

2014 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列代数式中，属于单项式的是 ()
- A. $a+1$ B. $\sqrt{2a}$ C. $\frac{2}{a}$ D. $\frac{a}{2}$
2. (4 分) 数据 1, 3, 7, 1, 3, 3 的平均数和标准差分别为 ()
- A. 2, 2 B. 2, 4 C. 3, 2 D. 3, 4
3. (4 分) 已知抛物线 $y = -(x+1)^2$ 上的两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 如果 $x_1 < x_2 < -1$, 那么下列结论一定成立的是 ()
- A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $0 < y_1 < y_2$ C. $0 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < 0$
4. (4 分) 某粮食公司 2013 年生产大米总量为 a 万吨, 比 2012 年大米生产总量增加了 10%, 那么 2012 年大米生产总量为 ()
- A. $a(1+10\%)$ 万吨 B. $\frac{a}{1+10\%}$ 万吨
- C. $a(1-10\%)$ 万吨 D. $\frac{a}{1-10\%}$ 万吨
5. (4 分) 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\angle ADB = \angle CBD$, 添加下列一个条件后, 仍不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()
- A. $\angle ABD = \angle CDB$ B. $\angle DAB = \angle BCD$ C. $\angle ABC = \angle CDA$
- D. $\angle DAC = \angle BCA$
6. (4 分) 如果 A 、 B 分别是 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 上两个动点, 当 A 、 B 两点之间距离最大时, 那么这个最大距离被称为 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的“远距”. 已知, $\odot O_1$ 的半径为 1, $\odot O_2$ 的半径为 2, 当两圆相交时, $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的“远距”可能是 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) $|3 - \pi| =$ _____.
8. (4 分) 化简: $\frac{10a^3b}{4ab^2} =$ _____.
9. (4 分) 计算: $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} =$ _____.
10. (4 分) 正八边形的中心角等于 _____ 度.
11. (4 分) 如果关于 x 的方程 $3x^2 - mx + 3 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值

为_____.

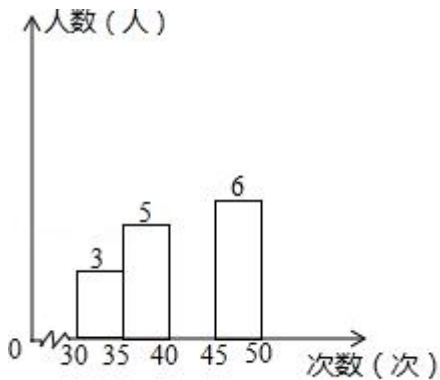
12. (4分) 请写出一个平面几何图形, 使它满足“把一个图形沿某一条直线翻折过来, 直线两旁的部分能够相互重合”这一条件, 这个图形可以是_____.

13. (4分) 如果关于 x 的方程 $bx = x+1$ 有解, 那么 b 的取值范围为_____.

14. (4分) 在 $\square ABCD$ 中, 已知 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, 则用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AB}$ 为_____.

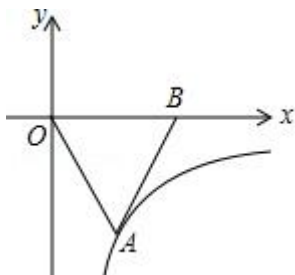
15. (4分) 把分别写有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”的6张相同卡片, 字面朝下随意放置在桌面上, 从中任意摸出一张卡片数字是素数的概率是_____.

16. (4分) 为了解某校九年级女生1分钟仰卧起坐的次数, 从中随机抽查了50名女生参加测试, 被抽查的女生中有90%的女生次数不小于30次, 并绘制成频数分布直方图(如图), 那么仰卧起坐的次数在40~45的频率是_____.



(每组可含有最小值, 不含最大值)

17. (4分) 如图, 已知点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 点 B 在 x 轴的正半轴上, 且 $\triangle OAB$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形, 那么这个反比例函数的解析式是_____.



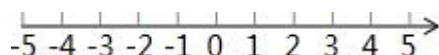
18. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = \sqrt{2}$, $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 如果将 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转至 $\triangle A'B'C$ 的位置, 使点 B' 落在 $\angle ACB$ 的角平分线上, A'

B' 与 AC 相交于点 H ，那么线段 CH 的长等于_____.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $(\sqrt{5})^2 - 5 \frac{1}{2} + (\frac{5}{\sqrt{5}+5})^{-1} - \frac{1}{\sqrt{5}}$.

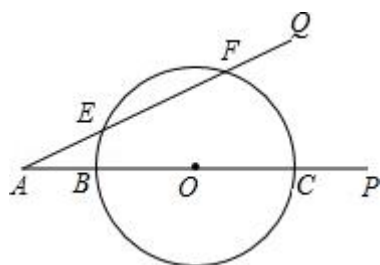
20. (10 分) 解不等式组： $\begin{cases} 2x-7 < 3(1-x) \\ \frac{4}{3}x+3 \geq 1-\frac{2}{3}x \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



21. (10 分) 已知：如图， $\angle PAQ = 30^\circ$ ，在边 AP 上顺次截取 $AB = 3cm$ ， $BC = 10cm$ ，以 BC 为直径作 $\odot O$ 交射线 AQ 于 E 、 F 两点，求：

(1) 圆心 O 到 AQ 的距离；

(2) 线段 EF 的长.

