

## 2020-2021 学年上海市崇明区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）已知线段  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的长度满足等式  $ab = cd$ ，如果某班四位学生分别将该等式改写成了如下四个比例式，那么其中错误的是（ ）

A.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$       B.  $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$       C.  $\frac{b}{c} = \frac{d}{a}$       D.  $\frac{b}{d} = \frac{c}{a}$

2.（4 分）已知点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，如果联结  $AG$ ，并延长  $AG$  交边  $BC$  于点  $D$ ，那么下列说法中错误的是（ ）

A.  $BD = CD$       B.  $AG = GD$       C.  $AG = 2GD$       D.  $BC = 2BD$

3.（4 分）已知  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  都是单位向量，那么下列结论中正确的是（ ）

A.  $\vec{a} = \vec{b}$       B.  $\vec{a} + \vec{b} = 2$       C.  $\vec{a} - \vec{b} = 0$       D.  $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 2$

4.（4 分）在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果  $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，那么  $\angle A$  的正弦值为（ ）

A.  $\frac{3}{5}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{4}{3}$

5.（4 分）抛物线  $y = a(x - k)^2 + k$  的顶点总在（ ）

A. 第一象限      B. 第二象限      C. 直线  $y = x$  上      D. 直线  $y = -x$  上

6.（4 分）如果某正多边形的外接圆半径是其内切圆半径的  $\sqrt{2}$  倍，那么这个正多边形的边数是（ ）

A. 3      B. 4      C. 5      D. 无法确定

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）已知  $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ ，则  $\frac{x-y}{y} =$  \_\_\_\_\_.

8.（4 分）已知线段  $AB = 6\text{cm}$ ，点  $C$  是  $AB$  的黄金分割点，且  $AC > BC$ ，那么线段  $AC$  的长为 \_\_\_\_\_.

9.（4 分）如果两个相似三角形的一组对应边上的高之比为 1:4，那么这两个三角形的面积比为 \_\_\_\_\_.

10.（4 分）计算： $2(\vec{a} - 2\vec{b}) + 3(2\vec{a} + \vec{b}) =$  \_\_\_\_\_.

11.（4 分）如果一段斜坡的水平宽度为 12 米，坡度  $i = 1:3$ ，那么这段斜坡的铅垂高度为 \_\_\_\_\_.

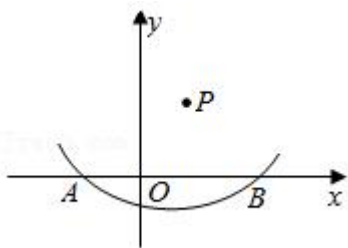
米.

12. (4分) 已知锐角 $\triangle ABC$ 中,  $AB=5$ ,  $BC=7$ ,  $\sin B = \frac{4}{5}$ , 那么 $\angle C =$ \_\_\_\_\_度.

13. (4分) 函数 $y = 2x^2 + 4x - 5$ 的图象与 $y$ 轴的交点的坐标为\_\_\_\_\_.

14. (4分) 如果将抛物线 $y = (x - 1)^2$ 先向左平移2个单位, 再向上平移1个单位, 那么所得的新抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.

15. (4分) 如图, 在直角坐标系中, 以点 $P$ 为圆心的弧与 $x$ 轴交于 $A$ 、 $B$ 两点, 已知点 $P$ 的坐标为 $(1, y)$ , 点 $A$ 的坐标为 $(-1, 0)$ , 那么点 $B$ 的坐标为\_\_\_\_\_.



16. (4分) 如果大小不同的两个圆外切时的圆心距为5厘米, 并且它们内切时的圆心距为1厘米, 那么其中较大圆的半径为\_\_\_\_\_厘米.

17. (4分) 我们约定: 如果一个四边形存在一条对角线, 使得这条对角线是四边形某两边的比例中项, 那么就称这个四边形为“闪亮四边形”, 这条对角线为“闪亮对角线,” 相关两边为“闪亮边”. 例如: 图1中的四边形 $ABCD$ 中,  $AB = AC = AD$ , 则 $AC^2 = AB \cdot AD$ , 所以四边形 $ABCD$ 是闪亮四边形,  $AC$ 是闪亮对角线,  $AB$ 、 $AD$ 是对应的闪亮边. 如图2, 已知闪亮四边形 $ABCD$ 中,  $AC$ 是闪亮对角线,  $AD$ 、 $CD$ 是对应的闪亮边, 且 $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle D = 60^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 2$ , 那么线段 $AD$ 的长为\_\_\_\_\_.

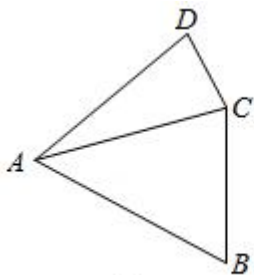


图1

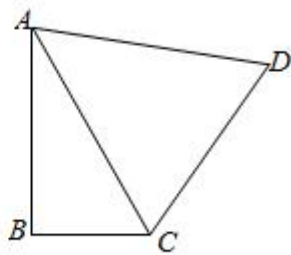


图2

18. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ . 点 $D$ 为线段 $AB$ 的中点, 点 $E$ 在边 $AC$ 上, 连接 $DE$ , 沿直线 $DE$ 将 $\triangle ADE$ 折叠得到 $\triangle A'DE$ . 连接 $AA'$ , 当 $A'E \perp AC$ 时, 则线段 $AA'$ 的长为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共7题, 满分78分)

19. (10分) 计算:  $\tan 60^\circ + \frac{2\cos 30^\circ + \cot 45^\circ}{2\sin 30^\circ} - \sin^2 45^\circ$ .

20. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中,  $DE \parallel BC$ ,  $AD = 2$ ,  $DB = 4$ ,  $AC = 8$ .

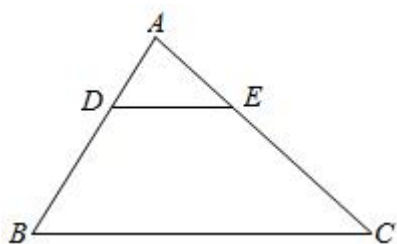
(1) 求线段  $AE$  的长;

(2) 设  $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ .

①请直接写出向量  $\overrightarrow{AE}$  关于  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的分解式,  $\overrightarrow{AE} =$  \_\_\_\_\_;

②联结  $BE$ , 在图中作出向量  $\overrightarrow{BE}$  分别在  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  方向上的分向量.

