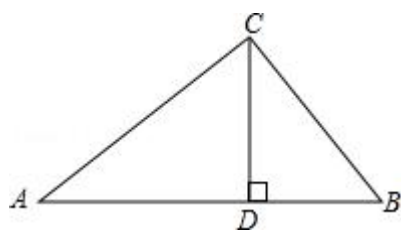


2015 年上海市松江区中考数学二模试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) (下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的)

- (4 分) 下列根式中与 $\sqrt{24}$ 是同类二次根式的是 ()
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$
- (4 分) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是 ()
A. $k < 4$ B. $k > 4$ C. $k < 0$ D. $k > 0$
- (4 分) 已知一次函数 $y = kx - 1$, 若 y 随 x 的增大而增大, 则它的图象经过 ()
A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限
- (4 分) 一组数据: $-1, 1, 3, 4, a$, 若它们的平均数为 2, 则这组数据的众数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (4 分) 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 添加下列一个条件后, 一定能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()
A. $AD = BC$ B. $AC = BD$ C. $\angle A = \angle C$ D. $\angle A = \angle B$
- (4 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , $AB = c$, $\angle A = \alpha$, 则 CD 长为 ()



A. $c \cdot \sin^2 \alpha$

B. $c \cdot \cos^2 \alpha$

C. $c \cdot \sin a \cdot \tan a$

D. $c \cdot \sin a \cdot \cos a$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分).

7. (4 分) 计算: $2^{-1} =$ _____.

8. (4 分) 分解因式: $a^2 - 4b^2 =$ _____.

9. (4 分) 如果 $f(x) = \frac{x}{x-1}$, 那么 $f(3) =$ _____.

10. (4 分) 已知正比例函数的图象经过点 $(-1, 3)$, 那么这个函数的解析式为_____.

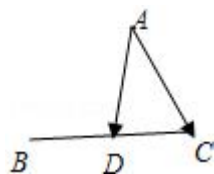
11. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 < 5 \\ 2x > 6 \end{cases}$ 的解集是_____.

12. (4 分) 用换元法解方程 $\frac{x-1}{x^2} + \frac{x^2}{x-1} + 2 = 0$ 时, 可设 $\frac{x-1}{x^2} = y$, 则原方程可化为关于 y 的整式方程为_____.

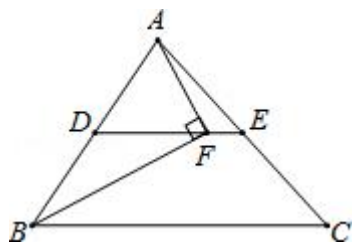
13. (4 分) 任意掷一枚质地均匀的小立方体 (立方体的每个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6), 朝上的面的数字大于 2 的概率是_____.

14. (4 分) 将抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 向上平移 4 个单位后, 所得抛物线的解析式是_____.

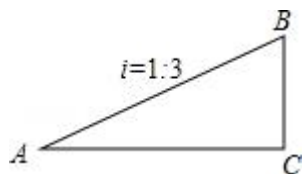
15. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC} =$ _____ (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示).



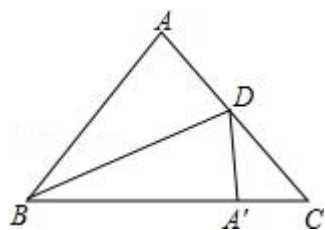
16. (4 分) 如图, DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 点 F 在 DE 上, 且 $\angle AFB$ 为直角, 若 $AB=8$, $BC=10$, 则 EF 的长为_____.



17. (4 分) 如图, 当小明沿坡度 $i=1:3$ 的坡面由 A 到 B 行走了 100 米, 那么小明行走的水平距离 $AC=$ _____米. (结果可以用根号表示).



18. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, BD 平分 $\angle ABC$, BD 交 AC 于点 D , 如果将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折, 点 A 落在点 A' 处, 那么 $\triangle DA'C$ 的面积为_____ cm^2 .



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

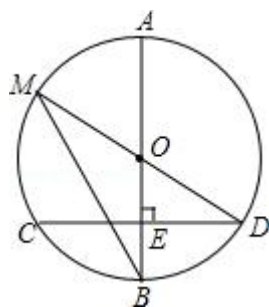
19. (10 分) 计算: $(1+\frac{1}{x-3}) \div \frac{x^2-x-2}{x-3}$.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+3y=8 \\ x^2-4xy-5y^2=0 \end{cases}$$
.

21. (10 分) 某品牌电动车经销商一月份销售该品牌电动车 100 辆, 二月份的销售量比一月份增加 10%, 二月份每辆电动车的售价比一月份每辆电动车的售价低 80 元, 二月份的销售总额比一月份销售总额多 12200 元, 问一月份每辆电动车的售价是多少?