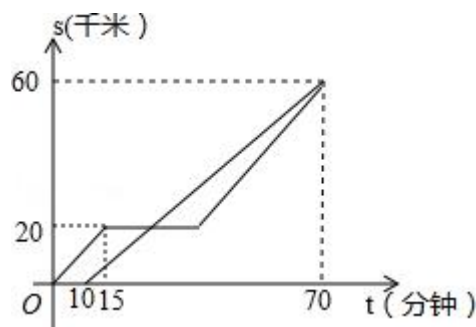


22. (10 分) 甲、乙两车都从 A 地前往 B 地，如图分别表示甲、乙两车离 A 地的距离 S (千米) 与时间 t (分钟) 的函数关系. 已知甲车出发 10 分钟后乙车才出发，甲车中途因故停止行驶一段时间后按原速继续驶向 B 地，最终甲、乙两车同时到达 B 地，根据图中提供的信息解答下列问题：

(1) 甲、乙两车行驶时的速度分别为多少？

(2) 乙车出发多少分钟后第一次与甲车相遇？

(3) 甲车中途因故障停止行驶的时间为多少分钟？

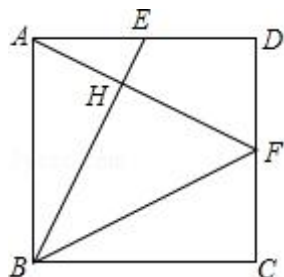


23. (12 分) 已知：如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是边 AD 的中点，联结 BE ,

过点 A 作 $AF \perp BE$ ，分别交 BE 、 CD 于点 H 、 F ，联结 BF 。

(1) 求证： $BE = BF$ ；

(2) 联结 BD ，交 AF 于点 O ，联结 OE 。求证： $\angle AEB = \angle DEO$ 。



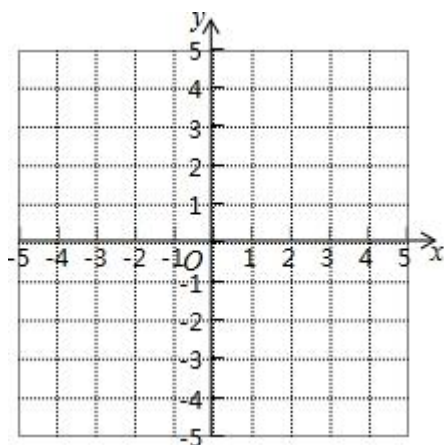
24. (12 分) 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 与 x 轴

交于点 A 、 B (点 A 在点 B 右侧)，与 y 轴交于点 $C(0, -3)$ ，且 $OA = 2OC$ 。

(1) 求这条抛物线的表达式及顶点 M 的坐标；

(2) 求 $\tan \angle MAC$ 的值；

(3) 如果点 D 在这条抛物线的对称轴上，且 $\angle CAD = 45^\circ$ ，求点 D 的坐标。



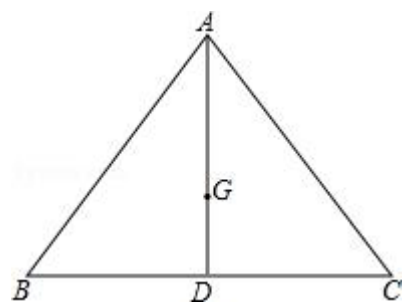
25. (14 分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， BC 比 AB 大 3， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，点 G

是 $\triangle ABC$ 的重心， AG 的延长线交边 BC 于点 D 。过点 G 的直线分别交边 AB 于点 P 、交射线 AC 于点 Q 。

(1) 求 AG 的长；

(2) 当 $\angle APQ = 90^\circ$ 时，直线 PG 与边 BC 相交于点 M 。求 $\frac{AQ}{MQ}$ 的值；

(3) 当点 Q 在边 AC 上时，设 $BP = x$ ， $AQ = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域。



2014 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列代数式中，属于单项式的是（ ）

A. $a+1$

B. $\sqrt{2a}$

C. $\frac{2}{a}$

D. $\frac{a}{2}$

【考点】42：单项式.

【分析】根据单项式的定义逐个判断即可.

【解答】解：A、不是单项式，故本选项错误；

B、不是单项式，故本选项错误；

C、不是单项式，故本选项错误；

D、是单项式，故本选项正确；

故选：D.

【点评】本题考查了对单项式定义的理解和运用，注意：单项式表示数与字母的积，单独一个数或字母也是单项式.

2.（4 分）数据 1，3，7，1，3，3 的平均数和标准差分别为（ ）

A. 2，2

B. 2，4

C. 3，2

D. 3，4

【考点】W2：加权平均数；W8：标准差.

【分析】根据平均数的计算公式求出这组数据的平均数，再根据方差公式求出方差，从而得出标准差.

【解答】解：这组数据 1，3，7，1，3，3 的平均数是：

$$\frac{1}{6} (1+3+7+1+3+3) = 3;$$

$$\begin{aligned} \text{方差 } S^2 &= \frac{1}{6} [(1-3)^2 + (3-3)^2 + (7-3)^2 + (1-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2] \\ &= 4, \end{aligned}$$

则标准差是 2.

故选：C.

【点评】此题主要考查了平均数，方差和标准差，用到的知识点是平均数、方差和标准差的计算公式，关键是根据题意和公式列出算式.

3. (4分) 已知抛物线 $y = -(x+1)^2$ 上的两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 如果 $x_1 < x_2 < -1$, 那么下列结论一定成立的是 ()

- A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $0 < y_1 < y_2$ C. $0 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < 0$

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】根据二次函数的性质得到抛物线 $y = -(x+1)^2$ 的开口向下, 有最大值为 0, 对称轴为直线 $x = -1$, 则在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大, 所以 $x_1 < x_2 < -1$ 时, $y_1 < y_2 < 0$.

【解答】解: $\because y = -(x+1)^2$,

$\therefore a = -1 < 0$, 有最大值为 0,

$\therefore$ 抛物线开口向下,

$\because$ 抛物线 $y = -(x+1)^2$ 对称轴为直线 $x = -1$,

而 $x_1 < x_2 < -1$,

$\therefore y_1 < y_2 < 0$.

故选: A.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象为抛物线, 则抛物线上的点的坐标满足其解析式; 当 $a < 0$, 抛物线开口向下; 对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大, 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而减小.

4. (4分) 某粮食公司 2013 年生产大米总量为 a 万吨, 比 2012 年大米生产总量增加了 10%, 那么 2012 年大米生产总量为 ()

- A. $a(1+10\%)$ 万吨 B. $\frac{a}{1+10\%}$ 万吨
C. $a(1-10\%)$ 万吨 D. $\frac{a}{1-10\%}$ 万吨

【考点】32: 列代数式.

