

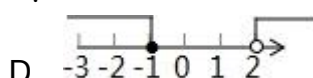
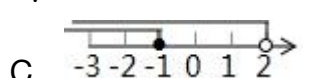
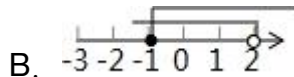
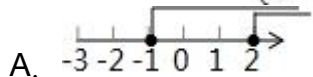
2017 年上海市青浦区中考数学二模试卷

一、单项选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $2a - a = 1$ B. $a + a = 2a$ C. $(a^3)^3 = a^6$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

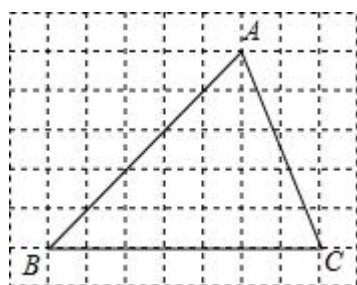
2. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \geq 1 \\ x-2 < 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上可表示为 ()



3. (4 分) 二次根式 $\sqrt{(-3)^2}$ 的值是 ()

- A. -3 B. 3 或 -3 C. 9 D. 3

4. (4 分) 在正方形网格中， $\triangle ABC$ 的位置如图所示，则 $\cos \angle B$ 的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 1

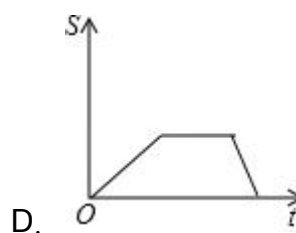
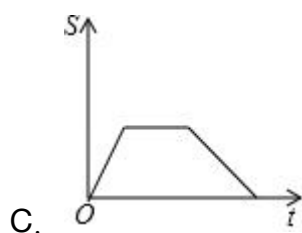
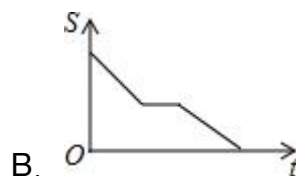
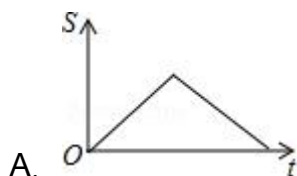
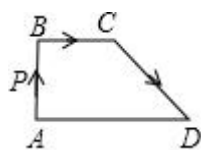
5. (4 分) 某集团公司有 9 个子公司，各个子公司所创年利润的情况如下表所示. 各子公司所创年利润的众数和中位数分别是 ()

年利润 (千万 元)	6	4	3	2
子公司个数	1	2	4	2

- A. 4 千万元, 3 千万元 B. 6 千万元, 4 千万元
C. 6 千万元, 3 千万元 D. 3 千万元, 3 千万元

6. (4 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中，动点 P 从点 A 开始沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的路

径匀速前进到 D 为止. 在这个过程中, $\triangle APD$ 的面积 S 随时间 t 的变化关系用图象表示正确的是 ()



二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 若 $x: y=2: 3$, 那么 $x: (x+y) =$ _____.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式: $x^2 - 3=$ _____.

9. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, 那么 $f(\sqrt{2}-1) =$ _____.

10. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象经过一、三象限, 则实数 k 的取值范围是_____.

11. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个实数根, 则实数 a 的取值范围是_____.

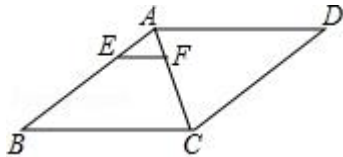
12. (4 分) 方程 $\sqrt{x-1}=1$ 的解为_____.

13. (4 分) 抛物线 $y = -ax^2 + 2ax + 3$ ($a \neq 0$) 的对称轴是_____.

14. (4 分) 布袋中装有 3 个红球和 n 个白球, 它们除颜色外其它都相同, 如果从布袋里随机摸出一个球, 所摸到的球恰好是红球的概率是 $\frac{1}{3}$, 那么布袋中白球有_____个.

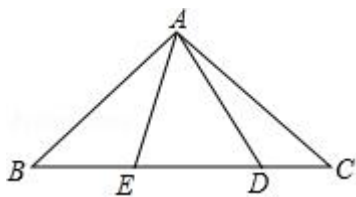
15. (4分) 化简: $2\vec{a} - 3(\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

16. (4分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $EF \parallel BC$, $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$, $EF=3$, 则 CD 的长为_____.



17. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC=4\text{cm}$, 以边 AC 的中点 P 为圆心 1cm 为半径画 $\odot P$, 以边 AB 的中点 Q 为圆心 $x\text{cm}$ 长为半径画 $\odot Q$, 如果 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相切, 那么 $x=$ _____ cm .

18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 、 E 是斜边 BC 上两点, 且 $\angle DAE=45^\circ$, 将 $\triangle ADC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后, 得到 $\triangle AFB$. 设 $BE=a$, $DC=b$, 那么 $AB=$ _____. (用含 a 、 b 的式子表示 AB)



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $2017^0 + (\frac{1}{2})^{-1} + 6\cos 30^\circ - |2 - \sqrt{3}|$.

20. (10分) 解方程: $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1 - \frac{1}{x+2}$.

