1'$  在  $\angle ABC$  的角平分线上，

设  $\odot O_1$  的半径为  $r$ ，

$\because \angle OBE = 30^\circ$ ，

$\therefore BO_1 = 2OD = 2r$ ， $BO = 2OE = 2 \times 1 = 2$ ，

$\because BO_1 + O_1M + OM = BO$ ，

$\therefore 2r + r + 1 = 2$ ，

解得  $r = \frac{1}{3}$ ，

同理可得  $\odot O_1'$  的半径为 3，

$\because \odot O_1$  与  $\odot O$  相交，

$\therefore \frac{1}{3} < r < 3$ ，

当  $r = 1$  时， $\odot O_1$  与  $\odot O$  重合，不合题意，

观察四个选项可知， $\odot O_1$  的半径长可以是 2。

故选 B。



【答案】

【解析】

**【答案】**  $3b(1+b)(1-b)$

【解析】

【详解】解:  $3b-3b^3=3b(1-b^2)=3b(1+b)(1-b)$ .

**【答案】**  $x=2$

【解析】

【详解】解:  $\frac{x^2-1}{x^2+2x} = \frac{3}{x(x+2)},$

- 5 -

整理得  $x^2 = 4$

解得  $x_1 = 2, x_2 = -2$

检验：当  $x = -2$  时， $x(x+2) = 0$ ，原分式方程分母为零，

因此  $x = -2$  是增根，舍去；

当  $x = 2$  时， $x(x+2) = 2 \times 4 = 8 \neq 0$ ，满足原分式方程分母不为零的要求。

因此原分式方程的解为  $x = 2$ 。

10. 不等式  $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ -x+1 \geq 0 \end{cases}$  的解集是\_\_\_\_\_。

【答案】  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

【解析】

【分析】先分别解出不等式组中两个一元一次不等式的解集，再取两个解集的公共部分，即可得到原不等式组的解集。

【详解】解：  $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ -x+1 \geq 0 \end{cases}$ ，

解不等式  $2x+1 \geq 0$ ，

移项得  $2x \geq -1$ ，

系数化为 1 得  $x \geq -\frac{1}{2}$ ，

解不等式  $-x+1 \geq 0$ ，

移项得  $-x \geq -1$ ，

系数化为 1 得  $x \leq 1$ ，

取两个解集的公共部分，可得原不等式组的解集为  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 。

11. 某科技园区调查发现，园区每家企业平均每周使用生成式 AI 工具处理文档约 552000 次。数据 552000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_。

【答案】  $5.52 \times 10^5$

【解析】

【详解】解：  $552000 = 5.52 \times 10^5$ 。

12. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 3x + (m-2) = 0$  有两个不相等的实数根，则  $m$  的取值范围是

\_\_\_\_\_.

【答案】  $m < \frac{17}{4}$

【解析】

【分析】 根据方程有两个不相等的实数根，直接得到判别式  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，即可求解本题.

【详解】 解：  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 3x + (m - 2) = 0$  有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(m - 2) > 0,$$

$$\text{解得: } m < \frac{17}{4}.$$

13. 商场抽奖箱里三个完全一样的小球里面装着小纸条，其中两个写着“谢谢参与”，一个写着“小礼品一份”. 某顾客随机摸出两个小球，都是“谢谢参与”的概率是\_\_\_\_\_.

【答案】

$$\frac{1}{3}$$

【解析】

【分析】 先列举出随机摸出两个小球的所有等可能结果，再找出两个都是“谢谢参与”的结果数，根据概率公式计算即可.

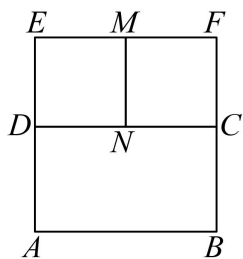
【详解】 解：记两个写有“谢谢参与”的小球为  $A_1, A_2$ ，写有“小礼品一份”的小球为  $B$

随机摸出两个小球，所有等可能的结果为：  $(A_1, A_2), (A_1, B), (A_2, B)$ ，共 3 种

其中两个都是“谢谢参与”的结果有 1 种，即  $(A_1, A_2)$

根据概率公式可得所求概率为  $\frac{1}{3}$ .

14. 如图，用 24 米铝型线材做成一个窗框  $ABFE$  (含内框  $MN$ 、 $DC$ )，窗框上方是两个全等的正方形  $DEMN$  和  $CFMN$ ，下方是矩形  $ABCD$ . 如果正方形  $DEMN$  的边长为  $x$  米，那么下方矩形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_平方米. (用含  $x$  的代数式表示)



【答案】

$$(24x - 9x^2)$$

【解析】

【分析】根据窗框上方是两个全等的正方形  $DEMN$  和  $CFMN$ ，得到  $EM = FM = ED = FC = x$ ，求出  $AB = EF = EM + MF = 2x$ ， $AD = AE - DE = 12 - \frac{9}{2}x$ ，即可求出矩形  $ABCD$  的面积.

【详解】解：∵窗框上方是两个全等的正方形  $DEMN$  和  $CFMN$ ，

$$\therefore EM = FM = ED = FC = x,$$

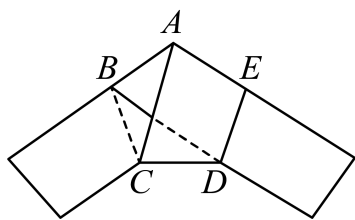
$$\therefore AB = EF = EM + MF = 2x,$$

$$\therefore AE = BF = \frac{1}{2}(24 - 3 \times 2x - x) = 12 - \frac{7}{2}x$$

$$\therefore AD = AE - DE = 12 - \frac{9}{2}x$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积为 } 2x \left( 12 - \frac{9}{2}x \right) = 24x - 9x^2.$$

15. 如图，用一条宽相等的足够长的纸条，打一个结，然后轻轻拉紧、压平就可以得到如图所示的正五边形  $ABCDE$ ， $\angle ABD$  的度数\_\_\_\_\_.