【分析】根据 2013 年生产大米比 2012 年大米生产总量增加了 10%, 可知 2012 年大米生产总量 $\times (1+10\%) = 2013$ 年大米生产总量, 由此列式即可.

【解答】解: $a \div (1+10\%) = \frac{a}{1+10\%}$ (万吨).

故选: B.

【点评】此题考查列代数式, 关键是找出题目蕴含的数量关系: 2012 年大米生

产总量 $\times (1+10\%) = 2013$ 年大米生产总量.

5. (4 分) 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\angle ADB = \angle CBD$, 添加下列一个条件后, 仍不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

- A. $\angle ABD = \angle CDB$ B. $\angle DAB = \angle BCD$ C. $\angle ABC = \angle CDA$
D. $\angle DAC = \angle BCA$

【考点】L6: 平行四边形的判定.

【分析】利用平行四边形的判定定理逐步判定后即可确定答案.

【解答】解: 由 $\angle ADB = \angle CBD$ 可以得到 $AD \parallel BC$,

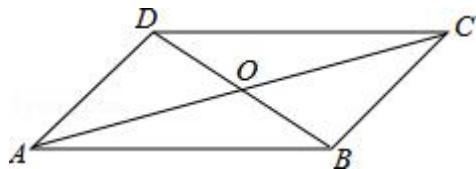
$\therefore A$ 、 $\angle ABD = \angle CDB$ 能得到 $AB \parallel CD$, 所以能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

B、利用三角形的内角和定理能进一步得到 $\angle ABD = \angle CDB$, 从而能得到 $AB \parallel CD$, 所以能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

C、能进一步得到 $\angle CDB = \angle ABD$, 从而能得到 $AB \parallel CD$, 所以能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

D、不能进一步得到 $AB \parallel CD$, 所以不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

故选: D.



【点评】本题考查了平行四边形的判定.

- (1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.
- (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.
- (3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.
- (4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.
- (5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

6. (4 分) 如果 A 、 B 分别是 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 上两个动点, 当 A 、 B 两点之间距离最大时, 那么这个最大距离被称为 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的“远距”. 已知, $\odot O_1$ 的半径为 1, $\odot O_2$ 的半径为 2, 当两圆相交时, $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的“远距”可能是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【专题】23: 新定义.

【分析】 首先弄清远距的定义，然后结合两圆的圆心距的取值范围求解．

【解答】 解：∵ $\odot O_1$ 的半径为 1， $\odot O_2$ 的半径为 2，

∴ 圆心距 d 的取值范围为： $1 < d < 3$ ，

∴ $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的“远距”的取值范围为： $4 < \text{远距} < 6$ ，

故选：C．

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系，解题的关键是弄清“远距的定义”．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分） $|3 - \pi| = \underline{\pi - 3}$ ．

【考点】 28：实数的性质．

【分析】 由于一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0，由此即可求解．

【解答】 解：∵ $\pi > 3$ ，∴ $3 - \pi < 0$ ，

∴ $|3 - \pi| = \pi - 3$ ．

【点评】 本题考查绝对值的化简，要能够正确估算无理数的大小，得到化简式子的符号．

8.（4 分）化简： $\frac{10a^3b}{4ab^2} = \underline{\frac{5a^2}{2b}}$ ．

【考点】 66：约分．

【专题】 11：计算题．

【分析】 找出分式分子分母的公因式，约分即可得到结果．

【解答】 解：原式 $= \frac{2ab \cdot 5a^2}{2ab \cdot b}$
 $= \frac{5a^2}{2b}$ ．

故答案为： $\frac{5a^2}{2b}$ ．

【点评】 此题考查了约分，找出分子分母的公因式是约分的关键．

9.（4 分）计算： $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} = \underline{\frac{1}{x}}$ ．

【考点】 6B：分式的加减法．

【专题】 11：计算题．

【分析】 原式两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分即可得到结果．

$$\begin{aligned}
 \text{【解答】解：原式} &= \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\
 &= \frac{x-1}{x(x-1)} \\
 &= \frac{1}{x}.
 \end{aligned}$$

故答案为： $\frac{1}{x}$.

【点评】此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算是解本题的关键.

10. (4分) 正八边形的中心角等于 45 度.

【考点】MM：正多边形和圆.

【分析】根据中心角是正多边形相邻的两个半径的夹角来解答.

【解答】解：正八边形的中心角等于 $360^\circ \div 8 = 45^\circ$ ；

故答案为 45.

【点评】本题考查了正多边形和圆的知识，解题的关键是牢记中心角的定义及求法.

11. (4分) 如果关于 x 的方程 $3x^2 - mx + 3 = 0$ 有两个相等的实数根，那么 m 的值为 ± 6 .

【考点】AA：根的判别式.

【分析】若一元二次方程有两等根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，建立关于 m 的方程，求出 m 的取值.

【解答】解： $\because$ 方程 $3x^2 - mx + 3 = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = m^2 - 4 \times 3 \times 3 = 0,$$

解得 $m = \pm 6$,

故答案为 ± 6 .

【点评】考查了根的判别式，总结：一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

12. (4分) 请写出一个平面几何图形，使它满足“把一个图形沿某一条直线翻折过来，直线两旁的部分能够相互重合”这一条件，这个图形可以是 圆.

【考点】P3：轴对称图形.

【专题】26：开放型.

【分析】把一个图形沿某一条直线翻折过来，直线两旁的部分能够相互重合，这样的图形为轴对称图形，写出一个轴对称图形即可.

【解答】解：这个图形可以是圆.

故答案为：圆.

【点评】本题考查了轴对称图形的知识，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形.

13. (4分) 如果关于 x 的方程 $bx = x + 1$ 有解，那么 b 的取值范围为 $b \neq 1$.

【考点】85：一元一次方程的解.

【分析】移项，合并同类项，当 x 的系数不等于 0 时，方程有解，据此即可求解.

【解答】解：移项，得： $bx - x = 1$,

即 $(b - 1)x = 1$,

当 $b - 1 \neq 0$ 时，即 $b \neq 1$ 时，方程有解.