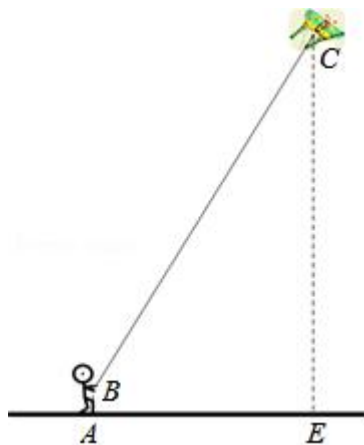
21. (10分) 已知直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 设 O 为坐标原点.

(1) 求 $\angle ABO$ 的正切值;

(2) 如果点 A 向左平移 12 个单位到点 C , 直线 l 过点 C 且与直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 平行, 求直线 l 的解析式.

22. (10分) 小明在海湾森林公园放风筝. 如图所示, 小明在 A 处, 风筝飞到 C

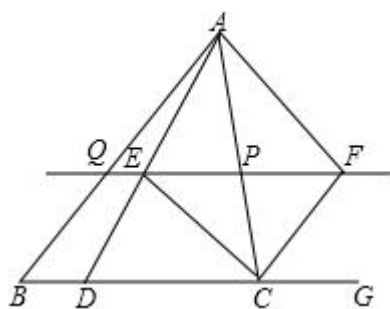
处，此时线长 BC 为 40 米，若小明双手牵住绳子的底端 B 距离地面 1.5 米，从 B 处测得 C 处的仰角为 60° ，求此时风筝离地面的高度 CE 。（计算结果精确到 0.1 米， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



23. (12 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 P 是 AC 边上的一点，过点 P 作与 BC 平行的直线 PQ ，交 AB 于点 Q ，点 D 在线段 BC 上，连接 AD 交线段 PQ 于点 E ，且 $\frac{CP}{CD} = \frac{QE}{BD}$ ，点 G 在 BC 延长线上， $\angle ACG$ 的平分线交直线 PQ 于点 F 。

(1) 求证： $PC = PE$ ；

(2) 当 P 是边 AC 的中点时，求证：四边形 $AECF$ 是矩形。

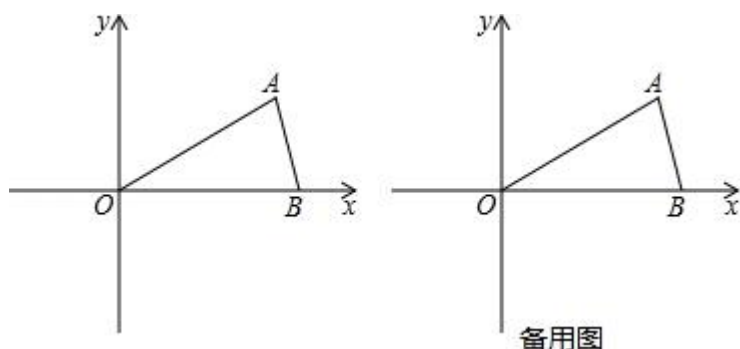


24. (12 分) 已知 $\triangle OAB$ 在直角坐标系中的位置如图，点 A 在第一象限，点 B 在 x 轴正半轴上， $OA = OB = 6$ ， $\angle AOB = 30^\circ$ 。

(1) 求点 A 、 B 的坐标；

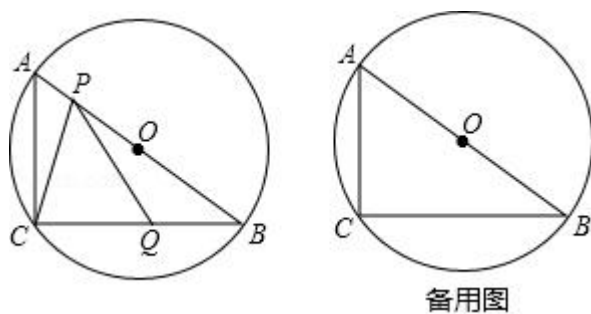
(2) 开口向上的抛物线经过原点 O 和点 B ，设其顶点为 E ，当 $\triangle OBE$ 为等腰直角三角形时，求抛物线的解析式；

- (3) 设半径为 2 的 $\odot P$ 与直线 OA 交于 M 、 N 两点, 已知 $MN=2\sqrt{3}$, $P(m, 2)$ ($m > 0$), 求 m 的值.



25. (14 分) 如图, $\triangle ABC$ 的边 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 已知 $AC=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 点 P 、 Q 分别在边 AB 、 BC 上, 且点 P 不与点 A 、 B 重合, $BQ=k \cdot AP$ ($k > 0$), 联接 PC 、 PQ .

- (1) 求 $\odot O$ 的半径长;
- (2) 当 $k=2$ 时, 设 $AP=x$, $\triangle CPQ$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (3) 如果 $\triangle CPQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 且 $\angle ACB = \angle CPQ$, 求 k 的值.



2017 年上海市青浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $2a - a = 1$ B. $a + a = 2a$ C. $(a^3)^3 = a^6$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

【考点】35：合并同类项；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法.

【分析】分别利用合并同类项法则以及结合幂的乘方运算法则以及同底数幂的除法运算法则化简求出答案.

【解答】解：A、 $2a - a = a$ ，故此选项错误；

B、 $a + a = 2a$ ，故此选项正确；

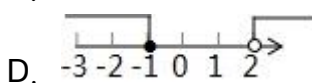
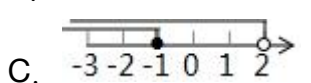
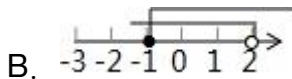
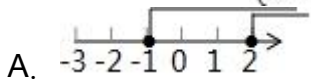
C、 $(a^3)^3 = a^9$ ，故此选项错误；

D、 $a^8 \div a^2 = a^6$ ，故此选项错误.