【答案】  $72^\circ$  度

【解析】

【分析】此题考查的是多边形的内角和及平行线的性质，利用多边形的内角和定理和平行线的性质即可解决问题，掌握计算公式是解题的关键.

【详解】解：由题意可得，五边形  $ABCDE$  是正五边形，

$$\therefore \angle EABC = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ,$$

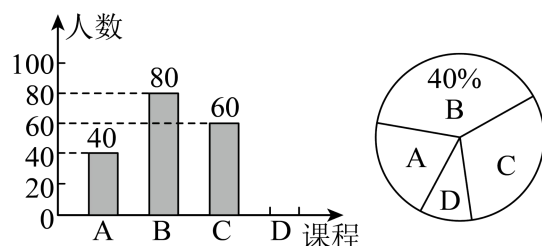
$$\therefore AE \parallel BD,$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ,$$

故答案为：  $72^\circ$  .

16. 某校为了开设学生喜欢的美育课程，随机抽取了部分学生进行调查，要求学生从书法、国画、合唱、水

彩画（分别记为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ）这四个课程中选择一个自己最喜爱的课程，并将调查结果绘制成如下两张不完整的统计图。已知该校共有 1000 名学生，根据图中信息，请你估计选择“合唱”课程的学生大概有\_\_\_\_\_人。



【答案】 300

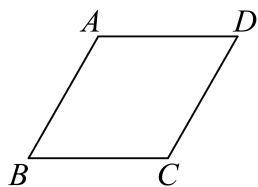
【解析】

【分析】 根据条形统计图可知  $B$  课程的人数，结合扇形统计图可知  $B$  课程的百分比，利用频数除以频率求出样本总容量，再计算  $C$  课程在样本中的频率，最后利用样本估计总体的思想计算全校选择“合唱”课程的学生人数。

【详解】 解：调查人数有：  $80 \div 40\% = 200$  人，

选择“合唱”课程的学生大概有  $1000 \times \frac{60}{200} = 300$  人。

17. 如图，在菱形  $ABCD$  中，点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $BC$  上，将菱形  $ABCD$  沿着  $EF$  翻折，使点  $B$  恰好与  $\triangle ACD$  的重心  $G$  重合。若菱形  $ABCD$  的面积为 18，则  $\triangle BEF$  的面积为\_\_\_\_\_。



【答案】 4

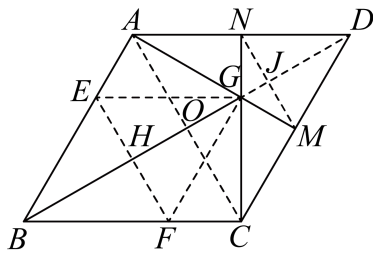
【解析】

【分析】 根据相似可知三角形重心满足  $\frac{OG}{OD} = \frac{2}{3}$ ，再根据菱形对角线性质，  $\frac{BH}{GH} = 1$ ，进而可知  $\frac{BH}{BO} = \frac{2}{3}$ ，再根据相似三角形即可求解。

【详解】 解：取  $AD$  的中点  $N$ ，连接  $CN$ ，取  $CD$  的中点  $M$ ，连接  $AM$  与  $CN$  交于点  $G$ ，则点  $G$  为重心，在菱形  $ABCD$  中，连接  $BD$ ，

$\therefore O$  为  $AC$  的中点，

$\therefore$  点  $G$  在  $BD$  的线段上，



$$\therefore MN \parallel AC, \quad MN = \frac{1}{2} AC,$$

$$\therefore \angle ACG = \angle MNG, \angle NMG = \angle CAG, \quad DJ = \frac{1}{2} DO,$$

$\therefore \triangle NMG \sim \triangle CAG$ ,  $J$  是  $OD$  的中点,

$$\therefore \frac{MN}{AC} = \frac{GJ}{OG} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{OG}{OD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{DG}{BD} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3},$$

$\therefore B$  关于  $EF$  的对称点是  $G$ ,

$$\therefore \frac{BH}{GH} = \frac{1}{1} = 1,$$

$$\therefore \frac{BH}{BO} = \frac{2}{3},$$

$\therefore$  菱形  $ABCD$  的面积为 18,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9,$$

$\therefore EF \parallel AC$ ,

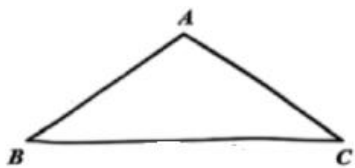
$$\therefore \angle BAO = \angle BEF, \angle BCA = \angle BFE,$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle EBF}} = \frac{BO^2}{BH^2} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = 4.$$

18. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 5, BC = 8$ , 点  $O$  在边  $AB$  上, 如果  $\odot O$  与  $\triangle ABC$  的一边所在的直线相切, 且经过  $\triangle ABC$  的一个顶点, 那么  $OB$  的长是\_\_\_\_\_.



