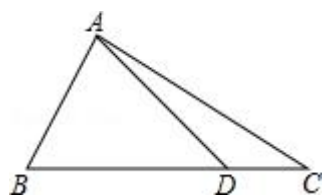


2014 年上海市虹口区中考数学二模试卷

一、选择题

1. (3 分) 下列实数中, 无理数是 ()
- A. 0 B. $-\sqrt{9}$ C. $\frac{15}{7}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. (3 分) 下列运算中, 正确的是 ()
- A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
- C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $5a - 2a = 3$
3. (3 分) 关于 x 一元二次方程中有两个相等的实数根的方程是 ()
- A. $x^2 - 1 = 0$ B. $x^2 + 2x + 1 = 0$ C. $x^2 + 2x + 3 = 0$ D. $x^2 + 2x - 3 = 0$
4. (3 分) “上海地区明天降水概率是 15%”, 下列说法中, 正确的是 ()
- A. 上海地区明天降水的可能性较小
- B. 上海地区明天将有 15% 的时间降水
- C. 上海地区明天将有 15% 的地区降水
- D. 上海地区明天肯定不降水
5. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上一点, $BD = 2DC$, $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 ()



- A. $\frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b}$ B. $\frac{2}{3}\vec{b} - \vec{a}$ C. $\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}$ D. $\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$
6. (3 分) 下列命题中, 真命题是 ()
- A. 没有公共点的两圆叫两圆外离
- B. 相交两圆的交点关于这两个圆的连心线对称
- C. 联结相切两圆圆心的线段必经过切点
- D. 内含两圆的圆心距大于零

二、填空题

7. (3 分) 计算: $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (3分) 分解因式: $x^2 - 4(x - 1) =$ _____.

9. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x > 6 \\ -x+2 > 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

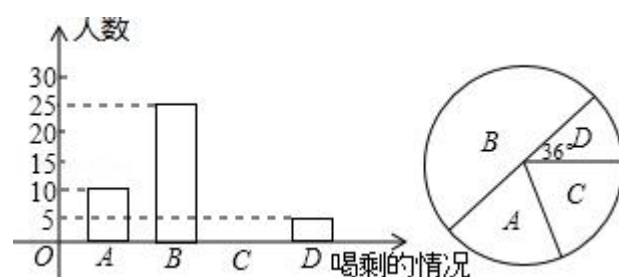
10. (3分) 方程 $(x+2)\sqrt{x-4}=0$ 的根是_____.

11. (3分) 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象交 y 轴于正半轴, 且 y 随 x 的增大而减小, 请写出符合上述条件的一个解析式: _____.

12. (3分) 已知点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 在双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 上, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 则 y_1 _____ y_2 (用 “>” 或 “<” 或 “=” 号表示).

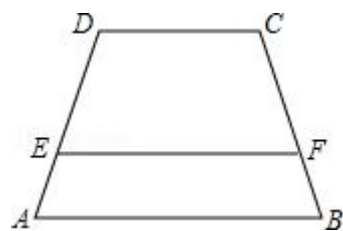
13. (3分) 如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 3 个单位, 那么所得新抛物线的解析式是_____.

14. (3分) 对某次会议所用矿泉水的浪费情况进行调查, 会议中每人发一瓶 500 毫升的矿泉水, 会后对所发矿泉水喝的情况进行统计, 分为四种情况: A. 全部喝完; B. 喝剩约 $\frac{1}{3}$; C. 喝剩约一半; D. 开瓶但基本未喝. 根据统计结果绘制如下的两个统计图 (不完整), 则情况 “C” 所在扇形的圆心角度数为_____.



15. (3分) 边长为 a 的正六边形的边心距是_____.

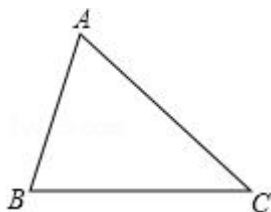
16. (3分) 如图, $AB \parallel EF \parallel DC$, $DE = 2AE$, $CF = 2BF$, 且 $DC = 5$, $AB = 8$, 则 $EF =$ _____.



17. (3分) 如果三角形有一边上的中线长恰好等于这边的长, 那么称这个三角形为 “好玩三角形”, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是 “好玩三

角形”，则 $\tan A =$ _____.

18. (3分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $BC = 6$, $\angle ACB = 45^\circ$ (如图), 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C'$ (顶点 A 、 C 分别与 A' 、 C' 对应), 当点 C 在线段 CA' 的延长线上时, 则 AC' 的长度为_____.



三、解答题

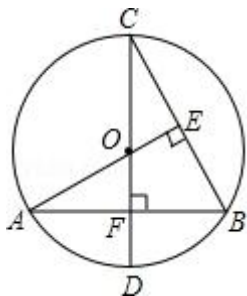
19. 先化简, 再求值: $\frac{x^2-2x}{x^2-1} \div (x-1-\frac{2x-1}{x+1})$, 其中 $x=\sqrt{2}+1$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 \\ 2x+y=5 \end{cases}$$

21. 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$, 垂足为点 F , $AO \perp BC$, 垂足为 E , $BC=2\sqrt{3}$,

(1) 求 AB 的长;

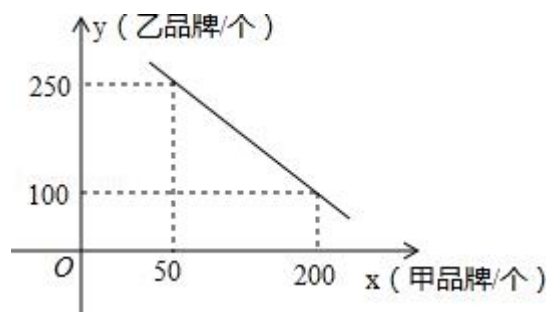
(2) 求 $\odot O$ 的半径.