故选：B.

【点评】此题主要考查了合并同类项以及幂的乘方运算、同底数幂的除法运算等知识，正确掌握相关运算法则是解题关键.

2. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \geq 1 \\ x-2 < 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上可表示为 ()



【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集，从而得出答案.

【解答】解：解不等式 $2x+3 \geq 1$ ，得： $x \geq -1$ ，

解不等式 $x - 2 < 0$ ，得： $x < 2$ ，

∴ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$,

故选: B.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

3. (4 分) 二次根式 $\sqrt{(-3)^2}$ 的值是 ()

- A. -3 B. 3 或 -3 C. 9 D. 3

【考点】 73: 二次根式的性质与化简.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 本题考查二次根式的化简, $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$.

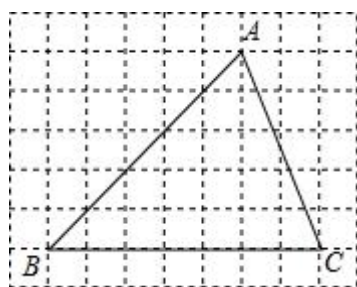
【解答】 解: $\sqrt{(-3)^2} = -(-3) = 3$.

故选: D.

【点评】 本题考查了根据二次根式的意义化简.

二次根式 $\sqrt{a^2}$ 化简规律: 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = a$; 当 $a \leq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$.

4. (4 分) 在正方形网格中, $\triangle ABC$ 的位置如图所示, 则 $\cos \angle B$ 的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 1

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 $\cos \angle B$ 的值可以转化为直角三角形的边的比的问题, 因而过点 A 作 AD

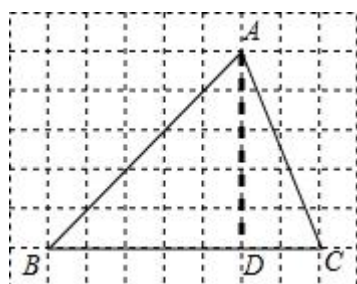
垂直于 BC 的延长线于点 D. 在 $Rt\triangle ABD$ 中根据三角函数的定义求解.

【解答】解：作 $AD \perp BC$ 的延长线于点 D.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $BD=AD$, 则 $AB=\sqrt{2}BD$.

故 $\cos \angle B = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选: A.



【点评】本题考查锐角三角函数的概念: 在直角三角形中, 正弦等于对边比斜边; 余弦等于邻边比斜边; 正切等于对边比邻边.

5. (4分) 某集团公司有9个子公司, 各个子公司所创年利润的情况如下表所示. 各子公司所创年利润的众数和中位数分别是 ()

年利润 (千万元)	6	4	3	2
子公司个数	1	2	4	2

- A. 4千万元, 3千万元 B. 6千万元, 4千万元
C. 6千万元, 3千万元 D. 3千万元, 3千万元

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不只一个.

【解答】解: 这组数据按照从小到大的顺序排列为: 6, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 2, 2,

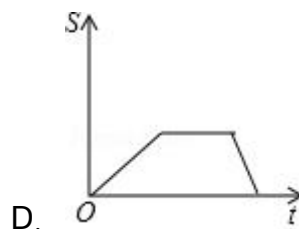
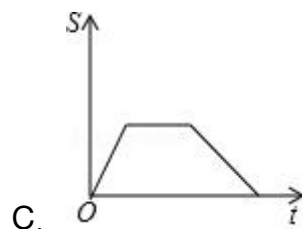
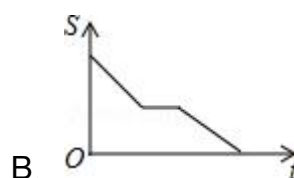
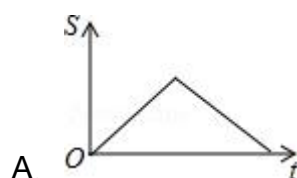
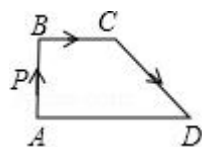
则众数为: 3千万元,

中位数为: 3千万元.

故选：D.

【点评】 本题考查了众数和中位数的概念：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数；将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

6. (4分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中，动点 P 从点 A 开始沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的路径匀速前进到 D 为止. 在这个过程中， $\triangle APD$ 的面积 S 随时间 t 的变化关系用图象表示正确的是 ()



【考点】 E7：动点问题的函数图象.

【分析】 根据点 P 的运动过程可知： $\triangle APD$ 的底边为 AD ，而且 AD 始终不变，点 P 到直线 AD 的距离为 $\triangle APD$ 的高，根据高的变化即可判断 S 与 t 的函数图象.

【解答】 解：设点 P 到直线 AD 的距离为 h ,

$$\therefore \triangle APD \text{ 的面积为: } S = \frac{1}{2} AD \cdot h,$$

当 P 在线段 AB 运动时,

此时 h 不断增大, S 也不断增大

当 P 在线段 BC 上运动时,

此时 h 不变, S 也不变,

当 P 在线段 CD 上运动时,

此时 h 不断减小, S 不断减少,

又因为匀速行驶且 $CD > AB$, 所以在线段 CD 上运动的时间大于在线段 AB 上运动的时间

故选: C.

