

2017 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. $\sqrt{2}$ 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

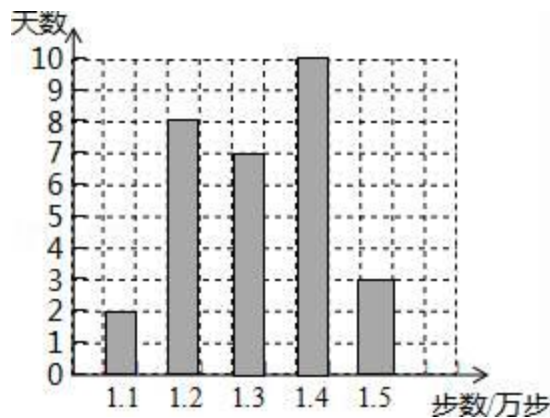
2. 下列算式的运算结果为 m^2 的是 ()

- A. $m^4 \cdot m^{-2}$ B. $m^6 \div m^3$ C. $(m^{-1})^2$ D. $m^4 - m^2$

3. 直线 $y = (3 - \pi)x$ 经过的象限是 ()

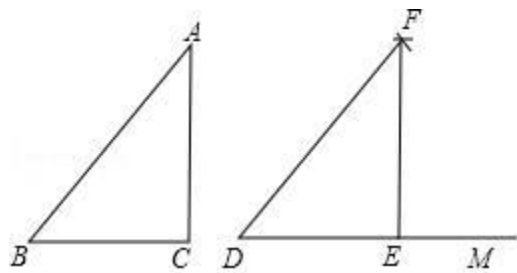
- A. 一、二象限 B. 一、三象限 C. 二、三象限 D. 二、四象限

4. 李老师用软件记录了某个月 (30 天) 每天走路的步数 (单位: 万步), 她将记录的结果绘制成了如图所示的统计图, 在李老师每天走路的步数这组数据中, 众数与中位数分别为 ()



- A. 1.2 与 1.3 B. 1.4 与 1.35 C. 1.4 与 1.3 D. 1.3 与 1.3

5. 小明用如图所示的方法画出了与 $\triangle ABC$ 全等的 $\triangle DEF$, 他的具体画法是: ①画射线 DM , 在射线 DM 上截取 $DE=BC$; ②以点 D 为圆心, BA 长为半径画弧, 以点 E 为圆心, CA 长为半径画弧, 画弧相交于点 F ; ③联结 FD , FE ; 这样 $\triangle DEF$ 就是所要画的三角形, 小明这样画图的依据是全等三角形判定方法中的 ()



- A. 边角边 B. 角边角 C. 角角边 D. 边边边

6. 已知两圆相交, 它们的圆心距为 3, 一个圆的半径是 2, 那么另一个圆的半径长可以是

()

A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. 计算: $(-1)^{2012} + 2^0 - \sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 函数 $y = \sqrt{2x-1}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 方程 $\sqrt{x} = -x$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

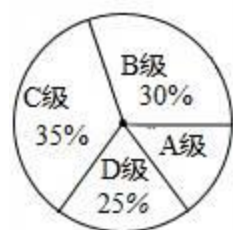
10. 如果抛物线 $y = ax^2 - 3$ 的顶点是它的最低点, 那么 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 若关于 x 的方程 $x^2 - kx + 4 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如果点 $P(m-3, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上, 那么 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 学校组织“中华经典诗词大赛”, 共设有 20 个试题, 其中有关“诗句理解”的试题 10 个, 有关“诗句作者”的试题 6 个, 有关“诗句默写”的试题 4 个, 小杰从中任选一个试题作答, 他选中有关“诗句作者”的试题的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 为了解某区 3600 名九年级学生的体育训练情况, 随机抽取了区内 200 名九年级学生进行了一次体育模拟测试, 把测试结果分为四个等级: A 级: 优秀; B 级: 良好; C 级: 及格; D 级: 不及格, 并将测试结果绘成了如图所示的统计图, 由此估计全区九年级体育测试成绩可以达到优秀的人数约为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.



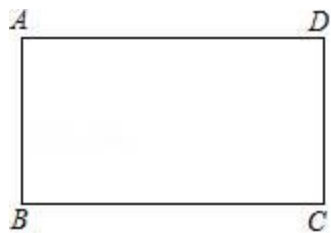
15. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = \frac{1}{2}BC$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC}$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示)

16. 如果正 n 边形的内角是它中心角的两倍, 那么边数 n 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 在等腰三角形 ABC 中, 当顶角 A 的大小确定时, 它的对边 (即底边 BC) 与邻边 (即腰 AB 或 AC) 的比值也确定了, 我们把这个比值记作 $T(A)$, 即 $T(A) = \frac{\angle A \text{ 的对边 (底边)}}{\angle A \text{ 的邻边 (腰)}} = \frac{BC}{AB}$. 例: $T(60^\circ) = 1$, 那么 $T = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图, 矩形 $ABCD$, 点 E 是边 AD 上一点, 过点 E 作 $EF \perp BC$, 垂足为点 F , 将 $\triangle BEF$ 绕着点 E 逆时针旋转, 使点 B 落在边 BC 上的点 N 处, 点 F 落在边 DC 上的点 M 处, 如果

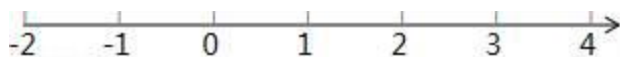
点 M 恰好是边 DC 的中点，那么 $\frac{AD}{AB}$ 的值是_____.



