

2024 年松江区初中毕业生学业模拟考试试卷

九年级数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

2024.04

考生注意:

1. 本考试设试卷和答题纸两部分, 试卷包括试题与答题要求, 所有答题必须涂(选择题)或写(非选择题)在答题纸上, 做在试卷上一律不得分。
2. 答题前, 务必在答题纸上填写姓名、学校和考号。
3. 答题纸与试卷在试题编号上是一一对应的, 答题时应特别注意, 不能错位。

一、选择题 (本大题共 6 题)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列代数式中, 单项式是 (▲)

- A. $\frac{x}{2}$; B. $\frac{2}{x}$; C. $x+2$; D. $2\sqrt{x}$.

2. 当 $a > 0$ 时, 下列运算结果正确的是 (▲)

- A. $a^0 = 0$; B. $a^{-2} = -a^2$; C. $(-a)^3 = -a^3$; D. $a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^2}$.

3. 如果 $a > b$, c 为任意实数, 那么下列不等式一定成立的是 (▲)

- A. $ac > bc$; B. $ac < bc$; C. $c-a > c-b$; D. $c-a < c-b$.

4. 在一次演讲比赛中, 小明对 7 位评委老师打出的分数进行了分析, 如果去掉一个最高分和一个最低分后再次进行分析, 那么这两组数据的下列统计量一定相等的是 (▲)

- A. 中位数; B. 众数; C. 平均数; D. 方差.

5. 下列命题中假命题是 (▲)

- A. 对角线相等的平行四边形是矩形; B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形;
C. 对角线相等的菱形是正方形; D. 对角线互相垂直的四边形是菱形.

6. 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=12$, $AD=5$, 分别以 A , C 为圆心的两圆外切, 且点 D 在 $\odot A$ 内, 点 B 在 $\odot C$ 内, 那么 $\odot C$ 半径 r 的取值范围是 (▲)

- A. $5 < r < 6$; B. $5 < r < 6.5$; C. $5 < r < 8$; D. $5 < r < 12$.

二、填空题 (本大题共 12 题)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 计算: $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \underline{\quad\quad}$.

8. 因式分解: $a^2 - a = \underline{\quad\quad}$.

9. 不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+2 > 2x \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\quad\quad}$.

10. 如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - x = 1$ 有两个相等的实数根, 那么 $k = \underline{\quad\quad}$.

11. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像经过点 $(-1, 2)$, 那么在每个象限内, y 随 x 的增大而 $\underline{\quad\quad}$. (填“增大”或“减小”)

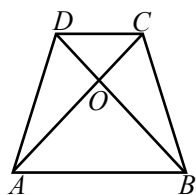
12. 我国新能源汽车发展迅速, 某品牌电动车第一季度销量达 10 万辆, 预计第二季度的销量比第一季度增长 10%, 第三季度的销量比第二季度增长 20%, 那么预计第三季度的销量为 $\underline{\quad\quad}$ 万辆.

13. 一个公园有东、南、西三个入口, 小明和小红分别随机从一个入口进入该公园游玩, 那么他们从同一入口进入该公园游玩的概率是 $\underline{\quad\quad}$.

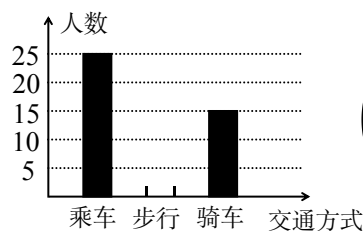
14. 平移抛物线 $y = x^2 + 2x + 1$, 使得平移后的抛物线经过原点, 且顶点在第四象限, 那么平移后的抛物线的表达式可以是 $\underline{\quad\quad}$. (只需写出一个符合条件的表达式)

15. 如图 1, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, AC 、 BD 交于点 O . 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AO}$ 可用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示为 $\underline{\quad\quad}$.

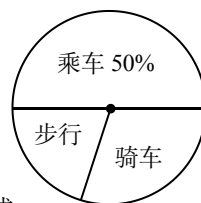
16. 某学习小组就本校学生的上学交通方式进行了一次随机抽样调查, 并绘制了两幅不完整的统计图, 如图 2 和图 3 所示. 已知该校有 1200 名学生, 估计该校步行上学的学生约为 $\underline{\quad\quad}$ 人.



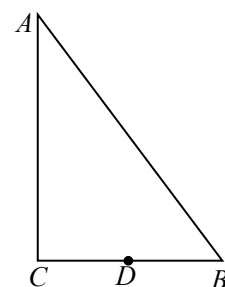
(图 1)



(图 2)



(图 3)



(图 4)

17. 一种弹簧秤称重不超过 8 千克的物体时, 弹簧的长度 y (厘米) 与所挂重物质量 x (千克) 是一次函数关系. 又已知挂 2 千克重物时弹簧的长度为 11 厘米, 挂 4 千克重物时弹簧的长度为 12 厘米, 那么挂 5 千克重物时弹簧的长度为 $\underline{\quad\quad}$ 厘米.

18. 如图 4, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 6$, $AC = 8$. D 是边 BC 的中点, E 是边 AC 上一点, 将 $\triangle CDE$ 沿着 DE 翻折, 点 C 落在点 F 处, 如果 DF 与 $\triangle ABC$ 的一边平行, 那么 $AE = \underline{\quad\quad}$.

三、解答题（本大题共 7 题）

19. (本题满分 10 分)

计算： $\left(1\frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + |2 - \sqrt{3}| + \frac{4}{\sqrt{3}-1} - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-1}$.