【点评】 本题考查函数图象, 解题的关键是根据点 P 到直线 AD 的距离来判断 s 与 t 的关系, 本题属于基础题型.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 若 $x: y = 2: 3$, 那么 $x: (x+y) = \underline{2: 5}$.

【考点】 S1: 比例的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 利用合比性质计算.

【解答】 解: $\because \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{x}{x+y} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}.$$

故答案为 2: 5.

【点评】 本题考查了比例的性质: 常用的性质有: 内项之积等于外项之积; 合比性质; 分比性质; 合分比性质; 等比性质.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式: $x^2 - 3 = \underline{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}$.

【考点】 54: 因式分解 - 运用公式法; 58: 实数范围内分解因式.

【分析】 把 3 写成 $\sqrt{3}$ 的平方, 然后再利用平方差公式进行分解因式.

【解答】 解: $x^2 - 3 = x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$.

【点评】 本题考查平方差公式分解因式，把 3 写成 $\sqrt{3}$ 的平方是利用平方差公式的关键.

9. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, 那么 $f(\sqrt{2}-1) = \underline{2+\sqrt{2}}$.

【考点】 76: 分母有理化; E5: 函数值.

【分析】 把 $x=\sqrt{2}-1$ 直接代入函数 $f(x) = \frac{x+1}{x}$ 即可求出函数值.

【解答】 解: 因为函数 $f(x) = \frac{x+1}{x}$,

所以当 $x=\sqrt{2}-1$ 时, $f(x) = \frac{\sqrt{2}-1+1}{\sqrt{2}-1} = 2+\sqrt{2}$.

【点评】 本题比较容易, 考查求函数值.

(1) 当已知函数解析式时, 求函数值就是求代数式的值;

(2) 函数值是唯一的, 而对应的自变量可以是多个.

10. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象经过一、三象限, 则实数 k 的取值范围是 $\underline{k > 1}$.

【考点】 G4: 反比例函数的性质.

【分析】 根据反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象经过一、三象限得出关于 k 的不等式, 求出 k 的取值范围即可.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象经过一、三象限,

$\therefore k-1 > 0$, 即 $k > 1$.

故答案为: $k > 1$.

【点评】 本题考查的是反比例函数的性质, 熟知反比例函数的图象与系数的关系是解答此题的关键.

11. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个实数根, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{a \leq 1}$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】由方程有两个实数根，得到根的判别式大于等于0，即可确定出a的范围.

【解答】解：∵方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个实数根，

$$\therefore \Delta = 4 - 4a \geq 0,$$

解得： $a \leq 1$,

故答案为： $a \leq 1$

【点评】此题考查了根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的判别式与方程根的关系是解本题的关键.

12. (4分) 方程 $\sqrt{x-1}=1$ 的解为 $x=2$.

【考点】AG：无理方程.

【专题】11：计算题；511：实数.

【分析】方程两边平方转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到无理方程的解.

【解答】解：方程两边平方得： $x - 1 = 1$,

解得： $x = 2$,

经检验 $x = 2$ 是原方程的解，

故答案为： $x = 2$

【点评】此题考查了无理方程，无理方程注意要检验.

13. (4分) 抛物线 $y = -ax^2 + 2ax + 3$ ($a \neq 0$) 的对称轴是 直线 $x = 1$.

【考点】H3：二次函数的性质.

【分析】直接利用抛物线对称轴公式求出答案.

【解答】解：抛物线 $y = -ax^2 + 2ax + 3$ ($a \neq 0$) 的对称轴是：直线 $x = -\frac{2a}{2 \times (-a)} = 1$.

故答案为：直线 $x = 1$.

【点评】此题主要考查了二次函数的性质，正确记忆对称轴公式是解题关键.

14. (4分) 布袋中装有 3 个红球和 n 个白球，它们除颜色外其它都相同，如果从布袋里随机摸出一个球，所摸到的球恰好是红球的概率是 $\frac{1}{3}$ ，那么布袋中白球有 6 个.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率的概念建立等量关系: $\frac{3}{3+n} = \frac{1}{3}$, 解方程即可.

【解答】解: $\because$ 布袋中有 n 个白球,

$$\therefore \frac{3}{3+n} = \frac{1}{3},$$

解得: $n=6$,

则布袋中白球有 6 个;

故答案为: 6.

【点评】本题考查了概率的概念: 所有等可能的结果有 n 个, 其中某事件占 m 个, 则这个事件的概率 $P = \frac{m}{n}$.

15. (4分) 化简: $2\vec{a} - 3(\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}) = \underline{\vec{a} + 3\vec{b}}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据向量的加减运算法则进行计算即可得解.

【解答】解: $2\vec{a} - 3(\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b})$,

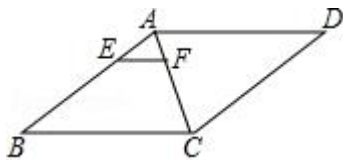
$$= 2\vec{a} - \vec{a} + 3\vec{b},$$

$$= \vec{a} + 3\vec{b}.$$

故答案为: $\vec{a} + 3\vec{b}$.

【点评】本题考查了平面向量, 熟记向量的加减运算法则是解题的关键.

16. (4分) 如图, 在菱形 ABCD 中, $EF \parallel BC$, $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$, $EF=3$, 则 CD 的长为 12.



【考点】L8: 菱形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】要求 CD 的长, 只要求出菱形的任意一条边长即可, 根据题意可以求得

$\triangle AEF \sim \triangle ABC$, 从而可以求得 BC 的长, 本题得以解决.