三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分）

19. 先化简，再求值： $(\frac{a+1}{a^2-1} - \frac{2}{a^2+a-2}) \div \frac{a}{a-1}$ ，其中 $a = \sqrt{5}$.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 7(x-1) > 4x+2 \\ \frac{2x+1}{3} \geq 2x-5 \end{cases}$ 将其解集在数轴上表示出来，并写出这个不等式组的整数解.

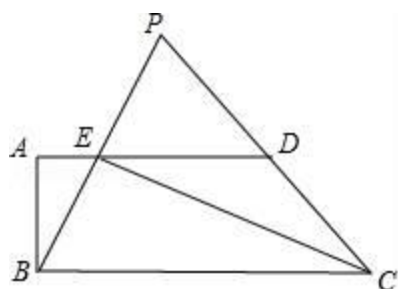


21. 已知：如图，在梯形 ABCD 中，AD//BC， $\angle ABC = 90^\circ$ ，AB=4，AD=8， $\sin \angle BCD = \frac{4}{5}$ ，

CE 平分 $\angle BCD$ ，交边 AD 于点 E，联结 BE 并延长，交 CD 的延长线于点 P.

(1) 求梯形 ABCD 的周长；

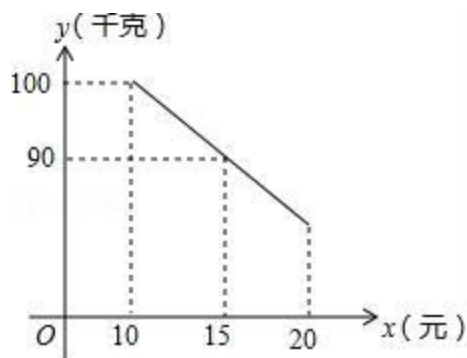
(2) 求 PE 的长.



22. 王阿姨销售草莓，草莓成本价为每千克 10 元，她发现当销售单价为每千克至少 10 元，但不高于每千克 20 元时，销售量 y（千克）与销售单价 x（元）的函数图象如图所示：

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

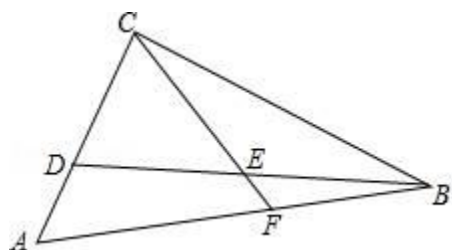
(2) 当王阿姨销售草莓获得的利润为 800 元时，求草莓销售的单价.



23. 已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 在边 AC 上，点 E 是 BD 的中点， CE 的延长线交边 AB 于点 F ，且 $\angle CED=\angle A$ 。

(1) 求证： $AC=AF$ ；

(2) 在边 AB 的下方画 $\angle GBA=\angle CED$ ，交 CF 的延长线于点 G ，联结 DG ，在图中画出图形，并证明四边形 $CDGB$ 是矩形。

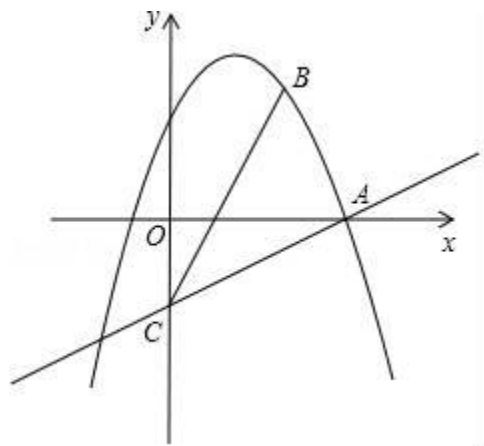


24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 $A(3, 0)$ 和点 $B(2, 3)$ ，过点 A 的直线与 y 轴的负半轴相交于点 C ，且 $\tan \angle CAO=\frac{1}{3}$ 。

(1) 求这条抛物线的表达式及对称轴；

(2) 联结 AB 、 BC ，求 $\angle ABC$ 的正切值；

(3) 若点 D 在 x 轴下方的对称轴上，当 $S_{\triangle DBC}=S_{\triangle ADC}$ 时，求点 D 的坐标。



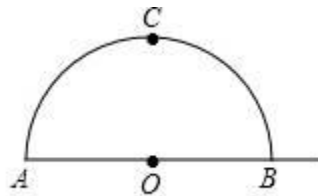
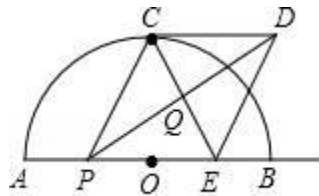
25. 已知：如图，选段 $AB=4$ ，以 AB 为直径作半圆 O ，点 C 为弧 AB 的中点，点 P 为直径 AB 上一点，联结 PC ，过点 C 作 $CD\parallel AB$ ，且 $CD=PC$ ，过点 D 作 $DE\parallel PC$ ，交射线 PB 于点

E, PD 与 CE 相交于点 Q.

(1) 若点 P 与点 A 重合, 求 BE 的长;

(2) 设 $PC=x$, $\frac{PD}{CE}=y$, 当点 P 在线段 AO 上时, 求 y 与 x 的函数关系式及定义域;

(3) 当点 Q 在半圆 O 上时, 求 PC 的长.



备用图

2017 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. $\sqrt{2}$ 的倒数是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】76：分母有理化.

【分析】 $\sqrt{2}$ 的倒数是 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ，再分母有理化即可.

【解答】解： $\sqrt{2}$ 的倒数是 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ， $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：C.

2. 下列算式的运算结果为 m^2 的是（ ）

- A. $m^4 \cdot m^{-2}$ B. $m^6 \div m^3$ C. $(m^{-1})^2$ D. $m^4 - m^2$

【考点】48：同底数幂的除法；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；6F：负整数指数幂.