22. 某文具店店主到批发中心选购甲、乙两种品牌的文具盒, 预计购进乙品牌文具盒的数量 y (个) 与甲品牌文具盒的数量 x (个) 之间的函数关系如图.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式 (不必写出自变量 x 的取值范围);

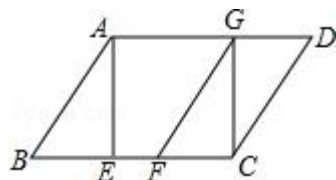
(2) 该店主用 3000 元选购了甲品牌的文具盒, 用同样的钱选购乙品牌的文具盒. 乙品牌文具盒的单价比甲品牌的单价贵 15 元, 求所选购的甲、乙文具盒的数量.



23. 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中， AE 是 BC 边上的高，将 $\triangle ABE$ 沿 BC 方向平移，使点 E 与点 C 重合，得 $\triangle GFC$ 。

(1) 求证： $BE = DG$ ；

(2) 若 $\angle BCD = 120^\circ$ ，当 AB 与 BC 满足什么数量关系时，四边形 $ABFG$ 是菱形？证明你的结论。

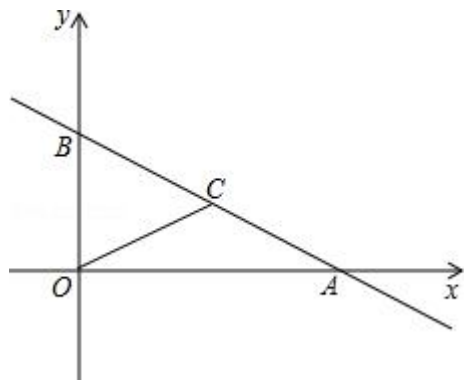


24. 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = \frac{2}{3}mx - 4m$ 与 x 轴、 y 轴分别交点 A 、 B ，点 C 在线段 AB 上，且 $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle AOC}$ 。

(1) 求点 C 的坐标（用含有 m 的代数式表示）；

(2) 将 $\triangle AOC$ 沿 x 轴翻折，当点 C 的对应点 C' 恰好落在抛物线 $y = \frac{\sqrt{3}}{18}x^2 + \frac{2}{3}mx + m$ 上时，求该抛物线的表达式；

(3) 设点 M 为 (2) 中所求抛物线上一点，当以 A 、 O 、 C 、 M 为顶点的四边形为平行四边形时，请直接写出所有满足条件的点 M 的坐标。



25. 如图，扇形 OAB 的半径为 4，圆心角 $\angle AOB = 90^\circ$ ，点 C 是 $\widehat{AB}$ 上异于点 A 、 B 的一动点，过点 C 作 $CD \perp OB$ 于点 D ，作 $CE \perp OA$ 于点 E ，联结 DE ，过 O

点作 $OF \perp DE$ 于点 F ，点 M 为线段 OD 上一动点，联结 MF ，过点 F 作 $NF \perp MF$ ，交 OA 于点 N 。

- (1) 当 $\tan \angle MOF = \frac{1}{3}$ 时，求 $\frac{OM}{NE}$ 的值；
- (2) 设 $OM = x$ ， $ON = y$ ，当 $\frac{OM}{OD} = \frac{1}{2}$ 时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；
- (3) 在 (2) 的条件下，联结 CF ，当 $\triangle ECF$ 与 $\triangle OFN$ 相似时，求 OD 的长。

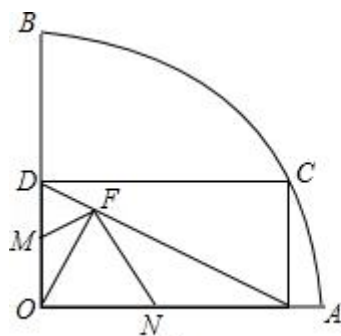
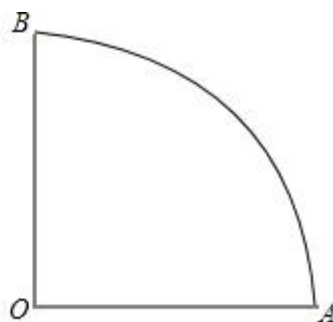


图1



备用图

2014 年上海市虹口区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. (3 分) 下列实数中, 无理数是 ()

A. 0

B. $-\sqrt{9}$

C. $\frac{15}{7}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】26: 无理数.

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解: A、是有理数, 选项错误;

B、 $-\sqrt{9} = -3$, 是有理数, 选项错误;

C、是分数, 是有理数, 选项错误;

D、是无理数, 选项正确.

故选: D.

【点评】此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及像 $0.1010010001\cdots$, 等有这样规律的数.

2. (3 分) 下列运算中, 正确的是 ()

A. $(a+b)^2 = a^2+b^2$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

C. $(a^2)^3 = a^6$

D. $5a - 2a = 3$

【考点】35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方; 4C: 完全平方公式.

【专题】11: 计算题.

【分析】A、原式利用完全平方公式展开得到结果, 即可做出判断;

B、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果, 即可做出判断;

C、原式利用幂的乘方运算法则计算得到结果, 即可做出判断;

D、原式合并同类项得到结果, 即可做出判断.

【解答】解: A、 $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$, 错误;

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 错误;

C、 $(a^2)^3 = a^6$ ，正确；

D、 $5a - 2a = 3a$ ，错误，

故选：C.

【点评】此题考查了完全平方公式，合并同类项，同底数幂的乘法，以及幂的乘方及积的乘方，熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

3. (3分) 关于 x 一元二次方程中有两个相等的实数根的方程是()

A. $x^2 - 1 = 0$ B. $x^2 + 2x + 1 = 0$ C. $x^2 + 2x + 3 = 0$ D. $x^2 + 2x - 3 = 0$

【考点】AA：根的判别式.

