

2025 学年宝山第二学期九年级模拟考试数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共 25 题.

2. 试卷满分 150 分，考试时间 100 分钟.

3. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

4. 除第一、二大题外，其余各题如无特殊说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）（下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.）

1. 下列实数中，最小的数是（ ）

- A. -5 B. 5 C. $\frac{1}{5}$ D. 0

【答案】A

【解析】

【详解】解：∵ 实数大小比较中，负数小于 0，负数小于正数，

∴ 四个选项中唯一的负数 -5 一定小于 5 ， $\frac{1}{5}$ 和 0 ，

因此最小的数是 -5 .

2. 若 $a > b$ ，则下列式子正确的是（ ）

- A. $-2a > -2b$ B. $\frac{1}{2}a < \frac{1}{2}b$
C. $2-a > 2-b$ D. $a-2 > b-2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的性质进行解答.

【详解】解：A、在不等式 $a > b$ 的两边同时乘以 -2 ，不等号的方向改变，即 $-2a < -2b$ ，故本选项错误；

B、在不等式 $a > b$ 的两边同时乘以 $\frac{1}{2}$ ，不等式仍成立，即 $\frac{1}{2}a > \frac{1}{2}b$ ，故本选项错误；

C、在不等式 $a > b$ 的两边同时乘以 -1 ，得到 $-a < -b$ ，再在两边同时加上 2 ，不等式仍成立，即 $2-a < 2-b$ ，故本选项错误；

D、在不等式 $a > b$ 的两边同时减去 2 ，不等式仍成立，即 $a-2 > b-2$ ，故本选项正确；

故选：D.

【点睛】 本题考查了不等式的性质：①不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变；

②不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；

③不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

3. 下列关系式中， y 是 x 的反比例函数的是（ ）

A. $y = \frac{x}{2}$

B. $y = \frac{4}{x}$

C. $y = \frac{x^2}{3}$

D. $y = \frac{1}{x+1}$

【答案】 B

【解析】

【详解】 解：∵反比例函数的标准形式为 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$)

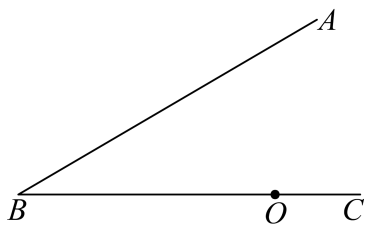
A、 $y = \frac{x}{2}$ 是正比例函数，不符合反比例函数定义，排除；

B、 $y = \frac{4}{x}$ 符合 $y = \frac{k}{x}$ 的形式，其中 $k = 4 \neq 0$ ，因此 y 是 x 的反比例函数，符合要求；

C、 $y = \frac{x^2}{3}$ 是二次函数，不符合反比例函数定义，排除；

D、 $y = \frac{1}{x+1}$ 是 y 关于 $x+1$ 的反比例函数，不是 y 关于 x 的反比例函数，不符合定义，排除.

4. 如图， $\angle ABC = 30^\circ$ ，点 O 为射线 BC 上一点， $BO = 8$ ，如果 $\odot O$ 是以点 O 为圆心，半径为 3 的圆，那么 $\odot O$ 与直线 BA 的位置关系是（ ）



A. 相离

B. 相切

C. 相交

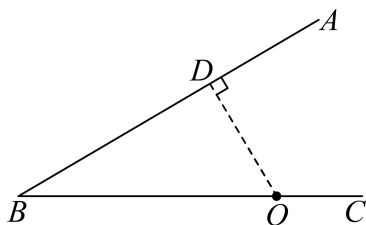
D. 不能确定

【答案】 A

【解析】

【分析】 作 $OD \perp AB$ ，求出 OD 的长，与半径比较大小，即可得出结果.

【详解】 解：作 $OD \perp AB$ 于点 D ，



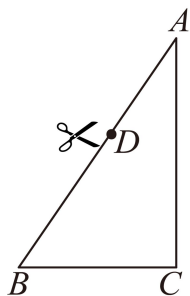
$\because \angle ABC = 30^\circ, BO = 8,$

$$\therefore OD = \frac{1}{2}OB = 4,$$

$\because \odot O$ 的半径为 3, $4 > 3,$

$\therefore \odot O$ 与直线 BA 的位置关系是相离.

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 为 AB 边的中点, 沿着过点 D 的某条直线将 $\triangle ABC$ 剪开, 要使剪下来的一个小三角形与原三角形相似, 有 () 种不同的剪法.



A. 1 种

B. 2 种

C. 3 种

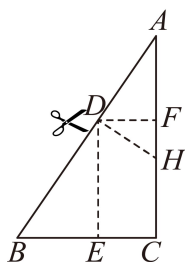
D. 4 种

【答案】C

【解析】

【分析】根据相似三角形的判定方法进行判断即可.

