

2022-2023 学年第二学期九年级学业质量调研 数学 试卷

(完成时间: 100 分钟 满分: 150 分)

2023.3

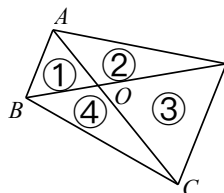
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

[每题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. 已知三个数 1、3、4, 如果再添上一个数, 使它们能组成一个比例式, 那么这个数可以是 (▲)
(A) 6; (B) 8; (C) 10; (D) 12.
2. 三角形的重心是 (▲)
(A) 三角形三条高线的交点; (B) 三角形三条角平分线的交点;
(C) 三角形三条中线的交点; (D) 三角形三条边的垂直平分线的交点.
3. 如果把一个锐角 $\triangle ABC$ 的三边的长都扩大为原来的 2 倍, 那么锐角 A 的正弦值 (▲)
(A) 扩大为原来的 2 倍; (B) 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$; (C) 没有变化;
(D) 不能确定.
4. 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$, 下列条件中, 不能判定向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 平行的是 (▲)
(A) $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$; (B) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$; (C) $\vec{a} = 2\vec{c}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$; (D) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.
5. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于 O , 且将这个四边形分成①、②、③、④四个三角形. 如果 $OA : OC = OB : OD$, 那么下列结论



中一定正确的是 (▲)

(A) ①与②相似;

(B) ①与③相似;

(C) ①与④相似;

(D) ②与④相似.

6. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ (b, c 为常数).

图 1

命题①: 该函数的图像经过点 $(-1, 0)$; 命题②: 该函数的图像经过点 $(-3, 0)$;

命题③: 该函数的图像与 y 轴的交点位于 x 轴的下方; 命题④: 该函数的图像的对称轴为直线

$x = -1$. 如果这四个命题中只有一个命题是假命题, 那么这个假命题是 (▲)

(A) 命题①;

(B) 命题②;

(C) 命题③;

(D) 命题④.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每小题 4 分, 满分 48 分)

[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{a+b}{b} = \underline{\text{▲}}.$

8. 已知向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 方向相反, 且 $|\vec{a}| = 2$, 那么 $\vec{a} = \underline{\text{▲}}.$ (用向量 $\vec{e}$ 的式子表示)

9. 如果两个相似三角形的周长比为 $1:2$, 那么它们的对应中线的比为 $\underline{\text{▲}}.$

10. 如果抛物线 $y = x^2 + x + m - 2$ 经过原点, 那么 m 的值等于 $\underline{\text{▲}}.$

11. 抛物线 $y = 3x^2 - 1$ 在 y 轴右侧的部分是 $\underline{\text{▲}}.$ (填“上升”或“下降”)

12. 将抛物线 $y = -x^2$ 向左平移 1 个单位, 所得抛物线的表达式是 $\underline{\text{▲}}.$

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\cot \angle A = 3$, $AC = 6$, 那么 $BC = \underline{\text{▲}}.$

14. 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在边 AB, AC, BC 上, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, $CF = 3BF$.

如果 $S_{\triangle ADE} = 1$, 那么 $S_{\text{四边形}DBCE} = \underline{\text{▲}}.$

15. 如图 3, 河堤横断面迎水坡 AB 的坡比为 $1:\sqrt{3}$, 坡高 $AC = 10m$, 则坡面 AB 的长度是 $\underline{\text{▲}}.$

16. 如图 4, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 4$. 点 H, F 分别在边 AD, BC

上, 点 E 、 G 在对角线 AC 上. 如果四边形 $EFGH$ 是菱形, 那么线段 AH 的长为 ▲ .

17. 如图 5, 点 P 是正方形 $ABCD$ 内一点, $AB=5$, $PB=3$, $PA \perp PB$. 如果将线段 PB 绕点 B 顺时针旋转 90° , 点 P 的对应点为 Q , 射线 QP 交边 AD 于点 E , 那么线段 PE 的长为 ▲ .

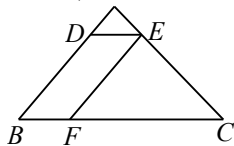


图 2

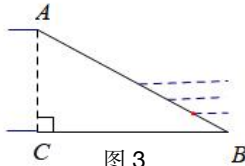


图 3

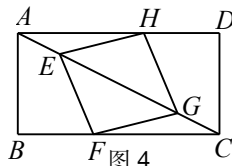


图 4

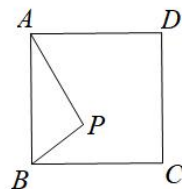


图 5

18. 定义: 如图 6, 点 M , N 把线段 AB 分割成 AM 、 MN 和 BN , 如果以 AM 、 MN 、 NB 为边的三角形是一个直角三角形, 那么称点 M 、 N 是线段 AB 的勾股分割点. 问题: 如图 7, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 D 、 E 是边 AB 的勾股分割点 (线段 $AD > EB$), 射线 CD 、 CE 与射线 AQ 分别交于点 F 、 G . 如果 $AQ \parallel BC$, $DE=3$, $EB=4$, 那么 $AF : AG$ 的值为 ▲ .