【专题】16：压轴题.

【分析】判断上述方程的根的情况，只要看根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值的符号就可以了. 有两个相等实数根的一元二次方程就是判别式的值是0的一元二次方程.

【解答】解：A、 $\Delta = -4 \times (-1) = 4 > 0$ ，该方程有两个不相等的实数根. 故本选项不符合题意；

B、 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ，该方程有两个相等的实数根. 故本选项符合题意；

C、 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 3 = -8 < 0$ ，该方程没有实数根. 故本选项不符合题意；

D、 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16 > 0$ ，该方程有两个不相等的实数根. 故本选项不符合题意；

故选：B.

【点评】此题主要考查了根的判别式. 总结：一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

4. (3分) “上海地区明天降水概率是15%”，下列说法中，正确的是()

- A. 上海地区明天降水的可能性较小
- B. 上海地区明天将有15%的时间降水
- C. 上海地区明天将有15%的地区降水
- D. 上海地区明天肯定不降水

【考点】X3：概率的意义.

【分析】明天降水概率是15%”，即明天降水的可能性比较小，属于不确定事件，

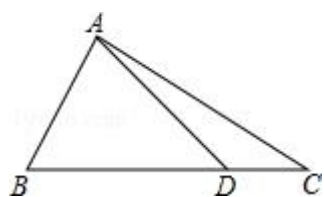
进而得出结论.

【解答】解：由分析知：本市明天降水概率是 15%”，即明天降水的可能性比较小.

故选：A.

【点评】本题考查概率的意义，随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件. 概率表示随机事件发生的可能性的.

5. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 BC 上一点， $BD = 2DC$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 ()



A. $\frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b}$

B. $\frac{2}{3}\vec{b} - \vec{a}$

C. $\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}$

D. $\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由 $BD = 2DC$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ，可求得 $\overrightarrow{DC}$ ，又由三角形法则，即可求得 $\overrightarrow{AD}$.

【解答】解： $\because \overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ， $BD = 2DC$ ，

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\vec{a},$$

$$\because \overrightarrow{AC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DC} = \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}.$$

故选：C.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大，注意掌握三角形法则的应用，注意掌握数形结合思想的应用.

6. (3 分) 下列命题中，真命题是 ()

A. 没有公共点的两圆叫两圆外离

B. 相交两圆的交点关于这两个圆的连心线对称

C. 联结相切两圆圆心的线段必经过切点

D. 内含两圆的圆心距大于零

【考点】 O1: 命题与定理.

【分析】 根据两圆的位置关系对 A 进行判断; 根据相交两圆的性质对 B 进行判断; 根据两圆内切的性质对 C 进行判断; 利用同心圆对 D 进行判断.

【解答】 解: A 、没有公共点的两圆叫两圆外离或内含, 所以 A 选项错误;

B 、相交两圆的交点关于这两个圆的连心线对称, 所以 B 选项正确;

C 、联结相切两圆圆心的直线必经过切点, 所以 C 选项错误;

D 、内含两圆的圆心距可以等于 0 (即同心圆), 所以 D 选项错误.

故选: B .

【点评】 本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果…那么…”形式; 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.

二、填空题

7. (3 分) 计算: $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \underline{2}$.

【考点】 75: 二次根式的乘除法.

【分析】 根据二次根式的除法法则求解.

【解答】 解: $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$.

故答案为: 2.

【点评】 本题考查了二次根式的除法, 掌握二次根式的除法法则是解答本题的关键.

8. (3 分) 分解因式: $x^2 - 4(x - 1) = \underline{(x - 2)^2}$.

【考点】 54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】 直接利用完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 分解即可.

【解答】 解: $x^2 - 4(x - 1)$

$$= x^2 - 4x + 4$$

$$= (x - 2)^2.$$

故答案为: $(x - 2)^2$.

【点评】 此题主要考查了用公式法进行因式分解的能力, 要会熟练运用完全平方公式分解因式.

9. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x > 6 \\ -x+2 > 0 \end{cases}$ 的解集是 无解.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【专题】11: 计算题.

【分析】分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x > 6 \textcircled{1} \\ -x+2 > 0 \textcircled{2} \end{cases}$,

由①得: $x > 3$,

由②得: $x < 2$,

则不等式组无解.

故答案为: 无解

【点评】此题考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握不等式组取解集的方法是解本题的关键.

10. (3分) 方程 $(x+2)\sqrt{x-4}=0$ 的根是 $x=4$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】由方程 $(x+2)\sqrt{x-4}=0$ 可得 $x+2=0$, $x-4=0$ 且 $x-4 \geq 0$, 由此求出 x , 进一步确定 x 的数值即可.

【解答】解: $\because (x+2)\sqrt{x-4}=0$,

$\therefore x+2=0$, $x-4=0$ 且 $x-4 \geq 0$,

解得 $x=-2$, $x=4$ 且 $x \geq 4$,

$\therefore x=4$.

故答案为: $x=4$.

【点评】此题考查解无理方程, 注意被开方数必须大于或等于 0, 求此类方程的解必须满足这一条件.

11. (3分) 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象交 y 轴于正半轴, 且 y 随 x 的增大而减小, 请写出符合上述条件的一个解析式: 例如 $y=-2x+3$, (答案不唯一, $k < 0$ 且 $b > 0$ 即可).

【考点】F5: 一次函数的性质.

【专题】26: 开放型.

【分析】 根据一次函数图象的性质解答.

【解答】 解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象交 y 轴于正半轴,

$$\therefore b > 0,$$

$\because y$ 随 x 的增大而减小,

$$\therefore k < 0,$$

例如 $y = -2x + 3$ (答案不唯一, $k < 0$ 且 $b > 0$ 即可).