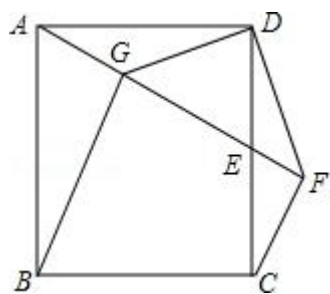
22. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 且 $CD=24$, 点 M 在 $\odot O$ 上, MD 经过圆心 O , 联结 MB .

- (1) 若 $BE=8$, 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 若 $\angle DMB=\angle D$, 求线段 OE 的长.



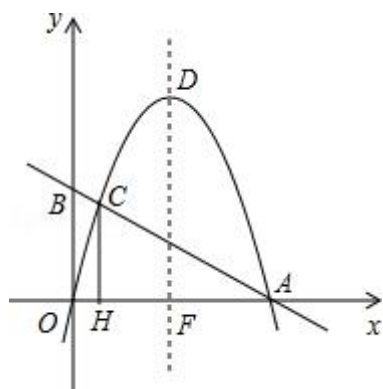
23. (12 分) 如图, 已知在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在 CD 边长, 过 C 点作 AE 的垂线交于点 F , 联结 DF , 过点 D 作 DF 的垂线交 A 于点 G , 联结 BG .

- (1) 求证: $\triangle ADG \cong \triangle CDF$;
- (2) 如果 E 为 CD 的中点, 求证: $BG \perp AF$.



24. (12 分) 如图, 二次函数 $y = -x^2 + bx$ 的图象与 x 轴的正半轴交于点 A (4, 0), 过 A 点的直线与 y 轴的正半轴交于点 B , 与二次函数的图象交于另一点 C , 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴, 垂足 H , 设二次函数图象的顶点为 D , 其对称轴与直线 AB 及 x 轴分别交于点 E 和点 F .

- (1) 求这个二次函数的解析式;
- (2) 如果 $CE=3BC$, 求点 B 的坐标;
- (3) 如果 $\triangle DHE$ 是以 DH 为底边的等腰三角形, 求点 E 的坐标.

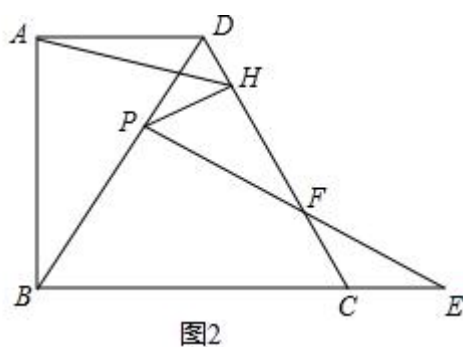
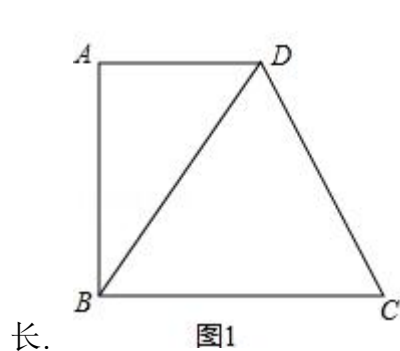


25. (14 分) 如图, 已知在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $AD = 3$, $\sin \angle BCD = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 点 P 是对角线 BD 上一动点, 过点 P 作 $PH \perp CD$, 垂足为 H .

(1) 求证: $\angle BCD = \angle BDC$;

(2) 如图 1, 若以 P 为圆心, PB 为半径的圆和以 H 为圆心、 HD 为半径的圆外切时, DP 的长;

(3) 如图 2, 点 E 在 BC 延长线上, 且满足 $DP = CE$, PE 交 DC 于点 F , 若 $\triangle ADH$ 和 $\triangle ECF$ 相似, 求 DP 的



2015 年上海市松江区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）（下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的）

1. (4 分) 下列根式中与 $\sqrt{24}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】先将各选项化简，再找到被开方数为 6 的选项即可.

【解答】解：因为 $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$;

A、 $\sqrt{2}$ 与 $2\sqrt{6}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

B、 $\sqrt{3}$ 与 $2\sqrt{6}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

C、 $\sqrt{5}$ 与 $2\sqrt{6}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

D、 $\sqrt{6}$ 与 $2\sqrt{6}$ 被开方数相同，故是同类二次根式；

故选：D.

【点评】要判断几个根式是不是同类二次根式，须先化简根号里面的数，把非最简二次根式化成最简二次根式，然后判断.

2. (4 分) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是 ()

- A. $k < 4$ B. $k > 4$ C. $k < 0$ D. $k > 0$

【考点】AA：根的判别式.

【分析】利用一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

方程有两个不相等的两个实数根， $\Delta > 0$ ，进而求出即可.

【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore b^2 - 4ac = 16 - 4k > 0,$$

解得： $k < 4$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了根的判别式，正确记忆 Δ 与方程根的关系是解题关键.

3. (4分) 已知一次函数 $y = kx - 1$ ，若 y 随 x 的增大而增大，则它的图象经过()

A. 第一、二、三象限

B. 第一、二、四象限

C. 第一、三、四象限

D. 第二、三、四象限

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系.

