

2014 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

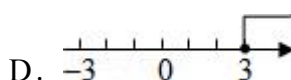
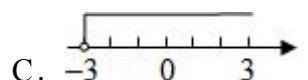
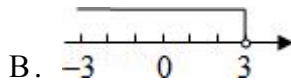
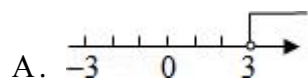
1.（4 分）下列各数中，属于无理数的是（ ）

- A. $(\frac{\pi}{2})^0$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{4}$ D. $\sqrt[3]{-8}$

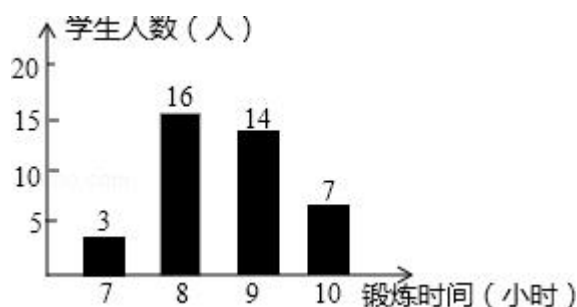
2.（4 分）下列根式中，最简二次根式是（ ）

- A. $\sqrt{25a}$ B. $\sqrt{a^2+b^2}$ C. $\sqrt{\frac{a}{2}}$ D. $\sqrt{0.5}$

3.（4 分）不等式 $2x+6 > 0$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）



4.（4 分）如图是根据某班 40 名同学一周的体育锻炼情况绘制的条形统计图，那么该班 40 名同学一周参加体育锻炼时间的众数、中位数分别是（ ）

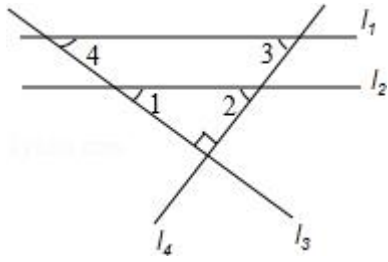


- A. 16, 10.5 B. 8, 9 C. 16, 8.5 D. 8, 8.5

5.（4 分）在数学活动课上，老师和同学们判断一个四边形门框是否为矩形，下面是某合作学习小组的 4 位同学拟定的方案，其中正确的是（ ）

- A. 测量对角线是否相互平分
B. 测量两组对边是否分别相等
C. 测量一组对角是否都为直角
D. 测量其中四边形的三个角都为直角

6.（4 分）如图，直线 $l_1 \parallel l_2$, $l_3 \perp l_4$. 下列命题中真命题是（ ）



A. $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$

B. $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ C. $\angle 2 = \angle 4$

D. $\angle 1 = \angle 3$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $(-m^2)^5 =$ _____.

8. (4 分) 分解因式： $8a^2 - 2 =$ _____.

9. (4 分) 二次函数 $y = x^2 + 3$ 图象的顶点坐标是_____.

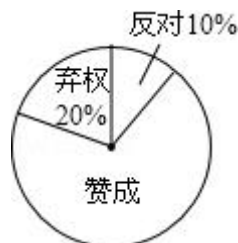
10. (4 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x-2}$, 若 $f(x) = 3$, 那么 $x =$ _____.

11. (4 分) 随着中国综合国力的提升, 近年来全球学习汉语的人数不断增加. 据报道, 2013 年海外学习汉语的学生人数已达 1500000000 人, 将 1500000000 用科学记数法表示为_____人.

12. (4 分) 若点 $A(1, y_1)$ 和点 $B(2, y_2)$ 都在正比例函数 $y = kx$ ($k > 0$) 图象上, 则 y_1 _____ y_2 (选择 “>”、“<”、“=” 填空).

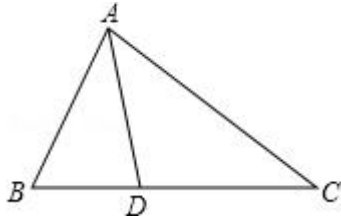
13. (4 分) 从 -2, -1, 2 这三个数中任取两个不同的数作为点的坐标, 该点在第四象限的概率是_____.

14. (4 分) 某校为鼓励学生课外阅读, 制定了“阅读奖励方案”. 方案公布后, 随机征求了 100 名学生的意见, 并对持“赞成”、“反对”、“弃权”三种意见的人数进行统计, 绘制成如图所示的扇形统计图. 若该校有 1000 名学生, 则赞成该方案的学生约有_____人.

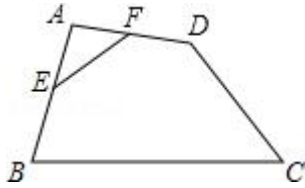


15. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的点, $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$, 设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$,

如果用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的线性组合来表示向量 $\overrightarrow{AD}$, 那么 $\overrightarrow{AD} =$ _____.

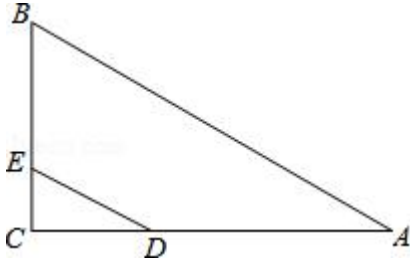


16. (4分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AB 、 AD 的中点, 若 $EF = 2$, $BC = 5$, $CD = 3$, 则 $\tan C =$ _____.



17. (4分) 在圆 O 中, 弦 AB 的长为 6, 它所对应的弦心距为 4, 那么半径 $OA =$ _____.