故答案是： $b \neq 1$.

【点评】此题考查的是一元一次方程的解法，理解方程有解的条件是关键.

14. (4分) 在 $\square ABCD$ 中，已知 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$ ，则用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AB}$ 为 $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

【考点】LM：*平面向量.

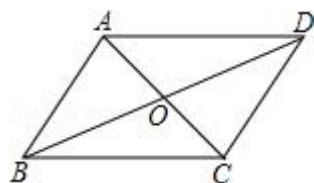
【分析】根据平行四边形的对角线互相平分的性质，可得出 $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}\vec{b}$ ， $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a}$ ，从而可表示出向量 $\overrightarrow{AB}$.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}\vec{b}$ ， $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a}$ ，

$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

故答案为： $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.



【点评】 本题考查了平面向量的知识，注意掌握向量的加减，平行四边形对角线互相平分的性质．

15. (4 分) 把分别写有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”的 6 张相同卡片，字面朝下随意放置在桌面上，从中任意摸出一张卡片数字是素数的概率是 $\frac{1}{2}$ ．

【考点】 X4： 概率公式．

【分析】 由有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”的 6 张相同卡片，卡片数字是素数的有：2，3，5；直接利用概率公式求解即可求得答案．

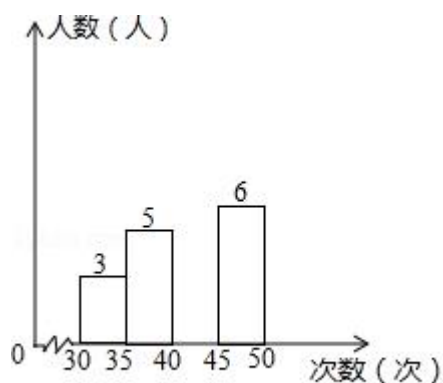
【解答】 解：∵有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”的 6 张相同卡片，卡片数字是素数的有：2，3，5；

∴从中任意摸出一张卡片数字是素数的概率是： $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ．

故答案为： $\frac{1}{2}$ ．

【点评】 此题考查了概率公式的应用．注意用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

16. (4 分) 为了解某校九年级女生 1 分钟仰卧起坐的次数，从中随机抽查了 50 名女生参加测试，被抽查的女生中有 90% 的女生次数不小于 30 次，并绘制成频数分布直方图（如图），那么仰卧起坐的次数在 40～45 的频率是 0.62．



(每组可含有最小值，不含最大值)

【考点】 V8： 频数（率）分布直方图．

【分析】 根据被抽查的女生中有 90% 的女生次数不小于 30 次，抽查了 50 名女生，求出次数不小于 30 次的人数，再根据直方图求出在 40～45 次之间的频数，然后根据频率公式：频率 = 频数 ÷ 总数，即可求解．

【解答】 解：∵被抽查的女生中有 90% 的女生次数不小于 30 次，抽查了 50 名女

生,

$\therefore$ 次数不小于 30 次的人数是 $50 \times 90\% = 45$ (人),

$\therefore$ 在 40 ~ 45 次之间的频数是: $45 - 3 - 5 - 6 = 31$,

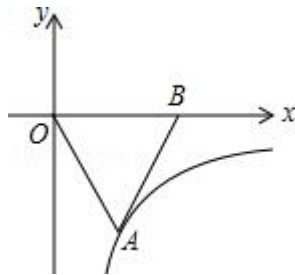
$\therefore$ 仰卧起坐的次数在 40 ~ 45 的频率是 $\frac{31}{50} = 0.62$;

故答案是: 0.62.

【点评】 本题考查了频数分布直方图, 关键是读懂统计图, 从图中获得必要的信息, 用到的知识点是频率公式: 频率 = 频数 $\div$ 总数.

17. (4 分) 如图, 已知点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 点 B 在 x 轴的正半轴

上, 且 $\triangle OAB$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形, 那么这个反比例函数的解析式是 $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$.



【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; KK: 等边三角形的性质.

【分析】 首先根据题意得出 $\frac{1}{2} \times |2x \cdot y| = \sqrt{3}$, 进而得出 $xy = -\sqrt{3}$, 即可得出 k 的值.

【解答】 解: 过点 A 作 $AC \perp OB$ 于点 C ,

设 $A(x, y)$,

$\because \triangle OAB$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形,

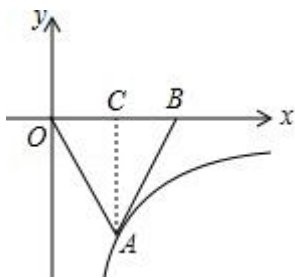
$$\therefore \frac{1}{2} \times |2x \cdot y| = \sqrt{3},$$

$$\therefore |xy| = \sqrt{3},$$

$$\therefore xy = -\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{这个反比例函数的解析式是: } y = -\frac{\sqrt{3}}{x}.$$

故答案为: $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$.



【点评】此题主要考查了等边三角形的性质以及三角形面积求法和反比例函数图象上点的坐标特征，得出 $xy = -\sqrt{3}$ 是解题关键．

18. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = \sqrt{2}$ ， $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，如果将 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转至 $\triangle A'B'C$ 的位置，使点 B' 落在 $\angle ACB$ 的角平分线上， $A'B'$ 与 AC 相交于点 H ，那么线段 CH 的长等于 $\sqrt{3} - 1$ ．

【考点】R2：旋转的性质．

【分析】根据题意画出图形，进而利用旋转的性质以及锐角三角函数关系和等腰直角三角形求出三角形各边长，再利用三角形面积求出即可．

【解答】解：过点 B' 作 $B'F \perp AC$ 于点 F ， $A'D \perp AC$ 于点 D ，

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，点 B' 落在 $\angle ACB$ 的角平分线上，

$\therefore \angle BCB' = \angle B'CA = \angle A'CA = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle CB'F$ ， $\triangle CDA'$ 都是等腰直角三角形，

$\because AC = \sqrt{2}$ ， $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

解得： $AB = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ ，

$\therefore BC = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

$\therefore B'C = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

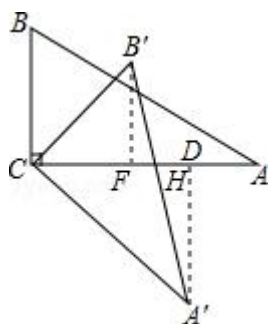
$\therefore B'F = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

$A'D = \frac{\sqrt{2}}{2} \times CA' = 1$ ，

$\therefore S_{\triangle A'B'C} = S_{\triangle CHB'} + S_{\triangle CHA'} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times CH + \frac{1}{2} \times 1 \times CH$ ，

解得： $CH = \sqrt{3} - 1$ ，

故答案为: $\sqrt{3} - 1$.