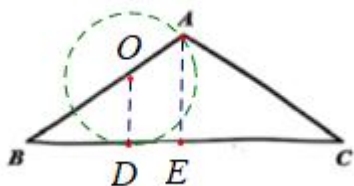
【答案】  $\frac{25}{8}$  或  $\frac{120}{49}$

【解析】

【分析】分两种情况讨论，当 $\odot O$ 与 $BC$ 相切于点 $D$ 时，则 $OD \perp BC$ ，设 $OB = x$ ，则 $OA = OD = 5 - x$ ，根据 $\sin \angle ABC = \frac{OD}{OB} = \frac{AE}{AB}$ 列出比例式，求得 $x$ 的值；当 $\odot O$ 与 $AC$ 相切于点 $F$ 时，则 $OF \perp AC$ ，过点 $B$ 作 $BG \perp AC$ 于点 $G$ ，证明 $\triangle AOF \sim \triangle ABG$ ，进而求得 $x$ 的值，即可求解。

【详解】解：如图，过点 $A$ 作 $AE \perp BC$ 于点 $E$ ，

当 $\odot O$ 与 $BC$ 相切于点 $D$ 时，则 $OD \perp BC$



$$\because AB = AC = 5, BC = 8$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = 4$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

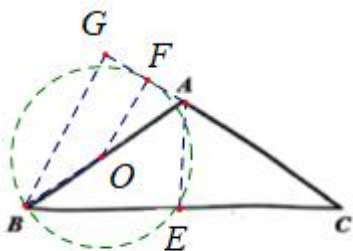
设 $OB = x$ ，则 $OA = OD = 5 - x$

$$\because OD \perp BC, AE \perp BC$$

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{OD}{OB} = \frac{AE}{AB}, \text{ 即 } \frac{5-x}{x} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore x = \frac{25}{8}$$

当 $\odot O$ 与 $AC$ 相切于点 $F$ 时，则 $OF \perp AC$ ，过点 $B$ 作 $BG \perp AC$ 于点 $G$ ，



$$\because AB = AC$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C$$

$$\therefore BG = BC \cdot \sin C = 8 \times \frac{3}{5} = \frac{24}{5}$$

设 $OB = x$ ，则 $OF = OB = x$ ， $OA = AB - OB = 5 - x$ ，

$$\therefore OF \parallel BG$$

$$\therefore \triangle AOF \sim \triangle ABG$$

$$\therefore \frac{OF}{BG} = \frac{OA}{AB}$$

$$\therefore \frac{x}{\frac{24}{5}} = \frac{5-x}{5}$$

$$\text{解得: } x = \frac{120}{49}$$

综上所述,  $OB$  的长是  $\frac{25}{8}$  或  $\frac{120}{49}$

### 三. (本大题共 6 题, 满分 78 分)

19. 先化简, 再求值: 已知代数式  $\left(1 + \frac{1}{m-2}\right) \div \frac{m^2 - 2m + 1}{2m - 4}$ , 其中  $m = \sqrt{3}$ .

**【答案】**  $\frac{2}{m-1}, \sqrt{3}+1$

**【解析】**

**【分析】** 先将括号内式子通分, 变分式除法为分式乘法, 约分化简, 最后将  $m = \sqrt{3}$  代入求值.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: 原式} &= \frac{m-2+1}{m-2} \div \frac{(m-1)^2}{2(m-2)} \\ &= \frac{m-1}{m-2} \cdot \frac{2(m-2)}{(m-1)^2} \\ &= \frac{2}{m-1}, \end{aligned}$$

将  $m = \sqrt{3}$  代入, 得:

$$\text{原式} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}+1.$$

20. 已知函数  $y = \sqrt{2-x}$ , 请解决下列问题:

- (1) 请按照列表、描点、连线的步骤, 在平面直角坐标系  $xOy$  中画出函数的大致图像;
- (2) 如果一条直线与坐标轴的交点和函数  $y = \sqrt{2-x}$  图象与坐标轴的两个交点完全相同, 那么这条直线的表达式是\_\_\_\_\_.
- (3)  $A(m, n)$  是函数  $y = \sqrt{2-x}$  图象上的点, 如果  $n < 2$ , 那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**【答案】** (1) 见解析 (2)  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2}$

(3)  $-2 < m \leq 2$

【解析】

【分析】(1) 先列表，再描点，最后连线画出函数图象即可；

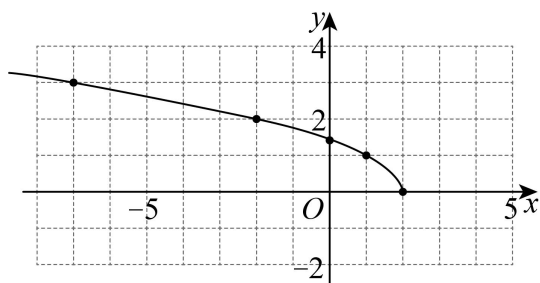
(2) 根据题意可得所求的直线经过点  $(2, 0)$  和  $(0, \sqrt{2})$ ，据此利用待定系数法求解即可；

(3) 根据函数图象可得答案.

【小问 1 详解】

解：列表如下：

|                  |     |    |    |            |   |   |     |
|------------------|-----|----|----|------------|---|---|-----|
| $x$              | ... | -7 | -2 | 0          | 1 | 2 | ... |
| $y = \sqrt{2-x}$ | ... | 3  | 2  | $\sqrt{2}$ | 1 | 0 | ... |



【小问 2 详解】

解：由 (1) 可知函数  $y = \sqrt{2-x}$  与  $x$  轴交于点  $(2, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $(0, \sqrt{2})$ ，

设经过点  $(2, 0)$  和  $(0, \sqrt{2})$  的直线的表达式为  $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ b = \sqrt{2} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ b = \sqrt{2} \end{cases},$$

$\therefore$  经过点  $(2, 0)$  和  $(0, \sqrt{2})$  的直线的表达式为  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2}$ ，

即所求的直线的表达式为  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2}$ ；

【小问 3 详解】

解：由函数图象可知，当  $y = \sqrt{2-x} < 2$  时， $-2 < x \leq 2$ ，

$\therefore$  如果  $n < 2$ ，那么  $m$  的取值范围是  $-2 < m \leq 2$ 。

21. 如果一个三角形一条边上的高等于这条边的一半，那么这个三角形叫做“半高底”三角形，这条边叫做

这个三角形的“半底”.