18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 9$, $AC = 12$, 点 D 在边 AC 上, 且 $CD = \frac{1}{3}AC$, 过点 D 作 $DE \parallel AB$, 交边 BC 于点 E , 将 $\triangle DCE$ 绕点 E 旋转, 使得点 D 落在 AB 边上的 D' 处, 则 $\sin \angle DED' =$ _____.



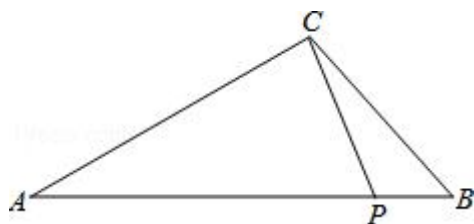
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 化简求值: $(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \cdot \frac{x^2-1}{x}$, 其中 $x = \sqrt{2}-1$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x^2-2xy+y^2-1=0. \end{cases}$$

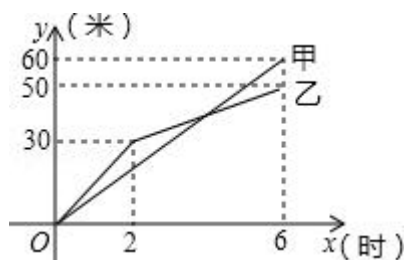
21. (10分) 已知: 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AC = 8$, 点 P 在线段 AB 上, 联结 CP , 且 $\cot \angle APC = \frac{3}{4}$,

- (1) 求 CP 的长;
- (2) 求 $\angle BCP$ 的正弦值.



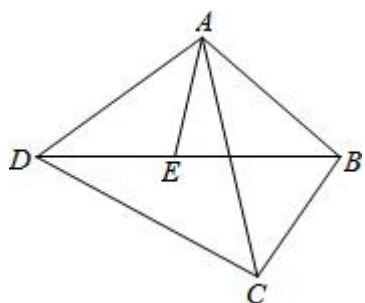
22. (10分) 在奉贤创建文明城区的活动中, 有两段长度相等的彩色道砖铺设任务, 分别交给甲、乙两个施工队同时进行施工. 如图是反映所铺设彩色道砖的长度 y (米) 与施工时间 x (时) 之间关系的部分图象. 请解答下列问题:

- (1) 求乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内, y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 如果甲队施工速度不变, 乙队在开挖 6 小时后, 施工速度增加到 12 米/时, 结果两队同时完成了任务. 求甲队从开始施工到完工所铺设的彩色道砖的长度为多少米?



23. (12分) 已知: 如图, 点 E 是四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 上一点, 且 $\angle BAC = \angle BDC = \angle DAE$.

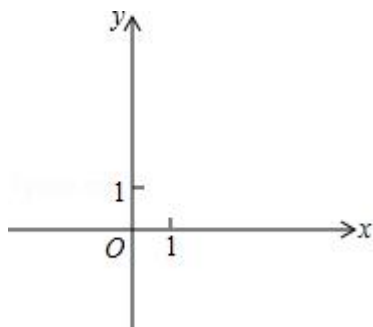
- (1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;
- (2) 求证: $BC \cdot AD = DE \cdot AC$.



24. (12分) 已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 交 x 轴于 $A(4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ 两点, 交 y 轴于点 C .

- (1) 求抛物线的表达式和它的对称轴;
- (2) 若点 P 是线段 OA 上一点 (点 P 不与点 O 和点 A 重合), 点 Q 是射线 AC

上一点, 且 $PQ = PA$, 在 x 轴上是否存在一点 D , 使得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle APQ$ 相似?
如果存在, 请求出点 D 的坐标; 如不存在, 请说明理由.



25. (14 分) 已知: 如图 1, 在梯形 $ABCD$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $AD = 2$, $AB = 3$, $\tan C = \frac{1}{2}$, 点 P 是 AD 延长线上一点, F 为 DC 的中点, 联结 BP , 交线段 DF 于点 G .

(1) 若以 AB 为半径的 $\odot B$ 与以 PD 为半径的 $\odot P$ 外切, 求 PD 的长;

(2) 如图 2, 过点 F 作 BC 的平行线交 BP 于点 E ,

①若设 $DP = x$, $EF = y$, 求 y 与 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围;

②联结 DE 和 PF , 若 $DE = PF$, 求 PD 的长.

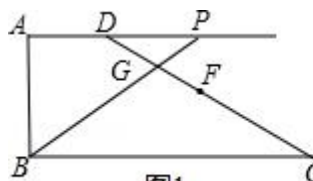


图1

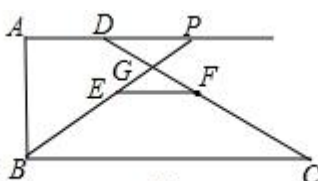
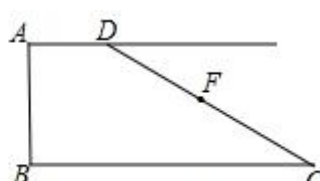


图2



备用图

2014 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列各数中，属于无理数的是（ ）

A. $(\frac{\pi}{2})^0$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{4}$ D. $\sqrt[3]{-8}$

【考点】26：无理数.