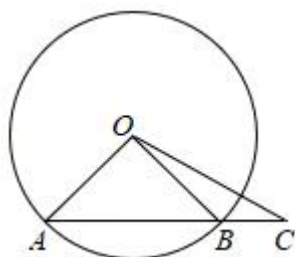
[可以不写作法, 但必须写出结论]



21. (10分) 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$ , 在 $\odot O$ 中,  $OA$ 、 $OB$  是圆的半径, 且  $OA \perp OB$ , 点  $C$  在线段  $AB$  的延长线上, 且  $OC = AB$ .

(1) 求线段  $BC$  的长;

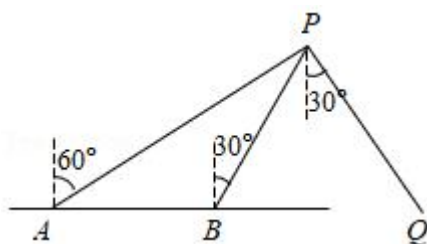
(2) 求  $\angle BOC$  的正弦值.



22. (10分) 为了维护国家主权和海洋权益, 海监部门对我领海实施常态化巡航管理. 如图, 一艘正在执行巡航任务的海监船接到固定监测点  $P$  处的值守人员报告; 在  $P$  处南偏东  $30^\circ$  方向上, 距离  $P$  处 14 海里的  $Q$  处有一可疑船只滞留, 海监船以每小时 28 海里的速度向正东方向航行, 在  $A$  处测得监测点  $P$  在其北偏东  $60^\circ$  方向上, 继续航行半小时到达了  $B$  处, 此时测得监测点  $P$  在其北偏东  $30^\circ$  方向上.

(1)  $B$ 、 $P$  两处间的距离为 \_\_\_\_\_ 海里; 如果联结图中的  $B$ 、 $Q$  两点, 那么  $\triangle BPQ$  是三角形; 如果海监船保持原航向继续航行, 那么它 \_\_\_\_\_ [填“能”或“不能”] 到达  $Q$  处;

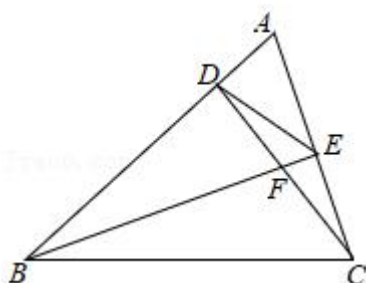
(2) 如果监测点  $P$  处周围 12 海里内有暗礁, 那么海监船继续向正东方向航行是否安全?



23. (12分) 已知: 如图,  $D$ 、 $E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB$ 、 $AC$  上的点, 且  $\angle AED = \angle ABC$ , 联结  $BE$ 、 $CD$  相交于点  $F$ .

(1) 求证:  $\angle ABE = \angle ACD$ ;

(2) 如果  $ED = EC$ , 求证:  $\frac{DF^2}{BD^2} = \frac{EF}{EB}$ .

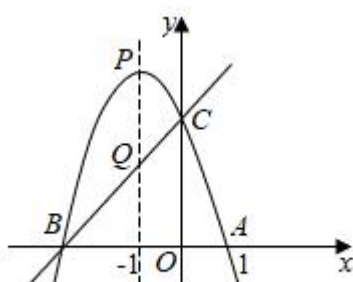
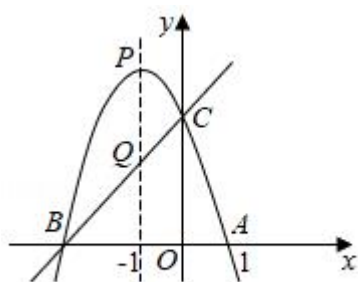


24. (12分) 如图, 已知对称轴为直线  $x = -1$  的抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C$ , 其中点  $A$  的坐标为  $(1, 0)$ .

(1) 求点  $B$  的坐标及抛物线的表达式;

(2) 记抛物线的顶点为  $P$ , 对称轴与线段  $BC$  的交点为  $Q$ , 将线段  $PQ$  绕点  $Q$ , 按顺时针方向旋转  $120^\circ$ , 请判断旋转后点  $P$  的对应点  $P'$  是否还在抛物线上, 并说明理由;

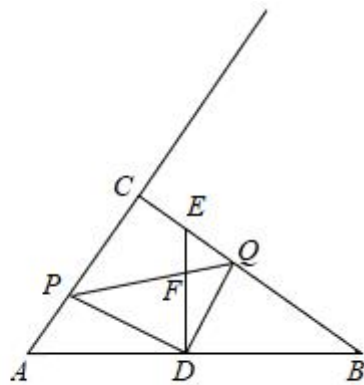
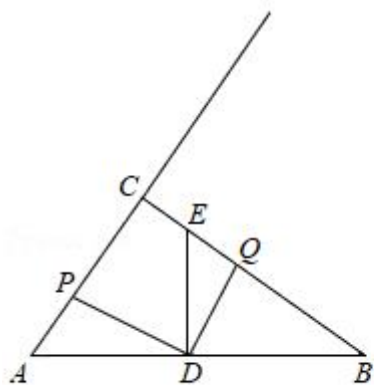
(3) 在  $x$  轴上是否存在点  $M$ , 使  $\triangle MOC$  与  $\triangle BCP$  相似? 若不存在, 请说明理由; 若存在, 请直接写出点  $M$  的坐标【不必书写求解过程】.



备用图

25. (14分) 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . 点  $D$  为斜边  $AB$  的中点,  $ED \perp AB$ , 交边  $BC$  于点  $E$ , 点  $P$  为射线  $AC$  上的动点, 点  $Q$  为边  $BC$  上的动点, 且运动过程中始终保持  $PD \perp QD$ .

- (1) 求证:  $\triangle ADP \sim \triangle EDQ$ ;
- (2) 设  $AP = x$ ,  $BQ = y$ . 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出该函数的定义域;
- (3) 联结  $PQ$ , 交线段  $ED$  于点  $F$ . 当  $\triangle PDF$  为等腰三角形时, 求线段  $AP$  的长.