【分析】根据同底数幂的乘法，同底数幂的除法底数不变指数相减，幂的乘方底数不变指数相乘，可得答案.

【解答】解： $m^4 \cdot m^{-2} = m^2$ ，故 A 符合题意；

B、 $m^6 \div m^3 = m^3$ ，故 B 不符合题意；

C、 $(m^{-1})^2 = \frac{1}{m^2}$ ，故 C 不符合题意；

D、 $m^4 - m^2 \neq m^2$ ，故 D 不符合题意；

故选：A.

3. 直线 $y = (3 - \pi)x$ 经过的象限是（ ）

- A. 一、二象限 B. 一、三象限 C. 二、三象限 D. 二、四象限

【考点】F6：正比例函数的性质.

【分析】先根据正比例函数的解析式判断出 k 的值，再根据一次函数的图象与系数的关系即

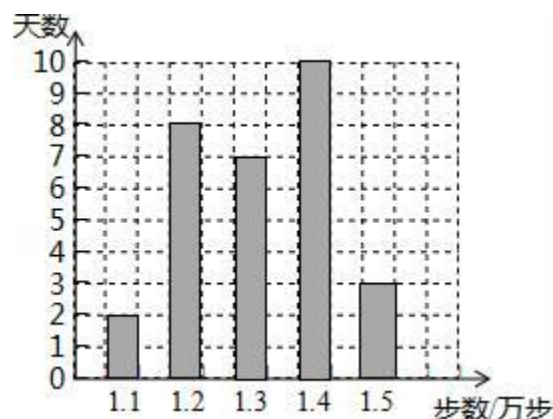
可得出结论.

【解答】解: $\because$ 直线 $y = (3 - \pi)x$ 中, $k < 0$,

$\therefore$ 此直线经过二、四象限.

故选 D.

4. 李老师用手机软件记录了某个月 (30 天) 每天走路的步数 (单位: 万步), 她将记录的结果绘制成了如图所示的统计图, 在李老师每天走路的步数这组数据中, 众数与中位数分别为 ()



A. 1.2 与 1.3 B. 1.4 与 1.35 C. 1.4 与 1.3 D. 1.3 与 1.3

【考点】W5: 众数; W4: 中位数.

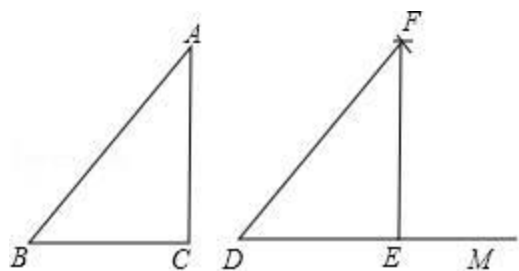
【分析】中位数, 因图中是按从小到大的顺序排列的, 所以只要找出最中间的一个数 (或最中间的两个数) 即可, 本题是最中间的两个数; 对于众数可由条形统计图中出现频数最大或条形最高的数据写出.

【解答】解: 由条形统计图中出现频数最大条形最高的数据是在第四组, 1.4 万步, 故众数是 1.4 (万步);

因图中是按从小到大的顺序排列的, 最中间的步数都是 1.3 (万步), 故中位数是 1.3 (万步).

故选 C.

5. 小明用如图所示的方法画出了与 $\triangle ABC$ 全等的 $\triangle DEF$, 他的具体画法是: ①画射线 DM, 在射线 DM 上截取 $DE=BC$; ②以点 D 为圆心, BA 长为半径画弧, 以点 E 为圆心, CA 长为半径画弧, 画弧相交于点 F; ③联结 FD, FE; 这样 $\triangle DEF$ 就是所要画的三角形, 小明这样画图的依据是全等三角形判定方法中的 ()



A. 边角边 B. 角边角 C. 角角边 D. 边边边

【考点】N3: 作图—复杂作图; KB: 全等三角形的判定.

【分析】根据画法可得, $DE=BC$, $BA=DF$, $CA=EF$, 依据 SSS 可判定 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$.

【解答】解: 根据画法可得, $DE=BC$, $BA=DF$, $CA=EF$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 中,

$$\begin{cases} DE=BC \\ BA=DF, \\ CA=EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FDE$ (SSS),

$\therefore$ 这样画图的依据是全等三角形判定方法中的 SSS,

故选: D.

6. 已知两圆相交, 它们的圆心距为 3, 一个圆的半径是 2, 那么另一个圆的半径长可以是 ()

A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】本题直接告诉了大圆的半径及两圆位置关系, 圆心距, 求小圆半径的取值范围, 据数量关系与两圆位置关系的对应情况便可直接得出答案. 相交, 则 $R-r < P < R+r$. (P 表示圆心距, R , r 分别表示两圆的半径).

【解答】解: 因为两圆相交, 圆心距 P 满足: $R-r < P < R+r$, 即 $3 < P < 7$, 满足条件的圆心距只有 B,

故选 B.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. 计算: $(-1)^{2012} + 2^0 - \sqrt{4} = \underline{0}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂.

【分析】原式利用乘方的意义，零指数幂，以及算术平方根定义计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $=1+1-2=0$.

故答案为：0

8. 函数 $y=\sqrt{2x-1}$ 的定义域是 $x\geq\frac{1}{2}$.

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式的性质的意义，被开方数大于或等于0，可以求出x的范围.

【解答】解：根据题意得： $2x-1\geq 0$,

解得： $x\geq\frac{1}{2}$.

故答案为 $x\geq\frac{1}{2}$.

9. 方程 $\sqrt{x}=-x$ 的解是 $x=0$.