【专题】31：数形结合.

【分析】根据“一次函数 $y = kx - 1$ 且 y 随 x 的增大而增大”得到 $k > 0$ ，再由 k 的符号确定该函数图象所经过的象限.

【解答】解：∵一次函数 $y = kx - 1$ 且 y 随 x 的增大而增大，

∴ $k > 0$ ，该直线与 y 轴交于 y 轴负半轴，

∴该直线经过第一、三、四象限.

故选：C.

【点评】本题考查了一次函数图象与系数的关系.

函数值 y 随 x 的增大而减小 $\Leftrightarrow k < 0$;

函数值 y 随 x 的增大而增大 $\Leftrightarrow k > 0$;

一次函数 $y = kx + b$ 图象与 y 轴的正半轴相交 $\Leftrightarrow b > 0$,

一次函数 $y = kx + b$ 图象与 y 轴的负半轴相交 $\Leftrightarrow b < 0$,

一次函数 $y = kx + b$ 图象过原点 $\Leftrightarrow b = 0$.

4. (4分) 一组数据： $-1, 1, 3, 4, a$ ，若它们的平均数为 2，则这组数据的

众数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】W1: 算术平均数; W5: 众数.

【分析】根据平均数的定义即可列方程求得 a 的值, 然后根据众数的定义求解.

【解答】解: 根据题意得: $\frac{1}{5} (-1+1+3+4+a) = 2$,

解得: $a=3$.

则组数据的众数是 3.

故选: C.

【点评】本题考查了众数的定义以及平均数, 正确依据平均数定义求得 a 的值是关键.

5. (4 分) 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 添加下列一个条件后, 一定能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

- A. $AD=BC$ B. $AC=BD$ C. $\angle A = \angle C$ D. $\angle A = \angle B$

【考点】L6: 平行四边形的判定.

【分析】利用平行线的判定与性质结合平行四边形的判定得出即可.

【解答】解: 如图所示: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

当 $\angle A = \angle C$ 时, 则 $\angle A + \angle B = 180^\circ$,

故 $AD \parallel BC$,

则四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

故选: C.



//BC 是解题关键.

$\angle A = \alpha$, 则 CD 长为 ()



- C. $c \cdot \sin \alpha \cdot \tan \alpha$

【考点】T7: 解直角三角形.

【分析】 根据已知条件在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 用 AB 和 α 表示 BC , 在 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中,

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=c$ ， $\angle A=\alpha$ ，

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB}, \quad BC = c \cdot \sin \alpha,$$

$$\angle A + \angle B = 90^\circ, \quad \angle DCB + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle A = \alpha,$$

在 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中, $\angle CDB=90^\circ$,

$$\cos \angle DCB = \frac{CD}{BC},$$

$$CD = BC \cdot \cos \alpha = c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha,$$

故选：D.

【点评】 本题考查的是解直角三角形的知识，掌握锐角三角函数的概念是解题的关键，把三角函数的概念看作是公式，在相应的直角三角形中，直接运用.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分).

7. (4 分) 计算： $2^{-1} = \frac{1}{2}$.

【考点】 6F：负整数指数幂.

【专题】 11：计算题.

【分析】 根据幂的负整数指数运算法则进行计算即可.

【解答】 解： $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$. 故答案为 $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查负整数指数幂的运算. 幂的负整数指数运算，先把底数化成其倒数，然后将负整数指数幂当成正的进行计算.

8. (4 分) 分解因式： $a^2 - 4b^2 = (a+2b)(a-2b)$.

【考点】 54：因式分解 – 运用公式法.

【分析】 直接用平方差公式进行分解. 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

【解答】 解： $a^2 - 4b^2 = (a+2b)(a-2b)$.

故答案为： $(a+2b)(a-2b)$.

【点评】 本题考查运用平方差公式进行因式分解，熟记公式结构是解题的关键.

9. (4 分) 如果 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ，那么 $f(3) = \frac{3}{2}$.

【考点】 E5：函数值.

【分析】 把 $x=3$ 代入函数关系式计算即可得解.

【解答】 解： $x=3$ 时， $f(3) = \frac{3}{3-1} = \frac{3}{2}$.

故答案为： $\frac{3}{2}$.

【点评】 本题考查了函数值求解，是基础题，准确计算是解题的关键.

10. (4 分) 已知正比例函数的图象经过点 $(-1, 3)$ ，那么这个函数的解析式为

$y = -3x$.

【考点】FB：待定系数法求正比例函数解析式.

【分析】根据待定系数法，可得正比例函数的解析式.

【解答】解：设正比例函数的解析式为 $y=kx$ ，图象经过点 $(-1, 3)$ ，得

$$3 = -k,$$

解得 $k = -3$.

正比例函数的解析式为 $y = -3x$,

故答案为： $y = -3x$.