【点评】此题主要考查了旋转的性质以及锐角三角函数关系和三角形面积求法等知识, 利用 $S_{\triangle A'CB'} = S_{\triangle CHB'} + S_{\triangle CHA'}$ 求出是解题关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $(\sqrt{5})^2 - 5^{\frac{1}{2}} + (\frac{5}{\sqrt{5}+5})^{-1} - \frac{1}{\sqrt{5}}$.

【考点】 2C: 实数的运算; 2F: 分数指数幂; 6F: 负整数指数幂.

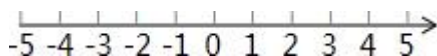
【专题】 11: 计算题.

【分析】原式第一项利用平方根定义化简, 第二项利用指数幂法则变形, 第三项利用负指数幂法则计算, 最后一项分母有理化, 计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= 5 - \sqrt{5} + \frac{5+\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}$
 $= 6 - \sqrt{5}$.

【点评】此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (10 分) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-7 < 3(1-x) \\ \frac{4}{3}x+3 \geq 1-\frac{2}{3}x \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【分析】先求出每个不等式的解集, 再求出其公共部分即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x-7 < 3(1-x) \text{ ①} \\ \frac{4}{3}x+3 \geq 1-\frac{2}{3}x \text{ ②} \end{cases}$

由①得 $2x - 7 < 3 - 3x$,

化简得 $5x < 10$,

解得: $x < 2$.

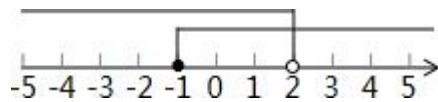
由②得 $4x+9 \geq 3-2x$,

化简得 $6x \geq -6$,

解得: $x \geq -1$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$.

在数轴上表示出来为:

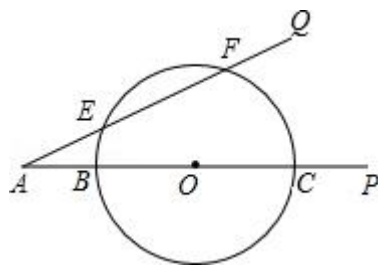


【点评】 本题考查了解一元一次不等式组和在数轴上表示不等式的解集, 求不等式的公共解, 要遵循以下原则: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.

21. (10 分) 已知: 如图, $\angle PAQ = 30^\circ$, 在边 AP 上顺次截取 $AB = 3\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, 以 BC 为直径作 $\odot O$ 交射线 AQ 于 E 、 F 两点, 求:

(1) 圆心 O 到 AQ 的距离;

(2) 线段 EF 的长.



【考点】 KO: 含 30° 度角的直角三角形; KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【分析】 (1) 过点 O 作 $OH \perp EF$, 垂足为点 H , 求出 AO , 根据含 30° 度角的直角三角形性质求出即可;

(2) 连接 OE , 根据勾股定理求出 EH , 根据垂径定理得出即可.

【解答】 解: (1) 过点 O 作 $OH \perp EF$, 垂足为点 H ,

$$\because OH \perp EF,$$

$$\therefore \angle AHO = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOH$ 中, $\because \angle AHO = 90^\circ$, $\angle PAQ = 30^\circ$,

$$\therefore OH = \frac{1}{2}AO,$$

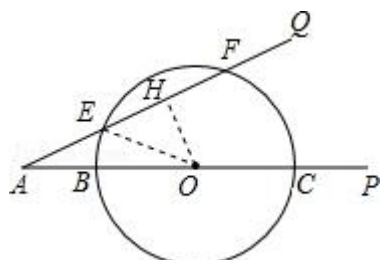
$$\because BC = 10\text{cm},$$

$$\therefore BO = 5cm.$$

$$\because AO = AB + BO, AB = 3cm,$$

$$\therefore AO = 3 + 5 = 8cm,$$

$$\therefore OH = 4cm, \text{即圆心 } O \text{ 到 } AQ \text{ 的距离为 } 4cm.$$



(2) 连接 OE ,

在 $Rt\triangle EOH$ 中,

$$\because \angle EHO = 90^\circ, \therefore EH^2 + HO^2 = EO^2,$$

$$\because EO = 5cm, OH = 4cm,$$

$$\therefore EH = \sqrt{EO^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3cm,$$

$$\because OH \text{ 过圆心 } O, OH \perp EF,$$

$$\therefore EF = 2EH = 6cm.$$

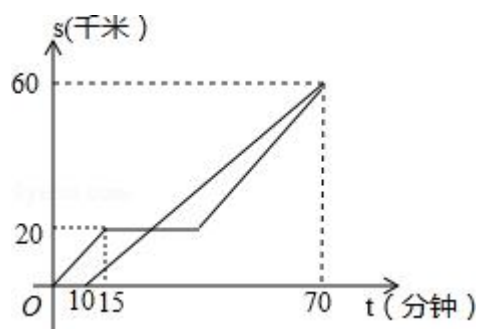
【点评】 本题考查了含 30° 度角的直角三角形性质, 勾股定理, 垂径定理的应用, 题目是一道比较典型的题目, 难度适中.