【详解】解: 要使剪下来的一个小三角形与原三角形相似, 有以下 3 种剪法:



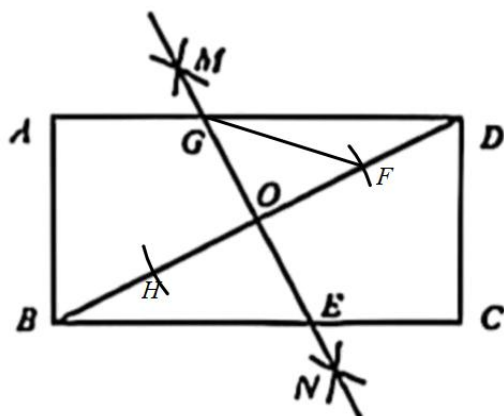
$DF \parallel BC, DE \parallel AC, HD \perp AB$, 可得 $\triangle ADF \sim \triangle ABC, \triangle BDE \sim \triangle BAC, \triangle AHD \sim \triangle ABC$.

6. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1, AD = 2\sqrt{2}$, BD 为矩形对角线. 利用尺规按以下步骤作图: ①分别

以点 B, D 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧, 两弧相交于两点 M, N ; ②连接 MN 交 AD 于点 G , 交

BC 于点 E , 交 BD 于点 O ; ③以点 O 为圆心, 以 OG 的长为半径作弧, 交 BD 于点 H, F ; 那么线段 GF

的长是 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. 1

【答案】C

【解析】

【分析】根据勾股定理求出 BD 的长, 作图得到 MN 垂直平分 BD , 进而得到 OD 的长, 解直角三角形 ODG , 求出 OG 的长, 由作图可知, $OF = OG$, 勾股定理求出 GF 的长即可.

【详解】解: $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, $AD = 2\sqrt{2}$, BD 为矩形对角线,

$$\therefore \angle A = 90^\circ, \quad BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 3,$$

$$\therefore \tan \angle ADB = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

由作图可知: MN 垂直平分 BD ,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}BD = \frac{3}{2}, \quad \angle DOG = 90^\circ$$

$$\therefore \tan \angle ODG = \frac{OG}{OD} = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore OG = \frac{3\sqrt{2}}{8},$$

$$\text{由作图可知, } OF = OG = \frac{3\sqrt{2}}{8},$$

$$\therefore GF = \sqrt{2}OG = \frac{3}{4}.$$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) (请将结果直接填入答题纸的相应位置上, 超出答题区域书写的答案无效)

7. 实数 -8 的立方根是_____.

【答案】

-2

【解析】

【详解】解：∵ $(-2)^3 = -8$

∴实数-8的立方根是-2.

8. 因式分解： $9a^2 - 1 =$ _____.

【答案】 $(3a+1)(3a-1)$

【解析】

【分析】利用平方差公式直接分解即可.

【详解】 $9a^2 - 1 = (3a)^2 - 1^2 = (3a+1)(3a-1)$

故答案为： $(3a+1)(3a-1)$

【点睛】本题考查了公式法分解因式，熟记平方差公式的结构特点是解题的关键.

9. 方程 $\sqrt{3x+1} = 4$ 的根是_____.

【答案】 $x=5$

【解析】

【分析】两边平方，得 $3x+1=16$ ，解方程即可.

【详解】解：两边平方，得 $3x+1=16$,

解得 $x=5$,

∵ $3x+1 \geq 0$,

解得 $x \geq -\frac{1}{3}$,

∴ $x=5$ 是方程的根.

故答案为： $x=5$.

【点睛】本题考查解无理方程，求解步骤是两边先平方，再求解，注意验证根是否符合意义.

10. 计算： $\frac{1}{a^2-4} \div \frac{a}{a-2} =$ _____.

【答案】

$\frac{1}{a(a+2)}$

【解析】

【分析】先利用平方差公式对原式分母进行因式分解，再根据分式除法法则将除法转化为乘法，约分后即可得到结果.

【详解】解： $\frac{1}{a^2-4} \div \frac{a}{a-2}$

$$= \frac{1}{(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a-2}{a}$$
$$= \frac{1}{a(a+2)}.$$

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < 9$

【解析】

【详解】试题分析：若一元二次方程有两个不相等的实数根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，建立关于 m 的不等式，解不等式即可求出 m 的取值范围. $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，
 $\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4m = 36 - 4m > 0$ ，解得： $m < 9$.

考点：根的判别式.

12. 2025 年我国人工智能产业活力迸发、亮点纷呈，人工智能企业数量超 6000 家，核心产业规模预计突破 1.2 万亿元，将数据 1.2 万亿元用科学记数法表示为_____元.

【答案】 1.2×10^{12}

【解析】

【详解】解： $1.2 \text{ 万亿} = 1.2 \times 10^4 \times 10^8 = 1.2 \times 10^{12}$ ，

故数据 1.2 万亿元用科学记数法表示为 1.2×10^{12} .