【考点】AG：无理方程.

【分析】把方程两边平方去根号后求解.

【解答】解：两边平方得： $x=x^2$,

解方程的： $x_1=0$, $x_2=1$,

检验：当 $x_1=0$ 时，方程的左边=右边=0,

$\therefore x=0$ 为原方程的根

当 $x_2=1$ 时，原方程无意义，故舍去.

故答案为： $x=0$.

10. 如果抛物线 $y=ax^2-3$ 的顶点是它的最低点，那么a的取值范围是 $a>0$.

【考点】H3：二次函数的性质；H7：二次函数的最值.

【分析】由于原点是抛物线 $y=ax^2-3$ 的最低点，这要求抛物线必须开口向上，由此可以确定a的范围.

【解答】解： $\because$ 原点是抛物线 $y=ax^2-3$ 的最低点，

$\therefore a>0$.

故答案为 $a>0$.

11. 若关于 x 的方程 $x^2 - kx + 4 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值为 ± 4 .

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】因为方程有两个相等的实数根, 说明根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 由此可以得到关于 k 的方程, 解方程即可求出 k 的值.

【解答】解: $\because$ 方程有两个相等的实数根,

而 $a=1$, $b=-k$, $c=4$,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-k)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0,$$

解得 $k = \pm 4$.

故填: $k = \pm 4$.

12. 如果点 $P(m-3, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上, 那么 m 的值是 4.

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】直接把点 $P(m-3, 1)$ 代入反比例函数 $y = \frac{1}{x}$, 求出 m 的值即可.

【解答】解: $\because$ 点 $P(m-3, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上,

$$\therefore 1 = \frac{1}{m-3}, \text{ 解得 } m=4.$$

故答案为: 4.

13. 学校组织“中华经典诗词大赛”, 共设有 20 个试题, 其中有关“诗句理解”的试题 10 个, 有关“诗句作者”的试题 6 个, 有关“诗句默写”的试题 4 个, 小杰从中任选一个试题作答, 他选中有关“诗句作者”的试题的概率是 $\frac{3}{10}$.

【考点】X4: 概率公式.

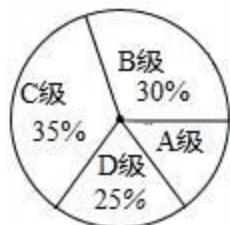
【分析】根据共设有 20 道试题, 其中有关“诗句作者”的试题 6 个, 再根据概率公式即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 共设有 20 个试题, 其中有关“诗句理解”的试题 10 个, 有关“诗句作者”的试题 6 个, 有关“诗句默写”的试题 4 个,

$$\therefore \text{小杰从中任选一个试题作答, 他选中有关“诗句作者”的试题的概率是: } \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

故答案为: $\frac{3}{10}$.

14. 为了解某区 3600 名九年级学生的体育训练情况，随机抽取了区内 200 名九年级学生进行了一次体育模拟测试，把测试结果分为四个等级：A 级：优秀；B 级：良好；C 级：及格；D 级：不及格，并将测试结果绘成了如图所示的统计图，由此估计全区九年级体育测试成绩可以达到优秀的人数约为 360 人.



【考点】V5: 用样本估计总体.

【分析】根据题意和扇形统计图中的数据可以解答本题.

【解答】解：由题意可得，

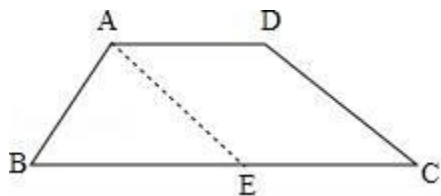
九年级体育测试成绩可以达到优秀的人数约为： $3600 \times (1 - 30\% - 35\% - 25\%) = 360$ (人)，
故答案为：360.

15. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = \frac{1}{2}BC$ ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{BC}$ 等于 $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示)

【考点】LM: *平面向量；LH: 梯形.

【分析】过点 A 作 $AE \parallel DC$ ，证四边形 AECD 是平行四边形得 $AE = DC$ 、 $AD = EC$ ，从而得 $BC = 2BE$ ，由 $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ 可得答案.

【解答】解：如图，



过点 A 作 $AE \parallel DC$ 交 BC 于点 E,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 AECD 是平行四边形,

$\therefore AE = DC$ 、 $AD = EC$,

$$\begin{aligned} \therefore AD &= \frac{1}{2}BC, \\ \therefore EC &= BE = \frac{1}{2}BC, \text{ 即 } BC = 2BE, \\ \therefore \overrightarrow{AB} &= \vec{a}, \overrightarrow{DC} = \vec{b}, \\ \therefore \overrightarrow{BE} &= \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}, \\ \text{则 } \overrightarrow{BC} &= 2(\vec{b} - \vec{a}) = 2\vec{b} - 2\vec{a}, \\ \text{故答案为: } &2\vec{b} - 2\vec{a}. \end{aligned}$$

16. 如果正 n 边形的内角是它中心角的两倍, 那么边数 n 的值是 6.

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】根据正 n 边形的内角是它中心角的两倍, 列出方程求解即可.

【解答】解: 依题意有

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ \times 2,$$

解得 $n=6$.

故答案为: 6.

17. 在等腰三角形 ABC 中, 当顶角 A 的大小确定时, 它的对边 (即底边 BC) 与邻边 (即腰 AB 或 AC) 的比值也确定了, 我们把这个比值记作 $T(A)$, 即 $T(A)$

$$= \frac{\angle A \text{ 的对边 (底边)}}{\angle A \text{ 的邻边 (腰)}} = \frac{BC}{AB}. \text{ 例: } T(60^\circ) = 1, \text{ 那么 } T = \underline{\sqrt{3}}.$$

【考点】T7: 解直角三角形.