备用图

## 2020-2021 学年上海市崇明区九年级（上）期末数学试卷（一模）

### 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）已知线段  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的长度满足等式  $ab = cd$ ，如果某班四位学生分别将该等式改写成了如下四个比例式，那么其中错误的是（ ）

A.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$       B.  $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$       C.  $\frac{b}{c} = \frac{d}{a}$       D.  $\frac{b}{d} = \frac{c}{a}$

【分析】根据比例的基本性质：两外项之积等于两内项之积，对选项一一分析，选出正确答案．

【解答】解：A、 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$ ，符合题意；

B、 $\frac{a}{c} = \frac{d}{b} \Rightarrow ab = cd$ ，不符合题意；

C、 $\frac{b}{c} = \frac{d}{a} \Rightarrow ab = cd$ ，不符合题意；

D、 $\frac{b}{d} = \frac{c}{a} \Rightarrow ab = cd$ ，不符合题意．

故选：A．

【点评】考查了比例线段，掌握比例的基本性质，根据比例的基本性质实现比例式和等积式的互相转换．

2.（4 分）已知点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，如果联结  $AG$ ，并延长  $AG$  交边  $BC$  于点  $D$ ，那么下列说法中错误的是（ ）

A.  $BD = CD$       B.  $AG = GD$       C.  $AG = 2GD$       D.  $BC = 2BD$

【分析】根据三角形重心的定义可判断  $AD$  为  $BC$  边上的中线，则可对  $A$ 、 $D$  选项进行判断；根据三角形重心的性质可对  $B$ 、 $C$  选项进行判断．

【解答】解：如图，

$\because$  点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，

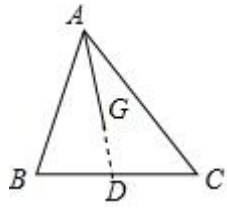
$\therefore AD$  为  $BC$  边上的中线，

$\therefore BD = CD$ ， $BC = 2BD$ ，所以  $A$ 、 $D$  选项的说法正确；

$\because$  点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，

$\therefore AG = 2GD$ ，所以  $B$  选项的说法错误， $C$  选项的说法正确．

故选：B.



【点评】本题考查了三角形的重心：三角形的重心是三角形三边中线的交点；重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1.

3. (4 分) 已知  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  都是单位向量，那么下列结论中正确的是 ( )

- A.  $\vec{a} = \vec{b}$       B.  $\vec{a} + \vec{b} = 2$       C.  $\vec{a} - \vec{b} = 0$       D.  $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 2$

【分析】根据平面向量的性质进行一一分析判断.

【解答】解：A、向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  方向相同时，该等式才成立，故本选项不符合题意.

B、当向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  方向相反时， $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ，故本选项不符合题意.

C、当向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  方向相同时， $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$ ，故本选项不符合题意.

D、由题意知， $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 2$ ，故本选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题主要考查了平面向量，注意：平面向量既有大小，又有方向.

4. (4 分) 在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果  $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，那么  $\angle A$  的正弦值为 ( )

- A.  $\frac{3}{5}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{4}{3}$

【分析】由勾股定理求出斜边，再根据锐角三角函数的定义求出答案.

【解答】解：在  $\triangle ABC$  中， $\because \angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5},$$

故选：A.

【点评】本题考查锐角三角函数的定义，勾股定理，理解锐角三角函数的意义和勾股定理是解决问题的关键.

5. (4 分) 抛物线  $y = a(x - k)^2 + k$  的顶点总在 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 直线  $y = x$  上      D. 直线  $y = -x$  上

【分析】已知抛物线解析式为顶点式，可求出顶点坐标，再确定顶点所在的直线解析式.

【解答】解： $\because$  抛物线  $y = a(x - k)^2 + k$  的顶点坐标为  $(k, k)$ ,

$\therefore$  顶点坐标满足直线  $y = x$ , 故顶点总在直线  $y = x$  上,

故选: C.

【点评】本题考查了抛物线的顶点坐标的求法以及一次函数图象上点的坐标特征, 熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

6. (4 分) 如果某正多边形的外接圆半径是其内切圆半径的  $\sqrt{2}$  倍, 那么这个正多边形的边数是 ( )

A. 3

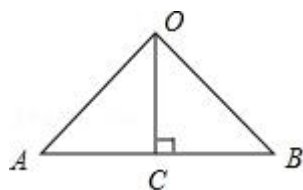
B. 4

C. 5

D. 无法确定

【分析】设  $AB$  是正多边形的一边,  $OC \perp AB$ , 在直角  $\triangle AOC$  中, 利用三角函数求得  $\angle AOC$  的度数, 从而求得中心角的度数, 然后利用 360 度除以中心角的度数, 即可求得边数.

【解答】解: 设  $AB$  是正多边形的一边,  $OC \perp AB$ ,



因为正多边形的外接圆半径是其内切圆半径的  $\sqrt{2}$  倍,

所以  $OA = \sqrt{2}OC$ ,

$$\text{即 } \frac{OC}{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

在直角  $\triangle AOC$  中,  $\sin \angle AOC = \frac{OC}{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

$$\therefore \angle AOC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\text{则正多边形边数是: } \frac{360^\circ}{90^\circ} = 4.$$

故选: B.

【点评】本题考查正多边形和圆, 解决本题的关键是掌握正多边形和圆的性质.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 已知  $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ , 则  $\frac{x-y}{y} = -\frac{2}{3}$ .

【分析】根据题意，设  $x = 5k$ ,  $y = 3k$ ，代入即可求得  $\frac{x-y}{y}$  的值.

【解答】解：由题意，设  $x = 5k$ ,  $y = 3k$ ,

$$\therefore \frac{x-y}{y} = \frac{5k-3k}{3k} = \frac{2}{3}.$$

故答案为:  $\frac{2}{3}$ .

【点评】本题考查了比例的基本性质，是基础题. 已知几个量的比值时，常用的解法是：设一个未知数，把题目中的几个量用所设的未知数表示出来，实现消元.

8. (4分) 已知线段  $AB = 6cm$ ，点  $C$  是  $AB$  的黄金分割点，且  $AC > BC$ ，那么线段  $AC$  的长为  $(3\sqrt{5}-3)cm$ .

【分析】根据黄金分割的概念得到  $AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ ，把  $AB = 6cm$  代入计算即可.

【解答】解：∵ 线段  $AB = 6cm$ ，点  $C$  是线段  $AB$  的黄金分割点， $AC > BC$ ,

$$\therefore AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 6 = (3\sqrt{5}-3)cm,$$

故答案为:  $(3\sqrt{5}-3)cm$ .

【点评】本题考查了黄金分割的概念：如果一个点把一条线段分成两条线段，并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项，那么就说这个点把这条线段黄金分割，这个点叫这条线段的黄金分割点；较长线段是整个线段的  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  倍.

9. (4分) 如果两个相似三角形的一组对应边上的高之比为  $1:4$ ，那么这两个三角形的面积比为  $1:16$ .

【分析】根据对应高的比等于相似比，相似三角形的面积比等于相似比的平方解答.

【解答】解：∵ 相似三角形对应高的比等于相似比，

∴ 两三角形的相似比为  $1:4$ ,

∴ 两三角形的面积比为  $1:16$ .