13. 已知一次函数经过点 $(0, 1)$ 且 y 随 x 增大而减小，请写出一个满足上述条件的函数关系式：_____.

【答案】 $y = -x + 1$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】设一次函数的表达式为 $y = kx + b$ ，由 y 随 x 的增大而减小，则 $k < 0$ ，图像经过点 $(0, 1)$ ，可得 b 的值，综合两者取值即可.

【详解】解：设一次函数的表达式为 $y = kx + b$ ，

$\therefore$ 图像经过点 $(0, 1)$ ，

$$\therefore b=1,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小

$$\therefore k < 0,$$

即 k 取负数, 当 $k = -1$ 时, 函数解析式为 $y = -x + 1$.

故答案为: $y = -x + 1$.

【点睛】此题主要考查了一次函数的性质, 开放性试题, 答案不唯一, 满足条件即可.

14. 在一个不透明的袋子里装有 5 个绿球、2 个黄球和若干个红球, 这些球除颜色不同外无其他差别. 每次从袋子里摸出一个球记录下颜色后再放回, 经过大量的重复试验, 发现摸到红球的频率稳定在 0.3, 则袋中红球的个数是_____.

【答案】

3

【解析】

【分析】根据大量重复试验中频率的稳定值为概率, 结合概率公式设未知数列方程求解即可.

【详解】解: 设袋中红球有 x 个, 根据题意得

$$\frac{x}{5+2+x} = 0.3$$

整理得

$$x = 0.3(7+x)$$

$$x = 2.1 + 0.3x$$

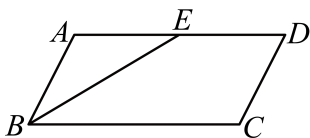
$$0.7x = 2.1$$

解得 $x = 3$

经检验 $x = 3$ 是原分式方程的解, 符合题意,

所以袋中红球的个数是 3.

15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , $AD = 2AB$, 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BE}$ 是_____.



【答案】

$$\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质，角平分线的定义，推出 $AB = AE$ ，进而得到 $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a}$ ，再根据三角形法则进行计算即可.

【详解】解：∵ $\square ABCD$ 中， $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E ，

$$\therefore AD \parallel BC, \quad \angle ABE = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = AE,$$

$$\therefore AD = 2AB,$$

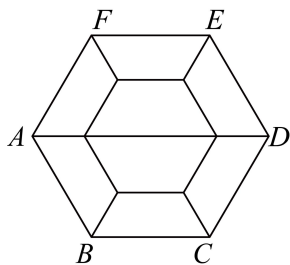
$$\therefore AD = 2AE,$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}.$$

16. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 是由八个全等的等腰梯形拼接而成，如果每个等腰梯形的腰长都是 2，那么正六边形 $ABCDEF$ 的边心距是_____.

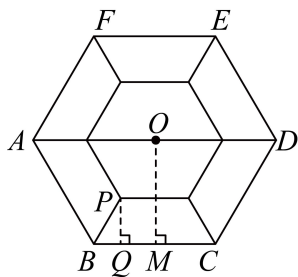


【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据正六边形的性质，直角三角形的边角关系进行计算即可.

【详解】解：如图，设正六边形 $ABCDEF$ 的中心为 O ，过点 O 作 $OM \perp BC$ 于点 M ，过点 P 作 $PQ \perp BC$ 于点 Q ，



由拼图和正六边形的性质可知, $\angle ABC = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$, $\angle PBQ = \frac{1}{2} \angle ABC = 60^\circ$,

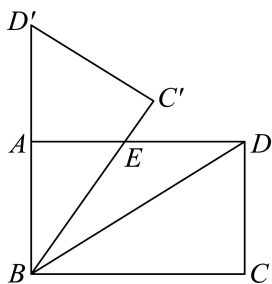
在 $\text{Rt}\triangle BPQ$ 中, $BP = 2$, $\angle PBQ = 60^\circ$,

$$\therefore PQ = \frac{\sqrt{3}}{2} BP = \sqrt{3},$$

$$\therefore OM = 2PQ = 2\sqrt{3},$$

即正六边形 $ABCDEF$ 的边心距为 $2\sqrt{3}$.

17. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 旋转至 $\triangle BC'D'$ 的位置, 点 D' 在 BA 的延长线上, AD 与 BC' 交于点 E , 如果 $AE = 4$, $DE = 5$, 那么四边形 $AEC'D'$ 的面积是_____.