故答案为: $y = -2x + 3$ (答案不唯一, $k < 0$ 且 $b > 0$ 即可).

【点评】 本题是开放型题目, 主要考查一次函数图象的性质, 只要符合要求即可.

12. (3 分) 已知点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 若 $x_1 < x_2 < 0$,

则 y_1 > y_2 (用 “>” 或 “<” 或 “=” 号表示).

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $x_1 \cdot y_1 = 3$, $x_2 \cdot y_2 = 3$, 然后利用 $x_1 < x_2 < 0$ 判断 y_1 与 y_2 的大小.

【解答】 解: $\because P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上,

$$\therefore x_1 \cdot y_1 = 3, \quad x_2 \cdot y_2 = 3,$$

$$\because x_1 < x_2 < 0,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故答案为 >.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$.

13. (3 分) 如果将抛物线 $y = x^2 + 2$ 向下平移 3 个单位, 那么所得新抛物线的解析式是 $y = x^2 - 1$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 根据向下平移, 纵坐标相减, 即可得到答案.

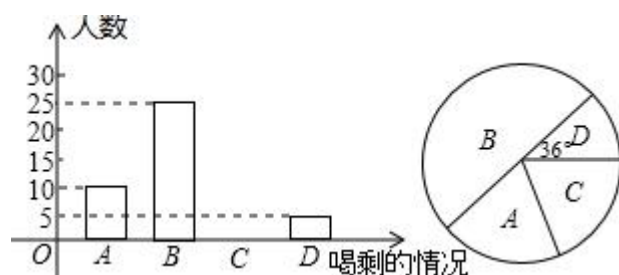
【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = x^2 + 2$ 向下平移 3 个单位,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 + 2 - 3$, 即 $y = x^2 - 1$.

故答案为： $y = x^2 - 1$ ．

【点评】 本题考查了二次函数的图象与几何变换，向下平移 $|a|$ 个单位长度纵坐标要减 $|a|$ ．

14. (3分) 对某次会议所用矿泉水的浪费情况进行调查，会议中每人发一瓶 500 毫升的矿泉水，会后对所发矿泉水喝的情况进行统计，分为四种情况： A ．全部喝完； B ．喝剩约 $\frac{1}{3}$ ； C ．喝剩约一半； D ．开瓶但基本未喝．根据统计结果绘制如下的两个统计图（不完整），则情况“ C ”所在扇形的圆心角度数为 72° ．



【考点】 VB：扇形统计图；VC：条形统计图．

【专题】 11：计算题．

【分析】 由 D 的数量除以占的百分比得到调查的总人数，进而求出 C 占的百分比，乘以 360 即可得到结果．

【解答】 解：根据题意得： $5 \div \frac{36}{360} = 10 + 25 + 5 = 10$ ，

$$\frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ ,$$

则情况“ C ”所在扇形的圆心角度数为 72° ．

故答案为： 72°

【点评】 此题考查了条形统计图，以及扇形统计图，弄清题意是解本题的关键．

15. (3分) 边长为 a 的正六边形的边心距是 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ．

【考点】 MM：正多边形和圆．

【分析】 连接 OA 、 OB ，根据正六边形的性质求出 $\angle AOB$ ，得出等边三角形 OAB ，求出 OA 、 AM 的长，根据勾股定理求出即可．

【解答】 解：连接 OA 、 OB 、 OC 、 OD 、 OE 、 OF ，

$\because$ 正六边形 $ABCDEF$ ，

$$\therefore \angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle AOF,$$

$$\therefore \angle AOB = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ, \quad OA = OB,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

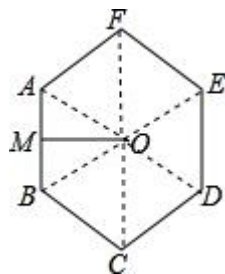
$$\therefore OA = OB = AB = a,$$

$$\therefore OM \perp AB,$$

$$\therefore AM = BM = \frac{1}{2}a,$$

$$\text{在 } \triangle OAM \text{ 中, 由勾股定理得: } OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

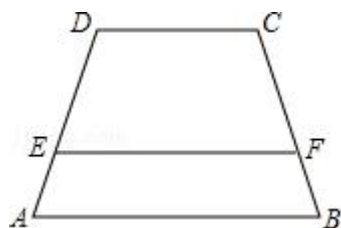
故答案为: $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.



【点评】 本题主要考查对正多边形与圆，勾股定理，等边三角形的性质和判定等知识点的理解和掌握，能求出 OA 、 AM 的长是解此题的关键．

16. (3分) 如图, $AB \parallel EF \parallel DC$, $DE = 2AE$, $CF = 2BF$, 且 $DC = 5$, $AB = 8$, 则

$$EF = \underline{7}.$$



【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【分析】 延长 AD 、 BC 交于 G , 根据平行线分线段成比例可得 $GD:GA = 5:8$, 进一步得到 $DC:EF = 5:7$, 依此即可求解.

【解答】 解: 延长 AD 、 BC 交于 G .

$$\because AB \parallel EF \parallel DC, \quad DC = 5, \quad AB = 8,$$

$$\therefore GD:GA = 5:8,$$

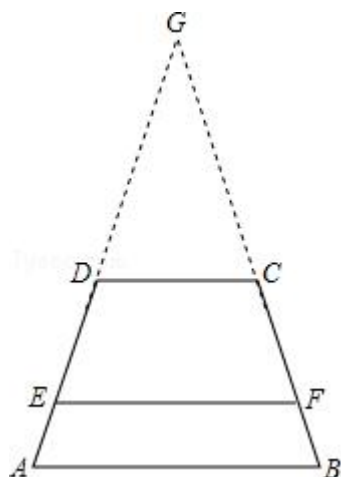
$$\because DE = 2AE,$$

$$\therefore GD:GE = 5:7,$$

$$\therefore DC:EF = 5:7,$$

解得 $EF = 7$.