故答案为:  $1:16$ .

【点评】本题考查对相似三角形性质的理解，相似三角形对应高的比等于相似比.

10. (4分) 计算:  $2(\vec{a} - 2\vec{b}) + 3(2\vec{a} + \vec{b}) = 8\vec{a} - \vec{b}$ .

【分析】利用乘法结合律去括号，然后计算加减法.

【解答】解：原式  $= 2\vec{a} - 4\vec{b} + 6\vec{a} + 3\vec{b} = 8\vec{a} - \vec{b}$ .

故答案是:  $8\vec{a} - \vec{b}$ .

【点评】 本题主要考查了平面向量的计算，注意：实数的运算法则同样应用于平面向量的计算.

11. (4分) 如果一段斜坡的水平宽度为 12 米，坡度  $i = 1:3$ ，那么这段斜坡的铅垂高度为 4 米.

【分析】 直接利用坡度的定义进行解答即可.

【解答】 解：∵ 斜坡的坡度  $i = \frac{\text{铅垂高度}}{\text{水平宽度}} = 1:3$ ，水平宽度为 12 米，

$$\therefore \text{铅垂高度} = \frac{1}{3} \times \text{水平宽度} = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \text{ (米)},$$

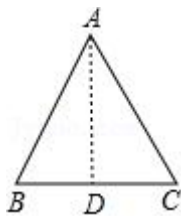
故答案为：4.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 坡度问题，熟练掌握坡度的定义是解题的关键.

12. (4分) 已知锐角  $\triangle ABC$  中， $AB = 5$ ， $BC = 7$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，那么  $\angle C =$  45 度.

【分析】 过  $A$  作  $AD \perp BC$ ，则  $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，解直角三角形求出  $AD$  和  $BD$ ，求出  $CD = AD = 4$ ，再求出答案即可.

【解答】 解：过  $A$  作  $AD \perp BC$ ，则  $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，



$$\because \sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{5}, \quad AB = 5,$$

$$\therefore AD = 4,$$

$$\text{由勾股定理得: } BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\because BC = 7,$$

$$\therefore CD = BC - BD = 7 - 3 = 4,$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle CAD = 45^\circ,$$

故答案为：45.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质和判定，三角形内角和定理，解直角三角形和勾股定理等知识点，能求出  $AD$  的长度是解此题的关键.

13. (4分) 函数  $y = 2x^2 + 4x - 5$  的图象与  $y$  轴的交点的坐标为  $(0, -5)$ .

【分析】根据题目中的函数解析式，令  $x = 0$ ，求出相应的  $y$  的值，即可解答本题.

【解答】解：  $\because y = 2x^2 + 4x - 5$ ,

$\therefore$  当  $x = 0$  时，  $y = -5$ ,

故答案为：  $(0, -5)$ .

【点评】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，知道抛物线与  $y$  轴的交点，横坐标为 0.

14. (4分) 如果将抛物线  $y = (x - 1)^2$  先向左平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，那么所得的新抛物线的解析式为  $y = (x + 1)^2 + 1$ .

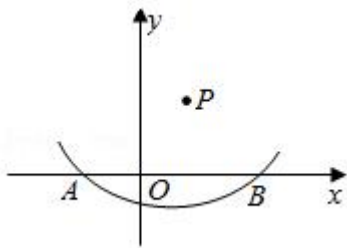
【分析】直接根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】解：将抛物线  $y = (x - 1)^2$  先向左平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，那么所得的新抛物线的解析式为：  $y = (x - 1 + 2)^2 + 1$ ，即  $y = (x + 1)^2 + 1$ .

故答案为  $y = (x + 1)^2 + 1$ .

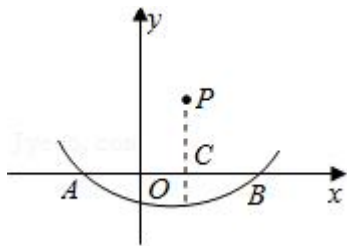
【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象几何变换的法则是解答此题的关键.

15. (4分) 如图，在直角坐标系中，以点  $P$  为圆心的弧与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点，已知点  $P$  的坐标为  $(1, y)$ ，点  $A$  的坐标为  $(-1, 0)$ ，那么点  $B$  的坐标为  $(3, 0)$ .



【分析】利用垂径定理，根据  $P$  点坐标，求出  $C$  点坐标，从而求出  $B$  点坐标.

【解答】解：  $\because P$  点坐标为  $(1, y)$ ,



$\therefore C$  点坐标为  $(1, 0)$ ,

$\therefore AC = 1 - (-1) = 2$ ,

$$\therefore BC = AC = 2,$$

$$\therefore OB = 2+1 = 3,$$

$$\therefore B(3, 0).$$

故答案为: (3, 0).

【点评】本题考查了垂径定理和坐标与图形, 知道  $AC = BC$  是解题的关键步骤.

16. (4分) 如果大小不同的两个圆外切时的圆心距为 5 厘米, 并且它们内切时的圆心距为 1 厘米, 那么其中较大圆的半径为 3 厘米.

【分析】根据两圆位置关系是内切, 则圆心距 = 两圆半径之差, 外切, 则圆心距 = 两圆半径之和, 列出方程组, 解方程组即可.

【解答】解: 设大圆半径为  $x$  厘米, 小圆的半径为  $y$  厘米,

$\therefore$  两个圆外切时的圆心距为 5 厘米, 并且它们内切时的圆心距为 1 厘米,

$$\therefore \begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases},$$

解得  $x = 3$ ,

$\therefore$  大圆半径为 3 厘米,

故答案为 3.

【点评】此题主要考查了两圆的位置关系, 用到的知识点为: 两圆内切, 圆心距 = 两圆半径之差, 外切时,  $r+R = d$ .

17. (4分) 我们约定: 如果一个四边形存在一条对角线, 使得这条对角线是四边形某两边的比例中项, 那么就称这个四边形为“闪亮四边形”, 这条对角线为“闪亮对角线,” 相关两边为“闪亮边”. 例如: 图 1 中的四边形  $ABCD$  中,  $AB = AC = AD$ , 则  $AC^2 = AB \cdot AD$ , 所以四边形  $ABCD$  是闪亮四边形,  $AC$  是闪亮对角线,  $AB$ 、 $AD$  是对应的闪亮边. 如图 2, 已知闪亮四边形  $ABCD$  中,  $AC$  是闪亮对角线,  $AD$ 、 $CD$  是对应的闪亮边, 且  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle D = 60^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 2$ , 那么线段  $AD$  的长为  $2\sqrt{5}$ .