【分析】根据 $T(A)$ 的定义解答即可.

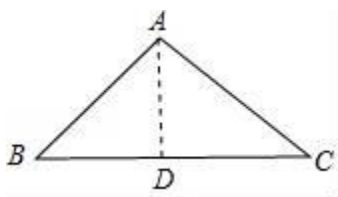
【解答】解: $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 作 $AD \perp BC$ 于 D , 则 $\angle BAD = 60^\circ$,

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB,$$

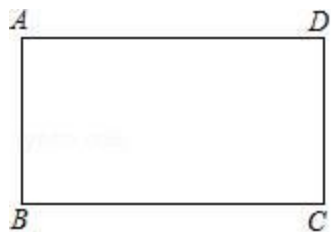
$$\therefore BC = \sqrt{3}AB,$$

$$\therefore T = \sqrt{3}.$$

故答案是: $\sqrt{3}$.



18. 如图，矩形 ABCD，点 E 是边 AD 上一点，过点 E 作 $EF \perp BC$ ，垂足为点 F，将 $\triangle BEF$ 绕着点 E 逆时针旋转，使点 B 落在边 BC 上的点 N 处，点 F 落在边 DC 上的点 M 处，如果点 M 恰好是边 DC 的中点，那么 $\frac{AD}{AB}$ 的值是 $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ 。



【考点】 R2: 旋转的性质; LB: 矩形的性质.

【分析】 根据旋转的性质得到 $BE=EN$ ， $EM=EF$ ， $MN=BF$ ，得到 $BF=FN=NM$ ，推出四边形 EFCD 是矩形，根据矩形的性质得到 $EF=CD$ ，由点 M 恰好是边 DC 的中点，得到 $DM=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}EM$ ，设 $CN=x$ ，解直角三角形即可得到结论.

【解答】 解：如图，将 $\triangle BEF$ 绕着点 E 逆时针旋转得到 $\triangle EMN$ ，

$$\therefore BE=EN, EM=EF, MN=BF,$$

$$\because EF \perp BC,$$

$$\therefore BF=FN,$$

$$\therefore BF=FN=NM,$$

$$\because EF \perp BC,$$

$$\therefore \text{四边形 EFCD 是矩形},$$

$$\therefore EF=CD,$$

$$\because \text{点 M 恰好是边 DC 的中点},$$

$$\therefore DM=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}EM,$$

$$\therefore \angle DEM=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DME=60^\circ,$$

$$\therefore \angle NME=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CMN=30^\circ,$$

$$\text{设 } CN=x,$$

$$\therefore MN=2x, CM=\sqrt{3}x,$$

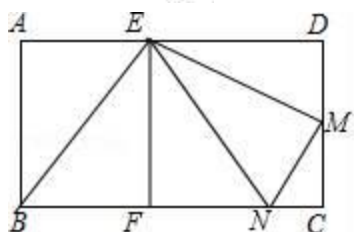
$$\therefore CD=2\sqrt{3}x,$$

$$\therefore BF=FN=NM=2x,$$

$$\therefore BC=5x,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{BC}{CD} = \frac{2\sqrt{3}x}{5x} = \frac{2\sqrt{3}}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{2\sqrt{3}}{5}.$$



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 78 分)

19. 先化简, 再求值: $(\frac{a+1}{a^2-1} - \frac{2}{a^2+a-2}) \div \frac{a}{a-1}$, 其中 $a = \sqrt{5}$.

【考点】6D: 分式的化简求值.

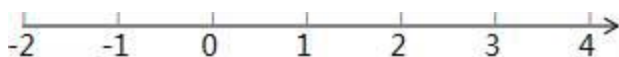
【分析】先化简题目中的式子, 然后将 a 的值代入化简后的式子即可解答本题.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & (\frac{a+1}{a^2-1} - \frac{2}{a^2+a-2}) \div \frac{a}{a-1} \\ &= [\frac{a+1}{(a+1)(a-1)} - \frac{2}{(a+2)(a-1)}] \times \frac{a-1}{a} \\ &= [\frac{1}{a-1} - \frac{2}{(a+2)(a-1)}] \times \frac{a-1}{a} \\ &= \frac{1}{a} - \frac{2}{a(a+2)} \\ &= \frac{a+2-2}{a(a+2)} \\ &= \frac{a}{a(a+2)} \\ &= \frac{1}{a+2}. \end{aligned}$$

$$\text{当 } a = \sqrt{5} \text{ 时, 原式} = \frac{2}{\sqrt{5}+2} = \frac{2(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \frac{2\sqrt{5}-4}{5-4} = 2\sqrt{5}-4.$$

20. 解不等式组 $\begin{cases} 7(x-1) > 4x+2 \\ \frac{2x+1}{3} \geq 2x-5 \end{cases}$ 将其解集在数轴上表示出来, 并写出这个不等式组的整数解.

解.

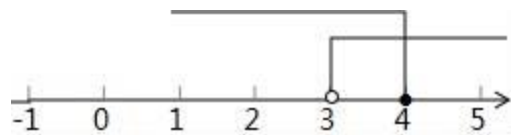


【考点】CC：一元一次不等式组的整数解；C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式①，得： $x > 3$ ，
解不等式②，得： $x \leq 4$ ，
 $\therefore$ 不等式组的解集为 $3 < x \leq 4$ ，

解集表示在数轴上如下：

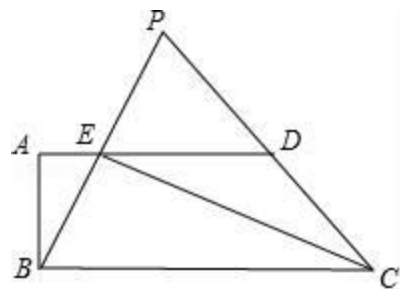


则其整数解为 4.