【答案】 15

【解析】

【分析】 根据矩形的性质得到 $AD = BC$, $AB = CD$, $\angle BAD = \angle C = 90^\circ$, 由旋转的性质得到 $\triangle BCD \cong \triangle BC'D'$, 从而 $BC' = BC$, $\angle C' = \angle C = 90^\circ$, $\angle D'BC' = \angle DBC$, 结合点 D' 在 BA 的延长线上可得 $\angle ABE = \angle DBC$, 进而证明 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$, 求出 AB 的长, 最后利用

$S_{\text{四边形}AEC'D'} = S_{\triangle D'BC'} - S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DBC} - S_{\triangle ABE}$ 计算即可.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AD = BC, AB = CD, \angle BAD = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = 4, DE = 5,$$

$$\therefore AD = AE + DE = 9,$$

$$\therefore BC = 9,$$

由旋转的性质可知: $\triangle BCD \cong \triangle BC'D'$,

$$\therefore BC' = BC = 9, \angle C' = \angle C = 90^\circ, \angle D'BC' = \angle DBC,$$

$\therefore$ 点 D' 在 BA 的延长线上,

$\therefore$ 点 B, A, D' 在同一直线上,

$$\therefore \angle ABE = \angle D'BC',$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DBC,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDB$ 中

$$\therefore \angle BAE = \angle C = 90^\circ, \angle ABE = \angle DBC,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \frac{AE}{CD} = \frac{AB}{CB}, \text{ 即 } \frac{4}{AB} = \frac{AB}{9},$$

$$\therefore AB^2 = 36,$$

$$\therefore AB > 0,$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore CD = 6,$$

$\therefore$ 点 E 在 BC' 上, 点 A 在 BD' 上,

$$\therefore S_{\text{四边形}AEC'D'} = S_{\triangle D'BC'} - S_{\triangle ABE},$$

$$\therefore S_{\triangle D'BC'} = S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}BC \cdot CD = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27, \quad S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}AB \cdot AE = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AEC'D'} = 27 - 12 = 15.$$

18. 定义: 有且仅有一条边长等于其外接圆半径的三角形叫做“等接圆三角形”. 如果等腰三角形 ABC 是“等接圆三角形”, 那么 ABC 的面积与其外接圆面积的比值是_____. (保留 π)

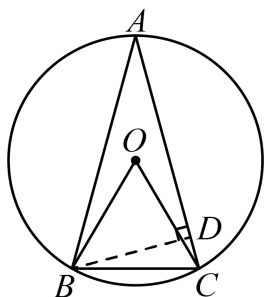
【答案】 $\frac{2-\sqrt{3}}{4\pi}$ 或 $\frac{2+\sqrt{3}}{4\pi}$

【解析】

【分析】 根据题意, 分两种情况, 画出图形, 进行求解即可.

【详解】 解: 由题意, 圆的半径只能与等腰三角形的底边相等,

当等腰三角形的顶角为锐角时, 如图, $\odot O$ 是等腰 ABC 的外接圆, $AB = AC$, $OB = OC = BC$,



$\therefore \triangle BOC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle BOC = 60^\circ$,

$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$,

作 $BD \perp AC$ 于点 D , 则 $AB = 2BD, AD = \sqrt{3}BD$,

$\therefore AC = AB = 2BD$,

$\therefore CD = AC - AD = (2 - \sqrt{3})BD$,

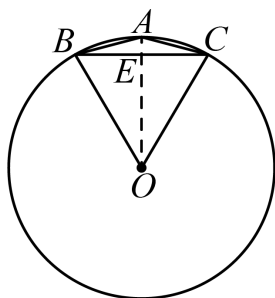
$\therefore BC^2 = BD^2 + [(2 - \sqrt{3})BD]^2 = [1 + (7 - 4\sqrt{3})]BD^2 = (8 - 4\sqrt{3})BD^2$,

$\therefore OB^2 = BC^2 = (8 - 4\sqrt{3})BD^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} AC \cdot BD = BD^2$, $\odot O$ 的面积为 $\pi \cdot OB^2 = (8 - 4\sqrt{3})\pi \cdot BD^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积与 $\odot O$ 的面积比为 $\frac{BD^2}{BD^2(8 - 4\sqrt{3})\pi} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4\pi}$;

当 $\angle A$ 为钝角时, 如图, 连接 OA 交 BC 于点 E ,



$\therefore OB = OC = BC = OA, AB = AC$,

$\therefore OA$ 垂直平分 BC ,

$\therefore BC = 2BE$,

$\therefore OA = OB = BC = 2BE, OE = \sqrt{OB^2 - BE^2} = \sqrt{3}BE$,

$\therefore AE = OA - OE = (2 - \sqrt{3})BE$,

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} BC \cdot AE = (2 - \sqrt{3}) BE^2, \odot O \text{ 的面积为 } 4\pi \cdot BE^2,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积与 } \odot O \text{ 的面积比为 } \frac{2 - \sqrt{3}}{4\pi};$$

$$\text{综上: } \triangle ABC \text{ 的面积与 } \odot O \text{ 的面积比为 } \frac{2 - \sqrt{3}}{4\pi} \text{ 或 } \frac{2 + \sqrt{3}}{4\pi}.$$

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{1}{\sqrt{5}+2} - 27^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (\pi - 3.14)^0.$