22. (10 分) 甲、乙两车都从 A 地前往 B 地, 如图分别表示甲、乙两车离 A 地的距离 S (千米) 与时间 t (分钟) 的函数关系. 已知甲车出发 10 分钟后乙车才出发, 甲车中途因故停止行驶一段时间后按原速继续驶向 B 地, 最终甲、乙两车同时到达 B 地, 根据图中提供的信息解答下列问题:

(1) 甲、乙两车行驶时的速度分别为多少?

(2) 乙车出发多少分钟后第一次与甲车相遇?

(3) 甲车中途因故障停止行驶的时间为多少分钟?



【考点】 FH：一次函数的应用.

【分析】 (1) 分别根据速度 = 路程 ÷ 时间列式计算即可得解;

(2) 方法一：观察图形可知，第一次相遇时，甲车停止，然后时间 = 路程 ÷ 速度列式计算即可得解;

方法二：设甲车离 A 地的距离 S 与时间 t 的函数解析式为 $s = kt + b$ ($k \neq 0$)，利用待定系数法求出乙函数解析式，再令 $s = 20$ 求出相应的 t 的值，然后求解即可;

(3) 求出甲继续行驶的时间，然后用总时间减去停止前后的时间，列式计算即可得解.

【解答】 解：(1) $v_{\text{甲}} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$ (千米/分钟),

所以，甲车的速度是 $\frac{4}{3}$ 千米/每分钟;

$v_{\text{乙}} = \frac{60}{70-10} = 1$ (千米/分钟),

所以，乙车的速度是 1 千米/每分钟;

(2) 方法一： $\because t_{\text{乙}} = \frac{20}{1} = 20$ (分钟),

$\therefore$ 乙车出发 20 分钟后第一次与甲车相遇;

方法二：设甲车离 A 地的距离 S 与时间 t 的函数解析式为： $s = kt + b$ ($k \neq 0$),

将点 (10, 0) (70, 60) 代入得： $\begin{cases} 10k + b = 0 \\ 70k + b = 60 \end{cases}$,

解得， $\begin{cases} k = 1 \\ b = -10 \end{cases}$,

所以， $s = t - 10$,

当 $s = 20$ 时，解得 $t = 30$,

$\therefore$ 甲车出发 10 分钟后乙车才出发，

$\therefore 30 - 10 = 20$ 分钟, 乙车出发 20 分钟后第一次与甲车相遇;

$$(3) \because t = (60 - 20) \div \frac{4}{3} = 30 \text{ (分钟)},$$

$$\therefore 70 - 30 - 15 = 25 \text{ (分钟)},$$

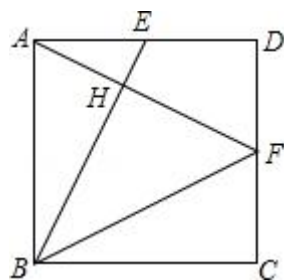
$\therefore$ 甲车中途因故障停止行驶的时间为 25 分钟.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了路程、速度、时间三者之间的关系, 待定系数法求一次函数解析式, 读懂题目信息理解甲、乙两车的运动过程是解题的关键.

23. (12 分) 已知: 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点, 联结 BE , 过点 A 作 $AF \perp BE$, 分别交 BE 、 CD 于点 H 、 F , 联结 BF .

(1) 求证: $BE = BF$;

(2) 联结 BD , 交 AF 于点 O , 联结 OE . 求证: $\angle AEB = \angle DEO$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 根据正方形性质得出 $AB = DA = BC = CD$, $\angle BAD = \angle ADF = \angle BCF = 90^\circ$, 求出 $\angle ABH = \angle HAE$, 证 $\triangle ABE \sim \triangle DAF$, 得出比例式, 求出 $AE = DF$, $CF = AE$, 证出 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CBF$ 即可;

(2) 根据正方形性质求出 $\angle ADB = \angle CDB$, 证 $\triangle DEO \cong \triangle DFO$, 推出 $\angle DEO = \angle DFO$, 根据 $\triangle ABE \sim \triangle DAF$ 推出 $\angle AEB = \angle DFA$, 即可得出答案.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = DA = BC = CD, \angle BAD = \angle ADF = \angle BCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAH + \angle HAE = 90^\circ,$$

$$\because AF \perp BE,$$

$$\therefore \angle AHB = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle BAH + \angle ABH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABH = \angle HAE,$$

$$\text{又 } \because \angle BAE = \angle ADF,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DAF,$$

$$\therefore \frac{AB}{DA} = \frac{AE}{DF},$$

$$\therefore AE = DF,$$

$$\because \text{点 } E \text{ 是边 } AD \text{ 的中点},$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 是边 } DC \text{ 的中点},$$

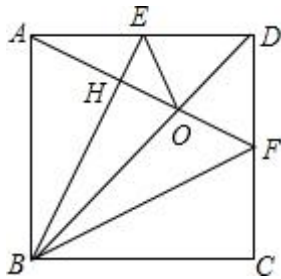
$$\therefore CF = AE,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 与 $\text{Rt}\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle BAE=\angle BCF \\ AE=CF \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CBF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BE = BF.$$



(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore DB \text{ 平分 } \angle ADC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB,$$

在 $\triangle DEO$ 与 $\triangle DFO$ 中,

$$\begin{cases} ED=FD \\ \angle ADB=\angle CDB \\ DO=DO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEO \cong \triangle DFO \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle DEO = \angle DFO,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DAF,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DFA,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DEO.$$

【点评】 本题考查了正方形的性质，相似三角形的性质和判定，全等三角形的性质和判定的应用，主要考查学生的推理能力，题目比较好，难度适中.

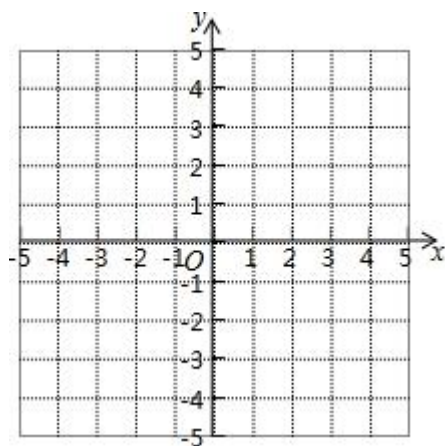
24. (12分) 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 与 x 轴

交于点 A 、 B (点 A 在点 B 右侧)，与 y 轴交于点 $C(0, -3)$ ，且 $OA = 2OC$.