【解答】解: $\because$ 在菱形 ABCD 中, $EF \parallel BC$, $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$, $EF=3$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$, $AB=BC=CD=DA$, $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$,

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB},$$

$$\therefore \frac{3}{BC} = \frac{1}{4},$$

解得, $BC=12$,

$\therefore CD=12$,

故答案为: 12.

【点评】本题考查相似三角形的判定与性质、菱形的性质, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用三角形的相似解答.

17. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC=4\text{cm}$, 以边 AC 的中点 P 为圆心 1cm 为半径画 $\odot P$, 以边 AB 的中点 Q 为圆心 x cm 长为半径画 $\odot Q$, 如果 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相切, 那么 $x=$ 1 或 3 cm.

【考点】MK: 相切两圆的性质.

【分析】根据三角形的中位线的性质得到 $PQ=\frac{1}{2}BC=2\text{cm}$, ①当 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相外切时, ②当 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相内切时, 列方程即可得到结论.

【解答】解: $\because BC=4\text{cm}$, 点 P 是 AC 的中点, 点 Q 是 AB 的中点,

$$\therefore PQ=\frac{1}{2}BC=2\text{cm},$$

①当 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相外切时, $PQ=1+x=2$,

∴ $x=1\text{cm}$,

②当 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相内切时, $PQ=|x-1|=2$,

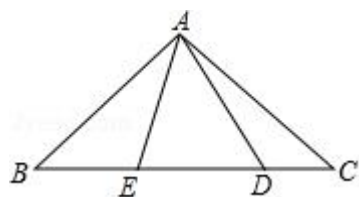
∴ $x=3\text{cm}$ (负值舍去),

∴ 如果 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相切, 那么 $x=1\text{cm}$ 或 3cm ,

故答案为: 1 或 3.

【点评】 本题考查了相切两圆的性质, 三角形的中位线的性质, 注意相切两圆的两种情况.

18. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 、 E 是斜边 BC 上两点, 且 $\angle DAE=45^\circ$, 将 $\triangle ADC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后, 得到 $\triangle AFB$. 设 $BE=a$, $DC=b$, 那么 $AB=\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b+\sqrt{a^2+b^2})$. (用含 a 、 b 的式子表示 AB)



【考点】 KW: 等腰直角三角形; R2: 旋转的性质.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 只要证明 $\triangle FAE \cong \triangle DAE$, 推出 $EF=ED$, $\angle ABF=\angle C=45^\circ$, 由 $\angle EBF=\angle ABF+\angle ABE=90^\circ$, 推出 $ED=EF=\sqrt{a^2+b^2}$, 可得 $BC=a+b+\sqrt{a^2+b^2}$, 根据 $AB=BC \cdot \cos 45^\circ$ 即可解决问题.

【解答】 证明: $\because \triangle DAC \cong \triangle FAB$,

∴ $AD=AF$, $\angle DAC=\angle FAB$,

∴ $\angle FAD=90^\circ$,

∴ $\angle DAE=45^\circ$,

∴ $\angle DAC+\angle BAE=\angle FAB+\angle BAE=\angle FAE=45^\circ$,

在 $\triangle FAE$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\begin{cases} DA=FA \\ \angle DAE=\angle FAE, \\ AE=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FAE \cong \triangle DAE,$$

$$\therefore EF=ED, \angle ABF=\angle C=45^\circ,$$

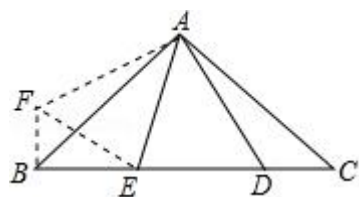
$$\therefore \angle EBF=\angle ABF+\angle ABE=90^\circ,$$

$$\therefore ED=EF=\sqrt{a^2+b^2},$$

$$\therefore BC=a+b+\sqrt{a^2+b^2},$$

$$\therefore AB=BC \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} (a+b+\sqrt{a^2+b^2}).$$

$$\text{故答案为 } \frac{\sqrt{2}}{2} (a+b+\sqrt{a^2+b^2}).$$



【点评】 本题考查旋转变换、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 计算： $2017^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 6\cos 30^\circ - |2 - \sqrt{3}|$.

【考点】 2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】 11：计算题.

【分析】 首先计算乘方和乘法，然后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可.

【解答】 解： $2017^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 6\cos 30^\circ - |2 - \sqrt{3}|$
 $= 1 + 2 + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 + \sqrt{3}$

$$=3+3\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$$

$$=1+4\sqrt{3}$$

【点评】 此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行．另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用．

20. (10 分) 解方程: $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1 - \frac{1}{x+2}$.

【考点】 B3: 解分式方程.

【专题】 11: 计算题; 522: 分式方程及应用.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】 解：去分母得： $4x - 2x - 4 = x^2 - 4 - x + 2$ ，即 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，

解得： $x=1$ 或 $x=2$ ，

经检验 $x=2$ 是增根，分式方程的解为 $x=1$ ．

【点评】 此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验．

21. (10 分) 已知直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，设 O 为坐标原点．

(1) 求 $\angle ABO$ 的正切值；

(2) 如果点 A 向左平移 12 个单位到点 C ，直线 l 过点 C 且与直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 平行，求直线 l 的解析式．

【考点】 FF: 两条直线相交或平行问题; Q3: 坐标与图形变化 - 平移; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 根据已知条件得到 $A(6, 0)$ ， $B(0, 3)$ ，求得 $OA=6$ ， $OB=3$ ，根据三角函数的定义即可得到结论；

(2) 将点 A 向左平移 12 个单位到点 C, 于是得到 C (- 6, 0), 设直线 l 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + b$, 把 C (- 6, 0) 代入 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 即可得到结论.