【分析】无理数就是无限不循环小数．理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称．即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数．由此即可判定选择项．

【解答】解： $A、(\frac{\pi}{2})^0=1$ ，是有理数，选项错误；

$B、$ 是无理数，选项正确；

$C、\sqrt{4}=2$ ，是有理数，选项错误；

$D、\sqrt[3]{-8}=-2$ ，是有理数，选项错误．

故选： B ．

【点评】此题主要考查了无理数的定义，其中初中范围内学习的无理数有： π ， 2π 等；开方开不尽的数；以及像 $0.1010010001\cdots$ ，等有这样规律的数．

2.（4 分）下列根式中，最简二次根式是（ ）

A. $\sqrt{25a}$ B. $\sqrt{a^2+b^2}$ C. $\sqrt{\frac{a}{2}}$ D. $\sqrt{0.5}$

【考点】74：最简二次根式.

【分析】要选择属于最简二次根式的答案，就是要求知道什么是最简二次根式的两个条件：1、被开方数是整数或整式；2、被开方数不能再开方．由被选答案可以用排除法可以得出正确答案．

【解答】 $A、\sqrt{25a}=5\sqrt{a}$ 可以化简，不是最简二次根式；

$B、\sqrt{a^2+b^2}$ ，不能再开方，被开方数是整式，是最简二次根式；

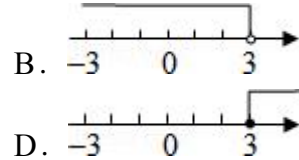
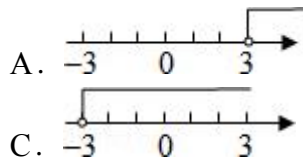
$C、\sqrt{\frac{a}{2}}$ ，被开方数是分数，不是最简二次根式；

$D、\sqrt{0.5}$ ，被开方数是分数，不是最简二次根式．

故选：B.

【点评】 本题考查了满足是最简二次根式的两个条件：1、被开方数是整数或整式；2、被开方数不能再开方.

3. (4分) 不等式 $2x+6>0$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【考点】 C4：在数轴上表示不等式的解集；C6：解一元一次不等式.

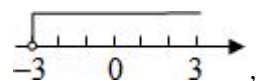
【分析】 首先解出不等式，再把不等式的解集表示在数轴上即可.

【解答】 解： $2x+6>0$,

$$2x>-6,$$

$$x>-3,$$

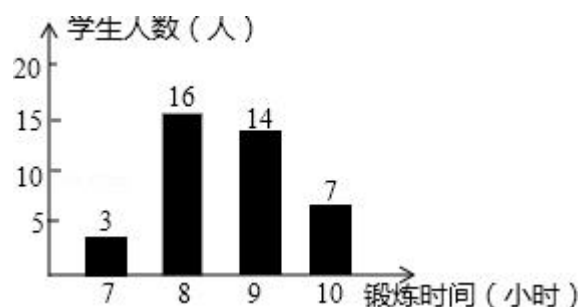
在数轴上表示为：



故选：C.

【点评】 此题主要考查了在数轴上表示解集，把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画). 在表示解集时 “ $\geq$ ”，“ $\leq$ ” 要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ” 要用空心圆点表示.

4. (4分) 如图是根据某班 40 名同学一周的体育锻炼情况绘制的条形统计图，那么该班 40 名同学一周参加体育锻炼时间的众数、中位数分别是 ()



A. 16, 10.5 B. 8, 9 C. 16, 8.5 D. 8, 8.5

【考点】 VC：条形统计图；W4：中位数；W5：众数.

【专题】 11：计算题.

【分析】 根据中位数、众数的概念分别求得这组数据的中位数、众数，由图可知

锻炼时间超过 8 小时的有 $14+7=21$ 人.

【解答】解：众数是一组数据中出现次数最多的数，即 8；

而将这组数据从小到大的顺序排列后，处于中间位置的那个数，由中位数的定义可知，这组数据的中位数是 9；

故选：B.

【点评】考查了中位数、众数的概念. 本题为统计题，考查众数与中位数的意义，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会错误地将这组数据最中间的那个数当作中位数.

5. (4 分) 在数学活动课上，老师和同学们判断一个四边形门框是否为矩形，下面是某合作学习小组的 4 位同学拟定的方案，其中正确的是 ()

- A. 测量对角线是否相互平分
- B. 测量两组对边是否分别相等
- C. 测量一组对角是否都为直角
- D. 测量其中四边形的三个角都为直角

【考点】LC：矩形的判定.

【专题】22：方案型.

【分析】根据矩形的判定定理有：(1) 有一个角是直角的平行四边形是矩形；

(2) 有三个角是直角的四边形是矩形；

(3) 对角线互相平分且相等的四边形是矩形.

【解答】解：A、对角线是否相互平分，能判定平行四边形；

B、两组对边是否分别相等，能判定平行四边形；

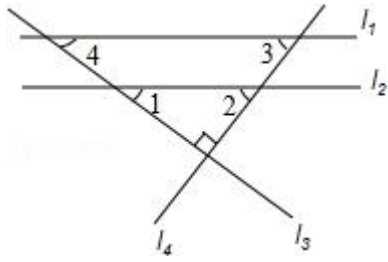
C、一组对角是否都为直角，不能判定形状；

D、其中四边形中三个角都为直角，能判定矩形.

故选：D.

【点评】本题考查的是矩形的判定定理，难度简单.

6. (4 分) 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$, $l_3 \perp l_4$. 下列命题中真命题是 ()



A. $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$

B. $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ C. $\angle 2 = \angle 4$

D. $\angle 1 = \angle 3$

【考点】JA：平行线的性质；O1：命题与定理.

【分析】根据两直线平行，同位角相等和垂直的定义解答即可.

【解答】解： $\because l_1 \parallel l_2$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3,$$

$$\because l_3 \perp l_4,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ,$$

纵观各选项，只有 A 选项结论正确.