故答案为：7.



【点评】考查了平行线分线段成比例，平行于三角形的一边，并且和其他两边（或两边的延长线）相交的直线，所截得的三角形的三边与原三角形的三边对应成比例.

17.（3分）如果三角形有一边上的中线长恰好等于这边的长，那么称这个三角形为“好玩三角形”，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“好玩三角形”，则 $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【考点】KO：含 30° 度角的直角三角形；T7：解直角三角形.

【专题】23：新定义；32：分类讨论.

【分析】因为直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，所以题中的这条中线不能是斜边上的中线，然后分两种情况进行讨论：① AC 边上的中线等于 AC ；② BC 边上的中线等于 BC .

【解答】解：分两种情况：

①如图 1， BD 是 AC 边上的中线， $BD = AC$.

设 $AD = DC = k$ ，则 $BD = AC = 2k$.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\because \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{BD^2 - CD^2} = \sqrt{3}k,$$

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}k}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

②如图2, AD 是 BC 边上的中线, $AD = BC$.

设 $BD = DC = k$, 则 $AD = BC = 2k$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because \angle C = 90^\circ$,

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{3}k,$$

$$\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}k}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\because \angle CAB + \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle CAB = \frac{1}{\tan B} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

综上所述, 所求值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

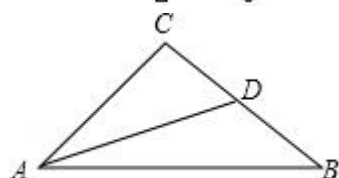


图2

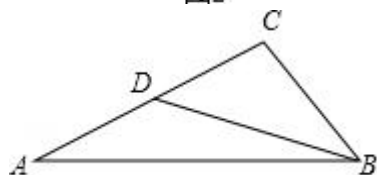
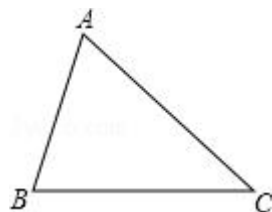


图1

【点评】 本题考查了解直角三角形, 三角形中线的性质及学生的阅读理解能力, 有一定难度. 分情况讨论是解题的关键.

18. (3分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $BC = 6$, $\angle ACB = 45^\circ$ (如图), 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C'$ (顶点 A 、 C 分别与 A' 、 C' 对应), 当点 C 在线段 CA' 的延长线上时, 则 AC' 的长度为 $3\sqrt{2} - \sqrt{7}$.

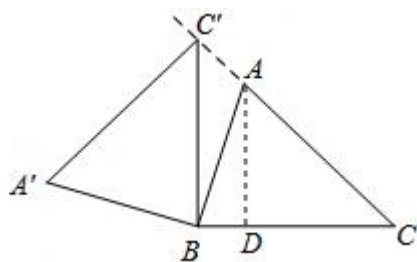


【考点】 R2: 旋转的性质.

【分析】 根据题意得出 CC' 的长, 进而在 $\triangle ABD$ 中, $AD^2 + BD^2 = AB^2$, 求出 CD

的长，再利用锐角三角函数关系得出 AC 的长，进而得出答案．

【解答】解：如图：由旋转的性质可得： $\angle A' C' B = \angle ACB = 45^\circ$ ， $BC = BC'$ ，
 $\therefore \angle BC' C = \angle ACB = 45^\circ$ ，
 $\therefore \angle CBC' = 180^\circ - \angle BC' C - \angle ACB = 90^\circ$ ，
 $\therefore BC = 6$ ，
 $\therefore CC' = \sqrt{2}BC = 6\sqrt{2}$ ，
 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ，
 $\therefore \angle ACB = 45^\circ$ ，
 $\therefore \triangle ACD$ 是等腰直角三角形，
 设 $AD = x$ ，则 $CD = x$ ，
 $\therefore BD = BC - CD = 6 - x$ ，
 在 $\triangle ABD$ 中， $AD^2 + BD^2 = AB^2$ ，
 $\therefore x^2 + (6 - x)^2 = 5^2$ ，
 解得： $x_1 = \frac{6 + \sqrt{14}}{2}$ ， $x_2 = \frac{6 - \sqrt{14}}{2}$ （不合题意舍去），
 $\therefore AC = \frac{6 + \sqrt{14}}{2} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \sqrt{7}$ ，
 $\therefore AC'$ 的长度为： $6\sqrt{2} - (3\sqrt{2} + \sqrt{7}) = 3\sqrt{2} - \sqrt{7}$ ．
 故答案为： $3\sqrt{2} - \sqrt{7}$ ．



【点评】此题主要考查了旋转的性质以及勾股定理和等腰直角三角形的性质等知识，根据已得出 CC' 和 AC 的长是解题关键．

三、解答题

19. 先化简，再求值： $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 1} \div (x - 1 - \frac{2x - 1}{x + 1})$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$ ．

【考点】6D：分式的化简求值．

【专题】11：计算题．

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值．

【解答】解：原式 $= \frac{x(x-2)}{(x+1)(x-1)} \div \frac{(x+1)(x-1)-2x+1}{x+1} = \frac{x(x-2)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x(x-2)} = \frac{1}{x-1}$ ，

当 $x = \sqrt{2}+1$ 时，原式 $= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ．

【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算是解本题的关键．

20. 解方程组： $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ ．

【考点】AF：高次方程．

【分析】由 $x^2 - xy - 2y^2 = 0$ 得出 $(x - 2y)(x + y) = 0$ ，推出 $x - 2y = 0$ ， $x + y = 0$ ，组成两个方程组，求出方程组的解即可．