【解答】解: (1) $\because$ 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点,

$\therefore A (6, 0), B (0, 3),$

$\therefore OA = 6, OB = 3,$

$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$

$\therefore \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{6}{3} = 2;$

(2) 将点 A 向左平移 12 个单位到点 C,

$\therefore C (-6, 0),$

$\therefore$ 直线 l 过点 C 且与直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 平行,

设直线 l 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + b,$

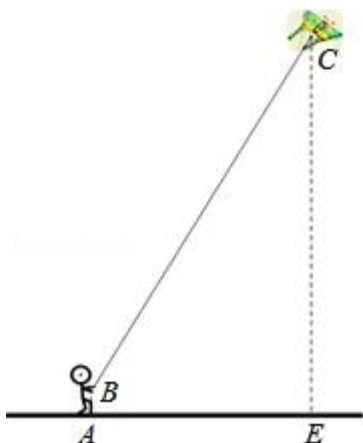
把 C (- 6, 0) 代入 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 得 $0 = -\frac{1}{2} \times (-6) + b,$

$\therefore b = -3,$

$\therefore$ 直线 l 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - 3.$

【点评】 本题考查了两直线平行或相交问题, 坐标与图形变换 - 平移, 解直角三角形, 正确的理解题意是解题的关键.

22. (10 分) 小明在海湾森林公园放风筝. 如图所示, 小明在 A 处, 风筝飞到 C 处, 此时线长 BC 为 40 米, 若小明双手牵住绳子的底端 B 距离地面 1.5 米, 从 B 处测得 C 处的仰角为 60° , 求此时风筝离地面的高度 CE. (计算结果精确到 0.1 米, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【分析】过点 B 作 $BD \perp CE$ 于点 D，由锐角三角函数的定义求出 CD 的长，根据 $CE=CD+DE$ 即可得出结论.

【解答】解：过点 B 作 $BD \perp CE$ 于点 D，

$\because AB \perp AE, DE \perp AE, BD \perp CE,$

$\therefore$ 四边形 ABDE 是矩形，

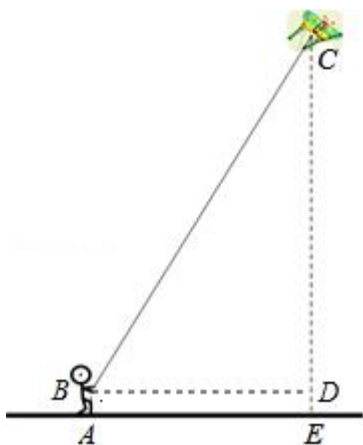
$\therefore DE=AB=1.5$ 米.

$\because BC=40$ 米， $\angle CBD=60^\circ$ ，

$\therefore CD=BC \cdot \sin 60^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3},$

$\therefore CE=CD+DE=20\sqrt{3}+1.5 \approx 20 \times 1.73+1.5 \approx 36.1$ (米).

答：此时风筝离地面的高度 CE 是 36.1 米.

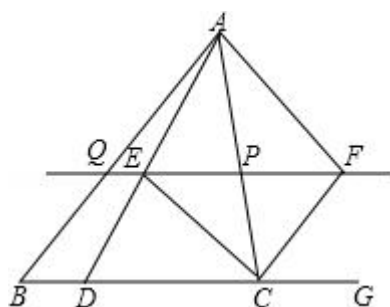


【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键.

23. (12 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 P 是 AC 边上的一点，过点 P 作与 BC 平行的直线 PQ ，交 AB 于点 Q ，点 D 在线段 BC 上，连接 AD 交线段 PQ 于点 E ，且 $\frac{CP}{CD} = \frac{QE}{BD}$ ，点 G 在 BC 延长线上， $\angle ACG$ 的平分线交直线 PQ 于点 F .

(1) 求证: $PC=PE$;

(2) 当 P 是边 AC 的中点时，求证: 四边形 $AECF$ 是矩形.



【考点】 LC: 矩形的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{QE}{BD} = \frac{AE}{AD}$, $\frac{PE}{CD} = \frac{AE}{AD}$, 等量代换得到 $\frac{PE}{CD} = \frac{QE}{BD}$, 推出 $\frac{CP}{CD} = \frac{PE}{CD}$, 于是得到结论;

(2) 根据平行线的性质得到 $\angle PFC = \angle FCG$, 根据角平分线的性质得到 $\angle PCF = \angle FCG$, 等量代换得到 $\angle PFC = \angle FCG$, 根据等腰三角形的性质得到 $PF = PC$, 得到 $PF = PE$, 由已知条件得到 $AP = CP$, 推出四边形 $AECF$ 是平行四边形, 于是得到结论.