【点评】本题考查了待定系数法求正比例函数解析式，八点的坐标代入函数解析式得出 k 值是解题关键.

11. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 < 5 \\ 2x > 6 \end{cases}$ 的解集是 $3 < x < 4$.

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解： $\begin{cases} x+1 < 5 \cdots \textcircled{1} \\ 2x > 6 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$,

解①得： $x < 4$,

解②得： $x > 3$.

则不等式组的解集是： $3 < x < 4$.

故答案是： $3 < x < 4$.

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解，若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数，那么解集为 x 介于两数之间.

12. (4分) 用换元法解方程 $\frac{x-1}{x^2} + \frac{x^2}{x-1} + 2 = 0$ 时，可设 $\frac{x-1}{x^2} = y$ ，则原方程可化为关

于 y 的整式方程为 $y^2 + 2y + 1 = 0$.

【考点】 B4: 换元法解分式方程.

【分析】 换元法即是整体思想的考查, 解题的关键是找到这个整体, 此题的整体是 $\frac{x-1}{x^2}$, 设 $\frac{x-1}{x^2}=y$, 换元后整理即可求得.

【解答】 解: $\because \frac{x-1}{x^2}=y$,

$$\therefore y + \frac{1}{y} + 2 = 0,$$

整理得: $y^2 + 2y + 1 = 0$.

故答案为: $y^2 + 2y + 1 = 0$.

【点评】 考查了换元法解分式方程, 用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法, 根据方程特点设出相应未知数, 解方程能够使问题简单化.

13. (4 分) 任意掷一枚质地均匀的小立方体 (立方体的每个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6), 朝上的面的数字大于 2 的概率是 $\frac{2}{3}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数, ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

【解答】 解: $\because$ 投掷一次会出现 1, 2, 3, 4, 5, 6 共六种情况, 并且出现每种可能都是等可能的,

$\therefore$ 朝上的面的数字大于 2 的概率是: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】 本题主要考查了概率公式: 概率 = 所求情况数与总情况数之比, 比较简单.

14. (4 分) 将抛物线 $y=2x^2-1$ 向上平移 4 个单位后, 所得抛物线的解析式是 $y=2x^2+3$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】直接利用二次函数图象平移规律得出即可.

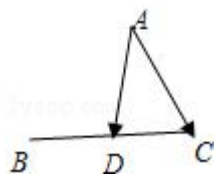
【解答】解: $\therefore$ 将抛物线 $y=2x^2-1$ 向上平移 4 个单位,

$\therefore$ 平移后解析式为: $y=2x^2+3$.

故答案为: $y=2x^2+3$.

【点评】此题主要考查了二次函数图象与几何变换, 正确记忆平移规律是解题关键.

15. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC}=\underline{2\vec{b}-\vec{a}}$ (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示).



【考点】LM: *平面向量.

【分析】先求出 $\overrightarrow{BD}$, 然后根据 AD 是 BC 边上的中线, 可得出 $\overrightarrow{BC}$, 继而可得出 $\overrightarrow{AC}$.

【解答】解: $\because \overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\vec{a}-\vec{b},$$

$$\text{则 } \overrightarrow{BD}=-\overrightarrow{DB}=\vec{b}-\vec{a},$$

$\because AD$ 是 BC 边上的中线,

$$\therefore \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}=2(\vec{b}-\vec{a}),$$

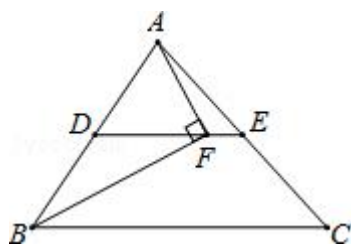
$$\text{则 } \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}+2(\vec{b}-\vec{a})=2\vec{b}-\vec{a}.$$

故答案为: $2\vec{b}-\vec{a}$.

【点评】本题考查了向量的知识, 难度适中, 解答本题的关键是熟练掌握用平行四边形法则求向量.

16. (4 分) 如图, DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 点 F 在 DE 上, 且 $\angle AFB$ 为直角,

若 $AB=8$, $BC=10$, 则 EF 的长为 1.



【考点】 KP: 直角三角形斜边上的中线; KX: 三角形中位线定理.

【分析】 根据三角形的中位线定理求得 DE 的长, 然后根据 FD 是直角 $\triangle ABF$ 斜边上的中线, 求得 FD 的长, 则 EF 即可求得.

【解答】 解: $\because$ DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

$\because \angle AFB$ 为直角, D 是 AB 的中点, 即 FD 是直角 $\triangle ABF$ 的中线,

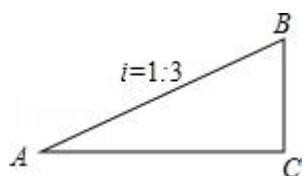
$$\therefore FD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

$$\therefore EF = DE - FD = 5 - 4 = 1.$$

故答案是: 1.