【答案】

$$\sqrt{5}$$

【解析】

【详解】解: 原式 = $\frac{(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} - \sqrt[3]{27} + 4 + 1 = \sqrt{5} - 2 - 3 + 4 + 1 = \sqrt{5}.$

20. 解关于 x 的不等式组:
$$\begin{cases} 3(x-2) + 2x \leq 4 \text{ ①} \\ \frac{x}{4} < \frac{x+3}{2} - 1 \text{ ②} \end{cases}.$$

【答案】

$$-2 < x \leq 2$$

【解析】

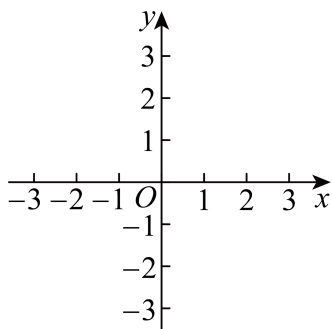
【详解】解:
$$\begin{cases} 3(x-2) + 2x \leq 4 \text{ ①} \\ \frac{x}{4} < \frac{x+3}{2} - 1 \text{ ②} \end{cases},$$

由①, 得 $x \leq 2$;

由②, 得 $x > -2$;

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 < x \leq 2$.

21. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 与直线 $y = x + k$ 交于点 $A(1, n)$ 、点 B , 点 C 和点 A 关于原点对称.



(1) 求 k 与 n 的值;

(2) 求 $\tan \angle BAC$ 的值.

【答案】 (1) $k=1, n=2$

(2) $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 由待定系数法求解即可;

(2) 先联立一次函数与反比例函数的解析式求解点 B , 然后由关于原点对称的点的坐标特征求解点 C , 再根据勾股定理及其逆定理证明 ABC 是直角三角形, 最后根据正切的定义求解.

【小问 1 详解】

解: 由题意得, 把 $A(1, n)$ 代入 $y = \frac{2}{x}$ 得, $n = \frac{2}{1} = 2$,

$\therefore A(1, 2)$,

把 $A(1, 2)$ 代入 $y = x + k$, 则 $2 = 1 + k$,

解得 $k = 1$;

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 知一次函数解析式为 $y = x + 1$,

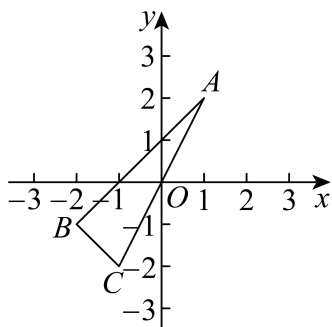
$$\therefore \begin{cases} y = x + 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases},$$

解得 $x_1 = -2, x_2 = 1$,

$\therefore B(-2, -1)$,

$\therefore$ 点 C 和点 A 关于原点对称, $A(1, 2)$,

$\therefore C(-1, -2)$, 如图:



$$\therefore BC = \sqrt{(-2+1)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{2},$$

$$\text{同理可求 } AC = 2\sqrt{5}, AB = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore BC^2 + AB^2 = AC^2,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \tan \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3}.$$

22. 某校开展校园才艺大赛, 根据同学们的报名意向分为“A 唱歌、B 舞蹈、C 器乐、D 戏剧、E 其他”几个表演类别. 图 1、图 2 是每类表演报名人数统计图.

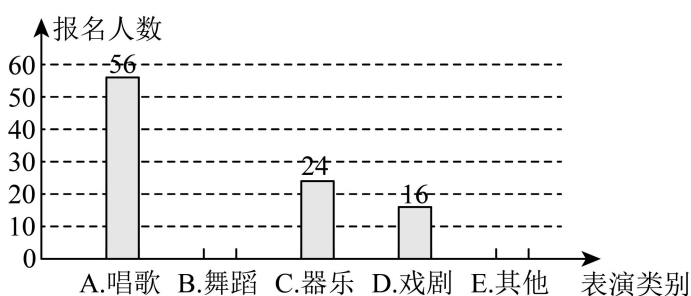


图1

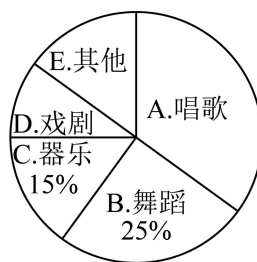


图2

(1) 扇形统计图中“B 舞蹈”所在扇形的圆心角度数为_____°;

(2) 本次大赛总共报名_____人, 请补全条形统计图;

(3) 才艺大赛当天由 7 名学生代表作为评审进行打分 (满分 10 分), 甲、乙两位同学在“A 唱歌”项目的得分及其部分统计结果如下:

甲	8	6	7	6	7	9	6
乙	8	4	8	9	8	9	3
	平均数		中位数		方差		
甲	a		7		$\frac{8}{7}$		

乙	7	b	c	

①表中的数据: $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$;

②结合平均数、中位数、方差等统计数据,谈谈你对甲、乙两位同学成绩的看法.