故选：A.

【点评】本题考查了平行线的性质，垂直的定义，以及真假命题的判定，熟记性质并准确识图是解题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算： $(-m^2)^5 = \underline{-m^{10}}$.

【考点】47：幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据幂的乘方的法则求解.

【解答】解： $(-m^2)^5 = -m^{10}$.

故答案为： $-m^{10}$.

【点评】本题考查了幂的乘方的运算，掌握运算法则是解题的关键.

8.（4 分）分解因式： $8a^2 - 2 = \underline{2(2a+1)(2a-1)}$.

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 2，再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案.

【解答】解： $8a^2 - 2$,

$$= 2(4a^2 - 1),$$

$$= 2(2a+1)(2a-1).$$

故答案为： $2(2a+1)(2a-1)$.

【点评】 本题考查了提公因式法，公式法分解因式．注意分解要彻底．

9. (4分) 二次函数 $y = x^2 + 3$ 图象的顶点坐标是 $(0, 3)$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据二次函数的性质，利用顶点式直接得出顶点坐标即可.

【解答】 解： $\because$ 二次函数 $y = x^2 + 3$,

$\therefore$ 二次函数 $y = x^2 + 3$ 图象的顶点坐标是： $(0, 3)$.

故答案为： $(0, 3)$.

【点评】 此题主要考查了利用二次函数顶点式求顶点坐标，此题型是中考中考查重点，同学们应熟练掌握.

10. (4分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x-2}$, 若 $f(x) = 3$, 那么 $x =$ 11 .

【考点】 E5: 函数值.

【分析】 把函数值代入函数关系式计算即可得解.

【解答】 解： $f(x) = \sqrt{x-2} = 3$,

两边平方得， $x - 2 = 9$,

解得 $x = 11$.

故答案为： 11 .

【点评】 本题考查了函数值，理解已知函数值求自变量的方法是解题的关键.

11. (4分) 随着中国综合国力的提升，近年来全球学习汉语的人数不断增加．据报道，2013 年海外学习汉语的学生人数已达 1500000000 人，将 1500000000 用科学记数法表示为 1.5×10^9 人．

【考点】 1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】 解： 1500000000 用科学记数法表示为 1.5×10^9 ;

故答案为 1.5×10^9 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (4 分) 若点 $A(1, y_1)$ 和点 $B(2, y_2)$ 都在正比例函数 $y = kx$ ($k > 0$) 图象上, 则 y_1 < y_2 (选择 “>”、“<”、“=” 填空).

【考点】 F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 根据一次函数图象的增减性解题.

【解答】 <; 解: $\because$ 正比例函数 $y = kx$ 中的 $k > 0$,

$\therefore$ 该函数图象是 y 随 x 的增大而增大.

又点 $A(1, y_1)$ 和点 $B(2, y_2)$ 都在正比例函数 $y = kx$ ($k > 0$) 图象上, 且 $1 < 2$,
 $\therefore y_1 < y_2$,

故答案是: <.

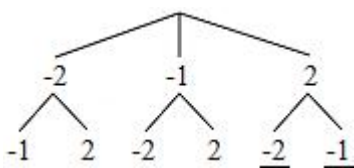
【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征. 直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$ ($k \neq 0$).

13. (4 分) 从 $-2, -1, 2$ 这三个数中任取两个不同的数作为点的坐标, 该点在第四象限的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 D1: 点的坐标; X6: 列表法与树状图法.

【专题】 31: 数形结合.

【分析】 列举出所有情况, 看在第四象限的情况数占总情况数的多少即可.



【解答】 解: -1 2 -2 2 -2 -1

共有 6 种情况, 在第四象限的情况数有 2 种,

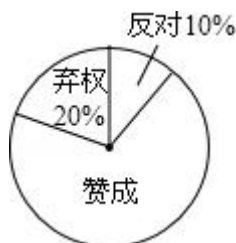
所以概率为 $\frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】 考查概率的求法; 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比. 得到在第四象限的情况数是解决本题的关键.

14. (4 分) 某校为鼓励学生课外阅读, 制定了“阅读奖励方案”. 方案公布后,

随机征求了 100 名学生的意见，并对持“赞成”、“反对”、“弃权”三种意见的人数进行统计，绘制成如图所示的扇形统计图．若该校有 1000 名学生，则赞成该方案的学生约有 700 人．



【考点】VB：扇形统计图．

【专题】27：图表型．

【分析】首先求得赞成方案的所占百分比，然后用总人数乘以这个百分比即可．

【解答】解：由扇形统计图可知赞成的百分比为： $1 - 20\% - 10\% = 70\%$

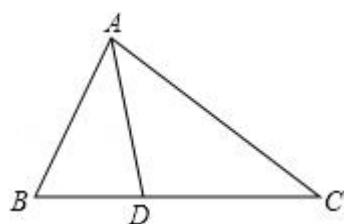
$\therefore 1000$ 名学生中赞成该方案的学生约有 $1000 \times 70\% = 700$ 人．

故答案为：700．

【点评】本题考查的是扇形统计图的运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

15. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 BC 上的点， $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$ ，设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，

如果用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的线性组合来表示向量 $\overrightarrow{AD}$ ，那么 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{a}$ ．



【考点】LM：*平面向量．

【分析】由向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，可求得 $\overrightarrow{BC}$ 的长，又由 $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$ ，即可求得 $\overrightarrow{BD}$ ，然后

由三角形法则，求得 $\overrightarrow{AD}$ ．

【解答】解： $\because$ 向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，

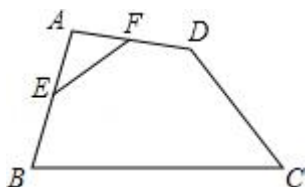
$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ ，

$$\begin{aligned}\therefore \frac{BD}{DC} &= \frac{1}{2}, \\ \therefore \overrightarrow{BD} &= \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}), \\ \therefore \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{a} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}) = \frac{1}{3} \overrightarrow{b} + \frac{2}{3} \overrightarrow{a}.\end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{3} \overrightarrow{b} + \frac{2}{3} \overrightarrow{a}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 此题难度适中, 注意掌握三角形法则的应用, 注意掌握数形结合思想的应用.