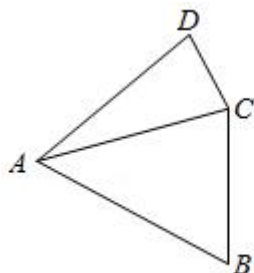


图 1

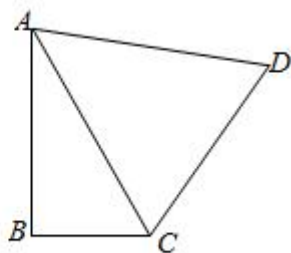


图 2

【分析】如图, 作  $CH \perp AD$  于  $H$ . 想办法证明  $\triangle ACD$  是等边三角形, 即可解决问题.

【解答】解，如图，作  $CH \perp AD$  于  $H$ 。

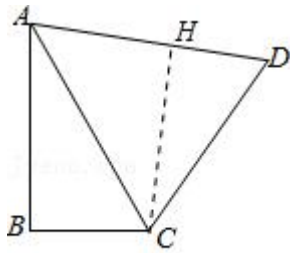


图 2

$$\because AC^2 = DA \cdot DC \text{ 时}$$

$$\because DH = CD \cdot \cos \angle D, CH = CD \cdot \sin \angle D, AH = AD - CD \cdot \cos \angle D,$$

$$\therefore AC^2 = AH^2 + CH^2 = (AD - CD \cdot \cos \angle D)^2 + (CD \cdot \sin \angle D)^2$$

$$= AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cdot \cos \angle D$$

$$= AD^2 + CD^2 - AD \cdot CD,$$

$$\because AC^2 = AD \cdot CD,$$

$$\therefore AD^2 - 2AD \cdot CD + CD^2 = 0,$$

$$\therefore (AD - CD)^2 = 0,$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\because \angle D = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ACD$  是等边三角形，

$$\therefore AD = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

故答案为：  $2\sqrt{5}$ 。

【点评】本题考查解直角三角形，等边三角形的判定和性质等知识，解题的关键是证明  $\triangle ACD$  是等边三角形，属于中考常考题型。

18. (4分) 在  $\triangle ABC$  中，  $AB = 4\sqrt{2}$ ，  $\angle B = 45^\circ$ ，  $\angle C = 60^\circ$ 。点  $D$  为线段  $AB$  的中点，点  $E$  在边  $AC$  上，连接  $DE$ ，沿直线  $DE$  将  $\triangle ADE$  折叠得到  $\triangle A'DE$ 。连接  $AA'$ ，当  $A'E \perp AC$  时，则线段  $AA'$  的长为  $2\sqrt{6}$ 。

【分析】画出相应的图形，结合图形通过作高构造直角三角形，求出  $AM = BM = 4$ ，进而求出  $AC$ ，再利用相似三角形的性质和判定求出  $AE$ ，根据对称在  $\text{Rt}\triangle AEF$  中求出  $AF$  即可。

【解答】解：如图，过点  $A$  作  $AM \perp BC$ ，垂足为  $M$ ，

在  $\text{Rt}\triangle ABM$  中，  $\angle B = 45^\circ$ ，  $AB = 4\sqrt{2}$ ，



【解答】解：原式  $= \sqrt{3} + \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{2 \times \frac{1}{2}} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 - \frac{1}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} + \frac{1}{2}.$$

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值，正确记忆相关数据是解题关键.

20. (10分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $DB = 4$ ， $AC = 8$ .

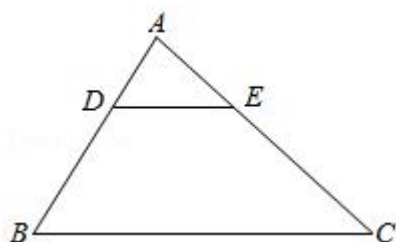
(1) 求线段 $AE$ 的长；

(2) 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ .

①请直接写出向量 $\overrightarrow{AE}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式， $\overrightarrow{AE} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}}}$ ；

②联结 $BE$ ，在图中作出向量 $\overrightarrow{BE}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

[可以不写作法，但必须写出结论]



【分析】(1) 根据平行线分线段成比例定理解决问题即可.

(2) ①利用三角形法则求出 $\overrightarrow{AC}$ ，再根据 $AE = \frac{1}{3}AC$ ，求解即可.

②利用平行四边形法则画出图形即可.

【解答】解：(1)  $\because DE \parallel BC$ ,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{2}{2+4} = \frac{AE}{8},$$

$$\therefore AE = \frac{8}{3}.$$

(2) ①  $\because \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ,

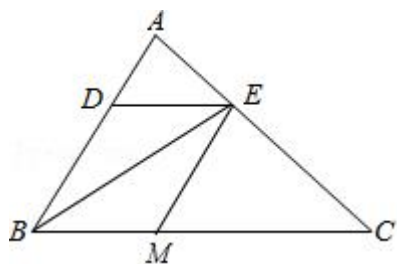
$$\therefore \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b},$$

$$\because AE = \frac{1}{3}AC,$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{a} + \frac{1}{3}\overrightarrow{b}.$$

$$\text{故答案为: } -\frac{1}{3}\overrightarrow{a} + \frac{1}{3}\overrightarrow{b}.$$

②向量 $\overrightarrow{BE}$ 分别在 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 方向上的分向量分别为 $\overrightarrow{BD}$ 、 $\overrightarrow{BM}$ ：如图所示：

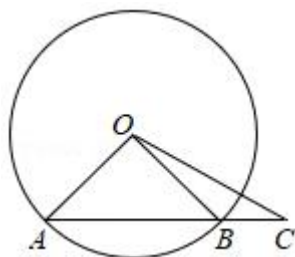


**【点评】** 本题考查作图 - 复杂作图，平面向量等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

21. (10分) 如图，已知 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$ ，在 $\odot O$ 中， $OA$ 、 $OB$ 是圆的半径，且 $OA \perp OB$ ，点 $C$ 在线段 $AB$ 的延长线上，且 $OC = AB$ ．