【答案】(1) 90 (2) 160, 补全条形统计图见解析

(3) ①7, 8, $\frac{36}{7}$; ②见解析

【解析】

【分析】(1) 用 360° 乘以占比即可;

(2) 先由 C 的人数除以占比求解总人数, 然后计算出 B、E 的人数, 即可补全条形统计图;

(3) ①根据平均数, 中位数, 方差的定义求解即可;

②根据平均数, 中位数, 方差的意义分析即可.

【小问 1 详解】

解: $360^\circ \times 25\% = 90^\circ$,

$\therefore$ 扇形统计图中“B 舞蹈”所在扇形的圆心角度数为 90° ;

【小问 2 详解】

解: 总人数: $24 \div 15\% = 160$ (人),

B 的人数: $160 \times 25\% = 40$ (人),

则 E 的人数为: $160 - 56 - 40 - 24 - 16 = 24$ (人),

补全条形统计图:

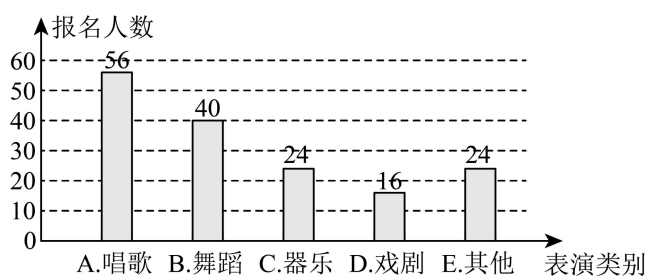


图1

【小问 3 详解】

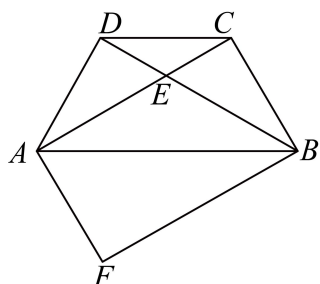
解: ① $a = \frac{1}{7} \times (8 + 6 + 7 + 6 + 7 + 9 + 6) = 7$;

乙的数据排列为: 3, 4, 8, 8, 8, 9, 9, 则 $b = 8$;

$$c = \frac{(3-7)^2 + (4-7)^2 + (8-7)^2 \times 3 + (9-7)^2 \times 2}{7} = \frac{36}{7};$$

②甲、乙的平均数一样，说明甲、乙的平均水平接近，乙的中位数高于甲，说明乙的高分多，甲的方差小，说明成绩更加稳定.

23. 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AD = BC$ ，对角线 AC 与 BD 交于点 E ，将 $\triangle ABD$ 沿着直线 AB 翻折得到 $\triangle ABF$ （点 D 对应点 F ）.



(1) 求证：四边形 $AFBC$ 是平行四边形；

(2) 如果四边形 $AFBC$ 是矩形，且 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BE}$ ，求证： $AB = 2CD$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 先得到梯形 $ABCD$ 是等腰梯形，然后根据等腰梯形的性质以及折叠的性质，通过两组对边分别相等的四边形是平行四边形证明即可；

(2) 先根据比例线段证明 $AD = CD$ ，然后结合翻折，矩形的性质证明 $\angle 3 = 30^\circ$ ，即可求证.

【小问 1 详解】

证明：由翻折可得， $BD = BF$, $AD = AF$,

$\because$ 梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AD = BC$,

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形， $AF = BC$,

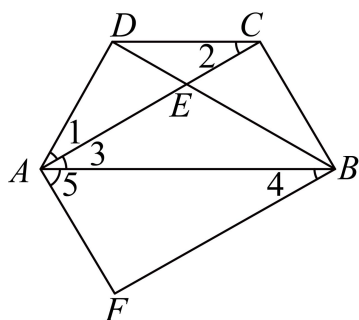
$\therefore AC = BD$,

$\therefore AC = BF$,

$\therefore$ 四边形 $AFBC$ 是平行四边形；

【小问 2 详解】

证明：如图，



∵ 四边形 $AFBC$ 是矩形,

∴ $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$, $AC \parallel BF$,

∴ $\angle 3 = \angle 4$, 设 $\angle 3 = \angle 4 = \alpha$,

∴ $AB \parallel CD$

∴ $\triangle DEC \sim \triangle BEA$, $\angle 2 = \angle 3 = \alpha$,

$$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{CD}{AB},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BE},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{CD}{AB},$$

∴ $AD = CD$,

∴ $\angle 1 = \angle 2 = \alpha$,

∴ 翻折,

∴ $\angle 5 = \angle BAD = \angle 1 + \angle 3 = 2\alpha$,

∴ $\angle F = 90^\circ$,

∴ $\angle 4 + \angle 5 = 3\alpha = 90^\circ$,

∴ $\alpha = 30^\circ$,

∴ $\angle 3 = 30^\circ$,

∴ $\angle ACB = 90^\circ$,

∴ $AB = 2BC$,

∴ $AD = CD, AD = BC$,

∴ $AB = 2CD$.