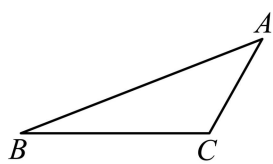


图1

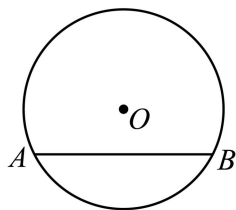


图2

(1) 如图 1,  $ABC$  是以  $BC$  为“半底”的“半高底”三角形, 已知  $AC = 2\sqrt{29}$ ,  $\tan B = \frac{5}{12}$ , 求  $BC$  的长;

(2) 如图 2,  $AB$  是  $\odot O$  的一条弦, 用无刻度直尺和圆规作图, 在圆上确定一个点  $C$ , 使得  $ABC$  是以  $AB$  为“半底”的“半高底”三角形 (保留作图痕迹, 无需写作法).

【答案】(1)  $BC = 20$

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 设  $BC = 2x$ , 则  $AD = x$ , 根据正切的定义, 得出  $BD$ , 进而求得  $CD$ , 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中, 勾股定理建立方程, 即可求解;

(2) 作  $AB$  的垂直平分线交  $AB$  于点  $E$ , 在  $AB$  的垂直平分线上截取  $DE = AE$ , 过点  $D$  作  $DC \parallel AB$  交  $\odot O$  于点  $C$ , 则  $ABC$  是以  $AB$  为“半底”的“半高底”三角形.

【小问 1 详解】

解: 如图, 过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$ ,

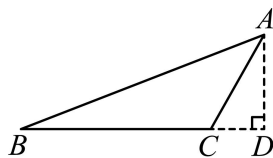


图1

依题意  $AD = \frac{1}{2}BC$

设  $BC = 2x$ , 则  $AD = x$

$$\because \tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore BD = \frac{12AD}{5} = \frac{12}{5}x$$

$$\therefore CD = BD - BC = \frac{12}{5}x - 2x = \frac{2}{5}x,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $AC^2 = CD^2 + AD^2$

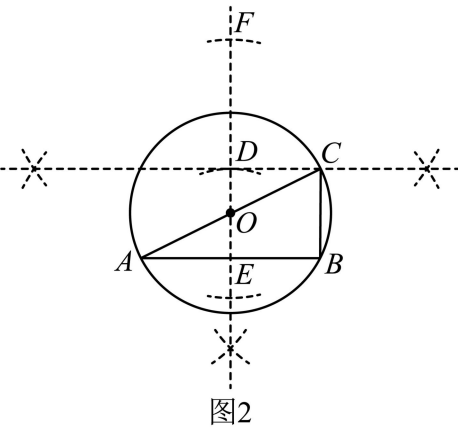
$$\therefore \left(\frac{2}{5}x\right)^2 + x^2 = (2\sqrt{29})^2$$

解得：  $x=10$  （负值舍去）

$$\therefore BC=20$$

【小问 2 详解】

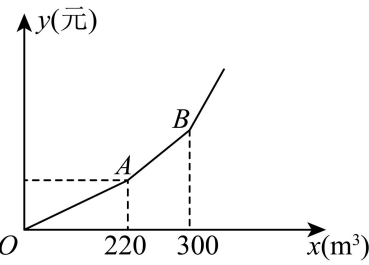
解： 如图所示，作  $AB$  的垂直平分线交  $AB$  于点  $E$ ，在  $AB$  的垂直平分线上截取  $DE=AE$ ，过点  $D$  作  $DC\parallel AB$  交  $\odot O$  于点  $C$ ，则点  $C$ ，  $ABC$  即为所求



22. 上海市居民自来水水费由供水费和污水处理费两部分组成，污水处理量由于损耗按照用水量的 90% 核定计算，污水处理费统一单价为 2 元/ $\text{m}^3$ 。小户型家庭供水费按年用水量分三档计费，收费标准如下表，每户每年应缴自来水水费  $y$ （元）与用水量  $x$ （ $\text{m}^3$ ）关系如图所示。

| 分类                       | 第 1 档   | 第 2 档              | 第 3 档      |
|--------------------------|---------|--------------------|------------|
| 用水量 $x$ （ $\text{m}^3$ ） | 不超过 220 | 超过 220 不超过 300 的部分 | 超过 300 的部分 |
| 供水费单价（元/ $\text{m}^3$ ）  | 2.25    | $n$                | 6.99       |
| 污水处理费（元/ $\text{m}^3$ ）  | 2.00    |                    |            |

根据上述信息，解答下列问题：



(1) 第 1 档的自来水水费  $1\text{m}^3$  的单价为\_\_\_\_\_元；图中点  $A$  的纵坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 小华家去年的年用水量为  $250\text{m}^3$ ，共缴纳水费 1065 元. 通过计算推出  $n$  的值为\_\_\_\_\_元;

(3) 已知小明家去年共缴水费 2234 元，求小明家去年的年用水量.