【解答】 (1) 证明: $\because PQ \parallel BC$,

$\therefore \triangle AQE \sim \triangle ABD$, $\triangle AEP \sim \triangle ADC$,

$$\therefore \frac{QE}{BD} = \frac{AE}{AD}, \quad \frac{PE}{CD} = \frac{AE}{AD},$$

$$\therefore \frac{PE}{CD} = \frac{QE}{BD},$$

$$\therefore \frac{CP}{CD} = \frac{QE}{BD},$$

$$\therefore \frac{CP}{CD} = \frac{PE}{CD},$$

$$\therefore PC=PE;$$

$$(2) \because PF \parallel DG,$$

$$\therefore \angle PFC = \angle FCG,$$

$$\because CF \text{ 平分 } \angle PCG,$$

$$\therefore \angle PCF = \angle FCG,$$

$$\therefore \angle PFC = \angle FCG,$$

$$\therefore PF=PC,$$

$$\therefore PF=PE,$$

$$\therefore P \text{ 是边 } AC \text{ 的中点},$$

$$\therefore AP=CP,$$

$$\therefore \text{四边形 } AECF \text{ 是平行四边形},$$

$$\because PQ \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PEC = \angle DCE,$$

$$\therefore \angle PCE = \angle DCE,$$

$$\therefore \angle PCE + \angle PCF = \frac{1}{2} (\angle PCD + \angle PCG) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF = 90^\circ,$$

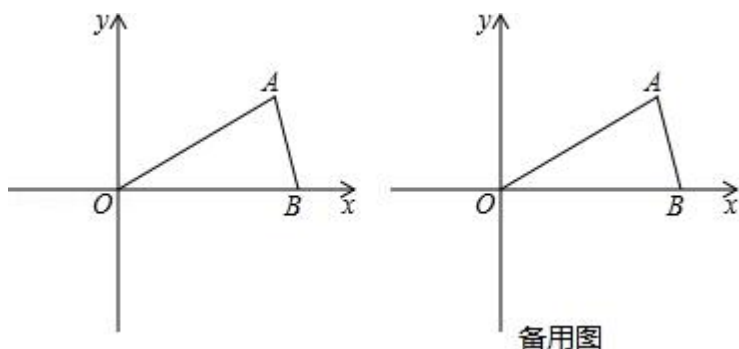
$$\therefore \text{平行四边形 } AECF \text{ 是矩形}.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，平行四边形的判定和性质，矩形的判定，等腰三角形的性质，熟练掌握相似三角形的性质是解题的关键.

24. (12 分) 已知 $\triangle OAB$ 在直角坐标系中的位置如图，点 A 在第一象限，点 B

在 x 轴正半轴上， $OA=OB=6$ ， $\angle AOB=30^\circ$.

- (1) 求点 A、B 的坐标；
- (2) 开口向上的抛物线经过原点 O 和点 B，设其顶点为 E，当 $\triangle OBE$ 为等腰直角三角形时，求抛物线的解析式；
- (3) 设半径为 2 的 $\odot P$ 与直线 OA 交于 M、N 两点，已知 $MN=2\sqrt{3}$ ，P (m, 2) ($m > 0$)，求 m 的值.



【考点】HF：二次函数综合题.

- 【分析】(1) 根据 30° 的角所对的直角边是斜边的一半，可得 AC 的长，再根据锐角三角函数，可得 OC，根据点的坐标，可得答案；
- (2) 根据等腰直角三角形，可得 E 点坐标，再根据待定系数法，可得答案；
- (3) 根据 30° 的角所对的直角边是斜边的一半，可得 $\angle CNP=30^\circ$ ，再根据勾股定理 OE 的长，根据点的坐标，可得 N 点坐标，根据点的左右平移，可得 P 点坐标.

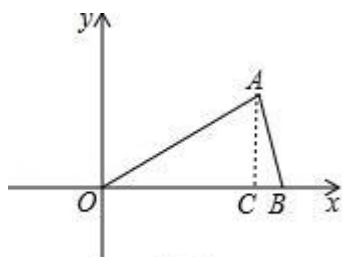


图 1

【解答】解：(1) 如图 1

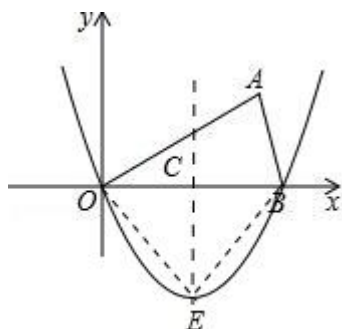
作 $AC \perp OB$ 于 C 点，

由 $OB=OA=6$ ，得 B 点坐标为 (6, 0)，

由 $OB=OA=6$, $\angle AOB=30^\circ$, 得

$$AC=\frac{1}{2}OA=3, \quad OC=OA \cdot \cos \angle AOC=\frac{\sqrt{3}}{2}OA=3\sqrt{3},$$

$\therefore A$ 点坐标为 $(3\sqrt{3}, 3)$;



(2) 如图 2  2 ,

由其顶点为 E, 当 $\triangle OBE$ 为等腰直角三角形, 得

$$OC=BC=CE=\frac{1}{2}OB=3,$$

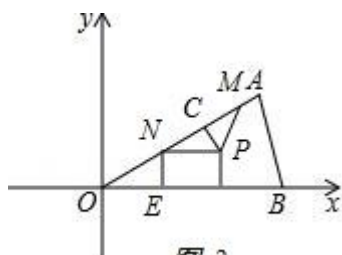
即 E 点坐标为 $(3, -3)$.

