

2022 年上海市普陀区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列抛物线经过原点的是()

(A) $y = x^2 - 2x$; (B) $y = (x-2)^2$; (C) $y = x^2 + 2$; (D) $y = (x+2)(x-1)$.

2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 已知 $\sin A = \frac{1}{3}$, 下列结论正确的是()

(A) $\sin B = \frac{1}{3}$; (B) $\cos B = \frac{1}{3}$; (C) $\tan B = \frac{1}{3}$; (D) $\cot B = \frac{1}{3}$.

3. 如图 1, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 和 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F , 如果 $AB:BC = 2:3$, 那么下列结论中错误的是()

(A) $\frac{DE}{EF} = \frac{2}{3}$; (B) $\frac{DE}{EF} = \frac{2}{5}$; (C) $\frac{BE}{CF} = \frac{2}{5}$; (D) $\frac{EF}{DF} = \frac{3}{5}$.

4. 如图 2, 已知点 B 、 D 、 C 、 F 在同一条直线上, $AB \parallel EF$, $AB = EF$, $AC \parallel DE$, 如果 $BF = 6$, $DC = 3$, 那么 BD 的长等于()

(A) 1; (B) $\frac{3}{2}$; (C) 2; (D) 3.

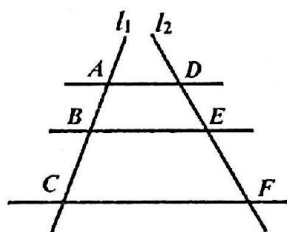


图 1

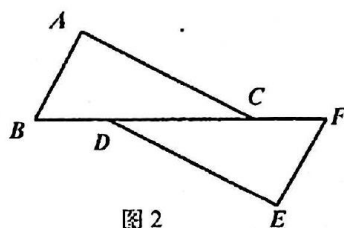


图 2

5. 已知 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 是非零向量, 且 $|\vec{a}| = |3\vec{b}|$, 那么下列说法中正确的是()

(A) $\vec{a} = 3\vec{b}$; (B) $\vec{a} = -3\vec{b}$; (C) $\vec{a} \parallel \vec{b}$; (D) $\left| \frac{\vec{a}}{\vec{b}} \right| = 3$.

6. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = \sqrt{3}$, $BC = 2$, 如果 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 且 $\triangle DEF$ 两条边的长分别为 4 和 $2\sqrt{7}$, 那么 $\triangle DEF$ 第三条边的长为()

(A) 2; (B) $\sqrt{7}$; (C) $2\sqrt{3}$; (D) $2\sqrt{11}$.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. 已知 $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$, 那么 $\frac{x+y}{y} =$ _____.

8. 已知反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$, 如果在这个函数图像所在的每一个象限内, y 的值随着 x 的值增大而增大, 那么 k 的取值范围是 _____.

9. 已知函数 $f(x) = x^2 - 3x + 1$, 如果 $x = 3$, 那么 $f(x) =$ _____.

10. 已知抛物线的开口方向向下, 对称轴是直线 $x = 0$, 那么这条抛物线的表达式可以是 _____ (只要写出一个表达式)

11. 已知 $\vec{e}$ 是单位向量, $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 方向相反, 且长度为 6, 那么 $\vec{a} =$ _____. (用向量 $\vec{e}$ 表示)

12. 已知二次函数 $y = a(x+1)^2 + c (a \neq 0)$ 的图像上有两点 $A(2, 4)$ 、 $B(m, 4)$, 那么 m 的值等于 _____.

13. 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, 如果 $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 那么 $\angle ADC$ 的度数等于 _____.

14. 如图 4, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 如果 $S_{\triangle AOB} = 2a$, $S_{\triangle BOC} = 4a$, 那么 $S_{\triangle ADC} =$ _____. (用含有字母 a 的代数式表示)

15. 某芭蕾舞演员踮起脚尖起舞, 腰部就成为整个身形的黄金分割点, 给观众带来美感, 如图 5, 如果她踮起脚尖起舞时, 那么她的腰部以下高度 a 与身形 b 之间的比值等于 _____.

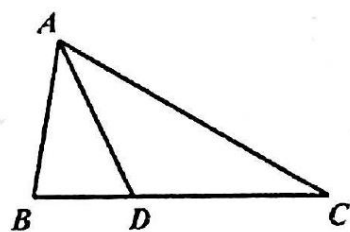


图 3

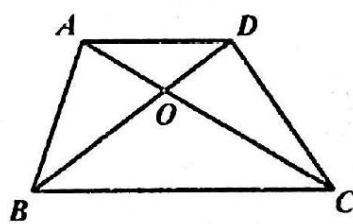


图 4

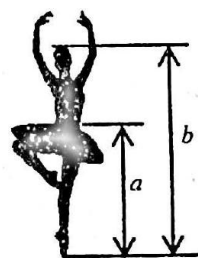


图 5

16. 如图 6, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 斜边 BC 的垂直平分线分别交 AB 、 BC 交于点 D 、 E , 如果 $\cos B = \frac{7}{8}$, $AB = 7$, 那么 CD 的长等于 _____.