24. 【问题背景】

图 1 是一个矿洞, 为了使矿洞更牢固, 某工程队想要搭建矩形支撑架.

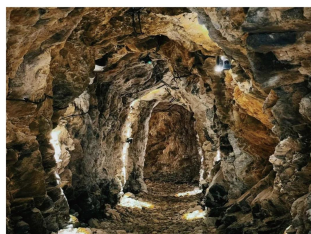


图1

【数据测量】

图 2 是矿洞横截面的示意图, 截面是轴对称图形, 外轮廓线由上方抛物线 L 和下方的矩形 $ABCD$ 组成, 矩形 $ABCD$ 的边 $BC = 4\text{m}$, $CD = 1\text{m}$, E 是抛物线 L 的顶点, 且点 E 到 BC 的距离为 3m , 矩形 $FGMN$ 的

边 FN 、 MN 、 MG 为支撑架的架骨，点 F 、 G 在边 BC 上，点 M 、 N 在抛物线 L 上.

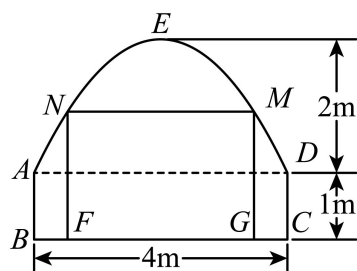


图2

【问题解决】

如图 3，工程队以矩形 $ABCD$ 的顶点 B 为原点，以 BC 边所在的直线为 x 轴，以 AB 边所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系.

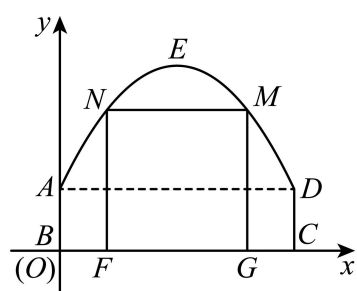


图3

- (1) 求顶点 E 的坐标及抛物线 L 的函数表达式；
- (2) 当支撑架 $FGMN$ 为正方形时，求架骨 MN 的长；
- (3) 为满足宽为 2.4m ，高为 1.9m 的矿车能够在支撑架内通行 (矿车距离上方、两侧支撑架分别需预留 0.1m 的安全距离)，求此时 BF 的取值范围.

【答案】(1) $E(2,3)$, $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$

(2) $(2\sqrt{10}-4)\text{m}$

(3) $2-\sqrt{2} \leq BF \leq 0.7$

【解析】

【分析】(1) 先根据题意得到 $A(0,1)$, $E(2,3)$ ，再设出顶点式，代入求解即可；

(2) 设正方形 $FGMN$ 的边长为 $2m$ ，则 $FN = FG = 2m$ ，根据对称性可得， $OF = 2-m$ ，则 $N(2-m, 2m)$ ，再把 $N(2-m, 2m)$ 代入抛物线表达式求解即可；

(3) 根据矿车距离上方、两侧支撑架分别需预留 0.1m 的安全距离求出对应的 BF 值即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore CD = AB = 1\text{m},$$

$$\therefore A(0,1),$$

$\therefore$ 矿洞横截面是轴对称图形, $BC = 4\text{m}$, 点 E 到 BC 的距离为 3m ,

$$\therefore \text{顶点 } E(2,3),$$

设抛物线 L 的表达式为 $y = a(x-2)^2 + 3$,

代入 $A(0,1)$ 得, $4a + 3 = 1$,

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{抛物线 } L \text{ 的表达式为 } y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3;$$

【小问 2 详解】

解: 设正方形 $FGMN$ 的边长为 $2m$, 则 $FN = FG = 2m$,

根据对称性可得, $OF = 2 - m$,

$$\therefore N(2-m, 2m),$$

$$\text{将点 } N(2-m, 2m) \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3 \text{ 得, } -\frac{1}{2}(2-m-2)^2 + 3 = 2m,$$

$$\text{解得 } m_1 = \sqrt{10} - 2, m_2 = -\sqrt{10} - 2 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore \text{正方形边长为 } 2\sqrt{10} - 4, \text{ 即架骨 } MN \text{ 的长为 } (2\sqrt{10} - 4)\text{m};$$