设抛物线的解析式为 $y=a(x-3)^2-3$, 将 B 点坐标代入, 解得

$$a=\frac{1}{3},$$

$$\text{抛物线的解析式为 } y=\frac{1}{3}(x-3)^2-3$$

$$\text{化简得 } y=\frac{1}{3}x^2-2x;$$



(3) 如图 3  3 ,

$$PN=2, \quad CN=\sqrt{3}, \quad PC=1,$$

$$\angle CNP=\angle AOB=30^\circ,$$

$$NP \parallel OB,$$

$$NE=2, \quad \text{得 } ON=4,$$

由勾股定理，得

$$OE = \sqrt{ON^2 - NE^2} = 2\sqrt{3}, \text{ 即 } N(2\sqrt{3}, 2).$$

N 向右平移 2 个单位得 P $(2\sqrt{3}+2, 2)$,

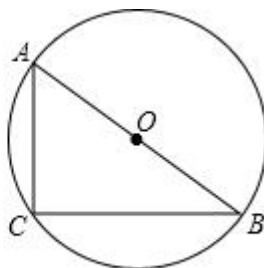
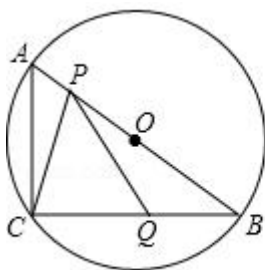
N 向左平移 2 个单位，得 P $(2\sqrt{3}-2, 2)$,

m 的值为 $2\sqrt{3}+2$ 或 $2\sqrt{3}-2$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题，解 (1) 的关键是利用直角三角形的性质得出 AC 的长，又利用了锐角三角函数；解 (2) 的关键是利用等腰直角三角形得出 E 点的坐标，又利用了待定系数法；解 (3) 的关键是利用直角三角形的性质得出 $\angle CNP = \angle AOB = 30^\circ$ ，又利用了勾股定理得出 OE 的长，要分类讨论：N 左右平移得 P 点，以防遗漏.

25. (14 分) 如图, $\triangle ABC$ 的边 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 已知 $AC=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 点 P、Q 分别在边 AB、BC 上, 且点 P 不与点 A、B 重合, $BQ=k \cdot AP$ ($k > 0$), 联接 PC、PQ.

- (1) 求 $\odot O$ 的半径长;
- (2) 当 $k=2$ 时, 设 $AP=x$, $\triangle CPQ$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (3) 如果 $\triangle CPQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 且 $\angle ACB = \angle CPQ$, 求 k 的值.



备用图

【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 首先证明 $\angle ACB = 90^\circ$, 然后利用勾股定理即可解决问题.

(2) 如图 2 中, 作 $PH \perp BC$ 于 H . 由 $PH \parallel AC$, 推出 $\frac{PH}{AC} = \frac{PB}{AB}$, 推出 $\frac{PH}{6} = \frac{10-x}{10}$, 推出 $PH = \frac{3}{5}(10-x)$, 根据 $y = \frac{1}{2} \cdot CQ \cdot PH$ 计算即可.

(3) 因为 $\triangle CPQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似, $\angle CPQ = \angle ACB = 90^\circ$, 又因为 $\angle CQP > \angle B$, 所以只有 $\angle PCB = \angle B$, 推出 $PC = PB$, 由 $\angle B + \angle A = 90^\circ$, $\angle ACP + \angle PCB = 90^\circ$, 推出 $\angle A = \angle ACP$, 推出 $PA = PC = PB = 5$, 由 $\triangle COQ \sim \triangle BCA$, 推出 $\frac{CO}{BC} = \frac{CQ}{AB}$, 推出 $\frac{5}{8} = \frac{8-5k}{10}$, 即可解决问题.

【解答】解: (1) $\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $\because AC = 6$, $BC = 8$,

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 5.

(2) 如图 2 中, 作 $PH \perp BC$ 于 H .

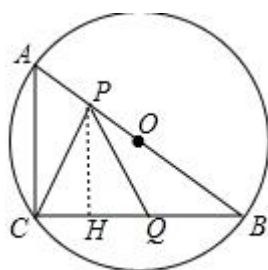


图1

$\therefore PH \parallel AC$,

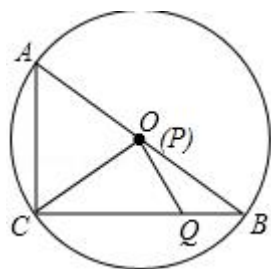
$\therefore \frac{PH}{AC} = \frac{PB}{AB}$,

$\therefore \frac{PH}{6} = \frac{10-x}{10}$,

$\therefore PH = \frac{3}{5}(10-x)$,

$\therefore y = \frac{1}{2} \cdot CQ \cdot PH = \frac{1}{2} \cdot (8-2x) \cdot \frac{3}{5}(10-x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{42}{5}x + 24 \quad (0 < x < 4)$.

(3) 如图 2 中,



$\therefore \triangle CPQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似, $\angle CPQ = \angle ACB = 90^\circ$,

又 $\therefore \angle CQP > \angle B$,

$\therefore$ 只有 $\angle PCB = \angle B$,

$\therefore PC = PB$,

$\therefore \angle B + \angle A = 90^\circ$, $\angle ACP + \angle PCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle ACP$,

$\therefore PA = PC = PB = 5$,

$\therefore \triangle COQ \sim \triangle BCA$,

$$\therefore \frac{CO}{BC} = \frac{CQ}{AB},$$

$$\therefore \frac{5}{8} = \frac{8-5k}{10},$$

$$\therefore k = \frac{7}{20}.$$

【点评】 本题考查圆综合题、平行线分线段成比例定理、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 正确应用相似三角形的性质解决问题, 学会用构建方程的思想思考问题, 属于中考压轴题.