【答案】(1) 4.25，891

(2) 4

(3)  $400\text{m}^3$

【解析】

【分析】(1) 根据水费的单价=供水费单价+污水处理费单价求解即可；求出用水量为  $220\text{m}^3$  的水费即可；

(2) 根据共缴水费 1065 元列出方程求解即可；

(3) 先判断  $x > 300$ ，然后根据共缴水费 2234 元列出方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：第 1 档的自来水水费  $1\text{m}^3$  的单价为  $2.25 + 2.00 = 4.25$  元，

$$\therefore 220 \times 2.25 + 220 \times 90\% \times 2 = 891,$$

$\therefore$  图中点  $A$  的纵坐标为 891；

【小问 2 详解】

解：根据题意，得  $220 \times 2.25 + (250 - 220)n + 250 \times 90\% \times 2 = 1065$ ，

解得  $n = 4$ ；

【小问 3 详解】

解：当  $x = 300$  时， $y = 220 \times 2.25 + (300 - 220) \times 4 + 300 \times 90\% \times 2 = 1355$ ，

$$\therefore 2234 > 1355,$$

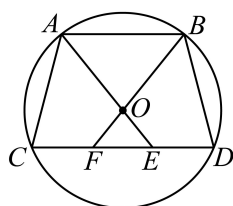
$$\therefore x > 300,$$

$$\therefore 1355 + 6.99(x - 300) + 2 \times 90\%(x - 300) = 2234,$$

解得  $x = 400$ ，

答：小明家去年的年用水量  $400\text{m}^3$ 。

23. 如图，已知  $AB$ 、 $CD$  为  $\odot O$  的两条弦， $AB < CD$ ，连接  $AO$ 、 $BO$  并延长交弦  $CD$  于点  $E$ 、 $F$ ，且  $CF = DE$ 。



(1) 求证:  $AB \parallel CD$ ;

(2) 如果  $AC^2 = OA \cdot AE$ , 求证:  $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ .

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

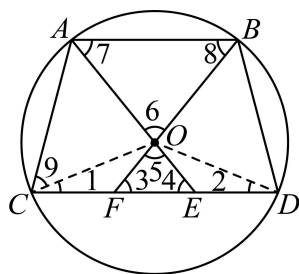
【解析】

【分析】(1) 连接  $OC, OD$ , 先证明  $\triangle CFO \cong \triangle DEO$  (SAS), 则  $OE = OF$ , 然后根据等边对等角以及三角形内角和定理证明  $\angle 4 = \angle 7$ , 即可证明平行;

(2) 先证明  $\triangle CAO \sim \triangle EAC$ , 再证明  $\triangle OAC \cong \triangle OAB$  (AAS) 即可.

【小问 1 详解】

证明: 连接  $OC, OD$



$$\because OC = OD$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

$$\because CF = DE$$

$$\therefore \triangle CFO \cong \triangle DEO \text{ (SAS)}$$

$$\therefore OE = OF$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = \frac{180^\circ - \angle 5}{2},$$

$$\because OA = OB$$

$$\therefore \angle 7 = \angle 8 = \frac{180^\circ - \angle 6}{2}$$

$$\because \angle 5 = \angle 6$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 7$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

【小问 2 详解】

证明:  $\because AC^2 = OA \cdot AE$

$$\therefore \frac{AC}{OA} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \angle CAO = \angle EAC$$

$$\therefore \triangle CAO \sim \triangle EAC$$

$$\therefore \angle 9 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 7 = \angle 8$$

$$\therefore \angle 9 = \angle 7 = \angle 8$$

$$\therefore OA = OC$$

$$\therefore \angle 9 = \angle OAC = \angle 7 = \angle 8,$$

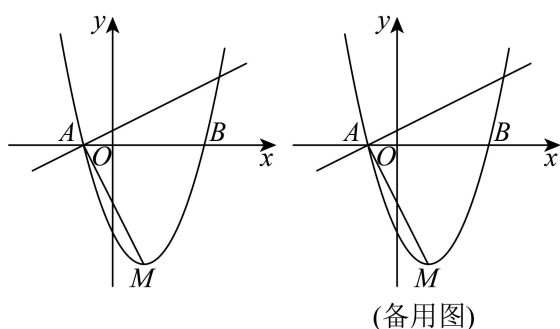
$$\therefore OA = OA$$

$$\therefore \triangle OAC \cong \triangle OAB \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC}.$$

24. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $C_1: y = x^2 + bx + c$  经过点  $A(-1, 0)$  和点  $B(3, 0)$ , 顶点为  $M$ . 直线  $l$  经过点  $A$ , 且  $l \perp AM$ .



(1) 求直线  $l$  的表达式;

(2) 已知抛物线  $C_2: y = ax^2 + mx + n$  也经过  $A$ 、 $B$  两点, 且开口向下, 顶点为  $N$ . 设  $D$  为抛物线  $C_2$  与直线  $l$  的交点, 连接  $AN$ 、 $DN$ 、 $DM$ , 当四边形  $ANDM$  是梯形时, 求抛物线  $C_2$  的表达式.

**【答案】** (1) 直线  $l$  的表达式  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

(2) 抛物线  $C_2: y = \frac{-7-3\sqrt{5}}{8}(x^2 - 2x - 3)$  或  $y = -\frac{5}{4}(x^2 - 2x - 3)$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查二次函数与几何的结合, 涉及待定系数法求解析式, 求一次函数的解析式, 相似三角形的判定和性质, 两点之间的距离, 以及梯形的性质, 解题的关键是应用分类讨论思想.