16. (4分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AB 、 AD 的中点, 若 $EF = 2$, $BC = 5$, $CD = 3$, 则 $\tan C = \frac{4}{3}$.



【考点】 KS: 勾股定理的逆定理; KX: 三角形中位线定理; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 根据中位线的性质得出 $EF \parallel BD$, 且等于 $\frac{1}{2}BD$, 进而得出 $\triangle BDC$ 是直角三角形, 求出即可.

【解答】 解: 连接 BD ,

$\because E$ 、 F 分别是 AB 、 AD 的中点,

$\therefore EF \parallel BD$, 且等于 $\frac{1}{2}BD$,

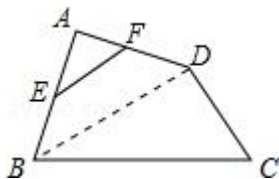
$\therefore BD = 4$,

$\because BD = 4$, $BC = 5$, $CD = 3$,

$\therefore \triangle BDC$ 是直角三角形,

$\therefore \tan C = \frac{BD}{CD} = \frac{4}{3}$,

故答案为: $\frac{4}{3}$



【点评】此题主要考查了锐角三角形的定义以及三角形中位线的性质以及勾股定理逆定理，根据已知得出 $\triangle BDC$ 是直角三角形是解题关键．

17. (4分) 在圆 O 中，弦 AB 的长为6，它所对应的弦心距为4，那么半径 OA = 5 .

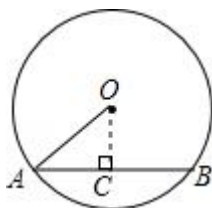
【考点】KQ：勾股定理；M2：垂径定理．

【分析】作出图形，先求出弦的一半的长，再利用勾股定理即可求出．

【解答】解：作 $OC \perp AB$ ，垂足为 C ，

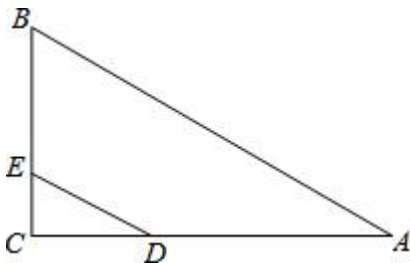
可得： $OC = 4$ ， $AC = \frac{1}{2}AB = 3$ ，

根据勾股定理可得： $OA = \sqrt{OC^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ．



【点评】本题难度中等，考查根据垂径定理求圆的半径．

18. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 9$ ， $AC = 12$ ，点 D 在边 AC 上，且 $CD = \frac{1}{3}AC$ ，过点 D 作 $DE \parallel AB$ ，交边 BC 于点 E ，将 $\triangle DCE$ 绕点 E 旋转，使得点 D 落在 AB 边上的 D' 处，则 $\sin \angle DED' = \frac{24}{25}$.



【考点】R2：旋转的性质．

【分析】根据勾股定理得出 AB 的长，再利用相似三角形的判定与性质得出 DE 的长，再得出 $\triangle ADM \sim \triangle ABC$ ，进而得出 DM 的长，利用锐角三角函数关系得出 $\sin \angle DED'$.

【解答】解：如图所示：

过点 D' 作 $D'F \perp ED$ ，过点 D 作 $DM \perp AB$ ，

$\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 9$ ， $AC = 12$ ，

$$\therefore AB = 15,$$

$$\because CD = \frac{1}{3}AC,$$

$$\therefore CD = 4,$$

$\because$ 过点 D 作 $DE \parallel AB$ ，

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{CE}{BC} = \frac{CD}{AC} = \frac{DE}{AB},$$

$$\therefore \frac{4}{12} = \frac{DE}{AB},$$

$$\therefore DE = 5,$$

$\because \angle A = \angle A$ ， $\angle AMD = \angle BCA$ ，

$$\therefore \triangle ADM \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{BC}{DM} = \frac{AB}{AD},$$

$$\therefore \frac{9}{DM} = \frac{15}{8},$$

$$\text{解得：} DM = \frac{24}{5},$$

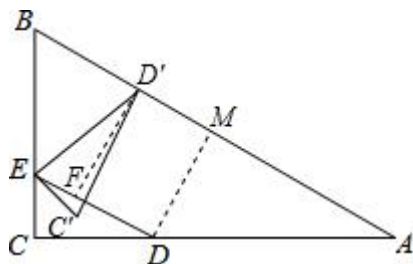
$\because DE \parallel AB$ ， $D'F \perp DE$ ， $MD \perp DE$ ，

$\therefore$ 四边形 $D'FDM$ 是矩形，

$$\therefore D'F = DM,$$

$$\therefore \sin \angle DED' = \frac{D'F}{ED'} = \frac{\frac{24}{5}}{5} = \frac{24}{25}.$$

故答案为： $\frac{24}{25}$ 。



【点评】此题主要考查了旋转的性质以及勾股定理和相似三角形的判定与性质以及勾股定理等知识，根据题意画出符合题意的图形是解题关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）化简求值： $(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \cdot \frac{x^2-1}{x}$ ，其中 $x = \sqrt{2}-1$.