(1) 求线段 $BC$ 的长；

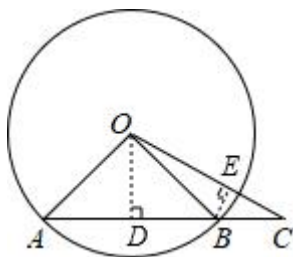
(2) 求 $\angle BOC$ 的正弦值．



**【分析】** (1) 过点 $O$ 作 $OD \perp AB$ 于点 $D$ ，根据已知条件可得 $\angle C = 30^\circ$ ，进而可得结论；

(2) 过点 $B$ 作 $BE \perp OC$ 于点 $E$ ，根据锐角三角函数定义即可求出结果．

**【解答】** 解：(1) 如图，过点 $O$ 作 $OD \perp AB$ 于点 $D$ ，



$$\because OA = OB, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = OC = 2, OD = BD = 1,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = \sqrt{3},$$

$$\therefore BC = \sqrt{3} - 1;$$

(2) 如图, 过点  $B$  作  $BE \perp OC$  于点  $E$ ,

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC,$$

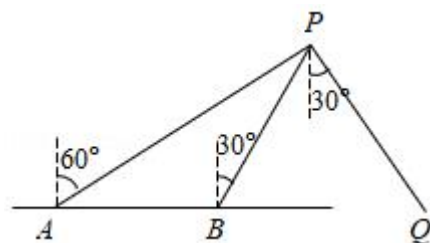
$$\therefore \sin \angle BOC = \frac{BE}{OB} = \frac{\frac{1}{2}BC}{OB} = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

**【点评】** 本题考查了垂径定理, 解直角三角形, 解决本题的关键是掌握垂径定理, 解直角三角形.

22. (10 分) 为了维护国家主权和海洋权益, 海监部门对我领海实施常态化巡航管理. 如图, 一艘正在执行巡航任务的海监船接到固定监测点  $P$  处的值守人员报告; 在  $P$  处南偏东  $30^\circ$  方向上, 距离  $P$  处 14 海里的  $Q$  处有一可疑船只滞留, 海监船以每小时 28 海里的速度向正东方向航行, 在  $A$  处测得监测点  $P$  在其北偏东  $60^\circ$  方向上, 继续航行半小时到达了  $B$  处, 此时测得监测点  $P$  在其北偏东  $30^\circ$  方向上.

(1)  $B$ 、 $P$  两处间的距离为 14 海里; 如果联结图中的  $B$ 、 $Q$  两点, 那么  $\triangle BPQ$  是 等边 三角形; 如果海监船保持原航向继续航行, 那么它 能 [填“能”或“不能”] 到达  $Q$  处;

(2) 如果监测点  $P$  处周围 12 海里内有暗礁, 那么海监船继续向正东方向航行是否安全?



**【分析】** (1) 先由题意得  $AB = 14$  (海里),  $\angle PAB = 30^\circ$ ,  $\angle ABP = 120^\circ$ , 再由三角形内角和定理得  $\angle APB = 30^\circ = \angle PAB$ , 则  $PB = AB = 14$  (海里), 然后证  $\triangle BPQ$  是等边三角形, 进而得  $A$ 、 $B$ 、 $Q$  三点共线, 即可得出结论

(2) 过点  $P$  作  $PH \perp AB$  于  $H$ , 由 (1) 得  $\angle PBH = 60^\circ$ , 再求出  $PH = 7\sqrt{3}$ , 然后由  $7\sqrt{3} > 12$  即可得出结论.

【解答】解：（1）如图 1 所示：

由题意得：  $AB = 28 \times \frac{1}{2} = 14$ （海里），  $\angle PAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，  $\angle ABP = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle APB = 180^\circ - \angle PAB - \angle ABP = 30^\circ$ ，  $\therefore \angle APB = \angle PAB$ ，

$\therefore PB = AB = 14$ （海里），

$\because BC \parallel PD$ ，

$\therefore \angle BPD = \angle PBC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BPQ = \angle BPD + \angle QPD = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore PQ = PB = 14$ ，

$\therefore \triangle BPQ$  是等边三角形，

$\therefore \angle PBQ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle PBQ + \angle ABP = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ ，

$\therefore A、B、Q$  三点共线，

$\therefore$  如果海监船保持原航向继续航行，那么它到达  $Q$  处，

故答案为：14，等边，能；

（2）过点  $P$  作  $PH \perp AB$  于  $H$ ，如图 2 所示：

由（1）得：  $\angle PBH = 60^\circ$ ，

在  $\text{Rt}\triangle BHP$  中，  $PH = \sin 60^\circ \times PB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 14 = 7\sqrt{3}$ ，

$\because 7\sqrt{3} > 12$ ，

$\therefore$  海监船继续向正东方向航行是安全的．

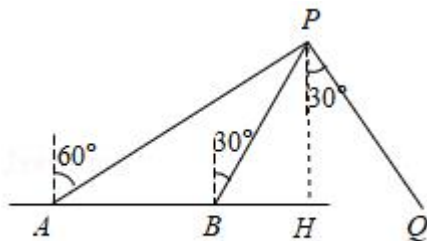


图 2

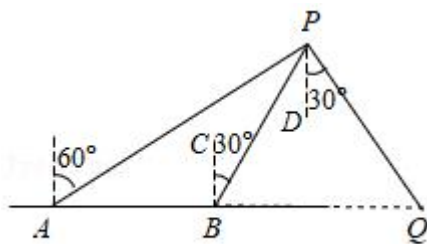


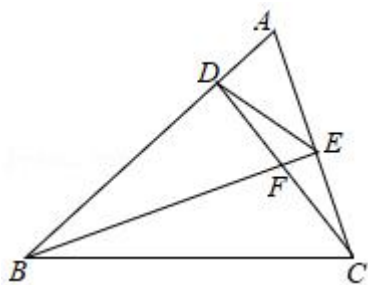
图 1

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 - 方向角问题、等边三角形的判定与性质等知识，熟练掌握锐角三角函数的概念和等边三角形的判定与性质是解题的关键。

23. (12 分) 已知：如图， $D$ 、 $E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB$ 、 $AC$  上的点，且  $\angle AED = \angle ABC$ ，联结  $BE$ 、 $CD$  相交于点  $F$ 。

(1) 求证： $\angle ABE = \angle ACD$ ；

(2) 如果  $ED = EC$ ，求证： $\frac{DF^2}{BD^2} = \frac{EF}{EB}$ 。



【分析】 (1) 根据已知条件证明  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，可得  $\frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC}$ ，根据  $\angle A = \angle A$ ，证明  $\triangle ADC \sim \triangle AEB$ ，即可得结论；

(2) 根据已知条件证明  $\triangle EDF \sim \triangle EBD$ ，可得  $\frac{DF}{BD} = \frac{EF}{DE} = \frac{DE}{BE}$ ，进而可得结论。

【解答】 (1) 证明：  $\because \angle AED = \angle ABC$ ，  $\angle A = \angle A$ ，

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC},$$

$\because \angle A = \angle A$ ，

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle AEB$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle ACD$ ；