(1) 根据待定系数法求得抛物线  $C_1: y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$ , 即可知点  $M(1, -4)$ , 过点  $M$  作  $MC \perp x$

轴, 交  $x$  轴于点  $C$ , 交直线  $l$  于点  $N$ , 可证明  $\triangle NAC \sim \triangle AMC$ , 有  $\frac{NC}{AC} = \frac{AC}{MC}$ , 结合两点之间距离求得  $NC = 1$ , 利用待定系数法即可求得直线  $l$  的表达式;

(2) 根据题意的  $a < 0$ , 利用待定系数法求得抛物线  $y = ax^2 - 2ax - 3a$ , 则点  $N(1, -4a)$ , 联立方程求得点  $D\left(\frac{6a+1}{2a}, \frac{8a+1}{4a}\right)$ , 结合梯形的性质若  $AN \parallel DM$ , 过点  $N$  作  $NC \perp x$  轴于点  $C$ , 过点  $M$  作平行于  $x$  轴的直线与过点  $D$  作  $DE \perp ME$  轴于点  $E$ , 线段  $DM$  与  $x$  轴交于点  $F$ , 则点  $E\left(\frac{6a+1}{2a}, -4\right)$ , 且  $\triangle NAC \sim \triangle DME$ , 有  $\frac{AC}{NC} = \frac{ME}{DE}$ , 两点之间距离公式求得  $a$  (当  $a$  值接近 0 时不满足题干要求的梯形字母顺序, 故舍去); 若  $ND \parallel AM$ , 过点  $M$  作  $MG \perp x$  轴于点  $G$ , 过点  $D$  作平行于  $x$  轴的直线与过点  $N$  作  $NH \perp DH$  轴于点  $H$ , 同理可得  $\triangle NHD \sim \triangle MGA$ , 点  $H\left(1, \frac{8a+1}{4a}\right)$ , 求得  $a$  即可.

#### 【小问 1 详解】

解:  $\because$  抛物线  $C_1: y = x^2 + bx + c$  经过点  $A(-1, 0)$  和点  $B(3, 0)$ ,

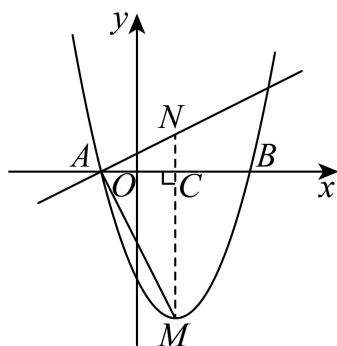
$$\therefore \begin{cases} (-1)^2 - b + c = 0 \\ 3^2 + 3b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -2 \\ c = -3 \end{cases},$$

则抛物线  $C_1: y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$ ,

$\therefore$  点  $M(1, -4)$ ,

如图, 过点  $M$  作  $MC \perp x$  轴, 交  $x$  轴于点  $C$ , 交直线  $l$  于点  $N$ ,



则  $\angle ACM = \angle ACN = 90^\circ$ ,  $\angle MAC + \angle AMC = 90^\circ$ ,

$\therefore l \perp AM$ ,

$\therefore \angle NAC + \angle CAM = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle NAC = \angle AMC,$$

$$\text{则 } \triangle NAC \sim \triangle AMC,$$

$$\therefore \frac{NC}{AC} = \frac{AC}{MC},$$

$$\therefore \text{点 } M(1, -4) \text{ 和点 } A(-1, 0),$$

$$\therefore CM = 4, \quad AC = 2,$$

$$\text{则 } \frac{NC}{2} = \frac{2}{4}, \text{ 解得 } NC = 1,$$

$$\therefore \text{点 } N(1, 1)$$

$$\therefore \text{设直线 } l \text{ 的解析式为 } y = kx + b (k \neq 0),$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 经过点 } A \text{ 和点 } N,$$

$$\therefore \begin{cases} -k + b = 0 \\ k + b = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{则直线 } l \text{ 的表达式 } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \therefore \text{抛物线 } C_2: y = ax^2 + mx + n \text{ 开口向下,}$$

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore \text{抛物线 } C_2: y = ax^2 + mx + n \text{ 经过 } A(-1, 0)、B(3, 0) \text{ 两点,}$$

$$\therefore \begin{cases} a \times (-1)^2 + m \times (-1) + n = 0 \\ a \times 3^2 + 3m + n = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = -2a \\ n = -3a \end{cases},$$

$$\text{则抛物线 } C_2: y = ax^2 - 2ax - 3a = a(x-1)^2 - 4a,$$

$$\therefore \text{抛物线 } C_2: y = ax^2 + mx + n \text{ 顶点为 } N,$$

$$\therefore N(1, -4a),$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = ax^2 - 2ax - 3a \end{cases},$$

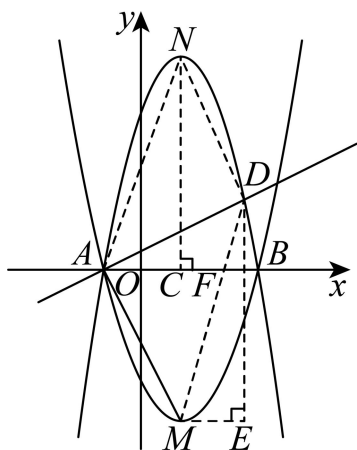
$$\text{解得} \begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 3 + \frac{1}{2a} \\ y_2 = 2 + \frac{1}{4a} \end{cases},$$

$$\text{则点 } D\left(3 + \frac{1}{2a}, 2 + \frac{1}{4a}\right),$$

$\because$  四边形  $ANDM$  是梯形,

$\therefore AN \parallel DM$ , 或  $ND \parallel AM$ ,

①如图, 若  $AN \parallel DM$ , 过点  $N$  作  $NC \perp x$  轴于点  $C$ , 过点  $M$  作平行于  $x$  轴的直线与过点  $D$  作  $DE \perp ME$  轴于点  $E$ , 线段  $DM$  与  $x$  轴交于点  $F$ ,