【考点】 6D：分式的化简求值.

【分析】先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 x 的值代入进行计算即可.

【解答】解：原式 $= \frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x} - \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x}$
 $= \frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x}$
 $= \frac{2}{x}.$

当 $x = \sqrt{2}-1$ 时，原式 $= \frac{2}{\sqrt{2}-1} = 2\sqrt{2}+2.$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

20.（10 分）解方程组： $\begin{cases} x+2y=5 \\ x^2-2xy+y^2-1=0. \end{cases}$

【考点】 98：解二元一次方程组；AF：高次方程.

【专题】 11：计算题.

【分析】解此二元二次方程组，先把第二个方程转化成两个二元一次方程 $x-y=1$ 和 $x-y=-1$ ，这样就把二元二次方程组转化成两个二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$ ，用加减消元就能解出这两个方程组，即得到原方程组的解.

【解答】解： $\begin{cases} x+2y=5 & (1) \\ x^2-2xy+y^2-1=0 & (2) \end{cases}$

由 (2) 得： $(x-y)^2=1$,

即： $x-y=1$ 或 $x-y=-1$ (3),

由 (1) 和 (3) 组成两个二元一次方程组，得：

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=-1 \end{cases},$$

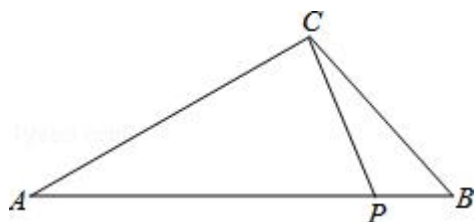
解所得的两个方程组得：
$$\begin{cases} x_1 = \frac{7}{3} \\ y_1 = \frac{4}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}.$$

【点评】 本题主要考查能否正确解二元二次方程组，解此题的关键是把二元二次方程组转化成二元一次方程组，难点是选择什么方法．只要把 $x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0$ ，化成 $x - y = 1$ 和 $x - y = -1$ 即可．

21. (10 分) 已知：如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $AC = 8$ ，点 P 在线段 AB 上，联结 CP ，且 $\cot \angle APC = \frac{3}{4}$ ，

(1) 求 CP 的长；

(2) 求 $\angle BCP$ 的正弦值．



【考点】 T7：解直角三角形．

【分析】 (1) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中求出 CH ，再由 $\cot \angle APC = \frac{3}{4}$ ，

可求出 HP ，在 $\text{Rt}\triangle CHP$ 中，利用勾股定理可求出 CP ；

(2) 先求出 BH ，继而得出 PB ，在 $\text{Rt}\triangle PGB$ 中求出 PG ，从而可求出 $\angle BCP$ 的正弦值．

【解答】 解：(1) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，

$\because \angle A = 30^\circ$ ， $AC = 8$ ，

$\therefore CH = 4$ ，

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle CHP$ 中， $\cot \angle APC = \frac{PH}{CH} = \frac{3}{4}$ ，

$\therefore PH = 3$ ，

$\therefore CP = \sqrt{CH^2 + HP^2} = 5$ ．

(2) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle CHB$ 中， $\angle B = 45^\circ$ ， $CH = 4$ ，

$\therefore BH = 4$ ，

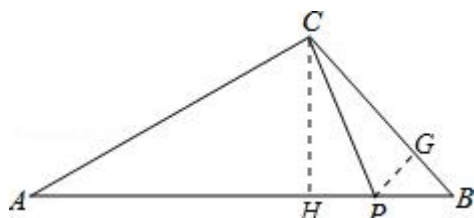
$\therefore PB = BH - HP = 1$ ，

过点 P 作 $PG \perp BC$ 于点 G ,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle PGB$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $PB = 1$,

$$\therefore PG = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

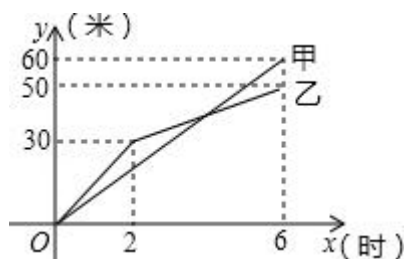
$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle PGC \text{ 中, } \sin \angle BCP = \frac{PG}{CP} = \frac{\sqrt{2}}{10}.$$



【点评】 本题考查了解直角三角形的知识, 解答本题的关键是作出辅助线, 构造直角三角形, 注意熟练掌握锐角三角函数的定义.

22. (10 分) 在奉贤创建文明城区的活动中, 有两段长度相等的彩色道砖铺设任务, 分别交给甲、乙两个施工队同时进行施工. 如图是反映所铺设彩色道砖的长度 y (米) 与施工时间 x (时) 之间关系的部分图象. 请解答下列问题:

- (1) 求乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内, y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 如果甲队施工速度不变, 乙队在开挖 6 小时后, 施工速度增加到 12 米/时, 结果两队同时完成了任务. 求甲队从开始施工到完工所铺设的彩色道砖的长度为多少米?



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设函数关系式为 $y = kx + b$, 然后利用待定系数法求一次函数解析式解答;

(2) 先求出甲队的速度, 然后设甲队从开始到完工所铺设彩色道砖的长度为 z 米, 再根据 6 小时后两队的施工时间相等列出方程求解即可.