【点评】 本题考查了三角形的中位线定理以及直角三角形的性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

17. (4 分) 如图, 当小明沿坡度 $i=1:3$ 的坡面由 A 到 B 行走了 100 米, 那么小明行走的水平距离 $AC = \underline{30\sqrt{10}}$ 米. (结果可以用根号表示).



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 直接利用坡度的定义得出设 $BC=x$, 则 $AC=3x$, 进而利用勾股定理得出即可.

【解答】 解: $\because$ 小明沿坡度 $i=1:3$ 的坡面由 A 到 B 行走了 100 米,

$$\therefore \text{设 } BC=x, \text{ 则 } AC=3x, \text{ 故 } x^2 + (3x)^2 = 100^2,$$

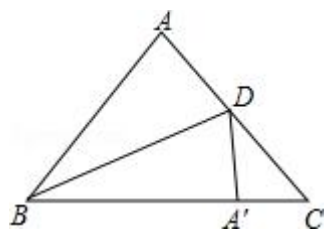
解得： $x=10\sqrt{10}$,

那么小明行走的水平距离 $AC=30\sqrt{10}$ (m).

故答案为： $30\sqrt{10}$.

【点评】 此题主要考查了坡度和坡角问题以及勾股定理，得出 BC 的长是解题关键.

18. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5\text{cm}$ ， $BC=6\text{cm}$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ， BD 交 AC 于点 D， 如果将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折， 点 A 落在点 A' 处， 那么 $\triangle DA'C$ 的面积为 $\frac{12}{11}\text{cm}^2$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 如图， 作辅助线； 首先运用勾股定理求出 AE 的长度， 进而求出 $\triangle ABC$ 的面积； 求出 $\triangle DBA'$ 、 $\triangle CDA'$ 的面积之比； 证明 $\triangle ABD$ 、 $\triangle A'BD$ 的面积相等， 即可解决问题.

【解答】 解： 如图， 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E；

$$\therefore AB=AC,$$

$$\therefore BE=CE=3; \text{ 由勾股定理得:}$$

$$AB^2=AE^2+BE^2, \text{ 而 } AB=5,$$

$$\therefore AE=4, \quad S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2} \times 6 \times 4=12;$$

$$\text{由题意得: } S_{\triangle ABD}=S_{\triangle A'BD}, \quad A'B=AB=5,$$

$$\therefore CA'=6-5=1,$$

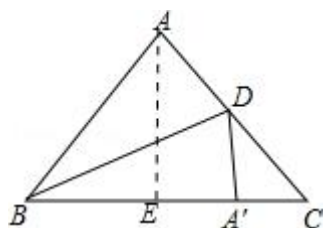
$$\therefore \frac{S_{\triangle A'ED}}{S_{\triangle DA'C}} = \frac{BA'}{CA'} = \frac{5}{1},$$

$$\therefore \text{若设 } S_{\triangle DA'C} = \lambda, \text{ 则 } S_{\triangle ABD} = S_{\triangle A'ED} = 5\lambda,$$

$$\text{故 } \lambda + 5\lambda + 5\lambda = 12,$$

$$\therefore \lambda = \frac{12}{11} \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$\text{故答案为 } \frac{12}{11}.$$



【点评】该题主要考查了翻折变换的性质、等腰三角形的性质、勾股定理等几何知识点及其应用问题；解题的方法是作辅助线，构造直角三角形；解题的关键是灵活运用翻折变换的性质来分析、判断、解答.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $(1 + \frac{1}{x-3}) \div \frac{x^2-x-2}{x-3}$.

【考点】6C：分式的混合运算.

【分析】首先将括号里面通分，进而将能分解因式进行分解因式，进而化简求出即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & (1 + \frac{1}{x-3}) \div \frac{x^2-x-2}{x-3} \\ &= \frac{x-2}{x-3} \times \frac{x-3}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{1}{x+1}. \end{aligned}$$

【点评】此题主要考查了分式的混合运算，正确运算顺序是解题关键.

20. (10 分) 解方程组：
$$\begin{cases} x+3y=8 \\ x^2-4xy-5y^2=0 \end{cases}$$

【考点】AF：高次方程.

【分析】先将方程组 $\begin{cases} x+3y=8 \text{ ①} \\ x^2-4xy-5y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$ 变形为 $(x-5y)(x+y)=0$ ，再重新构造

成二元一次方程组 $\begin{cases} x+3y=8 \\ x-5y=0 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x+3y=8 \\ x+y=0 \end{cases}$ ，解这两个二元一次方程组即可。

【解答】解：原方程变形为：

$$\begin{cases} x+3y=8 \\ x-5y=0 \end{cases}, \begin{cases} x+3y=8 \\ x+y=0 \end{cases},$$

解得：

$$\begin{cases} x_1=5 \\ y_1=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-4 \\ y_2=4 \end{cases}.$$