则  $\angle E = \angle ACN = 90^\circ$ ,  $\angle NAC = \angle DFB = \angle DME$ , 点  $C(1, 0)$ , 点  $E\left(\frac{6a+1}{2a}, -4\right)$ ,

$\therefore \triangle NAC \sim \triangle DME$ ,

$$\therefore \frac{AC}{NC} = \frac{ME}{DE},$$

$\because$  点  $D\left(3 + \frac{1}{2a}, 2 + \frac{1}{4a}\right)$ , 点  $N(1, -4a)$ , 点  $A(-1, 0)$ , 点  $M(1, -4)$ , 点  $C(1, 0)$ ,

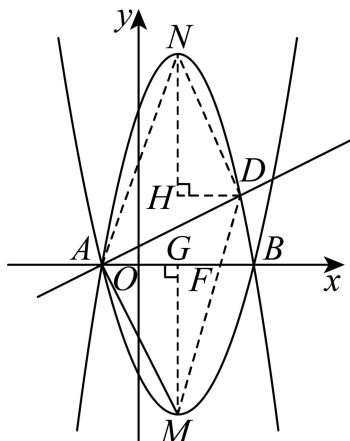
$$\therefore AC = 2, \quad NC = -4a, \quad ME = \frac{6a+1}{2a} - 1 = \frac{4a+1}{2a}, \quad DE = \frac{8a+1}{4a} + 4 = 6 + \frac{1}{4a},$$

$$\text{则 } \frac{2}{-4a} = \frac{\frac{4a+1}{2a}}{6 + \frac{1}{4a}},$$

解得  $a_1 = \frac{-7-3\sqrt{5}}{8}$ ,  $a_2 = \frac{-7+3\sqrt{5}}{8}$  (构不成梯形, 舍去),

那么, 抛物线  $C_2: y = \frac{-7-3\sqrt{5}}{8}(x^2 - 2x - 3)$ ;

②若  $ND \parallel AM$ , 过点  $M$  作  $MG \perp x$  轴于点  $G$ , 过点  $D$  作平行于  $x$  轴的直线与过点  $N$  作  $NH \perp DH$  轴于点  $H$ ,



同理可得  $\triangle NHD \sim \triangle MGA$ , 点  $H\left(1, \frac{8a+1}{4a}\right)$ , 点  $M(1, -4)$ ,

$$\therefore \frac{NH}{MG} = \frac{HD}{GA}, \quad AG = 2, \quad MG = 4, \quad NH = -4a - \frac{8a+1}{4a} = -\frac{16a^2 + 8a + 1}{4a}, \quad DH = \frac{6a+1}{2a} - 1 = \frac{4a+1}{2a},$$

$$\text{则 } \frac{-\frac{16a^2 + 8a + 1}{4a}}{4} = \frac{\frac{4a+1}{2a}}{2},$$

解得  $a_1 = -\frac{5}{4}$ ,  $a_2 = -\frac{1}{4}$  (构不成梯形, 舍去),

那么, 抛物线  $C_2: y = -\frac{5}{4}(x^2 - 2x - 3)$ .

25. 在四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ , 点  $E$  在边  $CD$  上, 且  $CE = 3DE$ ,  $AB = 2AE$ , 连接  $AE$ 、 $BE$ .

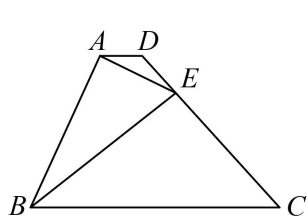


图1

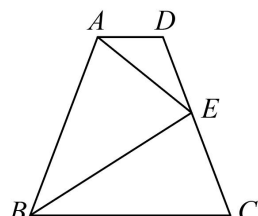


图2

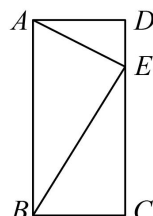


图3

(1) 如图 1, 求证:  $\angle AEB = \angle ABC$ ;

(2) 如图 2, 当  $AB = CD = BE$  时, 求  $\frac{AD}{BC}$  的值;

(3) 如图 3, 当四边形  $ABCD$  为矩形且  $AB = 8$  时, 点  $O$  在线段  $BE$  上, 且  $\odot O$  截  $AB$ 、 $CD$  两边所得的两条弦相等. 如果  $\odot O$  与  $\odot C$  的公共弦所在直线恰好经过点  $B$ ,  $\odot C$  的半径为 3, 求此公共弦的长.

【答案】(1) 见解析 (2)  $\frac{3}{7}$

(3)  $2\sqrt{6}$

【解析】

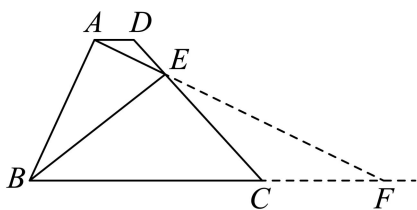
【分析】(1) 延长  $AE$  交  $BC$  延长线于点  $F$ , 由  $AD \parallel BC$ , 可得  $\triangle ADE \sim \triangle FCE$ , 再证明  $\triangle BAE \sim \triangle FAB$ , 即可证明结论;