【解答】解：由 $x^2 - xy - 2y^2 = 0$ 得： $(x - 2y)(x + y) = 0$ ，

$x - 2y = 0$ ， $x + y = 0$ ，

即组成两个方程组： $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ ，

解方程组得： $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases}$ ，

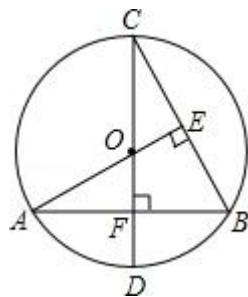
即原方程组的解为： $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases}$ ．

【点评】本题考查了解二元一次方程组和解高次方程组的应用，解此题的关键是能把高次方程组转化成二元一次方程组．

21. 如图， CD 为 $\odot O$ 的直径， $CD \perp AB$ ，垂足为点 F ， $AO \perp BC$ ，垂足为 E ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，

(1) 求 AB 的长；

(2) 求 $\odot O$ 的半径．



【考点】KM：等边三角形的判定与性质；M2：垂径定理．

【分析】(1) 先根据 CD 为 $\odot O$ 的直径， $CD \perp AB$ 得出 $\widehat{AD} = \widehat{BD}$ ，故可得出 $\angle C =$

$\frac{1}{2}\angle AOD$ ，由对顶角相等得出 $\angle AOD = \angle COE$ ，故可得出 $\angle C = \frac{1}{2}\angle COE$ ，再根据 $AO \perp BC$ 可知 $\angle AEC = 90^\circ$ ，故 $\angle C = 30^\circ$ ，再由直角三角形的性质可得出 BF 的长，进而得出结论；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中根据 $\angle C = 30^\circ$ 即可得出 OC 的长．

【解答】 解：(1) $\because CD$ 为 $\odot O$ 的直径， $CD \perp AB$ ，

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BD}, AF = BF,$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2}\angle AOD,$$

$$\because \angle AOD = \angle COE,$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2}\angle COE,$$

$$\because AO \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\because BC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BF = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB = 2BF = 2\sqrt{3};$$

$$(2) \because AO \perp BC, BC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore CE = BE = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3},$$

$$\because \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore OC = \frac{CE}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2, \text{ 即 } \odot O \text{ 的半径是 } 2.$$

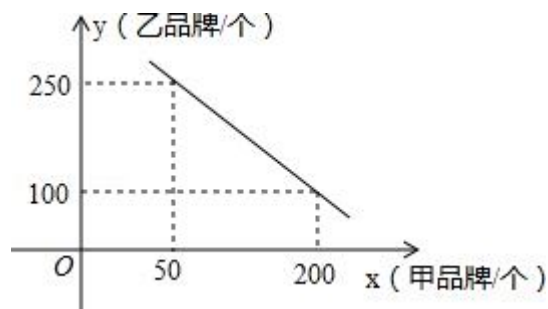
【点评】 本题考查的是垂径定理，熟知“平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧”是解答此题的关键．

22. 某文具店店主到批发中心选购甲、乙两种品牌的文具盒，预计购进乙品牌文具盒的数量 y (个) 与甲品牌文具盒的数量 x (个) 之间的函数关系如图．

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式 (不必写出自变量 x 的取值范围)；

(2) 该店主用 3000 元选购了甲品牌的文具盒，用同样的钱选购乙品牌的文具

盒. 乙品牌文具盒的单价比甲品牌的单价贵 15 元, 求所选购的甲、乙文具盒的数量.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设 $y = kx + b$, 然后利用待定系数法求一次函数解析式解答;

(2) 由单价等于总钱数除以数量, 根据两种品牌的文具盒的单价的差列出方程求解即可.

【解答】 解: (1) 设 $y = kx + b$,

$\because$ 函数图象经过点 $(50, 250)$, $(200, 100)$,

$$\therefore \begin{cases} 50k + b = 250 \\ 200k + b = 100 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 300 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x + 300;$$

$$(2) \text{ 由题意得, } \frac{3000}{-x+300} - \frac{3000}{x} = 15,$$

$$\text{去分母并整理得, } x^2 + 100x - 60000 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 200, x_2 = -300 \text{ (舍去),}$$

$$y = -200 + 300 = 100,$$

答: 选购的甲、乙文具盒分别为 200 个、100 个.

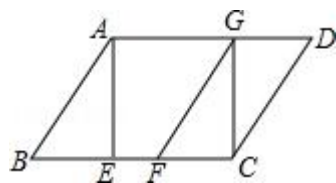
【点评】 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了待定系数法求一次函数解析式, 分式方程的应用, (2) 确定出等量关系是解题的关键.

23. 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AE 是 BC 边上的高, 将 $\triangle ABE$ 沿 BC 方向平移, 使点 E 与点 C 重合, 得 $\triangle GFC$.

(1) 求证: $BE = DG$;

(2) 若 $\angle BCD = 120^\circ$, 当 AB 与 BC 满足什么数量关系时, 四边形 $ABFG$ 是菱形?

证明你的结论.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; L9: 菱形的判定; Q2: 平移的性质.

【分析】 (1) 根据平移的性质, 可得: $BE = FC$, 再证明 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CDG$ 可得: $DG = FC$; 即可得到 $BE = DG$;

(2) 要使四边形 $ABFG$ 是菱形, 须使 $AB = BF$; 根据条件找到满足 $AB = BF$ 的 AB 与 BC 满足的数量关系即可.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD.$$

$\because AE$ 是 BC 边上的高, 且 CG 是由 AE 沿 BC 方向平移而成.

$$\therefore CG \perp AD.$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CGD = 90^\circ.$$

$$\because AE = CG, AB = CD,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CDG.$$

$$\therefore BE = DG;$$

(2) 解: 当 $BC = \frac{3}{2}AB$ 时, 四边形 $ABFG$ 是菱形.