【点评】本题考查了消元、降次的方法解二元二次方程组的运用，因式分解的运用，二元一次方程组的解法的运用，解答时将原方程转化为两个二元一次方程组是关键。

21. (10 分) 某品牌电动车经销商一月份销售该品牌电动车 100 辆，二月份的销售量比一月份增加 10%，二月份每辆电动车的售价比一月份每辆电动车的售价低 80 元，二月份的销售总额比一月份销售总额多 12200 元，问一月份每辆电动车的售价是多少？

【考点】8A：一元一次方程的应用。

【分析】首先设一月份每辆电动车的售价是 x 元，利用二月份的销售总额比一月份销售总额多 12200 元，进而得出等式求出即可。

【解答】解：设一月份每辆电动车的售价是 x 元，根据题意可得：

$$100x+12200=(x-80) \times 100 \times (1+10\%)$$

解得： $x=2100$ ，

答：一月份每辆电动车的售价是 2100 元。

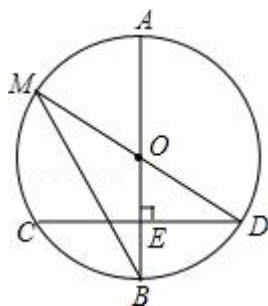
【点评】此题主要考查了一元一次方程的应用，根据题意结合两个月的销售金额得出等式是解题关键。

22. (10 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，且 $CD=24$ ，点 M

在 $\odot O$ 上, MD 经过圆心 O , 联结 MB .

(1) 若 $BE=8$, 求 $\odot O$ 的半径;

(2) 若 $\angle DMB=\angle D$, 求线段 OE 的长.



【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理.

【分析】 (1) 根据垂径定理求出 DE 的长, 设出半径, 根据勾股定理, 列出方程求出半径;

(2) 根据 $OM=OB$, 证出 $\angle M=\angle B$, 根据 $\angle M=\angle D$, 求出 $\angle D$ 的度数, 根据锐角三角函数求出 OE 的长.

【解答】 解: (1) 设 $\odot O$ 的半径为 x , 则 $OE=x-8$,

$\because CD=24$, 由垂径定理得, $DE=12$,

在 $Rt\triangle ODE$ 中, $OD^2=DE^2+OE^2$,

$$x^2=(x-8)^2+12^2,$$

解得: $x=13$.

(2) $\because OM=OB$,

$$\therefore \angle M=\angle B,$$

$$\therefore \angle DOE=2\angle M,$$

又 $\angle M=\angle D$,

$$\therefore \angle D=30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle OED$ 中, $\therefore DE=12$, $\angle D=30^\circ$,

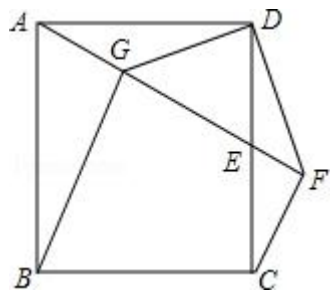
$$\therefore OE=4\sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查的是垂径定理、勾股定理和圆周角定理的综合运用, 灵活运用定理求出线段的长度、列出方程是解题的关键, 本题综合性较强, 锻炼学生的思维能力.

23. (12 分) 如图, 已知在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在 CD 边长, 过 C 点作 AE 的垂线交于点 F , 联结 DF , 过点 D 作 DF 的垂线交 A 于点 G , 联结 BG .

(1) 求证: $\triangle ADG \cong \triangle CDF$;

(2) 如果 E 为 CD 的中点, 求证: $BG \perp AF$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据正方形性质和垂直求出 $AD=CD$, $\angle ADE=\angle GDF=90^\circ$, 求出 $\angle ADG=\angle CDF$, $\angle DAG=\angle DCF$, 根据 ASA 推出两三角形全等即可;

(2) 设正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 求出 $DE=EC=\frac{1}{2}a$, 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 由勾股定理求出 $AE=\frac{\sqrt{5}}{2}a$, 证 $\triangle ADE \sim \triangle CFE$, 求出 $CF=2EF$, 由勾股定理求出 $EF=\frac{\sqrt{5}}{10}a$, $CF=\frac{\sqrt{5}}{5}a$, 求出 $AG=CF=\frac{\sqrt{5}}{5}a$, $\frac{AG}{DE}=\frac{AB}{AE}$, 证 $\triangle ABG \sim \triangle EAD$, 推出 $\angle BGA=\angle ADE$ 即可.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $DG \perp DF$,

$$\therefore AD=CD, \angle ADE=\angle GDF=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADG=\angle CDF=90^\circ - \angle GDE,$$

$$\therefore AF \perp CF,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle CEF,$$

$$\therefore \text{由三角形内角和定理得: } \angle DAG = \angle DCF,$$

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle CDF$ 中

$$\begin{cases} \angle DAG = \angle DCF \\ AD = DC \\ \angle ADG = \angle CDF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDF;$$