(1) 求这条抛物线的表达式及顶点 M 的坐标；

(2) 求 $\tan \angle MAC$ 的值；

(3) 如果点 D 在这条抛物线的对称轴上，且 $\angle CAD = 45^\circ$ ，求点 D 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据与 y 轴的交点 C 的坐标 $(0, -3)$ 就可以求出 OC 的值及 c 的值，进而求出 OA 的值及 A 的坐标，由待定系数法就可以求出 b 的值而求出解析式及定点坐标；

(2) 如图 1，过点 M 作 $MH \perp x$ 轴，垂足为点 H ，交 AC 于点 N ，过点 N 作 $NE \perp AM$ 于点 E ，垂足为点 E . 在 $Rt\triangle AHM$ 中， $HM = AH = 4$ ，就可以求出 AM 的值，再由待定系数法求出直线 AC 的解析式，就可以求出点 N 的坐标，进而求出 MN 的值，由勾股定理就可以求出 ME 及 NE 的值，从而求出 AE 的值就可以得出结论；

(3) 如图 2，分类讨论，当 D 点在 AC 上方时，根据角之间的关系就可以求出 $\angle D_1AH = \angle CAM$ ，当 D 点在 AC 下方时， $\angle MAC = \angle AD_2M$ 就可以求出点 D 的坐标.

【解答】 解：(1) $\because C(0, -3)$,

$$\therefore OC = 3. \quad y = \frac{1}{4}x^2 + bx - 3.$$

$$\because OA = 2OC,$$

$$\therefore OA = 6.$$

$$\because a = \frac{1}{4} > 0, \text{ 点 } A \text{ 在点 } B \text{ 右侧, 抛物线与 } y \text{ 轴交点 } C(0, -3).$$

$$\therefore A(6, 0).$$

$$\therefore 0 = \frac{1}{4} \times 36 + 6b - 3,$$

$$\therefore b = -1.$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3,$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 4,$$

$$\therefore M(2, -4).$$

答：抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$, M 的坐标为 $(2, -4)$;

(2) 如图 1, 过点 M 作 $MH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 交 AC 于点 N , 过点 N 作 $NE \perp AM$ 于点 E , 垂足为点 E .

$$\therefore \angle AHM = \angle NEM = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle AHM$ 中, $HM = AH = 4$, 由勾股定理, 得

$$AM = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle AMH = \angle HAM = 45^\circ.$$

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$, 由题意, 得

$$\begin{cases} 0 = 6k + b \\ -3 = b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的表达式为 } y = \frac{1}{2}x - 3.$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = -2,$$

$$\therefore N(2, -2).$$

$$\therefore MN = 2.$$

$$\because \angle NEM = 90^\circ, \quad \angle NME = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MNE = \angle NME = 45^\circ,$$

$$\therefore NE = ME.$$

在 $\text{Rt}\triangle MNE$ 中,

$$\therefore NE^2 + ME^2 = NM^2,$$

$$\therefore ME = NE = \sqrt{2}.$$

$$\therefore AE = AM - ME = 3\sqrt{2}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AEN \text{ 中, } \tan \angle MAC = \frac{NE}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{答: } \tan \angle MAC = \frac{1}{3};$$

(3) 如图 2, ①当 D 点在 AC 上方时,

$$\because \angle CAD_1 = \angle D_1AH + \angle HAC = 45^\circ, \text{ 且 } \angle HAM = \angle HAC + \angle CAM = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle D_1AH = \angle CAM,$$

$$\therefore \tan \angle D_1AH = \tan \angle MAC = \frac{1}{3}.$$

$\because$ 点 D_1 在抛物线的对称轴直线 $x = 2$ 上,

$$\therefore D_1H \perp AH,$$

$$\therefore AH = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle AHD_1$ 中,

$$D_1H = AH \cdot \tan \angle D_1AH = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore D_1 \left(2, \frac{4}{3} \right);$$

②当 D 点在 AC 下方时,

$$\because \angle D_2AC = \angle D_2AM + \angle MAC = 45^\circ, \text{ 且 } \angle AMH = \angle D_2AM + \angle AD_2M = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MAC = \angle AD_2M.$$

$$\therefore \tan \angle AD_2H = \tan \angle MAC = \frac{1}{3}.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle D_2AH \text{ 中, } D_2H = \frac{AH}{\tan \angle AD_2H} = 4 \div \frac{1}{3} = 12.$$

$$\therefore D_2 (2, -12).$$

综上所述: $D_1 \left(2, \frac{4}{3} \right); D_2 (2, -12).$

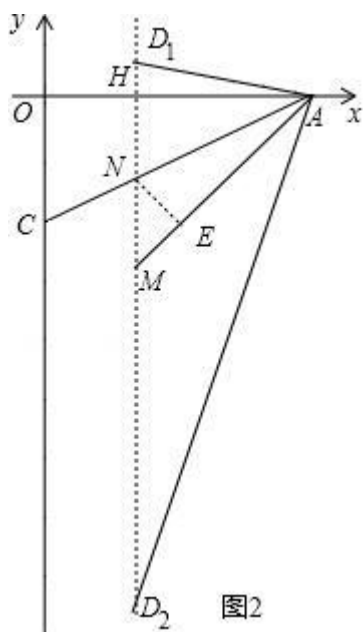


图2

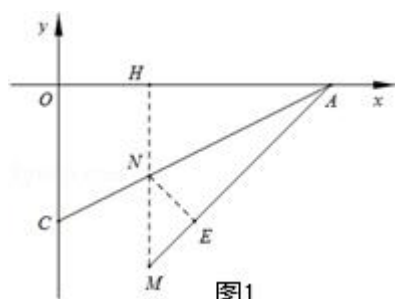


图1

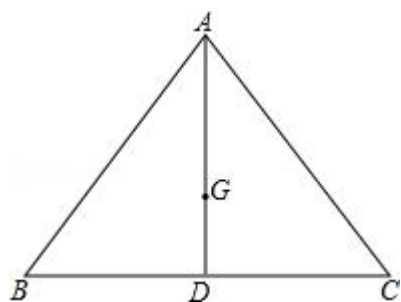
【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式的运用，一次函数的解析式的运用，二次函数的顶点式的运用，等腰直角三角形的性质的运用，三角函数值的运用，解答时求出函数的解析式是关键，灵活运用等腰直角三角形的性质求解是难点．