21. 已知：如图，在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AD = 8$ ， $\sin \angle BCD = \frac{4}{5}$ ，

CE 平分 $\angle BCD$ ，交边 AD 于点 E，联结 BE 并延长，交 CD 的延长线于点 P.

- (1) 求梯形 ABCD 的周长；
- (2) 求 PE 的长.



【考点】S9：相似三角形的判定与性质；LH：梯形；T7：解直角三角形.

【分析】(1) 过 D 作 $DF \perp BC$ 于 F，根据矩形的性质得到 $DF = AB = 4$ ， $BF = AD = 8$ ，根据三角函数的定义得到 $CD = 5$ ，于是得到结论；

(2) 根据平行线的性质得到 $\angle DEC = \angle BCE$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle DCE = \angle BCE$ ，等量代换得到 $\angle DEC = \angle DCE$ ，于是得到 $DE = CD = 5$ ，由勾股定理得到 $BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = 5$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】解：(1) 过 D 作 $DF \perp BC$ 于 F，
则四边形 ABFD 是矩形，

$$\therefore DF=AB=4, \quad BF=AD=8,$$

$$\therefore \sin \angle BCD = \frac{DF}{CD} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CD=5,$$

$$\therefore CF=3,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的周长} = 4+8+3+5+8=27;$$

$$(2) \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BCE,$$

$$\because CE \text{ 平分 } \angle BCD,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle DCE,$$

$$\therefore DE=CD=5,$$

$$\therefore AE=3,$$

$$\therefore BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = 5,$$

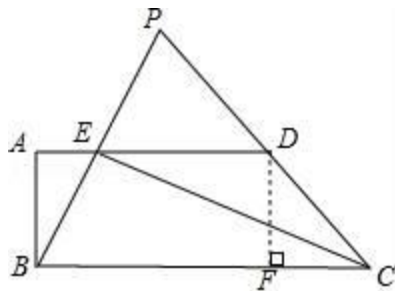
$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle PED \sim \triangle PBC,$$

$$\therefore \frac{PE}{PB} = \frac{DE}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{PE}{PE+5} = \frac{5}{11},$$

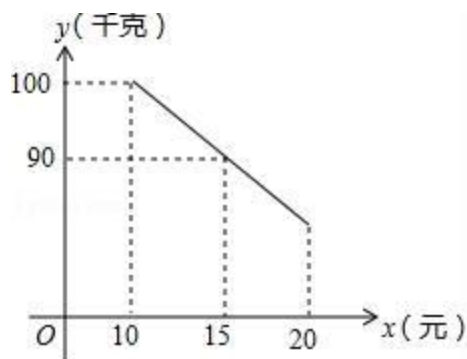
$$\therefore PE = \frac{25}{6}.$$



22. 王阿姨销售草莓，草莓成本价为每千克 10 元，她发现当销售单价为每千克至少 10 元，但不高于每千克 20 元时，销售量 y （千克）与销售单价 x （元）的函数图象如图所示：

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

(2) 当王阿姨销售草莓获得的利润为 800 元时, 求草莓销售的单价.



【考点】HE: 二次函数的应用; AD: 一元二次方程的应用.

【分析】(1) 直接利用待定系数法求出一次函数解析式即可;

(2) 利用利润=销量×每千克利润, 进而求出答案.

【解答】解: (1) 设 y 关于 x 的函数解析式为: $y=kx+b$, 将 $(15, 90)$, $(10, 100)$, 代入得:

$$\begin{cases} 10k+b=100 \\ 15k+b=90 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k=-2 \\ b=120 \end{cases}$

故 y 关于 x 的函数解析式为: $y=-2x+120$ ($10 \leq x \leq 20$);

(2) 由题意可得: $800 = (-2x+120)(x-10)$,

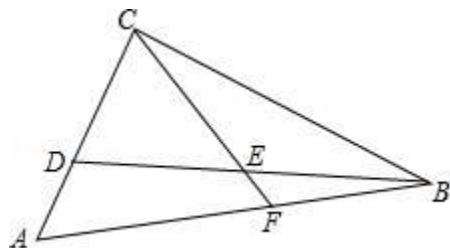
解得: $x_1=20$, $x_2=50$ (不合题意舍去),

答: 王阿姨销售草莓获得的利润为 800 元时, 草莓销售的单价为 20 元.

23. 已知: 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 在边 AC 上, 点 E 是 BD 的中点, CE 的延长线交边 AB 于点 F , 且 $\angle CED=\angle A$.

(1) 求证: $AC=AF$;

(2) 在边 AB 的下方画 $\angle GBA=\angle CED$, 交 CF 的延长线于点 G , 联结 DG , 在图中画出图形, 并证明四边形 $CDGB$ 是矩形.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; LC: 矩形的判定.

【分析】(1) 只要证明 $\angle CDE = \angle ECD$, $\angle CDE = \angle AFC$ 即可解决问题.

(2) 只要证明 $CG = BD$, $CE = EG$, $DE = EB$ 即可.