17. 如图 7, 已知点 D 、 E 分别在线段 AB 和 AC 上, 点 F 是 BE 与 CD 的交点, $\angle B = \angle C$, 如果 $DF = 4EF$, $AB = 6$, $AC = 4$, 那么 AD 的长等于 _____.

18. 如图 8, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 4$, AD 是边 BC 上的高, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转, 点 B 落在线段 AD 上的点 E 处, 点 A 落在点 F 处, 那么 $\cos \angle FAD =$ _____.

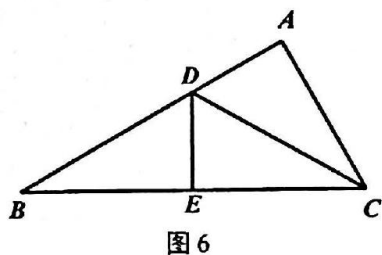


图 6

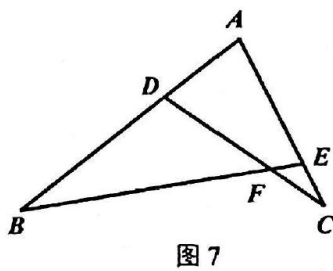


图 7

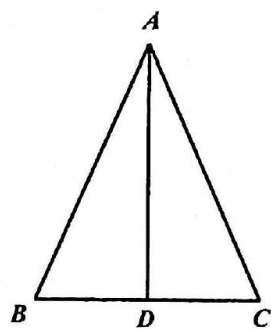


图 8

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

[将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

19. (本题满分 10 分)

$$\frac{4\sin^2 60^\circ - 2\sin 30^\circ - \cot 45^\circ}{\tan 60^\circ - 2\cos 45^\circ}$$

20. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

如图 9, 已知 $AB \parallel CD$, AD 、 BC 相交于点 E , 过 E 作 $EF \parallel CD$ 交 BD 于点 F , $AB:CD = 1:3$.

(1) 求 $\frac{EF}{CD}$ 的值;

(2) 设 $\overrightarrow{CD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BF} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{EF} =$ _____,
 $\overrightarrow{AE} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)

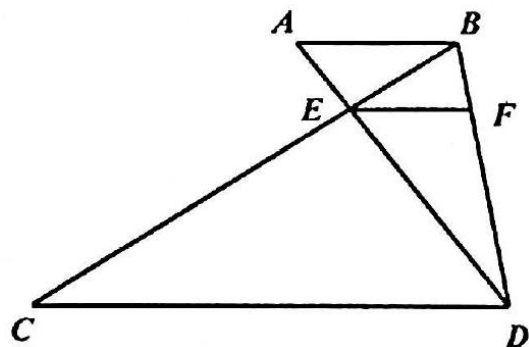


图 9

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像与正比例函数 $y = 2x$ 的图像相交于横坐标为 1 的点 A .

(1) 求这个反比例函数的解析式;

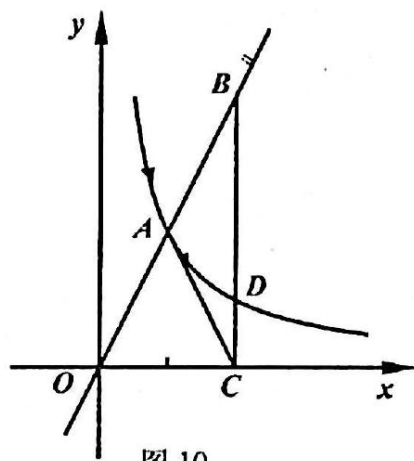


图 10

(2) 如图 10, 已知 B 是正比例函数图像在第一象限内的一点, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 C , BC 与反比例函数图像交于点 D , 如果 $AB = AC$, 求点 D 的坐标.

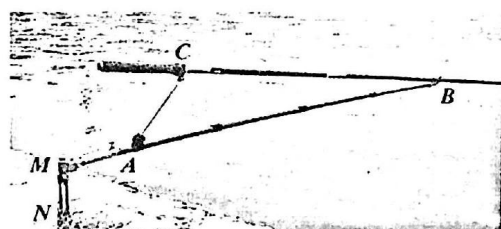
22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 6 分)

图 11 (1) 为钓鱼竿安置于湖边的示意图, 钓鱼竿有两部分组成, 一部分为支架, 另一部分为钓竿, 图 11 (2) 是钓鱼竿装置的平面图, $NF \parallel MB$, $NF \perp MN$, 支架中的 $MN = AM = 20$ 厘米, $AC = 50$ 厘米, $\angle CAB = 37^\circ$, AB 可以伸缩, 长度调节范围为 $65\text{cm} \leq AB \leq 180\text{cm}$, 钓竿 EF 放在支架的支点 B 、 C 上, 并使钓竿的一个端点 F 恰好碰到水面.