(2) 延长  $AE$  交  $BC$  延长线于点  $G$ , 过点  $A$  作  $AH \perp BC$  于点  $H$ , 过点  $D$  作  $DM \perp BC$  于点  $M$ , 过点  $E$  作  $EN \perp BC$  于点  $N$ , 同理 (1) 可得  $CG = 3AD$ ,  $BG = 2BE$ , 设  $AD = x$ ,  $AB = CD = BE = 4a$ , 则  $CG = 3x$ ,  $BG = 8a$ ,  $DE = a$ ,  $CE = 3a$ , 求出  $BN$ ,  $NE$ , 在  $\text{Rt}\triangle BNE$  中, 利用勾股定理即可求解;

(3) 过点  $O$  作  $OH \perp CD$  于点  $H$ , 连接  $OC$ ,  $CF$ , 设  $FG$  与  $OC$  交于点  $P$ , 由条件先可得  $AD = BC = 2\sqrt{3}$ ,  $BE = 4\sqrt{3}$ , 再由  $\odot O$  截  $AB$ 、 $CD$  两边所得的两条弦相等, 可得  $OH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3}$ , 再证明  $\triangle OBC$  是等边三角形, 可得  $\angle OCB = 60^\circ$ , 再由  $FG$  中  $\odot O$ ,  $\odot C$  的公共弦, 可得  $CE$  垂直平分  $FG$ , 即可求解.

【小问 1 详解】

证明: 如图, 延长  $AE$  交  $BC$  延长线于点  $F$ ,



$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle FCE,$$

$$\therefore \frac{DE}{CE} = \frac{AE}{FE},$$

$$\therefore CE = 3DE,$$

$$\therefore \frac{AE}{FE} = \frac{DE}{CE} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore FE = 3AE,$$

$$\therefore AF = AE + EF = 4AE,$$

$$\because AB = 2AE,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AB}{AF} = \frac{2AE}{4AE} = \frac{1}{2}, \quad \text{即} \quad \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF},$$

$$\because \angle BAE = \angle FAB,$$

$$\therefore \triangle BAE \sim \triangle FAB,$$

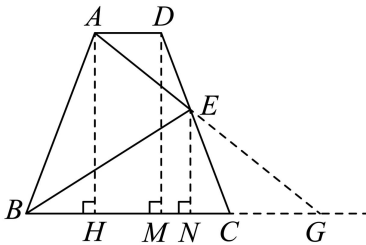
$$\therefore \angle ABE = \angle AFB,$$

$$\because \angle AEB = 180^\circ - \angle ABE - \angle BAE, \quad \angle ABF = 180^\circ - \angle AFB - \angle FAB,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ABC.$$

【小问2详解】

解：如图，延长  $AE$  交  $BC$  延长线于点  $G$ ，过点  $A$  作  $AH \perp BC$  于点  $H$ ，过点  $D$  作  $DM \perp BC$  于点  $M$ ，过点  $E$  作  $EN \perp BC$  于点  $N$ ，



同理 (1) 可得， $\triangle ADE \sim \triangle GCE$ ，

$$\because CE = 3DE,$$

$$\therefore \frac{AD}{CG} = \frac{DE}{CE} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore CG = 3AD,$$

同理 (1) 可得， $\triangle BAE \sim \triangle GAB$ ，

$$\therefore \frac{BE}{BG} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BG = 2BE,$$

设  $AD = x$ ， $AB = CD = BE = 4a$ ，则  $CG = 3x$ ， $BG = 8a$ ， $DE = a$ ， $CE = 3a$ ，

$$\because AD \parallel BC, \quad AH \perp BC, \quad DM \perp BC,$$

$\therefore$  四边形  $AHMD$  是矩形，

$$\therefore HM = AD = x, \quad DM = AH,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABH$  和  $\text{Rt}\triangle DCM$  中

$$\begin{cases} AB = DC \\ AH = DM \end{cases},$$



$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = 4$ ,  $BC = AD$ ,  $DE = \frac{1}{4}CD = \frac{1}{4}AB = 2$ , 则  $CE = CD - DE = 6$ ,  $\angle BCD = \angle D = 90^\circ$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中,  $AD = \sqrt{AE^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle BCE$  中,  $BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} = 4\sqrt{3}$ ,

$\therefore \odot O$  截  $AB$ 、 $CD$  两边所得的两条弦相等,

$\therefore$  点  $O$  到  $AB$  和  $CD$  的距离相等,

$\therefore OH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3}$ ,

$\therefore OH \perp CD$ ,  $\angle BCD = 90^\circ$ ,

$\therefore OH \parallel BC$ ,

$\therefore \triangle EOH \sim \triangle EBC$ ,

$\therefore \frac{EO}{EB} = \frac{OH}{BC} = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore EB = 2EO$ ,

$\therefore$  点  $O$  为  $EB$  的中点,

$\therefore OC = \frac{1}{2}BE = OB = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore OC = OB = BC = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore \triangle OBC$  是等边三角形,

$\therefore \angle OCB = 60^\circ$ ,

$\therefore FG$  中  $\odot O$  和  $\odot C$  的公共弦,

$\therefore OF = OG$ ,  $CF = CG$ ,

$\therefore CE$  垂直平分  $FG$ ,

$\therefore \angle BPC = 90^\circ$ ,  $FG = 2FP$ ,

$\therefore \angle PBC = 90^\circ - \angle OCB = 30^\circ$ ,

$\therefore CP = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle PCF$  中,  $FP = \sqrt{CF^2 - CP^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$ ,

$\therefore FG = 2FP = 2\sqrt{6}$ .

小学、中学、高中电子版

最新资料认准“优尖升教育”全网唯一一家

淘宝搜索店铺：优尖升教育

客服微信：DEM2008

淘宝店铺网址：[shop492842749.taobao.com](https://shop492842749.taobao.com)



使用手机淘宝扫一扫