(2) 设正方形 $ABCD$ 的边长为 a ,

$\therefore E$ 为 CD 的中点,

$$\therefore DE = EC = \frac{1}{2}a,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, 由勾股定理得: } AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CFE, \quad \angle AED = \angle FEC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle CFE,$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{CF}{EF} = \frac{a}{\frac{1}{2}a} = 2,$$

$$\therefore CF = 2EF,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}a, \quad \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得: } EF = \frac{\sqrt{5}}{10}a, \quad CF = \frac{\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AG = CF = \frac{\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\text{即 } \frac{AG}{DE} = \frac{AB}{AE},$$

∵ 四边形 ABCD 是正方形,

∴ $AB \parallel CD$,

∴ $\angle BAG = \angle AED$,

∴ $\triangle ABG \sim \triangle EAD$,

∴ $\angle BGA = \angle ADE$,

∵ $\angle ADE = 90^\circ$,

∴ $\angle BGA = 90^\circ$,

∴ $BG \perp AF$.

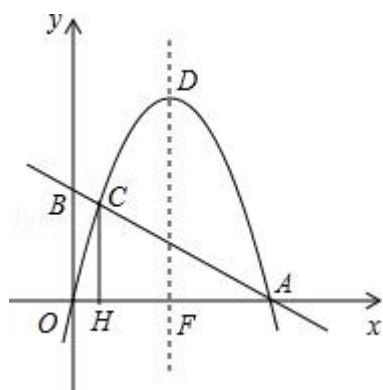
【点评】 本题考查了正方形的性质, 勾股定理, 全等三角形的性质和判定, 平行线的性质, 相似三角形的性质和判定的应用, 能综合运用性质进行推理是解此题的关键, 此题综合性比较强, 难度偏大.

24. (12 分) 如图, 二次函数 $y = -x^2 + bx$ 的图象与 x 轴的正半轴交于点 A (4, 0), 过 A 点的直线与 y 轴的正半轴交于点 B, 与二次函数的图象交于另一点 C, 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴, 垂足 H, 设二次函数图象的顶点为 D, 其对称轴与直线 AB 及 x 轴分别交于点 E 和点 F.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 如果 $CE = 3BC$, 求点 B 的坐标;

(3) 如果 $\triangle DHE$ 是以 DH 为底边的等腰三角形, 求点 E 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 直接利用待定系数求出二次函数解析式即可；

(2) 利用平行线分线段成比例定理得出 $HO=\frac{1}{2}$, $CH=\frac{7}{4}$, 进而得出 BO 的长即可得出答案；

(3) 利用等腰三角形的性质结合勾股定理得出 EF 的长即可得出答案.

【解答】解：(1) 将 A (4, 0), 代入 $y=-x^2+bx$ 得：

$$0=-16+4b,$$

解得： $b=4$,

$$\text{故 } y=-x^2+4x;$$

$$(2) \because y=-x^2+4x=-(x-2)^2+4,$$

$\therefore D(2, 4)$, 则 $FO=2$,

$\therefore BO \parallel HC \parallel EF$,

$$\therefore \frac{EC}{BC} = \frac{HF}{OH} = 3,$$

$$\therefore HO=\frac{1}{2}, \quad CH=\frac{7}{4},$$

由 $\frac{CH}{OB} = \frac{AH}{AO}$ 得, $BO=2$, 则 B (0, 2);

(3) 连接 EH, DH,

当 $\triangle DHE$ 是等腰三角形, DH 为底, 则 $HE=DE$,

设 $OH=a$, $CH=-a^2+4a$

$$\text{由 } \frac{EF}{CH} = \frac{AF}{AH}, \text{ 即 } \frac{EF}{-a^2+4a} = \frac{2}{4-a},$$

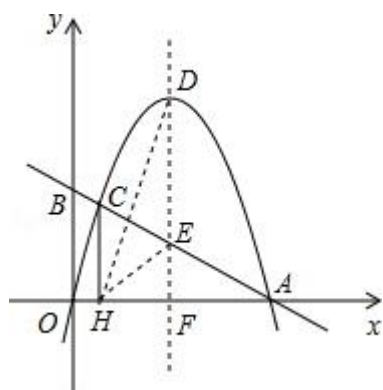
得: $EF=2a$,

故 $DE=HE=4-2a$,

由 $EH^2 = EF^2 + FH^2$ 得, $(4 - 2a)^2 = (2a)^2 + (2 - a)^2$,

解得: $a = 4\sqrt{3} - 6$ (负数舍去),

故 $E(2, 8\sqrt{3} - 12)$.