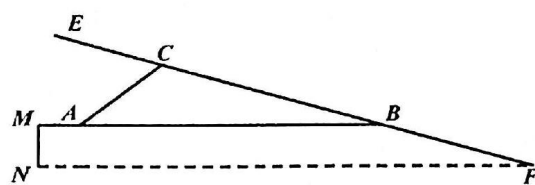
(1) 当 AB 的长度越_____ (填“长”或“短”) 时, 钓竿的端点 F 与点 N 之间的距离越远;

(2) 冬季的鱼喜欢远离岸边活动, 为了提高钓鱼的成功率, 可适当调节 AB 的长度, 使钓竿的端点 F 与点 N 之间的距离最远, 请直接写出你选择的 AB 的长度, 并求出此时钓竿的端点 F 与点 N 之间的距离.

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



(1)



(2)

图 11

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

已知: 如图 12, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, $BD = DC$, $BD \cdot BC = BE \cdot AC$.

(1) 求证: $\angle ABE = \angle DEB$;

(2) 延长 BA 、 ED 交于点 F , 求证: $\frac{FD}{FE} = \frac{AD}{DC}$.

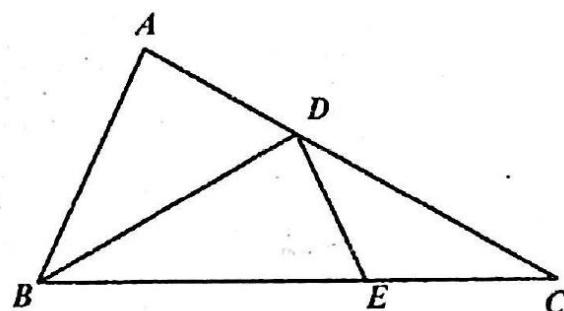


图 12

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

如图 13, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 与直线 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 交于点 $A(m, 0)$, $B(-3, n)$, 与 y 轴交于点 C , 联结 AC .

(1) 求 m 、 n 的值和抛物线的表达式;

(2) 点 D 在抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的对称轴上, 当 $\angle ACD = 90^\circ$ 时, 求点 D 的坐标;

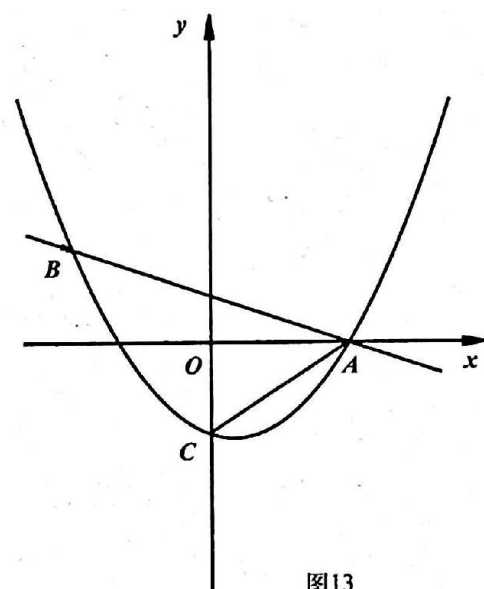


图 13

(3) 将 $\triangle AOC$ 平移, 平移后点 A 仍在抛物线上, 记作点 P , 此时点 C 恰好落在直线 AB 上, 求点 P 的坐标.

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 6 分, 第 (3) 小题 4 分)

如图 14, 在 $\triangle ABC$ 中, 边 BC 上的高 $AD = 2$, $\tan B = 2$, 直线 l 平行于 BC , 分别交线段 AB 、 AC 、 AD 于点 E 、 F 、 G , 直线 l 与直线 BC 之间的距离为 m 。

(1) 当 $EF = CD = 3$ 时, 求 m 的值;

(2) 将 $\triangle AEF$ 沿着 EF 翻折, 点 A 落在两平行直线 l 与 BC 之间的点 P 处, 延长 EP 交线段 CD 于点 Q 。

①当点 P 恰好为 $\triangle ABC$ 的重心时, 求此时 CQ 的长;

②联结 BP , 在 $\angle CBP > \angle BAD$ 的条件下, 如果 $\triangle BPQ$ 与 $\triangle AEF$ 相似, 试用 m 的代数式表示线段 CD 的长。

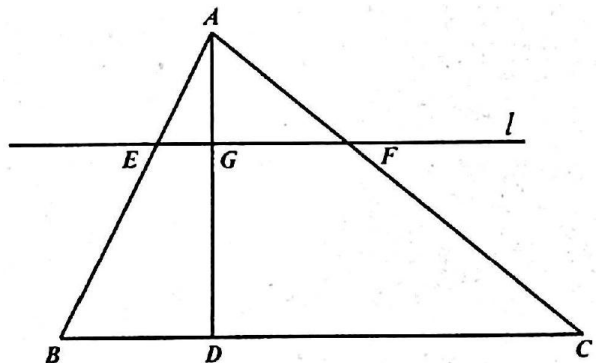


图 14