证明: $\because AB \parallel GF, AG \parallel BF$,

$\therefore$ 四边形 $ABFG$ 是平行四边形.

$\because \text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\angle B = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB. \text{ (直角三角形中 } 30^\circ \text{ 所对直角边等于斜边的一半)}$$

$$\because BE = CF, BC = \frac{3}{2}AB,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AB.$$

$$\therefore AB = BF.$$

$\therefore$ 四边形 $ABFG$ 是菱形.

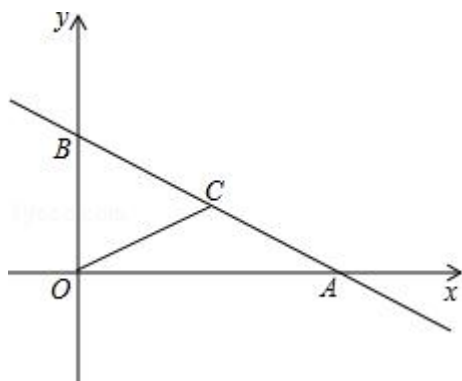
【点评】 本题考查平移的基本性质以及菱形的判定，关键是掌握①平移不改变图形的形状和大小；②经过平移，对应点所连的线段平行且相等，对应线段平行且相等，对应角相等和平行四边形的性质以及菱形的判定定理.

24. 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -\frac{2}{3}mx - 4m$ 与 x 轴、 y 轴分别交点 A 、 B ，点 C 在线段 AB 上，且 $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle AOC}$.

(1) 求点 C 的坐标 (用含有 m 的代数式表示)；

(2) 将 $\triangle AOC$ 沿 x 轴翻折，当点 C 的对应点 C' 恰好落在抛物线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{18}x^2 + \frac{2}{3}mx + m$ 上时，求该抛物线的表达式；

(3) 设点 M 为 (2) 中所求抛物线上一点，当以 A 、 O 、 C 、 M 为顶点的四边形为平行四边形时，请直接写出所有满足条件的点 M 的坐标.



【考点】 FI：一次函数综合题.

【分析】 (1) 令 $x = 0$ ，即可求得 B 的纵坐标，令 $y = 0$ 求得 x ，则 A 、 B 的坐标即可求得，根据 $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle AOC}$ ，可以得到 C 是 AB 的中点，据此即可求得 C 的坐标；

(2) 求得 C 关于 x 轴的对称点，代入抛物线的解析式，即可求得 m 的值，进而求得抛物线解析式；

(3) 分 AO 是平行四边形的对角线， OC 是平行四边形的对角线， AC 是平行四边形的对角线三种情况进行讨论，根据平行四边形的对角线互相平分，即可求解.

【解答】 解：(1) 在直线 $y = -\frac{2}{3}mx - 4m$ 中，令 $x = 0$ ，解得： $y = -4m$ ，则 B 的坐标是 $(0, -4m)$ ，

令 $y = 0$ ，解得： $x = 6$ ，则 A 的坐标是 $(6, 0)$.

$$\because S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle AOC}.$$

$\therefore C$ 是 AB 的中点,

$\therefore C$ 的坐标是 $(3, -2m)$;

(2) C' 的坐标是 $(3, 2m)$,

代入抛物线的解析式得: $\frac{\sqrt{3}}{18} \times 9 + 2m + m = 2m$,

解得: $m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

则抛物线的解析式是: $y = \frac{\sqrt{3}}{18}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2}$;

(3) 设 M 的坐标是 (x, y) ,

C 的坐标是 $(3, \sqrt{3})$,

当 AO 是对角线时, AO 的中点是 $(3, 0)$, 则 $\begin{cases} \frac{3+x}{2}=3 \\ \frac{\sqrt{3}+y}{2}=0 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=3 \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$,

则 M 的坐标是 $(3, -\sqrt{3})$, 满足函数的解析式;

当 AC 是平行四边形的对角线时, AC 的中点是: $(\frac{9}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$,

则 M 的坐标是 $(9, \sqrt{3})$,

$(9, \sqrt{3})$ 是抛物线上的点;

当 OC 是平行四边形的对角线时, OC 的中点是 $(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$,

则 $\begin{cases} \frac{6+x}{2}=\frac{3}{2} \\ \frac{y}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=-3 \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$,

则 M 的坐标是 $(-3, \sqrt{3})$.

点 $(-3, \sqrt{3})$ 是抛物线上的点.

则 M 的坐标是: $(3, -\sqrt{3})$ 或 $(9, \sqrt{3})$ 或 $(-3, \sqrt{3})$.

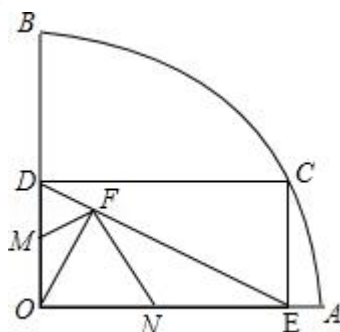
得出 $ON = NE = NF = y$ ，在 $RT\triangle DOE$ 中，运用勾股定理 $OD^2 + OE^2 = DE^2$ ，求得

$$(2x)^2 + (2y)^2 = 4^2, \text{ 即 } y^2 = 4 - x^2 \quad (0 < x < 2),$$

(3) 分两种情况①由 $\triangle ECF \sim \triangle OFN$ ，得出 $\frac{OF}{ON} = \frac{EC}{EF}$ ，利用 $\triangle DOE$ 的面积， $\frac{1}{2}OE$

$$\cdot OD = \frac{1}{2}DE \cdot OF \text{ 解得， } OF = xy, \text{ 求出 } EF, \text{ 由 (2) } y^2 = 4 - x^2 \text{ 得出 } \frac{xy}{y} = \frac{2x}{y^2} \text{ 解}$$

得， $y = \sqrt{2}$ ，再求出 $x = \sqrt{2}$ ，所以 $OD = 2x = 2\sqrt{2}$ ②由 $\triangle ECF \sim \triangle ONF$ ，得 $OD = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.