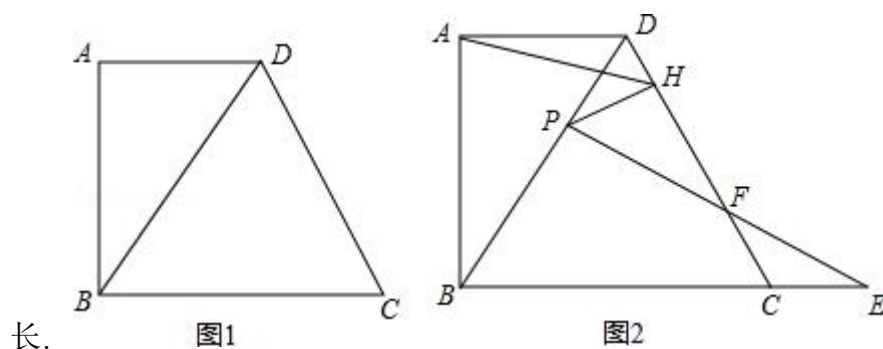
【点评】此题主要考查了二次函数综合以及等腰三角形的性质以及勾股定理等知识, 正确应用勾股定理以及数形结合求出是解题关键.

25. (14 分) 如图, 已知在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $AD = 3$, $\sin \angle BCD = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 点 P 是对角线 BD 上一动点, 过点 P 作 $PH \perp CD$, 垂足为 H .

(1) 求证: $\angle BCD = \angle BDC$;

(2) 如图 1, 若以 P 为圆心, PB 为半径的圆和以 H 为圆心、 HD 为半径的圆外切时, DP 的长;

(3) 如图 2, 点 E 在 BC 延长线上, 且满足 $DP = CE$, PE 交 DC 于点 F , 若 $\triangle ADH$ 和 $\triangle ECF$ 相似, 求 DP 的



【考点】LO：四边形综合题.

【分析】(1) 作 $DQ \perp BC$ ，在直角 $\triangle CDQ$ 中利用三角函数即可求解；

(2) 设 $DP=x$ ，当 $\odot P$ 与 $\odot H$ 外切时， $PH=DH+BP$ ，据此即可列方程求得；

(3) 作 $PM \parallel BE$ ，分 $\triangle ADH \sim \triangle FCE$ 和 $\triangle ADH \sim \triangle ECF$ 两种情况进行讨论，依据相似三角形的对应边的比相等求解.

【解答】解：(1) 作 $DQ \perp BC$ ，

$$\therefore BQ=AD=3, DQ=AB=4,$$

$$\therefore CD = \frac{DQ}{\sin \angle BCD} = 2\sqrt{5}, CQ=2,$$

$$\therefore BC=5=BD,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BDC;$$

$$(2) \text{ 设 } DP=x, \text{ 则 } DH=\frac{\sqrt{5}}{5}x, PH=\frac{2\sqrt{5}}{5}x, BP=5-x.$$

当 $\odot P$ 与 $\odot H$ 外切时， $PH=DH+BP$ ，

$$\text{即 } \frac{2\sqrt{5}}{5}x = \frac{\sqrt{5}}{5}x + 5 - x,$$

$$\text{解得： } x = \frac{25-5\sqrt{5}}{4};$$

(3) 作 $PM \parallel BE$.

$$\text{则 } PM=DP=x, DH=HM=\frac{\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\text{由 } \frac{PM}{CE} = \frac{FM}{CF} = 1, CF=FM=\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\text{当 } \triangle ADH \sim \triangle FCE \text{ 时, } \frac{AD}{CF} = \frac{DH}{CE},$$

$$\text{即 } \frac{3}{\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}x} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}x}{x},$$

$$\text{解得： } x = -10 \text{ (舍去).}$$

当 $\triangle ADH \sim \triangle ECF$ 时, $\frac{AD}{CE} = \frac{DH}{CF}$,

$$\text{即 } \frac{3}{x} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}x}{\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}x},$$

$$\text{解得: } x = \frac{-3 + \sqrt{69}}{2}.$$

$$\therefore DP \text{ 的长是 } \frac{-3 + \sqrt{69}}{2}.$$

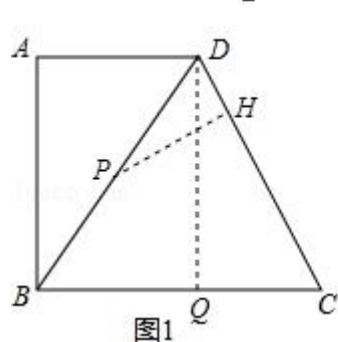


图1

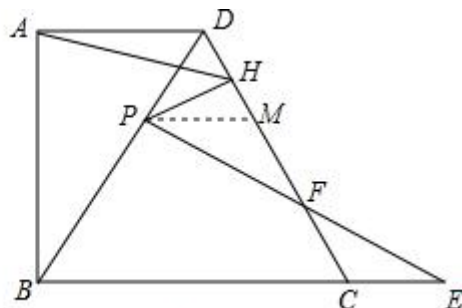


图2

【点评】 本题考查了三角函数以及相似三角形的判定与性质和圆外切的性质，正确分成 $\triangle ADH \sim \triangle FCE$ 和 $\triangle ADH \sim \triangle ECF$ 两种情况进行讨论，求得 x 的值是关键.