25. (14分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， BC 比 AB 大3， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， AG 的延长线交边 BC 于点 D ．过点 G 的直线分别交边 AB 于点 P 、交射线 AC 于点 Q ．

(1) 求 AG 的长；

(2) 当 $\angle APQ = 90^\circ$ 时，直线 PG 与边 BC 相交于点 M ．求 $\frac{AQ}{MQ}$ 的值；

(3) 当点 Q 在边 AC 上时，设 $BP = x$ ， $AQ = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域．



【考点】SO：相似形综合题．

【分析】（1）根据已知条件和重心的性质得出 $BD = DC = \frac{1}{2}BC$ ， $AD \perp BC$ ，再根

据 $\sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{5}$ ，求出 AB 、 BC 、 AD 的值，从而求出 AG 的长；

（2）根据 $\angle GMD + \angle MGD = 90^\circ$ 和 $\angle GMD + \angle B = 90^\circ$ ，得出 $\angle MGD = \angle B$ ，再根据特殊角的三角函数值求出 DM 、 $CM = CD - DM$ 的值，在 $\triangle ABC$ 中，根据 AA 求出 $\triangle QCM \sim \triangle QGA$ ，即可求出 $\frac{AQ}{MQ}$ 的值；

（3）过点 B 作 $BE \parallel AD$ ，过点 C 作 $CF \parallel AD$ ，分别交直线 PQ 于点 E 、 F ，则 $BE \parallel AD \parallel CF$ ，得出 $\frac{AP}{BP} = \frac{AG}{BE}$ ，求出 BE 的值，同理可得出 CF 的值，最后根据 $BD = CD$ ，求出 $EG = FG$ ，即可得出 $CE + BE = 2GD$ ，从而得出求 y 关于 x 的函数解析式并得出它的定义域．

【解答】解：（1）在 $\triangle ABC$ 中，

$\because AB = AC$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore BD = DC = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AD \perp BC.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中，

$$\because \sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{3}{5}.$$

$$\because BC - AB = 3,$$

$$\therefore AB = 15, BC = 18.$$

$$\therefore AD = 12.$$

$\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore AG = \frac{2}{3}AD = 8.$$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle MDG$,

$$\because \angle GMD + \angle MGD = 90^\circ,$$

同理: 在 $\text{Rt}\triangle MPB$ 中, $\angle GMD + \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle MGD = \angle B.$$

$$\therefore \sin \angle MGD = \sin B = \frac{4}{5},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle MDG \text{ 中, } \because DG = \frac{1}{3}AD = 4,$$

$$\therefore DM = \frac{16}{3},$$

$$\therefore CM = CD - DM = \frac{11}{3},$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\because AB = AC$, $AD \perp BC$, $\therefore \angle BAD = \angle CAD$.

$$\because \angle QCM = \angle CDA + \angle DAC = 90^\circ + \angle DAC,$$

$$\text{又 } \because \angle QGA = \angle APQ + \angle BAD = 90^\circ + \angle BAD,$$

$$\therefore \angle QCM = \angle QGA,$$

$$\text{又 } \because \angle CQM = \angle GQA,$$

$$\therefore \triangle QCM \sim \triangle QGA.$$

$$\therefore \frac{AQ}{MQ} = \frac{AG}{MC} = \frac{24}{11}.$$

(3) 过点 B 作 $BE \parallel AD$, 过点 C 作 $CF \parallel AD$, 分别交直线 PQ 于点 E 、 F , 则

$$BE \parallel AD \parallel CF.$$

$$\because BE \parallel AD, \therefore \frac{AP}{BP} = \frac{AG}{BE}, \text{ 即 } \frac{15-x}{x} = \frac{8}{BE},$$

$$\therefore BE = \frac{8x}{15-x}.$$

$$\text{同理可得: } \frac{AQ}{QC} = \frac{AG}{CF}, \text{ 即 } \frac{y}{15-y} = \frac{8}{CF},$$

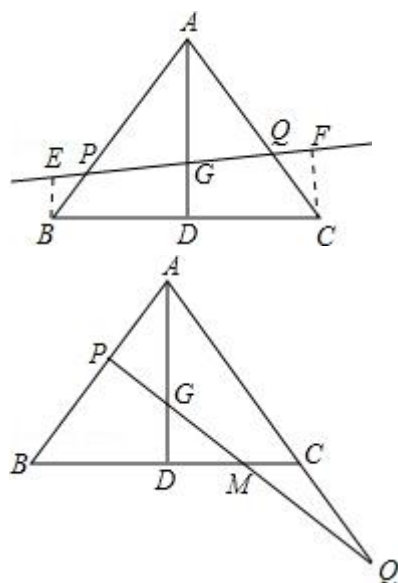
$$\therefore CF = \frac{8(15-y)}{y}.$$

$$\because BE \parallel AD \parallel CF, BD = CD,$$

$$\therefore EG = FG.$$

$$\therefore CF + BE = 2GD, \text{ 即 } \frac{8(15-y)}{y} + \frac{8x}{15-x} = 8,$$

$$\therefore y = \frac{75-5x}{10-x}, (0 \leq x \leq \frac{15}{2}).$$



【点评】此题考查了相似形的综合，用到的知识点是重心、特殊角的三角函数值、相似三角形的判定与性质、平行线的性质等，关键是根据题意，画出图形，做出辅助线，构造直角三角形是本题的关键．