【解答】(1) 证明: $\because \angle BCD = 90^\circ$, $DE = EB$,

$$\therefore EC = ED = EB,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD,$$

$$\because \angle CED + \angle CDE + \angle DCE = 180^\circ, \quad \angle A + \angle DCE + \angle AFC = 180^\circ,$$

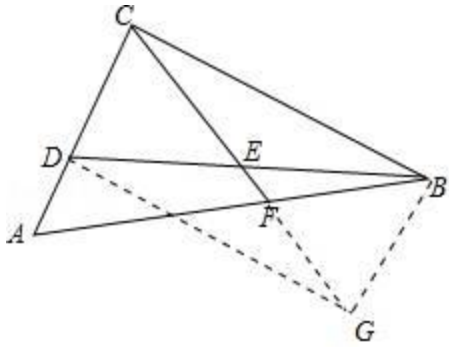
$$\text{又} \because \angle CED = \angle A,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle AFC,$$

$$\therefore \angle AFC = \angle ACF,$$

$$\therefore AC = AF.$$

(2) 解: 图象如图所示.



$$\because \angle CED = \angle ABG, \quad \angle CED = \angle A,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABG,$$

$$\therefore AC \parallel BG,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle BGE,$$

在 $\triangle CED$ 和 $\triangle GEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCE = \angle BGE \\ \angle CED = \angle GEB, \\ DE = EB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CED \cong \triangle GEB,$$

$$\therefore CE = EG,$$

$$\therefore CE = DE = EB,$$

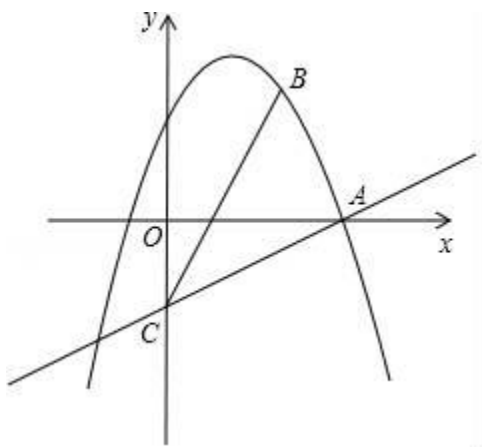
$$\therefore CG = BD, \quad CE = EG, \quad DE = EB,$$

$$\therefore \text{四边形 } CDGB \text{ 是平行四边形, } \therefore BD = CG,$$

∴ 四边形 CDGB 是矩形.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ 和点 $B(2, 3)$, 过点 A 的直线与 y 轴的负半轴相交于点 C , 且 $\tan \angle CAO = \frac{1}{3}$.

- (1) 求这条抛物线的表达式及对称轴;
- (2) 联结 AB 、 BC , 求 $\angle ABC$ 的正切值;
- (3) 若点 D 在 x 轴下方的对称轴上, 当 $S_{\triangle DBC} = S_{\triangle ADC}$ 时, 求点 D 的坐标.



【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点; H8: 待定系数法求二次函数解析式; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 把 $A(3, 0)$ 和点 $B(2, 3)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$, 解方程组即可解决问题.

(2) 如图, 作 $BE \perp OA$ 于 E . 只要证明 $\triangle AOC \cong \triangle BEA$, 推出 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 即可解决问题.

(3) 如图过点 C 作 $CD \parallel AB$ 交对称轴于 D , 则 $S_{\triangle DBC} = S_{\triangle ADC}$, 先求出直线 AC 的解析式, 再求出直线 CD 的解析式即可解决问题.

【解答】 解: (1) 把 $A(3, 0)$ 和点 $B(2, 3)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 得到
$$\begin{cases} -9 + 3b + c = 0 \\ -4 + 2b + c = 3 \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$,

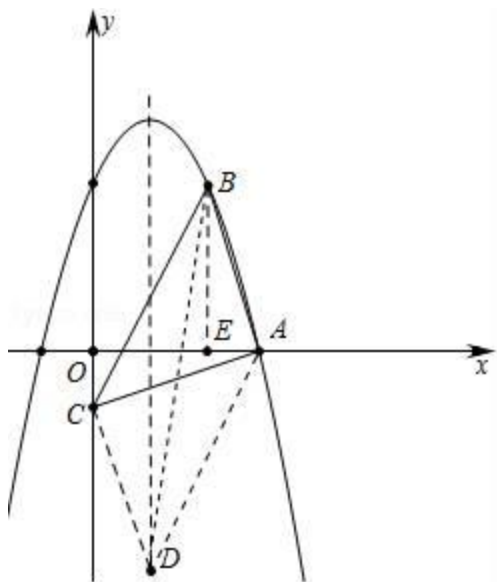
对称轴 $x = 1$.

(2) 如图, 作 $BE \perp OA$ 于 E .

∵ $A(3, 0)$, $B(2, 3)$, $\tan \angle CAO = \frac{1}{3}$,

$\therefore OC=1$,
 $\therefore BE=OA=3$, $AE=OC=1$, $\therefore \angle AEB=\angle AOC$,
 $\therefore \triangle AOC \cong \triangle BEA$,
 $\therefore AC=AB$, $\angle CAO=\angle BAE$,
 $\therefore \angle ABE+\angle BAE=90^\circ$,
 $\therefore \angle CAO+\angle BAE=90^\circ$,
 $\therefore \angle CAB=90^\circ$,
 $\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore \angle ABC=45^\circ$,
 $\therefore \tan \angle ABC=1$.

(3) 如图过点 C 作 $CD \parallel AB$ 交对称轴于 D, 则 $S_{\triangle DBC}=S_{\triangle ADC}$,
 $\therefore AB \perp AC$, $AB \parallel CD$,
 $\therefore AC \perp CD$,
 $\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=\frac{1}{3}x-1$,
 $\therefore$ 直线 CD 的解析式为 $y=-3x-1$, 当 $x=1$ 时, $y=-4$,
 $\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1, -4)$.