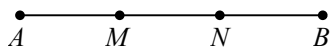


图 6

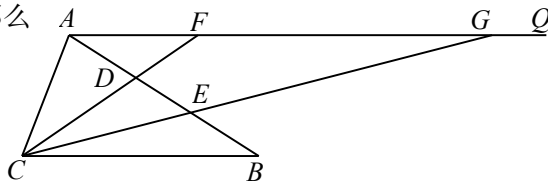


图 7

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) [请将解题过程填入答题纸的相应位置]

19. (本题满分 10 分)

计算: $2\sin 30^\circ + \cos^2 45^\circ - (\tan 30^\circ)^{-1} + \sqrt{(1 - \cot 30^\circ)^2}$.

20. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

如图 8, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 F 在边 AD 上, 射线 BA 、 CF 相交于点 E , $DF=2AF$.

- (1) 求 $EA : AB$ 的值;
- (2) 如果 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{CF}$.

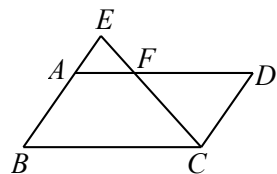


图 8

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

如图 9, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为点 D , BF 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E , $BC=5$, $AD=4$, $\sin \angle C = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\sin \angle BAD$ 的值;

(2) 求线段 EF 的长.

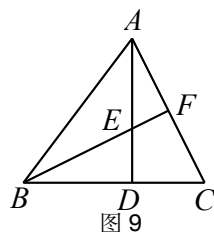


图 9

22. (本题满分 10 分)

某校九年级数学兴趣小组在实践活动课中测量路灯的高度. 如图 10, 在 A 处测得路灯顶端 O 的仰角为 26.6° , 再沿 AH 方向前行 13 米到达点 B 处, 在 B 处测得路灯顶端 O 的仰角为 63.4° , 求路灯顶端 O 到地面的距离 OH (点 A 、 B 、 H 在一直线上) 的长. (精确到 0.1 米)

(参考数据: $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$, $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$, $\tan 26.6^\circ \approx 0.50$,
 $\sin 63.4^\circ \approx 0.89$, $\cos 63.4^\circ \approx 0.45$, $\tan 63.4^\circ \approx 2.0$)

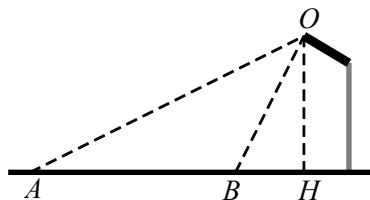


图 10

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

已知: 如图 11, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, AD 、 BE 相交于点 F , $\angle AFE = \angle ABC$, $AB^2 = AE \cdot AC$.

(1) 求证: $\triangle ABF \sim \triangle BCE$;

(2) 求证: $DF \cdot BC = DB \cdot CE$.

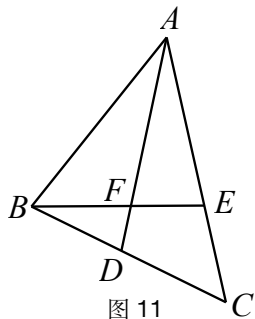


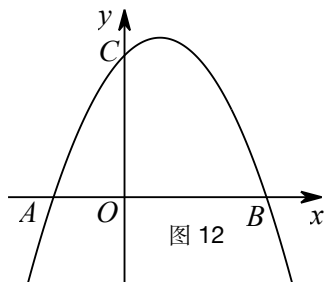
图 11

24. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3)

小题 4 分)

如图 12, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(2, 0)$, 与 y 轴交于点 C .

- (1) 求该抛物线的表达式及点 C 的坐标;
- (2) 已知点 $P(1, m)$ 与点 Q 都是抛物线上的点.
 - ① 求 $\tan \angle PBC$ 的值;
 - ② 如果 $\angle QBP = 45^\circ$, 求点 Q 的坐标.



25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 6 分)

如图 13, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $BC = 8$, 动点 D 、 E 分别在边

BA 、 BC 上, 且 $\frac{BD}{CE} = \frac{5}{4}$,

设 $BD = 5t$. 过点 B 作 $BF \parallel AC$, 与直线 DE 相交于点 F .

- (1) 当 $DB = DE$ 时, 求 t 的值;
- (2) 当 $t = \frac{2}{5}$ 时, 求 $\frac{FB}{AC}$ 的值;
- (3) 当 $\triangle BDE$ 与 $\triangle BDF$ 相似时, 求 BF 的长.