【解答】

图1

解；(1) 如图 1， $\because \angle AOB = 90^\circ$ ， $CE \perp OA$ ， $CD \perp OB$ ，

$\therefore$ 四边形 $ACDO$ 是矩形，

$$\therefore DE = OC = 4,$$

$$\because OF \perp DE,$$

$$\therefore OF^2 = DF \cdot FE$$

$$\because \tan \angle MOF = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{DF}{OF} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } DF = \frac{1}{3}OF,$$

$$\therefore OF^2 = \frac{1}{3}OF \cdot FE, \text{ 即 } \frac{OF}{FE} = \frac{1}{3},$$

$$\because \angle MFO + \angle OFN = \angle NFE + \angle OFN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MFO = \angle NFE,$$

$$\because \angle MOF + \angle ODE = \angle NEF + \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MOF = \angle NEF,$$

$$\therefore \triangle OMF \sim \triangle ENF,$$

$$\therefore \frac{OM}{NE} = \frac{OF}{EF} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } \frac{OM}{NE} = \frac{1}{3},$$

(2) 如图 2, 连接 MN ,

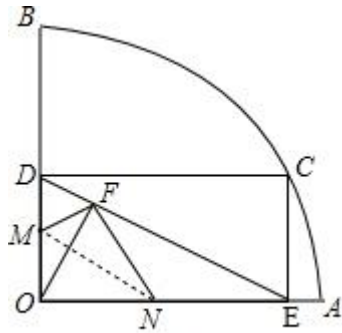


图2

设 $OM = x$, $ON = y$,

$\therefore \frac{OM}{OD} = \frac{1}{2}$, 即 $OD = 2OM$, $\triangle OFD$ 是直角三角形,

$\therefore OM = MD = MF = x$,

$\therefore \angle MON = \angle MFN = 90^\circ$,

$\therefore MN$ 是 $\angle ONF$ 的角平分线,

$\therefore MN$ 是 OF 的中垂线,

$\therefore ON = NF$, 可得 $\angle FON = \angle NFO$

$\therefore \angle FON + \angle NEF = \angle NFO + \angle NFE$,

$\therefore \angle NEF = \angle NFE$,

$\therefore ON = NE = NF = y$,

$\therefore DE = OC = 4$,

在 $RT\triangle DOE$ 中, $OD^2 + OE^2 = DE^2$

$\therefore (2x)^2 + (2y)^2 = 4^2$, 即 $y^2 = 4 - x^2$ ($0 < x < 2$),

即 $y = \sqrt{4 - x^2}$ ($0 < x < 2$);

(3) 如图 3,

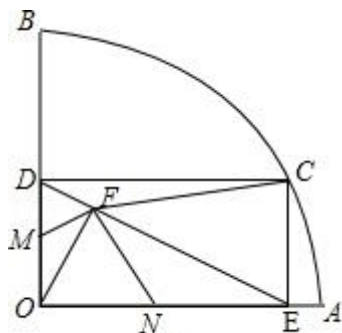


图3

$$\textcircled{1} \because \triangle ECF \sim \triangle OFN$$

$$\therefore \frac{OF}{ON} = \frac{EC}{EF},$$

$$\text{利用} \triangle DOE \text{ 的面积, } \frac{1}{2}OE \cdot OD = \frac{1}{2}DE \cdot OF$$

$$\because OD = 2x, OE = 2y, DE = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2y \times 2x = \frac{1}{2} \times 4 \cdot OF,$$

$$\text{解得, } OF = xy,$$

$$\because OE = 2y,$$

$$\therefore EF = \sqrt{OE^2 - OF^2} = \sqrt{4y^2 - (xy)^2} = y\sqrt{4-x^2},$$

$$\text{由 (2) } y^2 = 4 - x^2$$

$$\therefore EF = y^2,$$

$$\because CE = OD = 2x,$$

$$\therefore \frac{xy}{y} = \frac{2x}{y^2}$$

$$\text{解得, } y = \sqrt{2},$$

$$\text{代入 } x^2 + y^2 = 4, \text{ 得 } x = \sqrt{2},$$

$$\therefore OD = 2x = 2\sqrt{2}.$$

$$\textcircled{2} \because \triangle ECF \sim \triangle ONF$$

$$\therefore \frac{EC}{ON} = \frac{EF}{OF},$$

$$\text{利用} \triangle DOE \text{ 的面积, } \frac{1}{2}OE \cdot OD = \frac{1}{2}DE \cdot OF$$

$$\because OD = 2x, OE = 2y, DE = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2y \times 2x = \frac{1}{2} \times 4 \cdot OF,$$

$$\text{解得, } OF = xy,$$

$$\because OE = 2y,$$

$$\therefore EF = \sqrt{OE^2 - OF^2} = \sqrt{4y^2 - (xy)^2} = y\sqrt{4-x^2},$$

$$\text{由 (2) } y^2 = 4 - x^2$$

$$\therefore EF = y^2,$$

$$\because CE = OD = 2x,$$

$$\therefore \frac{2x}{y} = \frac{y^2}{xy},$$

解得, $y = \sqrt{2}x$,

代入 $x^2 + y^2 = 4$, 得 $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore OD = 2x = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

综上所述 OD 的长为 $2\sqrt{2}$ 或 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

【点评】 本题主要考查了圆的综合题, 解本题关键是把圆的知识和相似三角形的知识相结合求解.