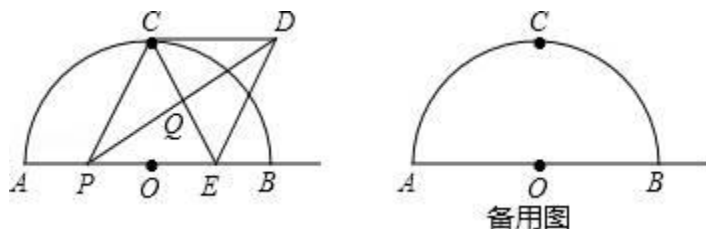
25. 已知: 如图, 选段 $AB=4$, 以 AB 为直径作半圆 O , 点 C 为弧 AB 的中点, 点 P 为直径 AB 上一点, 联结 PC , 过点 C 作 $CD \parallel AB$, 且 $CD=PC$, 过点 D 作 $DE \parallel PC$, 交射线 PB 于点

E, PD 与 CE 相交于点 Q.

(1) 若点 P 与点 A 重合, 求 BE 的长;

(2) 设 $PC=x$, $\frac{PD}{CE}=y$, 当点 P 在线段 AO 上时, 求 y 与 x 的函数关系式及定义域;

(3) 当点 Q 在半圆 O 上时, 求 PC 的长.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 如图 1 中, 连接 OC. 只要证明 $\triangle AOC$ 是等腰直角三角形即可.

(2) 由 $PC=x$, $OC=2$, 可得 $OP=\sqrt{x^2-4}$, $OE=x-\sqrt{x^2-4}$, 由四边形 PCDE 是菱形, 推出 $PD \perp EC$, $CQ=QE$, $PQ=QD$, 由 $\frac{PD}{CE}=\frac{PQ}{QE}=y$, 推出 $\tan \angle PEQ=\frac{PQ}{QE}=\frac{OC}{OE}$, 由此即可解决问题.

(3) 由点 Q 在 $\odot O$ 上, $\angle CQP=90^\circ$, 推出 $\angle CQP$ 所对的弦 CM 是直径, 由 $\angle M+\angle OPM=90^\circ$, $\angle QPE+\angle QEP=90^\circ$, $\angle OPM=\angle QPE$, 推出 $\angle M=\angle QEP$, 易知 $\angle PCM=\angle M$, $\angle PCQ=\angle PEQ$, 推出 $\angle PCO=\angle PCQ=\angle CEO=30^\circ$, 由此即可解决问题.

【解答】 解: (1) 如图 1 中, 连接 OC.

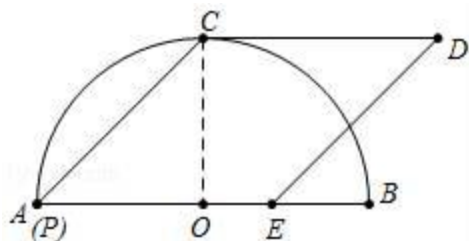


图1

$$\therefore \widehat{AC}=\widehat{BC},$$

$$\therefore CO \perp AB, \triangle AOC \text{ 是等腰直角三角形, } AC=\sqrt{2}OC=2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 四边形 ACDE 是菱形,

$$\therefore AE=AC=2\sqrt{2},$$

$$\therefore BE=AB-AE=4-2\sqrt{2}.$$

(2) 如图 2 中,

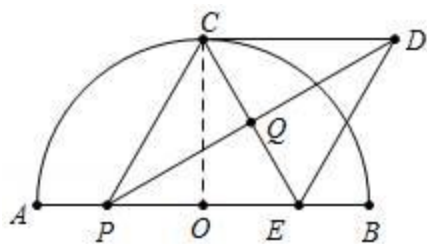


图2

$$\because PC=x, OC=2,$$

$$\therefore OP=\sqrt{x^2-4}, OE=x-\sqrt{x^2-4},$$

$\because$ 四边形 PCDE 是菱形,

$$\therefore PD \perp EC, CQ=QE, PQ=QD,$$

$$\therefore \frac{PD}{CE} = \frac{PQ}{QE} = y,$$

$$\therefore \tan \angle PEQ = \frac{PQ}{QE} = \frac{OC}{OE},$$

$$\therefore y = \frac{x - \sqrt{x^2 - 4}}{2} \quad (2 \leq x \leq 2\sqrt{2}).$$

(3) 如图 3 中,

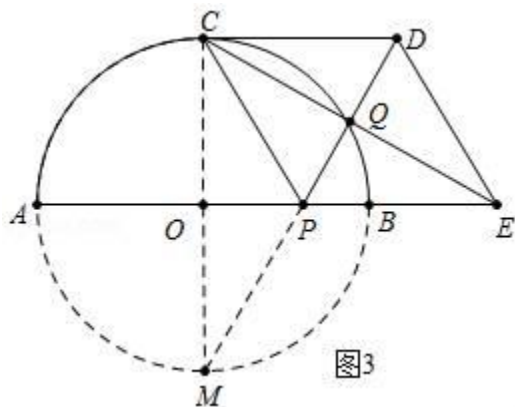


图3

$$\because \text{点 } Q \text{ 在 } \odot O \text{ 上, } \angle CQP = 90^\circ,$$

$\therefore \angle CQP$ 所对的弦 CM 是直径,

$$\because \angle M + \angle OPM = 90^\circ, \angle QPE + \angle QEP = 90^\circ, \angle OPM = \angle QPE,$$

$$\therefore \angle M = \angle QEP, \text{ 易知 } \angle PCM = \angle M, \angle PCQ = \angle PEQ,$$

$$\therefore \angle PCO = \angle PCQ = \angle CEO = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt} \triangle POC \text{ 中, } PC = OC \div \cos 30^\circ = \sqrt{3}.$$