【解答】 解: (1) 设乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 由图可知, 函数图象过点 $(2, 30)$, $(6, 50)$,

$$\therefore \begin{cases} 2k+b=30 \\ 6k+b=50 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=5 \\ b=20 \end{cases},$$

$$\therefore y = 5x + 20;$$

(2) 由图可知, 甲队速度是: $60 \div 6 = 10$ (米/时),

设甲队从开始到完工所铺设彩色道砖的长度为 z 米,

$$\text{依题意, 得 } \frac{z-60}{10} = \frac{z-50}{12},$$

解得 $z = 110$,

答: 甲队从开始到完工所铺设彩色道砖的长度为 110 米.

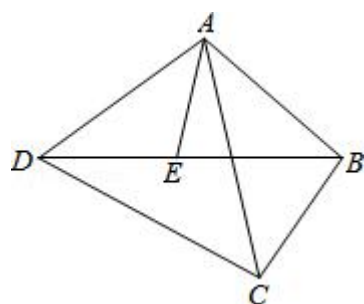
【点评】 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了待定系数法求一次函数解析式,

难点在于 (2) 根据 6 小时后的施工时间相等列出方程.

23. (12 分) 已知: 如图, 点 E 是四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 上一点, 且 $\angle BAC = \angle BDC = \angle DAE$.

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;

(2) 求证: $BC \cdot AD = DE \cdot AC$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 求出 B 、 A 、 D 、 C 四点共圆, 推出 $\angle ABE = \angle ACD$, 求出 $\angle BAE = \angle DAC$, 根据相似三角形的判定推出即可;

(2) 根据相似三角形的性质推出 $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$, 根据 $\angle BAC = \angle DAE$ 推出 $\triangle ABC \sim \triangle AED$, 得出比例式, 代入求出即可.

【解答】 证明: (1) $\because \angle BAC = \angle BDC$,

$\therefore B$ 、 A 、 D 、 C 四点共圆,

$$\therefore \angle ABE = \angle ACD,$$

$$\because \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAC,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD;$$

$$(2) \because \triangle ABE \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD},$$

$$\because \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED,$$

$$\therefore \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD},$$

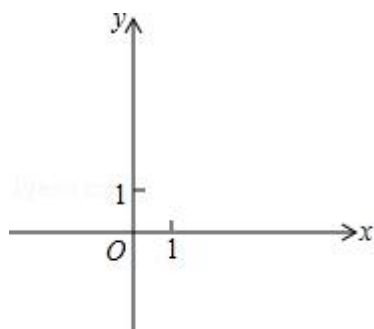
$$\therefore BC \cdot AD = DE \cdot AC.$$

【点评】本题考查了相似三角形的性质和判定，圆内接四边形的性质的应用，主要考查学生运用相似三角形的性质和判定进行推理的能力．

24. (12分) 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 交 x 轴于 $A(4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ 两点，交 y 轴于点 C ．

(1) 求抛物线的表达式和它的对称轴；

(2) 若点 P 是线段 OA 上一点（点 P 不与点 O 和点 A 重合），点 Q 是射线 AC 上一点，且 $PQ = PA$ ，在 x 轴上是否存在一点 D ，使得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle APQ$ 相似？如果存在，请求出点 D 的坐标；如不存在，请说明理由．



【考点】HF：二次函数综合题．

【分析】(1) 把 $A(4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ 两点代入抛物线的解析式求出 b 和 c 的值即可；

(2) 在 x 轴上是存在一点 D ，使得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle APQ$ 相似，因为 $\angle A = \angle A$ ，则①

$\triangle APQ \sim \triangle ACD$ 或 ② $\triangle APQ \sim \triangle ADC$, 由相似三角形的性质求出符合题意的点 D 坐标即可.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 交 x 轴于 $A(4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ 两

点

$$\therefore \begin{cases} -\frac{3}{4} \times 16 + 4b + c = 0 \\ -\frac{3}{4} - b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = \frac{9}{4} \\ c = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的表达式: $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3$,

它的对称轴是: 直线 $x = \frac{3}{2}$;

(2) 在 x 轴上是存在一点 D , 使得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle APQ$ 相似, 理由如下:

假设在 x 轴上是否存在一点 D , 使得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle APQ$ 相似,

$$\because \angle A = \angle A,$$

则 ① $\triangle APQ \sim \triangle ACD$,

$$\therefore \frac{AP}{PQ} = \frac{AC}{CD},$$

$$\because PQ = PA \therefore AC = CD$$

$$\because A(4, 0),$$

$$\therefore D_1(-4, 0);$$

② $\triangle APQ \sim \triangle ADC$,

$$\therefore \frac{AP}{PQ} = \frac{AD}{CD},$$

$$\because C(0, 3), PQ = PA$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore D_2\left(\frac{7}{8}, 0\right),$$

$\therefore$ 点 D 的坐标 $D_1(-4, 0)$, $D_2\left(\frac{7}{8}, 0\right)$ 时, $\triangle ACD$ 与 $\triangle APQ$ 相似.