20. (本题满分 10 分)

解方程组：
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0, & \text{①} \\ x^2 + y^2 = 5. & \text{②} \end{cases}$$

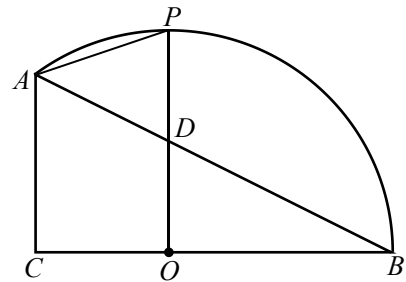
21. (本题满分 10 分，每小题各 5 分)

如图 5，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 8$. 点 O 在边 BC 上，以 O 为圆心， OB 为半径的弧经过点 A .

(1) 求 $\odot O$ 的半径长；

(2) P 是 $\widehat{AB}$ 上一点， $PO \perp BC$ ，交 AB 于点 D ，联结 AP .

求 $\angle PAB$ 的正切值.



(图 5)

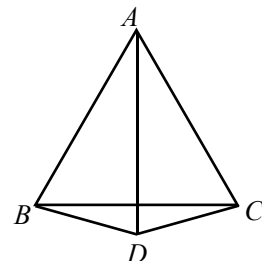
22. (本题满分 10 分，第 (1) 小题 2 分，第 (2) 小题 4 分，第 (3) 小题 4 分)

一个凸四边形的四条边及两条对角线共 6 条线段中，如果只有两种大小不同的长度，那么称这个四边形为“精致四边形”. 如正方形的四条边都相等，两条对角线相等，且边长与对角线长度不等，所以正方形是一个“精致四边形”.

(1) 图 6 所示的四边形 $ABDC$ 是一个“精致四边形”，其中 $AB = AC = BC = AD$ ， $BD = CD$. 试写出该“精致四边形”的两条性质 ($AB = AC = BC = AD$ ， $BD = CD$ 除外)；

(2) 如果一个菱形 (除正方形外) 是“精致四边形”，试画出它的大致图形，并求出该“精致四边形”的 6 条线段中较长线段与较短线段长度的比值；

(3) 如果一个梯形是“精致四边形”，试画出它的大致图形，指出两种长度的线段各是哪几条，并求出它的各内角度数.



(图 6)

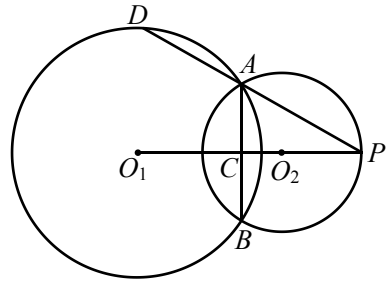
23. (本题满分 12 分, 每小题各 6 分)

如图 7, 已知 AB 是 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的公共弦, O_1O_2 与 AB 交于点 C , O_1O_2 的延长线与 $\odot O_2$ 交于点 P , 联结 PA 并延长, 交 $\odot O_1$ 于点 D .

(1) 联结 O_1A 、 O_2A , 如果 $AB=AD=AP$.

求证: $O_1A \perp O_2A$;

(2) 如果 $PO_1 = 3PO_2$, 求证: $PA=AD$.



(图 7)

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题第①问 4 分, 第 (2) 小题第②问 4 分)

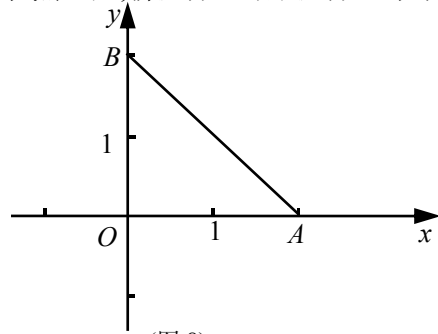
如图 8, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(2, 0)$ 、点 $B(0, 2)$, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 A , 且顶点 C 在线段 AB 上 (与点 A 、 B 不重合).

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 将抛物线向右平移 m ($m > 0$) 个单位, 顶点落在点 P 处, 新抛物线与原抛物线的对称轴交于点 D , 联结 PD , 交 x 轴于点 E .

①如果 $m=2$, 求 $\triangle ODP$ 的面积;

②如果 $EC=EP$, 求 m 的值.



(图 8)

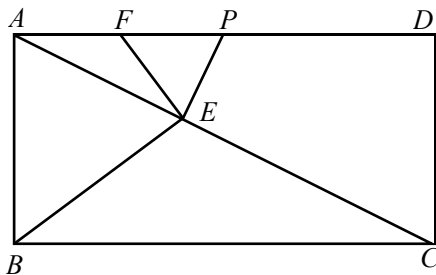
25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

如图 9, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $BC=2$, 点 P 是边 AD 上一动点, 过点 P 作 $PE \perp AC$, 垂足为点 E , 联结 BE , 过点 E 作 $EF \perp BE$, 交边 AD 于点 F (点 F 与点 A 不重合).

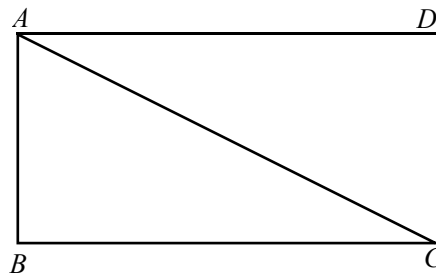
(1) 当 F 是 AP 的中点时, 求证: $BA=BE$;

(2) 当 AP 的长度取不同值时, 在 $\triangle PEF$ 中是否存在长度保持不变的边? 如果存在, 请指出并求其长度, 如果不存在, 请说明理由;

(3) 延长 PE 交边 BC 于点 G , 联结 FG , $\triangle EFG$ 与 $\triangle AEF$ 能否相似, 若能相似, 求出此时 AP 的长; 若不能相似, 请说明理由.



(图 9)



(备用图)