(2) 证明：  $\because ED = EC$ ，

$\therefore \angle EDC = \angle ECD$ ，

$\therefore \angle EDC = \angle EBD$ ，

$$\because \angle DEF = \angle DEB,$$

$$\therefore \triangle EDF \sim \triangle EBD,$$

$$\therefore \frac{DF}{BD} = \frac{EF}{DE} = \frac{DE}{BE},$$

$$\left(\frac{DF}{BD}\right)^2 = \frac{EF}{DE} \cdot \frac{DE}{BE},$$

$$\therefore \frac{DF^2}{BD^2} = \frac{EF}{EB}.$$

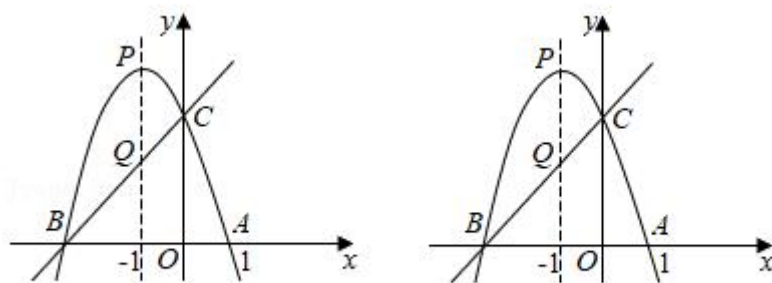
**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质，熟练运用相似三角形的判定和性质是解题的关键.

24. (12分) 如图，已知对称轴为直线  $x = -1$  的抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点，与  $y$  轴交于点  $C$ ，其中点  $A$  的坐标为  $(1, 0)$ .

(1) 求点  $B$  的坐标及抛物线的表达式；

(2) 记抛物线的顶点为  $P$ ，对称轴与线段  $BC$  的交点为  $Q$ ，将线段  $PQ$  绕点  $Q$ ，按顺时针方向旋转  $120^\circ$ ，请判断旋转后点  $P$  的对应点  $P'$  是否还在抛物线上，并说明理由；

(3) 在  $x$  轴上是否存在点  $M$ ，使  $\triangle MOC$  与  $\triangle BCP$  相似？若不存在，请说明理由；若存在，请直接写出点  $M$  的坐标【不必书写求解过程】.



备用图

**【分析】** (1) 构建方程组求解即可.

(2) 如图 1 中，过点  $P'$  作  $P'H \perp PQ$  于  $H$ . 求出点  $P'$  的坐标，即可判断.

(3) 首先证明  $\angle PCB = 90^\circ$ ，由  $PC:BC = 1:3$ ，推出  $OM:OC = 1:3$  或  $OC:OM = 1:3$ ，推出  $OM = 1$  或  $9$ ，由此即可解决问题.

**【解答】** 解：(1) 由题意，
$$\begin{cases} a+b+3=0 \\ -\frac{b}{2a}=-1 \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$$

$\therefore$  抛物线的解析式  $y = -x^2 - 2x + 3$ ,

令  $y = 0$ ，则  $-x^2 - 2x + 3 = 0$ ，解得  $x = 1$  或  $-3$ ，

$\therefore B(-3, 0)$ 。

(2) 点  $P'$  在抛物线上，

理由：如图 1 中，过点  $P'$  作  $P'H \perp PQ$  于  $H$ 。

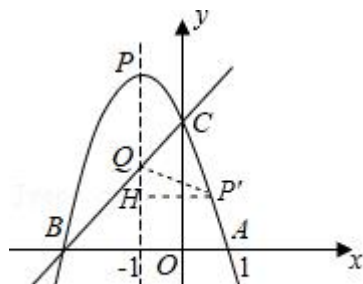


图1

$$\because y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4,$$

$\therefore$  顶点  $P(-1, 4)$ ，

$\because B(-3, 0), C(0, 3)$ ，

$\therefore$  直线  $BC$  的解析式为  $y = x + 3$ ，

$\because PQ \parallel y$  轴，

$\therefore Q(-1, 2)$ ，

$\therefore PQ = 2$ ，

在  $\text{Rt}\triangle P'QH$  中， $\angle P'HQ = 90^\circ$ ， $\angle P'QH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ， $P'Q = PQ = 2$ ，

$$\therefore PH = P'Q \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}, PH = P'Q \cdot \cos 60^\circ = 1,$$

$\therefore P'(\sqrt{3} - 1, 1)$ ，

$$\text{当 } x = \sqrt{3} - 1 \text{ 时, } y = -(\sqrt{3} - 1)^2 - 2(\sqrt{3} - 1) + 3 = 1,$$

$\therefore$  点  $P'$  在抛物线上。

(3) 存在。如图 2 中，连接  $PB, PC$ 。

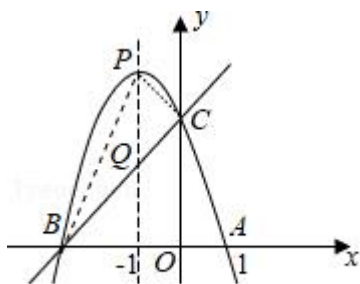


图2

$$\therefore B(-3, 0), P(-1, 4), C(0, 3),$$

$$\therefore BC = 3\sqrt{2}, PC = \sqrt{2}, PB = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore PB^2 = PC^2 + CB^2,$$

$$\therefore \angle PCB = 90^\circ, PC:BC = \sqrt{2}:3\sqrt{2} = 1:3,$$

当  $MO:OC = 1:3$  或  $OC:MO = 1:3$  时,  $\triangle COM$  与  $\triangle BCP$  相似,

$$\therefore OM = 1 \text{ 或 } 9,$$

$\therefore$  满足条件的点  $M$  的坐标为  $(1, 0)$  或  $(-1, 0)$  或  $(9, 0)$  或  $(-9, 0)$ .

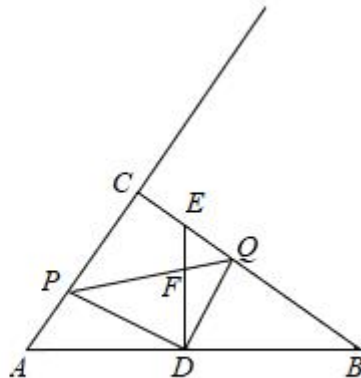
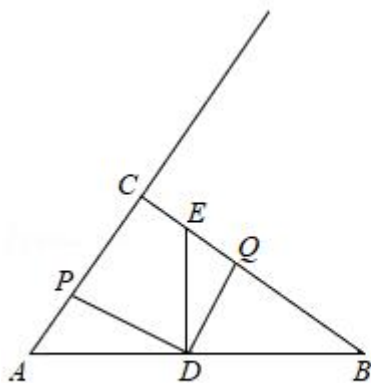
**【点评】** 本题属于二次函数综合题, 考查了二次函数的性质, 一次函数的性质, 相似三角形的判定和性质, 解直角三角形等知识, 解题的关键是学会利用参数构建方程组解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考压轴题.