【点评】此题主要考查了用待定系数法求二次函数的解析式以及相似三角形的判定和性质．解题的关键是会灵活的运用函数图象的性质和交点的意义求出相应的线段的长度或表示线段的长度，再结合具体图形的性质求解．

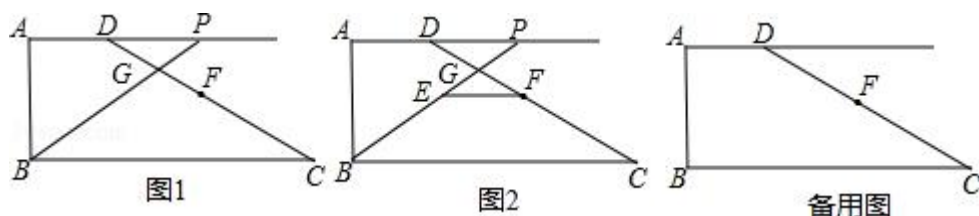
25. (14分) 已知：如图1，在梯形 $ABCD$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $AB = 3$ ， $\tan C = \frac{1}{2}$ ，点 P 是 AD 延长线上一点， F 为 DC 的中点，联结 BP ，交线段 DF 于点 G ．

(1) 若以 AB 为半径的 $\odot B$ 与以 PD 为半径的 $\odot P$ 外切，求 PD 的长；

(2) 如图2，过点 F 作 BC 的平行线交 BP 于点 E ，

①若设 $DP = x$ ， $EF = y$ ，求 y 与 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围；

②联结 DE 和 PF ，若 $DE = PF$ ，求 PD 的长．



【考点】 LO：四边形综合题．

【分析】 (1) 设 $DP = x$ ，先由勾股定理表示出 BP ，以 AB 为半径的 $\odot B$ 与以 PD 为半径的 $\odot P$ 外切，所以 $BP = AB + PD$ ．列出方程求得 x ；

(2) ①联结 DE 并延长交 BC 于点 M ， F 为 DC 的中点， $EF \parallel BC$ ，则 $DE = EM$ ， $CM = 2EF$ ，再由 $\triangle DEP \cong \triangle MEB$ 得到 $DP = BM$ ．过 D 作 $DH \perp BC$ 于点 H ，由 $\tan C = \frac{1}{2}$ 得 $CH = 6$ ，

因为 $AD = BH = 2$ 所以 $BC = 8$ ，由 $DP = x$ ， $EF = y$ ， $BC = BM + CM$ ，所以 $x + 2y = 8$ ，

于是得 $y = \frac{8-x}{2}$ ($0 < x \leq 8$)；

②当 $DP = EF$ 时，四边形 $DEFP$ 为平行四边形．所以 $y = x$ ， $x = \frac{8}{3}$ ．当 $DP \neq EF$

时，四边形 $DEFP$ 为等腰梯形，过 E 作 $EQ \perp AP$ 于点 Q ， $DQ = \frac{x-y}{2}$ ，得： x

$= 4$ ．所以 PD 的长为 $\frac{8}{3}$ 或 4 ．

【解答】 解：(1) $\because$ 在直角三角形 ABP 中， $AD = 2$ ， $AB = 3$ ， $DP = x$ ，

$$\therefore BP = \sqrt{3^2 + (2+x)^2}.$$

$\because$ 以 AB 为半径的 $\odot B$ 与以 PD 为半径的 $\odot P$ 外切，

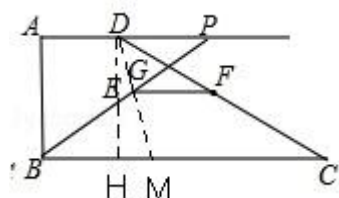
$$\therefore BP = AB + PD.$$

$$\therefore \sqrt{3^2 + (2+x)^2} = 3+x.$$

解得： $x = 2$.

$\therefore PD$ 的长为 2 时，以 AB 为半径的 $\odot B$ 与以 PD 为半径的 $\odot P$ 外切；

(2) ①联结 DE 并延长交 BC 于点 M ,



$\because F$ 为 DC 的中点, $EF \parallel BC$,

$$\therefore DE = EM.$$

$$\therefore CM = 2EF$$

$$\because AD \parallel BC \therefore \triangle DEP \cong \triangle MEB$$

$$\therefore DP = BM.$$

过 D 作 $DH \perp BC$ 于点 H , $\because \tan C = \frac{1}{2}$, $DH = 3 \therefore CH = 6$

$$\because AD = BH = 2 \therefore BC = 8$$

$$\because DP = x, EF = y, BC = BM + CM$$

$$\therefore x + 2y = 8,$$

$$\therefore y = \frac{8-x}{2} (0 < x \leq 8);$$

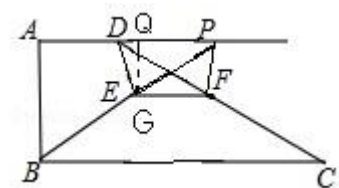
② $\because AD \parallel EF$, $DE = PF$,

当 $DP = EF$ 时, 四边形 $DEFP$ 为平行四边形.

$$\therefore y = x,$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}.$$

当 $DP \neq EF$ 时, 四边形 $DEFP$ 为等腰梯形,



过 E 作 $EQ \perp AP$ 于点 Q , $DQ = \frac{x-y}{2}$.

$$\because EQ \parallel AB, BE = PE,$$

$$\therefore AQ = \frac{2+x}{2}.$$

$$\therefore DQ = \frac{2+x}{2} - 2.$$

$$\therefore \frac{x-y}{2} = \frac{2+x}{2} - 2,$$

解得： $x = 4$.

$\therefore PD$ 的长为 $\frac{8}{3}$ 或 4.

【点评】 本题主要考查了平行四边形的性质，梯形的性质，全等三角形的判定与性质以及勾股定理的应用．知识点比较多，综合性强．