【小问 3 详解】

解: $\therefore$ 矿车距离上方预留 0.1m 的安全距离,

$$\therefore \text{把 } y = 1.9 + 0.1 = 2 \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3,$$

$$\text{则 } -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3 = 2,$$

$$\text{解得 } x_1 = 2 - \sqrt{2}, x_2 = 2 + \sqrt{2} \text{ (舍去)},$$

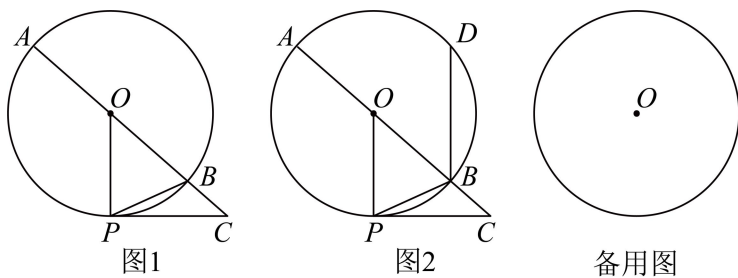
$$\therefore \text{此时 } BF = 2 - \sqrt{2},$$

$\therefore$ 两侧支撑架需预留 0.1m 的安全距离,

$$\therefore \text{此时 } BF = \frac{4 - 2.4 - 0.1 \times 2}{2} = 0.7,$$

$$\therefore \text{为满足宽为 } 2.4\text{m}, \text{ 高为 } 1.9\text{m} \text{ 的矿车能够在支撑架内通行, } 2 - \sqrt{2} \leq BF \leq 0.7.$$

25. 如图 1, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 AB 延长线上一点, CP 是 $\odot O$ 的切线, P 为切点, 连接 BP 、 OP .



(1) 求证: $CP^2 = AC \cdot BC$;

(2) 如图 2, 过点 B 作 $BD \parallel OP$ 交 $\odot O$ 于 D ,

①如果 $BD = 18$, $BP = 6\sqrt{5}$, 求 CP 的长;

②连接 CD 、 DP , 如果 $\triangle CDP$ 是以 CD 为腰的等腰三角形, 求 $\frac{BC}{CP}$ 的值.

【答案】 (1) 见解析 (2) ① 20; ② $\frac{BC}{PC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

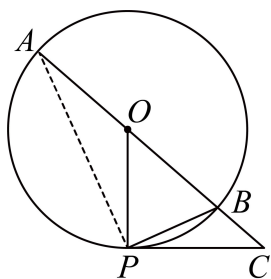
【解析】

【分析】 (1) 连接 AP , 证明 $\triangle CAP \sim \triangle CBP$, 即可得证;

(2) ①作 $OH \perp BD$ 于点 H , 作 $BG \perp OP$ 于点 G , 垂径定理得到 $BH = \frac{1}{2}BD = 9$, 证明四边形 $OGBH$ 为矩形, 得到 $OH = BG$, $OG = BH = 9$, 设 $\odot O$ 的半径为 r , 在 $\text{Rt}\triangle OBH$ 中, 由勾股定理得 $OH^2 = OB^2 - BH^2 = r^2 - 9^2$, 在 $\text{Rt}\triangle BGP$ 中, 由勾股定理得 $BG^2 = BP^2 - PG^2 = (6\sqrt{5})^2 - (r - 9)^2$, 进而得到 $r^2 - 9^2 = (6\sqrt{5})^2 - (r - 9)^2$, 求出 r 的值, 证明 $\triangle OGB \sim \triangle OPC$, 列出比例式进行求解即可; ②分 $CD = CP$ 和 $CD = DP$ 两种情况进行讨论求解即可.

【小问 1 详解】

证明: 连接 AP ,



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle APB = 90^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle ABP = 90^\circ$,

$\because CP$ 是 $\odot O$ 的切线, P 为切点,

$$\therefore BG \perp OP, OP \perp PC,$$

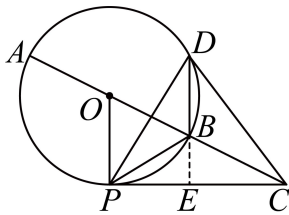
$$\therefore BG \parallel CP,$$

$$\therefore \triangle OGB \sim \triangle OPC,$$

$$\therefore \frac{PC}{BG} = \frac{OP}{OG}, \text{ 即 } \frac{PC}{12} = \frac{15}{9},$$

$$\therefore PC = 20;$$

②当 $CD = PD$ 时, 延长 DB 交 CP 于点 E ,



$$\therefore OP \parallel BD, OP \perp PC,$$

$$\therefore DE \perp PC,$$

$$\therefore DE \text{ 垂直平分 } PC,$$

$$\therefore BP = BC,$$

$$\therefore \angle BPC = \angle BCP,$$

$$\therefore \angle BPC + \angle OPB = 90^\circ, \angle OCP + \angle POC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OPB = \angle POB,$$

$$\therefore BP = OB,$$

$$\therefore BP = OB = OP,$$

$$\therefore \triangle POB \text{ 为等边三角形},$$

$$\therefore \angle POB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OCP = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = BP, BP = OP,$$

$$\therefore BC = OP,$$

$$\therefore \frac{BC}{PC} = \frac{OP}{CP} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

当 $CD = CP$ 时, 连接 OD , PD 交 OC 于点 E , 则 $OP = OD$,