25. (14分) 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . 点  $D$  为斜边  $AB$  的中点,  $ED \perp AB$ , 交边  $BC$  于点  $E$ , 点  $P$  为射线  $AC$  上的动点, 点  $Q$  为边  $BC$  上的动点, 且运动过程中始终保持  $PD \perp QD$ .

(1) 求证:  $\triangle ADP \sim \triangle EDQ$ ;

(2) 设  $AP = x$ ,  $BQ = y$ . 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出该函数的定义域;

(3) 联结  $PQ$ , 交线段  $ED$  于点  $F$ . 当  $\triangle PDF$  为等腰三角形时, 求线段  $AP$  的长.



备用图

**【分析】** (1) 证  $\angle A = \angle DEQ$ ,  $\angle EDQ = \angle ADP$ , 即可得出  $\triangle ADP \sim \triangle EDQ$ ;

(2) 证  $\triangle EDB \sim \triangle ACB$ , 求出  $ED = \frac{15}{4}$ ,  $EB = \frac{25}{4}$ , 由 (1) 得:  $\triangle ADP \sim \triangle EDQ$ , 得  $\frac{AP}{EQ} = \frac{AD}{ED}$ , 解得:  $EQ = \frac{3}{4}x$ , 进而得出结论;

(3) 证  $\tan \angle QPD = \frac{DQ}{DP} = \frac{ED}{AD} = \frac{ED}{BD} = \tan B$ , 得  $\angle QPD = \angle B$ , 再证  $\triangle PDF \sim \triangle BDQ$ , 得  $\triangle PDF$  为等腰三角形时,  $\triangle BDQ$  也为等腰三角形, 再分三种情况: ①若  $DQ = BQ$ , ②  $BQ = BD$ , ③  $DQ = DB$ , 分别求解即可.

【解答】(1) 证明:  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\because ED \perp AB,$$

$$\therefore \angle EDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEQ + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle DEQ,$$

$$\text{又} \because PD \perp QD,$$

$$\therefore \angle PDQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDQ + \angle PDE = \angle ADP + \angle PDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDQ = \angle ADP,$$

$$\therefore \triangle ADP \sim \triangle EDQ;$$

$$(2) \text{解: } \because \angle ACB = 90^\circ, AC = 6, BC = 8,$$

$$\therefore AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\because \text{点 } D \text{ 为斜边 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = 5,$$

$$\because \angle EDB = \angle ACB = 90^\circ, \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle EDB \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{ED}{AC} = \frac{EB}{AB} = \frac{BD}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{ED}{6} = \frac{EB}{10} = \frac{5}{8},$$

$$\text{解得: } ED = \frac{15}{4}, EB = \frac{25}{4},$$

$$\text{由 (1) 得: } \triangle ADP \sim \triangle EDQ,$$

$$\therefore \frac{AP}{EQ} = \frac{AD}{ED},$$

$$\text{即 } \frac{x}{EQ} = \frac{5}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{3},$$

$$\text{解得: } EQ = \frac{3}{4}x,$$

$$\therefore BQ = BE - EQ = \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x,$$

$$\text{即 } y = \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x,$$

$$\because AP \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 0,$$

$$\because BQ \geq 0,$$

$$\therefore \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x \geq 0,$$

$$\therefore x \leq \frac{25}{3},$$

$$\therefore y = \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x \quad (0 \leq x \leq \frac{25}{3});$$

(3) 解: 由(1)得:  $\triangle ADP \sim \triangle EDQ$ ,

$$\therefore \frac{EQ}{AP} = \frac{ED}{AD} = \frac{ED}{BD},$$

$$\because PD \perp QD,$$

$$\therefore \angle PDQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle QPD = \frac{DQ}{DP} = \frac{ED}{AD} = \frac{ED}{BD} = \tan B,$$

$$\therefore \angle QPD = \angle B,$$

$$\text{又 } \because \angle PDQ = \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PDF = \angle BDQ,$$

$$\therefore \triangle PDF \sim \triangle BDQ,$$

$\therefore \triangle PDF$  为等腰三角形时,  $\triangle BDQ$  也为等腰三角形,

①若  $DQ = BQ$ , 过  $Q$  作  $QG \perp BD$  于  $G$ , 如图所示:

$$\text{则 } DG = BG = \frac{1}{2}BD = \frac{5}{2},$$

$$\because \cos B = \frac{BG}{BQ} = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{\frac{5}{2}}{\frac{25}{4} - \frac{3}{4}x} = \frac{4}{5},$$

$$\text{解得: } x = \frac{25}{6},$$

$$\text{即 } AP = \frac{25}{6};$$

$$\text{②若 } BQ = BD, \text{ 则 } \frac{25}{4} - \frac{3}{4}x = 5,$$

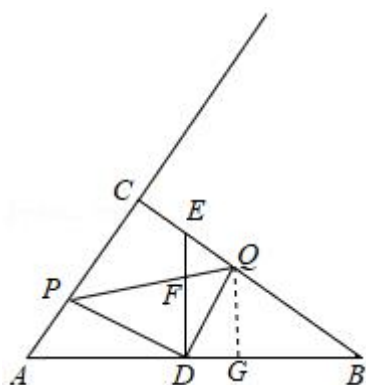
$$\text{解得: } x = \frac{5}{3},$$

$$\text{即 } AP = \frac{5}{3};$$

$$\text{③若 } DQ = DB, \text{ 则 } \angle B = \angle DQB,$$

$\because \angle B + \angle DQB + \angle BDQ = 2\angle B + \angle BDQ < 180^\circ$ , 此种情况舍去;

综上所述, 当 $\triangle PDF$ 为等腰三角形时, 线段 $AP$ 的长为 $\frac{25}{6}$ 或 $\frac{5}{3}$ .



**【点评】** 本题是三角形综合题目, 考查了相似三角形的判定与性质、直角三角形的性质、等腰三角形的性质、勾股定理、锐角三角函数定义等知识; 本题综合性强, 熟练掌握等腰三角形和直角三角形的性质, 证明三角形相似是解题的关键, 属于中考常考题型.